

دو ماهنامه

مهندسی عمران مدرّس

دوره ۲۶، شماره ۳، سال ۱۴۰۵ (شماره پیاپی: ۸۹)

نشریه علمی مهندسی عمران مدرّس

صاحب امتیاز: دانشگاه تربیت مدرس

مدیر مسئول: فرهاد دانشجو

- بررسی پاسخ سیستم خاک-فونداسین-سازه و تعیین فرکانس هدف بهینه در روش زیرسازه با در نظرگیری آثار ناهمگنی خاک در عمق
محمد شمسی
- ارتعاش آزاد صفحه مرکب چندلایه با استفاده از موجک هار مرتبه بالاتر
علی میراحمدی چناروئی، محمد جواد فدائی فتح آبادی، حامد صفاری
- بررسی عددی حذف ورق پیوستگی افقی در اتصال تیر به ستون در ستون‌های جعبه‌ای در سیستم‌های قاب خمشی فولادی
سید علی رضوی طباطبائی، محمدرضا رجایی
- استفاده از تئوری بیزین برای نشت‌یابی در سیستم انتقال آب
محمد قنبری وندی، علی رحمانی فیروزجائی، علیرضا کرامت، امیر زایری بغلانی‌نژاد
- طراحی و بهبود عملکرد خطوط اتوبوس تغذیه‌کننده سیستم مترو با استفاده از الگوریتم فراابتکاری: مطالعه موردی خط ۳ مترو تهران
علیرضا طاهریان، سعید شرافتی پور، محمود صفارزاده
- ارزیابی تأثیر انحراف از حدود مجاز دانه‌بندی بر مشخصات مکانیکی و حساسیت رطوبتی مخلوط آسفالتی سرد بازیافتی
عبدالحمید بیژن، پوریا حاجی کریمی، فریدون مقدس‌نژاد، علی سرابندی
- وجود بلوک در پایین‌دست سرریز کلیدپیانویی مثلثی نوع B و تأثیر آن بر افزایش اتلاف انرژی جریان
حمیدرضا احمدی، علی خوش‌فطرت

نشانی: تقاطع بزرگراه جلال آل احمد و شهید چمران، دانشگاه تربیت مدرس، دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست،

دفتر نشریه علمی مهندسی عمران مدرّس

نشریه علمی مهندسی عمران مدرس
دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست دانشگاه تربیت مدرس

صاحب امتیاز:
مدیر مسئول:
سر دبیر:
مدیر داخلی:

دانشگاه تربیت مدرس
دکتر فرهاد دانشجو (استاد مهندسی عمران دانشگاه تربیت مدرس)
دکتر مسعود قدسیان (استاد مهندسی عمران دانشگاه تربیت مدرس)
زهرا خوئینی‌ها

اعضای هیئت تحریریه:

دکتر محمد تقی	احمدی	استاد	دانشگاه تربیت مدرس
دکتر علی اکبر	آقا کوچک	استاد	دانشگاه تربیت مدرس
دکتر بیتا	آیتی	دانشیار	دانشگاه تربیت مدرس
دکتر عباسعلی	تسنیمی	استاد	دانشگاه تربیت مدرس
دکتر فرهاد	دانشجو	استاد	دانشگاه تربیت مدرس
دکتر سید علی اکبر	صالحی	استاد	دانشگاه تربیت مدرس
دکتر محمود	صفارزاده	استاد	دانشگاه تربیت مدرس
دکتر مسعود	قدسیان	استاد	دانشگاه تربیت مدرس
دکتر امیر	کاوسی	عضو هیئت علمی	دانشگاه تربیت مدرس
دکتر علی	فاخر	دانشیار	دانشگاه تهران
دکتر محمد	قائمیان	استاد	دانشگاه شریف
دکتر محمد حسن	بازیار	استاد	دانشگاه علم و صنعت
دکتر غلامرضا	قدرتی امیری	استاد	دانشگاه علم و صنعت
دکتر پرویز	قدوسی	استاد	دانشگاه علم و صنعت

**اعضای هیئت تحریریه
مشورتی:**

پروفسور علی	فخیمی	استاد	دانشگاه نیومکزیکو
پروفسور جمال	رستمی	استاد	دانشگاه کلرادو
دکتر گودرز	احمدی	عضو هیئت علمی	دانشگاه کارلستون آمریکا
دکتر بهمن	غیاثی	عضو هیئت علمی	دانشگاه بیرمنگام
پروفسور ناصر	خاجی	عضو هیئت علمی	دانشگاه هیروشیما
دکتر محمد	حیدرزاده	عضو هیئت علمی	دانشگاه انگلستان

**هیأت داوران این
شماره:**

آقا کوچک، علی اکبر	دانشگاه تربیت مدرس	فخیمی، احمد	دانشگاه تربیت مدرس
احمدی، مرتضی	دانشگاه تربیت مدرس	قاری قرآن، علیرضا	دانشگاه اصفهان
پاک، علی	دانشگاه شریف	قدرتی امیری، غلامرضا	دانشگاه علم و صنعت
خاجی، ناصر	دانشگاه تربیت مدرس	قزوینیان، عبدالهادی	دانشگاه تربیت مدرس
دردایی، صادق	دانشگاه تربیت مدرس	قنبری، علی	دانشگاه خوارزمی
زهرایی، سید مهدی	دانشگاه تهران	کاوسی، امیر	دانشگاه تربیت مدرس
شاه بیگ، شریف	دانشگاه تربیت مدرس	کاهونی، شاهپور	دانشگاه امیر کبیر
شکیب، حمزه	دانشگاه تربیت مدرس	کوکبی، مهرداد	دانشگاه تربیت مدرس
عامری، محمودرضا	دانشگاه شیراز	ملکی، شروین	دانشگاه شریف
عرب زاده، ابو الفضل	دانشگاه تربیت مدرس	وائقی امیری، جواد	دانشگاه نوشیروانی بابل
عسگریان، بهروز	دانشگاه خواجه نصیر الدین طوسی	هادیانفرد، محمد علی	دانشگاه صنعتی شیراز
علیایی، محمد نوروژ	دانشگاه تربیت مدرس	یثربی، شهاب الدین	دانشگاه تربیت مدرس

ویراستار ادبی و فنی: زهرا عزیزی
ویراستار انگلیسی: فاطمه ترابی
کارشناس اجرایی: زهرا خوئینی‌ها
طراح جلد، حروف چین و صفحه‌آرا: مسعود سروری

نشانی دفتر مجله:

تهران، تقاطع بزرگراه شهید چمران و آل احمد، دانشگاه تربیت مدرس، دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست
دفتر مجله علمی مهندسی عمران مدرس

صندوق پستی: ۳۹۷-۱۴۱۱۵، تلفن و دورنگار: ۰۲۱-۸۲۸۸۴۹۵۰، رایانامه: civiljournal@modares.ac.ir

این نشریه در پایگاه‌های علمی ISC و جهاد دانشگاهی SID نمایه می‌شود.

به نام آن که جان را فکرت آموخت.



مجله علمی مهندسی عمران مدرس

دوره ۲۶، شماره ۳، سال ۱۴۰۵

اعتبار علمی - پژوهشی

اعتبار مجله علمی مهندسی عمران مدرس در جلسه مورخ ۱۳۸۸/۱۰/۰۹ کمیسیون نشریات علمی وزارت علوم، تحقیقات و فناوری مورد ارزیابی قرار گرفت و با درجه علمی - پژوهشی به تأیید رسید و طی نامه شماره ۳/۱۱/۱۶۳۴ به معاونت پژوهشی این دانشگاه ابلاغ گردید. همچنین به موجب قانون مطبوعات، وزارت فرهنگ و ارشاد اسلامی، پروانه انتشار این مجله را به شماره ۸۸/۱۴۲۹۸ در تاریخ ۱۳۸۸/۱۲/۱۰ صادر کرده است.

راهنمای تهیه و تدوین مقالات

از مؤلفان گرامی تقاضا می‌شود در ارسال مقالات به نکات زیر توجه فرمایند:

۱- زبان رسمی مجله، فارسی است.

۲- مقالات باید پژوهشی و حاصل تحقیق نویسنده یا نویسندگان در زمینه مهندسی عمران و محیط زیست (سازه، زلزله، سازه‌های هیدرولیکی، سازه‌های دریایی، خاک و پی، راه و ترابری، برنامه‌ریزی حمل و نقل، آب و محیط زیست) بوده و قبلاً چاپ نشده یا به طور همزمان به مجلات دیگر ارسال نشده باشد.

۳- مقالات قابل چاپ در مجله به دو دسته تقسیم می‌شوند:

الف- مقالات کامل پژوهشی: مقالات علمی- پژوهشی با حداقل حجم ۲۵۰۰ تا ۳۵۰۰ کلمه (یا معادل آن) حداکثر در ۱۲ صفحه (تعداد صفحات مقاله، عدد زوج باشد).

ب- یادداشت‌های کوتاه پژوهشی: مقالات علمی پژوهشی با حداکثر ۲۵۰۰ کلمه (یا معادل آن) حداکثر در ۱۰ صفحه (تعداد صفحات مقاله، عدد زوج باشد).

تبصره ۱: مقالات مروری (Review Article)، از نویسندگان مجرب و صاحب مقالات پژوهشی در زمینه مورد بحث پذیرفته خواهد شد.

تبصره ۲: مقالات ترجمه، پذیرفته نمی‌شود.

۴- مقالات ارسالی باید دارای بخش‌های زیر باشند:

الف- نام نویسنده یا نویسندگان، نام نویسنده مسئول مکاتبات با ستاره مشخص شود؛ نام مؤسسه متناظر هر یک از نویسندگان، نشانی کامل نویسنده مسئول مکاتبات شامل نشانی پستی، شماره فکس و رایانامه.

ب- عنوان کامل مقاله به فارسی، چکیده فارسی، کلید واژگان فارسی، عنوان کامل مقاله به لاتین، نام و نشانی نگارندگان به زبان انگلیسی، چکیده لاتین، کلید واژگان لاتین.

ج- مقدمه، بدنه مقاله (شامل شرح مسأله، روش حل، تفسیر، تحلیل و نتایج)، نتیجه‌گیری، سپاسگزاری، فهرست مراجع.

د- چکیده مقاله (Extended Abstract) حاوی حداکثر یک صفحه و در حداقل ۵۰۰ کلمه ارائه شود.

۵- اصلاحات خارجی با معادلی دقیق و رسا در زبان فارسی باشد و عبارات اختصاری به کار رفته در متن به زیرنویس ارجاع شود.

۶- محل ارجاع عکس‌ها و جدول‌ها، شکل‌ها و نمودارها به طور دقیق ضمن رعایت ترتیب آن‌ها در متن معین شده، ارسال اصل جدول‌ها و شکل‌ها با کیفیت ۳۰۰dpi به صورت سیاه و سفید در محیط اکسل ضروری است. برای جدول‌ها و شکل‌ها، به ترتیب عناوین فارسی و معادل انگلیسی آن‌ها (بلافاصله) در بالا و زیر آن‌ها قرار گیرد. در شکل‌ها و جدول‌ها از خطوط افقی و عمودی (grid) استفاده نشود. جدول‌ها و شکل‌ها بدون کادر و شکل‌های حاوی نمودار فقط دارای محور عمودی و افقی باشند.

- ۷- تعیین محل دقیق مراجع در متن و فهرست نمودن مراجع به ترتیب ظهور در متن مقاله ضروری است. عنوان قسمت مراجع به انگلیسی (References) نیز نوشته شود.
- ۸- شیوه نگارش مشخصات مراجع به شرح زیر است:
- الف. کتاب: نام خانوادگی، نام نویسنده یا نویسندگان، نام کتاب، نام مترجم، محل نشر، نام ناشر، تاریخ انتشار، شماره صفحات.
- ب. مقاله: نام خانوادگی، نام نویسنده یا نویسندگان، عنوان مقاله، نام نشریه، دوره (جلد)، سال انتشار، شماره صفحات.
- ۹- مقالات باید در صفحه A4 با حاشیه چپ و راست ۱/۵ cm در دو ستون با فاصله ۱ cm از هم (به جز برای تصاویر و جداول بزرگ) و با فاصله میان سطور Single با قلم B Lotus نازک ۱۲ برای محتویات فارسی و قلم Times New Roman نازک ۱۰ برای محتویات انگلیسی و استفاده از استایل Normal و شماره گذاری دستی عناوین بخش ها و قسمت ها به همراه Bold کردن سطر مرتبط، تحت نرم افزار Word ۲۰۱۰ تایپ شود؛ و نویسنده مقاله پس از ثبت نام در سامانه نشریات سایت دانشگاه تربیت مدرس به آدرس زیر این صفحه مراجعه و کلیه مراحل ثبت و ارسال مقاله را سپری و با حفظ کد مقاله خود برای پیگیری های بعدی، از طریق سامانه نشریات اقدام نمایند.
- ۱۰- مقالات برگرفته از پایان نامه و رساله دانشجویان دکتری با نام استاد(ان) راهنما، مشاور(ان) و دانشجو به صورت تئام منتشر می شود؛ لذا استاد راهنما عهده دار مسئولیت و نویسنده رابط خواهند بود.
- ۱۱- مسئولیت صحت و سقم مطالب بر عهده نویسنده یا نویسندگان خواهد بود.
- ۱۲- مجله علمی مهندسی عمران مدرس حق رد یا قبول مقالات را برای خود محفوظ می دارد.

نشانی دفتر مجله:

تهران، تقاطع بزرگراه شهید چمران و آل احمد، دانشگاه تربیت مدرس، دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست

دفتر مجله علمی مهندسی عمران مدرس

صندوق پستی: ۱۴۳-۱۴۱۵، تلفن و نمابر: ۰۲۱-۸۲۸۸۴۹۵۰

آدرس سامانه نشریه: <http://civil.journals.modares.ac.ir>

پست الکترونیکی: civiljournal@modares.ac.ir

این نشریه در پایگاه های اطلاعات علمی ISC و جهاد دانشگاهی SID نمایه می شود.

۷	در عمق محمد شمسی
۲۵	ارتعاش آزاد صفحه مرکب چندلایه با استفاده از موجک هار مرتبه بالاتر علی میراحمدی چناروئیه، محمد جواد فدائی فتح آبادی، حامد صفاری
۴۳	بررسی عددی حذف ورق پیوستگی افقی در اتصال تیر به ستون در ستون‌های جعبه‌ای در سیستم‌های قاب خمشی فولادی سید علی رضوی طباطبائی، محمدرضا رجایی
۵۹	استفاده از تئوری بیزین برای نشت‌یابی در سیستم انتقال آب محمد قنبری وندی، علی رحمانی فیروزجائی، علیرضا کرامت، امیر زایری بغلانی‌نژاد
۶۹	طراحی و بهبود عملکرد خطوط اتوبوس تغذیه‌کننده سیستم مترو با استفاده از الگوریتم فراابتکاری: مطالعه موردی خط ۳ مترو تهران علیرضا طاهریان، سعید شرافتی پور، محمود صفارزاده
۸۳	ارزیابی تأثیر انحراف از حدود مجاز دانه‌بندی بر مشخصات مکانیکی و حساسیت رطوبتی مخلوط آسفالتی سرد بازیافتی عبدالحمید بیژن، پوریا حاجی‌کریمی، فریدون مقدس‌نژاد، علی سرابندی
۹۷	وجود بلوک در پایین‌دست سرریز کلیدپیانویی مثلثی نوع B و تأثیر آن بر افزایش اتلاف انرژی جریان حمیدرضا احمدی، علی خوش‌فطرت

Examination of soil-foundation-structure system response and determination of the optimal target frequency in a substructure method considering soil inhomogeneity with depth

Mohammad Shamsi^{1*} 

1. Ph.D., Department of Civil Engineering, University of Hormozgan, Bandar Abbas, Iran.

Abstract

Despite the particular importance of the subject of soil-structure interaction, unfortunately, this issue has received little attention from engineers, and seismic codes have not given much recommendation to consider its effects. Seismic wave frequencies vary continuously, and the stiffness of springs and damping of dampers connected to structural supports also vary with the loading frequency. To simplify time-domain numerical analysis, a constant target frequency can be used to keep stiffness and damping values constant. In the substructure method proposed in this study, the optimal target frequency is the one that yields results that most closely match those of a more accurate nonlinear 3D model analyzed using a direct method. A common simplification is to ignore the foundation's non-linear response, justified by design requirements to prevent permanent deformation and the complexity of frequency-dependent soil behavior. Though not fully precise, this approach (considering soil heterogeneity and optimal target frequency) offers a forward-looking analysis and a basis for future nonlinear studies. This study presents a three-dimensional (3D) numerical model for analyzing the seismic response of soil-foundation-structure systems embedded in granular soil (with different relative densities) considering the effects of soil heterogeneity (With varying shear modulus with depth and compatible with the practical HSsmall model). The model is capable of accounting for the effects of loading frequency along with the radiation damping of the soil system and can integrate with the widely-used substructuring method considering an optimal target frequency. After verifying the proposed model, the dynamic equilibrium equations of the substructuring system were solved in the time domain using Matlab software. The target frequency was determined using i) Case 1: the fundamental frequency of the soil (or the dominant frequency of the excitations), ii) Case 2: the fundamental frequency of the structural system, iii) Case 3: the fundamental frequency of the soil-foundation-structure system; iv) Case 4: the fundamental frequency of structure with static stiffness and damping support (Case 4); and v) the fundamental frequency of fixed base structure and modified stiffness, and the results were compared together. A comparison of the impedance (dynamic stiffness and damping) of foundations situated on homogeneous and heterogeneous soil, as well as an investigation of the structural response in both cases, is another objective of this research. The analysis results demonstrated the accuracy of the proposed model and the acceptable calculation speed for estimating the dynamic response of structures located on heterogeneous soils under frequent operational earthquakes. The results also showed that with an increase in soil relative density, the seismic behavior of structures on homogeneous and heterogeneous granular soils converges. For instance, the response of the foundation on homogeneous soil bed with relative densities of 55%, 75%, and 95% is on average 23%, 19%, and 15% lower than that of heterogeneous soil, respectively. Additionally, for determining the target frequency, the use of frequency-independent Kelvin-Voigt models (i.e., Cases 1-5) provides acceptable responses. According to the data presented in Table 4 and Figs. 9 and 10, the following conclusions can be drawn: 1) The soil's fundamental frequency (Case 1) yielded the least precise results. 2) While Case 3 offered the most favorable response, closely matching the direct method, determining the soil-structure system's fundamental frequency through complex integration in numerical software is often impractical. 3) Employing the target frequency in Case 2 produced more satisfactory results than Case 1. 4) Cases 4 and 5 generated nearly identical frequencies. Compared to Case 2, these cases enhanced response accuracy, bringing them closer to the best response (i.e., Case 3). Therefore, for practical applications, it is recommended to utilize the fundamental frequency from either Case 4 or Case 5 instead of the soil-structure system's fundamental frequency (Case 3) to establish the optimal target frequency.

Review History

Received: Jul 9, 2024

Revised: Mar 8, 2026

Accepted: Apr 12, 2026

Keywords

Soil-Structure Interaction

Inhomogeneous Soil

Frequency-Dependent

Dynamic Impedance

Dynamic Analysis

Substructuring Method

* Corresponding Author Email: mohammad.shamsi@hormozgan.ac.ir - ORCID: 0000-0002-8401-6549



Copyright © 2026, TMU Press. This open-access article is published under the terms of the Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0>) which permits Share (copy and redistribute the material in any medium or format) and Adapt (remix, transform, and build upon the material) under the Attribution-NonCommercial terms.

بررسی پاسخ سیستم خاک-فونداسین-سازه و تعیین فرکانس هدف بهینه در روش زیرسازه با در نظرگیری آثار ناهمگنی خاک در عمق

محمد شمسی^{۱*}

۱. دکتری تخصصی، استادیار گروه ژئوتکنیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه هرمزگان، بندرعباس، ایران.

چکیده

تاریخچه داوری

فرکانس امواج زلزله متغیر بوده و مقدار سختی فنرها و میرایی میراگرهای متصل به تکیه‌گاه‌های سازه تابع فرکانس بارگذاری است. برای حل مدل‌های عددی در حوزه زمان و رفع این مشکل، می‌توان از یک فرکانس هدف برای ثابت ماندن مقادیر سختی و میرایی استفاده نمود. در روش زیرسازه ارائه شده در پژوهش حاضر، فرکانس هدف بهینه آن فرکانسی است که نزدیک‌ترین پاسخ‌ها را نسبت به مدل سه بعدی غیرخطی درستی‌آزمایی شده در روش مستقیم ارائه می‌دهد. این مطالعه یک مدل عددی سه بعدی را برای تحلیل پاسخ لرزه‌ای سیستم خاک-فونداسیون-سازه مدفون در خاک ماسه‌ای (با دانسیته نسبی مختلف) با رفتار الاستیک ارائه می‌کند. این مدل قادر است تأثیر ناهمگنی خاک (تغییرات افزایشی پیوسته مدول برشی در عمق با استفاده از مدل توانی سازگار با مدل رفتاری HSSmall) را لحاظ کرده و با تعیین یک فرکانس هدف بهینه با روش پرکاربرد زیرسازه ادغام کدر پس از درستی‌آزمایی مدل پیشنهادی، برای تعیین فرکانس هدف، پاسخ سازه (پل به عنوان مطالعه موردی) به ازای پنج فرکانس اصلی خاک (Case 1)، فرکانس اصلی سازه (Case 2)، فرکانس اصلی سیستم خاک-سازه (Case 3)، فرکانس اصلی سازه با تکیه‌گاه فنی (Case 4) و فرکانس اصلی سیستم با پای صلب و سختی اصلاح شده (Case 5) با استفاده از نرم‌افزار Matlab محاسبه و با یکدیگر مقایسه شدند. مقایسه امپدانس (سختی و میرایی دینامیکی) شالوده‌های واقع بر خاک همگن و ناهمگن و همچنین بررسی پاسخ سازه در دو حالت مذکور از دیگر اهداف این تحقیق است. نتایج نشان داد که در تحلیل زیرسازه تحت زلزله‌های سطح بهره‌برداری، برای تعیین فرکانس هدف مناسب استفاده از Case 4 و Case 5 ضمن ارائه روشی کاربردی پاسخ‌های واقع بینانه‌تری ارائه می‌دهند.

کلمات کلیدی

اندرکنش خاک-سازه

خاک ناهمگن

سختی و میرایی تابع فرکانس

تحلیل دینامیکی

روش زیرسازه

۱- مقدمه

سازه در مقابل بارهای دینامیکی ایجاد می‌نماید [1-4]. یکی از متداول‌ترین روش‌های مدل‌سازی خاک و تحلیل آثار اندرکنش خاک و شالوده، استفاده از مدل وینکلر (Winkler) و تعریف فنرهای محوری و جانبی (با رفتار خطی یا غیرخطی) برای تحلیل لرزه‌ای سازه دارای پی و شمع است. با توجه به دقت کافی این روش عملی در چارچوب اهداف این تحقیق، استفاده از مدل

در محاسبات نیروی دینامیکی وارد بر سازه، معمولاً تکیه‌گاه آن صلب و خاک انعطاف‌ناپذیر فرض می‌شود ولی مشاهدات و تجربیات گذشته نشانگر این واقعیت است که انعطاف‌پذیری خاک باعث تغییر ویژگی‌های حرکت آزاد زمین در سطح شده و به علت تأثیر متقابل خاک و فونداسیون، تغییرات قابل ملاحظه‌ای در پاسخ

* رایانامه نویسنده مسئول: ORCID - mohammad.shamsi@hormozgan.ac.ir :0000-0002-8401-6549

کپی‌رایت © ۲۰۲۶، انتشارات دانشگاه تربیت مدرس (TMU Press). این مقاله به صورت دسترسی آزاد منتشر شده و تحت مجوز بین‌المللی Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 قرار دارد (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0>). بر اساس این مجوز، شما می‌توانید این مطلب را در هر قالب و رسانه‌ای کپی، باز نشر و بازآفرینی کنید و یا آن را ویرایش و بازسازی نمایید، به شرط آنکه نام نویسنده را ذکر کرده و از آن برای مقاصد غیرتجاری استفاده کنید.



وینکلر برای شبیه‌سازی خاک اطراف فونداسیون مناسب خواهد بود [5]. با وجود انجام تحقیقات زیاد در خصوص آثار خاک بر سازه به روش وینکلر، نبود عامل ارتباطی مناسب میان مهندسين سازه و ژئوتکنیک و همچنین پراکندگی زیاد نتایج، منجر به عدم در نظرگیری آثار اندرکنش خاک-سازه در طراحی سازه‌ها شده است. با این وجود، آیین‌نامه‌ها در نظرگیری آثار اندرکنش را برای سازه‌های بلند و لاغر، سازه‌های دارای شمع و سازه‌های واقع بر خاک نرم ضروری می‌دانند [6]. به دلیل مشکل بودن در نظرگیری پارامترهای وابسته به فرکانس، محیط نیمه‌بینهایت خاک غالباً به صورت فترها و میراگرهای افقی، قائم، پیچشی و خمشی مستقل از فرکانس بارگذاری (در فرکانس نزدیک به صفر) شبیه‌سازی می‌شود. اغلب روابط تحلیلی موجود به خوبی قادر نیستند تاثیر فرکانسی تحریک لرزه‌ای را در محاسبه تغییر مکان لرزه‌ای لحاظ کنند. در این مطالعه، نویسندگان تلاش دارند که مشکلات مذکور را بر طرف کنند.

تاکنون مطالعات تحلیلی و عددی متعددی در ارتباط با آثار اندرکنش خاک-فونداسیون صورت گرفته است. در این مطالعات با ساده‌سازی اجزای سیستم و نوشتن معادلات تعادل و سایر معادلات حاکم بر مسأله، پاسخ مربوط به هر یک از اجزا به دست می‌آید. در اغلب مدل‌های تحلیلی پژوهشگران گذشته برای مدل‌سازی خاک اطراف فونداسیون، از فنر و میراگر استفاده می‌شود. رحمانی و همکاران [7] برای بررسی آثار اندرکنش خاک-سازه، با ابزارگذاری پل دو دهانه Meloland، ضمن درستی‌آزمایی داده‌های میدانی، روش زیرسازه را با روش مستقیم مقایسه نمودند. برای شبیه‌سازی سیستم به روش زیرسازه پل به دویخش سازه فوقانی (عرشه و پایه‌های پل) و سازه تحتانی (شامل خاک، شمع‌ها و کوله‌ها) تقسیم شده و خاک با استفاده از فنرهای غیرخطی $p-y$ ، $t-z$ و $Q-z$ مدل شد. نتایج حاصل از این تحقیق نشان داد که روش زیرسازه نیروی برشی پایه پل، ممان‌های خمشی و تغییر مکان‌های پایه پل را به طور دست بالا، برآورد می‌کند. تفاوت نتایج روش مستقیم و روش زیرسازه در برخی موارد می‌تواند قابل توجه باشد. مقایسه نتایج عددی این پژوهشگران با نتایج میدانی نشان داد که مدل سه بعدی به طور بالقوه ابزاری مناسب برای تجزیه و تحلیل دقیق یک سیستم کامل پل شامل لایه‌های خاک، شمع‌ها، پایه‌ها، کوله‌ها و عرشه پل (بدون تکیه بر هر مدل کمکی مانند مدل فنر و

میراگر معادل) است. شیرگیر و همکاران [8] آثار اندرکنش خاک-شمع-سازه را با در نظرگیری آثار ناهمگنی خاک (تغییرات مدول برشی در عمق) بررسی نمودند. پس از درستی‌آزمایی مدل فنر و میراگر معادل با مدل اجزاء محدود پیوسته، سیستم خاک-شمع پل در دو حالت خاک همگن و خاک ناهمگن مقایسه شد. نتایج نشان داد که آثار اندرکنش برای سازه‌های واقع بر خاک با تغییرات مدول برشی در عمق تقریباً با حالت خاک همگن با سختی کمتر مشابه است. پرپود سیستم در حالت خاک ناهمگن حداقل ۸ درصد بیشتر از حالت خاک همگن است. آثار ناهمگنی خاک بر رفتار دینامیکی سازه‌های بلند و سنگین محسوس‌تر است. همچنین برای در نظرگیری آثار ناهمگنی خاک باید به جای استفاده از سختی متوسط در ۳۰ متر بالایی خاک، از سختی خاک در نواحی اطراف پی استفاده نمود. شمسی و همکاران [9] یک مدل تحلیلی برای بررسی آثار اندرکنش خاک-شمع-پل برای پل‌های دارای جداساز لرزه‌ای واقع بر خاک‌های ناهمگن در هر دو حالت دانه‌ای و چسبنده ارائه دادند. این پژوهشگران برای محاسبه ماتریس‌های جرم، سختی و میرایی پل از روش کار مجازی استفاده نموده و جداسازهای لرزه‌ای پل را به صورت فنرهای خطی و میراگرهای ویسکوز در نظر گرفتند. نتایج کار این پژوهشگران مبین کارایی مدل تحلیلی برای آنالیز مودال سیستم و تحلیل دینامیکی آن در سطوح زلزله متوسط بوده و برای زلزله‌های شدید در سطح طراحی، مدل نیاز به بازنگری دارد.

در شرایط واقعی اغلب آبرفت‌های خاکی دارای پروفیل غیرهمگن بوده و سختی خاک در عمق متغیر است. اگر چه تحقیقات زیادی در زمینه اندرکنش خاک-سازه با فرض در نظرگیری خاک به صورت یک محیط همگن انجام شده است، اما واقعیت بسیار پیچیده‌تر است و سازه‌ها معمولاً بر خاک‌های لایه‌دار بنا می‌شوند. در بسیاری از موارد، این پدیده می‌تواند بر عملکرد لرزه‌ای سازه‌ها تأثیر بگذارد [10,11]. برخی پژوهشگران [8,12] به دلیل مدول برشی کم خاک در نواحی نزدیک به پی و امکان بروز کرنش‌های برشی زیاد در این نواحی تحت زلزله‌های شدید، به این نتیجه رسیده‌اند که استفاده از سختی میانگین در ۳۰ متر بالایی خاک (V_{s30}) به عنوان یک لایه معادل همگن، فرض رایج در اغلب آیین‌نامه‌های لرزه‌ای جهان) ممکن است نتایج مناسبی ارائه ندهد. شایان ذکر است که تحقیقات مذکور وابستگی سختی و

۲- مدل سازی عددی و درستی آزمایی

۲-۱- شبیه سازی پی سطحی

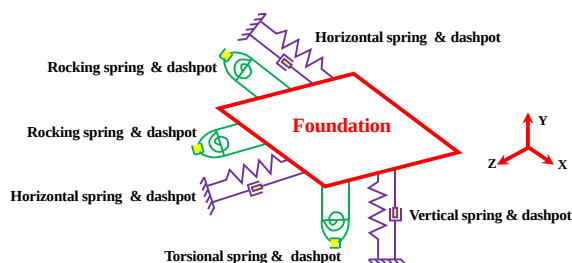
بر اساس توصیه Gazetas [14] می توان پی سطحی را به صورت یک جسم بدون جرم با ابعاد $(2B \times 2L)$ فرض کرده و آثار سختی و میرایی سیستم خاک-پی را با استفاده از توابع امپدانس دینامیکی (فترها و میراگرهای تابع فرکانس متصل به پی مطابق شکل ۱) به ماتریس های سختی و میرایی کل سیستم اضافه نمود. در این مطالعه فرض بر آن است که پی بر روی خاک ماسه ای خشک غیرهمگن و ایزوتروپ با دانسیته نسبی 0.55 ، 0.75 و 0.95 قرار دارد. همانند برخی مطالعات گذشته [15-17] رفتار خاک الاستیک فرض می شود. این فرض رایج مبنی بر نبود پاسخ غیرخطی در سیستم خاک-فونداسیون، یک ساده سازی است و اغلب پژوهشگرانی که در مطالعات خود از امپدانس پی و تحلیل در حوزه فرکانس استفاده می کنند این شرط را پذیرفته اند [18-20]. دلایل این فرض عبارتند از: ۱) به طور کلی، پی ها باید طوری طراحی شوند که از تغییر شکل های ماندگار قابل توجه جلوگیری کنند؛ ۲) به دلیل پیچیدگی برخورد همزمان با ماهیت غیرخطی و تابع فرکانس بودن خاک [20]. اگر چه این فرض دقیق ترین و جامع ترین فرض نیست اما با در نظرگیری آثار ناهمگنی خاک و تعیین فرکانس هدف بهینه می تواند یک تحلیل رو به جلو برای کارهای آینده و یک نقطه شروع آگاهانه برای بررسی حالت پیچیده تر غیرخطی باشد.

۲-۲- در نظر گیری رفتار ناهمگن خاک

در مطالعه حاضر، به منظور بررسی پاسخ لرزه ای سیستم خاک-فونداسیون در خاک ماسه ای ناهمگن با ضخامت 30 متر، از یک مدل با فرضیات ساده کننده (بدون از بین رفتن کلیت موضوع) استفاده شده است. برای بررسی آثار ناهمگنی خاک، تغییرات سختی خاک در عمق با استفاده از روابط مربوط به مدل رفتاری الاستوپلاستیک هیستریتیک سخت شونده HSsmall شبیه سازی شد. این مدل رفتاری قدرتمند و پیشرفته در بسیاری از نرم افزارهای تجاری معروف اجزاء محدود و تفاضلات محدود مانند Midas GTS/NX و Plaxis و ... وجود داشته و بسیاری از پژوهشگران گذشته عملکرد مناسب آن را برای ارزیابی سیستم های خاک-سازه تحت بار زلزله گزارش نموده اند. بر اساس روابط مدل رفتاری HSsmall مقدار مدول برشی خاک ماسه ای (G_0)

میرایی خاک به فرکانس را بررسی نکرده اند.

در این مطالعه، ابتدا سختی و میرایی دینامیکی (تابع فرکانس) یک پی سطحی واقع بر خاک همگن ماسه ای در نرم افزار ABAQUS در حوزه فرکانس محاسبه شده و پس از درستی آزمایی مناسب، مقادیر امپدانس برای خاک ها در حالت همگن و ناهمگن (تغییرات پیوسته سختی در عمق) مقایسه شد. مدول برشی خاک غیرهمگن در این مدل عددی تابعی از عمق خاک و دانسیته نسبی خاک ماسه ای فرض شد. این تغییرات مدول برشی در عمق با مدل رفتاری پیشرفته HSsmall (Hardening soil model with small strain stiffness) کاملاً هماهنگی دارد. همچنین در نظرگیری آثار میرایی هندسی و میرایی مصالح خاک از جمله فواید این روش مدلسازی در حالت خاک ناهمگن است. پس از اثبات دقت مدل، کارایی آن در روش زیرسازه به کمک مدل ارائه شده در مطالعات گذشته نویسندگان [13] در نرم افزار Matlab بررسی شد. پل مونوریل قم نیز به عنوان یک مطالعه موردی مورد بررسی قرار گرفت. برای این منظور، از فترها و میراگرهای تنظیم شده با فرکانس مناسب و انجام تحلیل دینامیکی در حوزه زمان استفاده شد. برای تعیین فرکانس هدف و رفع مشکل تابع فرکانس بودن فترها و میراگرها، پاسخ پل به ازای سه فرکانس اصلی خاک، فرکانس اصلی سازه و فرکانس اصلی کل سیستم خاک-سازه محاسبه و با یکدیگر مقایسه شدند. به منظور پوشش نقاط ضعف نرم افزارهای تجاری و استفاده از نقاط قوت آنها در شبیه سازی خاک، تحلیل های خطی غیرتوأم امپدانس پی در حوزه فرکانس توسط نرم افزار ABAQUS و تحلیل های پیوسته توأم غیرخطی در فضای زمان (برای بررسی درستی نتایج مدل زیرسازه) توسط نرم افزار MIDAS انجام گرفت.



شکل ۱. فترها و میراگرهای دورانی و انتقالی متصل به پی در ۶ درجه آزادی

Fig. 1. Rotational and translational springs and dampers connected to the foundation in 6 degrees of freedom

$$G_0^{ref}(kPa) = 60000 + 68000D_r \quad (4)$$

$$\varphi'(^{\circ}) = 28 + 12.5D_r \quad (5)$$

$$k_0 = 1 - \sin(\varphi') \quad (\mathfrak{e})$$

با جای گذاری روابط فوق در رابطه ۱ مقدار مدول برشی خاک ماسه‌ای بر حسب عمق خاک (H) و دانسیته نسبی آن به دست می‌آید (رابطه ۷). شکل (۲) تغییرات مدول برشی خاک در عمق برای خاک غیرهمگن بر اساس رابطه ۷ را نشان می‌دهد. برای خاک‌های با ۷۵٪، ۹۵٪، $D_r = 75\%$ تغییرات بسیار قابل توجه مدول برشی در عمق ملاحظه نشد. برای خاک با $D_r = 55\%$ کماتر تغییرات زیاد مدول برشی در عمق دیده می‌شود. دلیل این امر مقدار قابل توجه ضریب ناهمگنی (m (توان در رابطه ۷) در مدل توانی است. برای خاک‌های با تراکم کم و متوسط، معمولاً ضریب ناهمگنی m بزرگ‌تر از خاک‌های سخت و پرتراکم است [21, 22].

$$G_0(kPa) = (60000 + 68000D_r) \left(\frac{\left(1 - \sin\left((28 + 12.5D_r)\frac{\pi}{180}\right)\right)(15 + 4D_r)H}{100} \right)^{(0.7-D_r/3.2)} \quad (V)$$

$$V_{save} = \frac{H}{\sum \frac{h_i}{V_{s_i}}} \quad , \quad G_{0,ave} = \rho_{soil} \times V_{save}^2 \quad (\Delta)$$

که در آن H ضخامت کل لایه خاک (برابر با ۳۰ متر)، h_i ضخامت هر لایه (برابر با نیم متر)، V_{s_i} متوسط سرعت موج برشی در هر لایه $V_{s_{ave}}$ ، p_{soil} چگالی خاک است.

۲-۳- امیدانس پی سطحی واقع بر خاک همگن و درستی آزمایی
مدل اولیه

همان طور که توسط برخی پژوهشگران گذشته بیان شده است، سختی و میرایی یک پی تابع فرکانس بارگذاری است. از این رو در نظرگیری توابع امپدانس دینامیکی برای پی ضروری است. با وجود ارائه توابع امپدانس برای خاک‌های همگن توسط Gazetas [14]، تا آنجایی که نگارنده این سطور اطلاع دارد، برای خاک‌های ناهمگن (با تغییرات مدول برشی در عمق و سازگار با مدل HSsmall مطابق رابطه ۱) با مشخصات ارائه شده در شکل (۲) توابع امپدانس دینامیکی موجود نیست. پس، در این مطالعه ابتدا، توابع امپدانس پی سطحی واقع بر نیم‌فضای الاستیک همگن با استفاده مطالعات تحلیلی، Gazetas [14] به کمک روش اجزاء

در عمق مطابق رابطه ۱ تعیین می شود.

$$G_0 = G_0^{ref} \left(\frac{c' \cdot \cos \varphi' + \sigma'_3 \cdot \sin \varphi'}{c' \cdot \cos \varphi' + p^{ref} \cdot \sin \varphi'} \right)^m \quad (1)$$

$$= G_0^{ref} \left(\frac{\sigma'_3}{p^{ref}} \right)^m = \rho_{soil} V_s^2$$

که در آن e' و ϕ' پارامترهای مقاومت برشی خاک، G_0^{ref} مدول برشی اولیه در فشار مبنای p^{ref} (معمولاً معادل با فشار اتمسفر، kPa (۱۰۰)، σ'_3 تنش موثر اصلی کمترین و m عددی بی بعد و وابسته به نوع خاک است. همچنین ρ و V_s به ترتیب دانسیته و سرعت موج برشی در خاک می باشند.

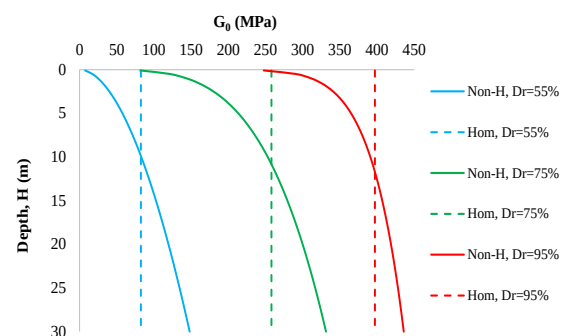
Brinkgreve [21] بر اساس داده‌های آزمایشگاهی روابط ۲ تا ۶ را برای ماسه‌های خشک اعتبارسنجی نمود. در این روابط ۷ و D_r به ترتیب وزن مخصوص ماسه و دانسیته نسبی آن هستند.

$$\gamma \text{ (kN/m}^3\text{)} = 15 + 4D_r, \quad \rho_{soil} = \gamma/g \quad (2)$$

$$m = 0.7 - D_r/3.2 \quad (3)$$

$$\left. \right) (15 + 4D_r)H \Big)^{(0.7-D_r/3.2)} \quad (\text{V})$$

یکی از اهداف این مطالعه مقایسه بین امیداندس پی سطحی واقع بر خاک غیرهمگن و همگن است. از این رو برای خاک همگن، مقدار مدول برشی متوسط ($G_{0,ave}$) در ۳۰ متر بالایی لایه خاک فرض شده است. برای این کار ابتدا خاک ناهمگن به ۶۰ لایه نیم‌متری با مدول برشی مختلف (مطابق رابطه ۷) تقسیم شده و مدول برشی متوسط مطابق رابطه ۸ به دست آمد (شکل ۲).



شکل ۲. تغییرات مدول برشی در عمق برای خاک‌های همگن

(Hom) و غیر همگن (Non-H) مطابق مدل رفتاری HSsmall

Fig. 2. Variations of shear modulus in depth for homogeneous (Hom) and non-homogeneous (Non-H) soils according to HSmall constitutive model

جدول ۱. سختی و میرایی دینامیکی پی سطحی

به عرض 2B واقع بر خاک همگن

Table 1. Dynamic Impedance of surface foundation with a width of 2B located on homogeneous soil

Vibration mode	Dynamic Stiffness Coefficient	Radiation Dashpot Coefficient
Vertical, y	$\bar{K}_y = \frac{4.54}{1-\nu} G_0 B k_y$	$\bar{C}_y = \rho V_s \frac{13.6 B^2}{\pi(1-\nu)} c_y$
Horizontal, z	$\bar{K}_z = \frac{9}{2-\nu} G_0 B k_z$	$\bar{C}_z = 4 \rho V_s B^2 c_z$
Horizontal, x	$\bar{K}_x = \bar{K}_z$	$\bar{C}_x = \bar{C}_z$
Rocking, rz	$\bar{K}_{rz} = \frac{3.6}{1-\nu} G_0 B^3 k_r$	$\bar{C}_{rz} = \rho V_s \frac{4.53 B^4}{\pi(1-\nu)} c_r$
Rocking, rx	$\bar{K}_{rx} = \bar{K}_{rz}$	$\bar{C}_{rx} = \bar{C}_{rz}$
Torsional, t	$\bar{K}_t = 7.93 G_0 B^3 k_t$	$\bar{C}_t = 2.67 \rho V_s B^4 c_t$

INCIDENT WAVE REFLECTION قادر به شبیه سازی پدیده انعکاس و انکسار موج است. در این تحقیق محل منبع تولید موج در زیر پی قرار داشته و آثار انعکاس و انکسار موج در محیط در نظر گرفته شده است.

$$P(t) = P_0 e^{i\omega t} \text{ or } M(t) = M_0 e^{i\omega t} \quad (9)$$

$$U(t) = U_0 e^{i\omega t + i\phi} \text{ or } \theta(t) = \theta_0 e^{i\omega t + i\phi} \quad (10)$$

ج) گام سوم: امپدانس دینامیکی پی با استفاده از رابطه ۱۱ به دست می آید. به کمک بخش های حقیقی و موهومی این عدد مختلط می توان مقدار سختی (K) و میرایی (C) دینامیکی را در فرکانس های مختلف بارگذاری محاسبه نمود. با تقسیم بخش های حقیقی نیرو بر تغییر مکان بخش حقیقی امپدانس پی (سختی، K) محاسبه شده و با تقسیم بخش های موهومی نیرو بر تغییر مکان بخش موهومی امپدانس پی (میرایی، C) حاصل می شود.

$$K(\omega) = \frac{P(t)}{U(t)} = K + i\omega C \quad (11)$$

روابط پیشنهادی Gazetas [14] برای محاسبه امپدانس دینامیکی یک پی مربعی واقع بر نیم فضای همگن در جدول (۱) خلاصه شده است. ضریب پواسن خاک ماسه ای (ν) در روابط ارائه شده در جدول (۱)، بر اساس رابطه ۱۲ توصیه شده توسط پژوهشگران گذشته [26] حاصل می شود. لازم به ذکر است که مقدار ϕ' بر حسب درجه از رابطه ۵ استخراج شده است.

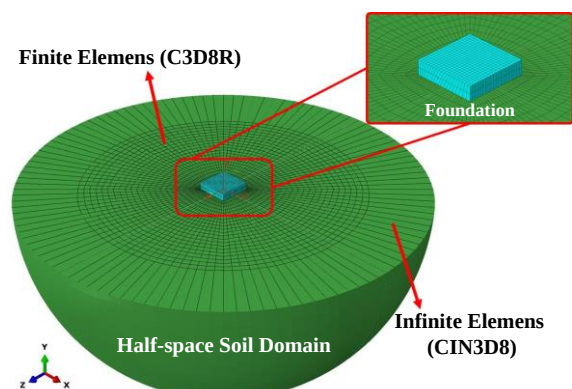
$$\nu = 0.1 + 0.3 \left(\frac{\phi' - 25}{45 - 25} \right) \quad (12)$$

محدود (ABAQUS) اعتبارسنجی شد. سپس توابع امپدانس پی واقع بر خاک غیرهمگن محاسبه شد. لازم به ذکر است که معادله ۱ جامع تر از مدل های توانی رایج ارائه شده در تحقیقات گذشته است [23] و در آن آثار چسبندگی و زاویه اصطکاک خاک مطابق با مدل رفتاری پرکاربرد HSsmall دیده شده است.

استفاده از روش اجزاء محدود در محاسبه امپدانس پی در برخی مطالعات گذشته با دقت مناسب توصیه شده است [24, 25]. به عنوان نمونه چگونگی محاسبه توابع امپدانس دینامیکی برای پی مورد نظر در این مطالعه در سه گام زیر خلاصه می شود:

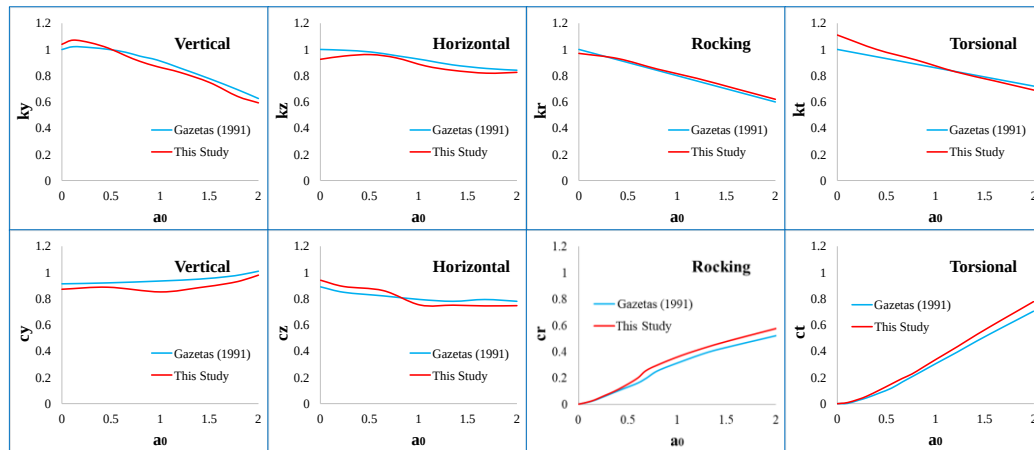
الف) گام اول: مطابق شکل ۳، یک پی مربعی صلب و بدون جرم به ابعاد $1/2 \times 6 \times 6$ متر روی خاک الاستیک در نرم افزار ABAQUS نسخه ۶/۱۴-۲ مدل سازی می شود. قطر محیط خاکی در مدل با استفاده از آنالیز حساسیت برابر با ۶۵ متر حاصل شد و اندرکنش کامل بین پی و خاک بدون امکان جدایش و لغزش در نظر گرفته می شود. در مرزهای شکل (۳)، برای جلوگیری از آثار بازگشت امواج و شبیه سازی فضای نیمه بینهایت خاک از المان های نیمه بینهایت (Infinite Elements) استفاده شد.

ب) گام دوم: یک نیروی هارمونیک واحد (یا ممان هارمونیک واحد) با فرکانس زاویه ای ω مطابق رابطه ۹ بر پی صلب اعمال شده و دامنه ارتعاشات پی تحت بارگذاری هارمونیک مطابق رابطه ۱۰ بدست می آید. استفاده از این نوع بارگذاری مختلط در حوزه زمان امکان پذیر نیست. معادلات با استفاده از تحلیل steady-state dynamic موجود در نرم افزار در حوزه فرکانسی انجام می گیرد. لازم به ذکر است که اگر محل منبع امواج در مرزهای مدل عددی نباشد، نرم افزار ABAQUS با استفاده از گزینه



شکل ۳. پی واقع بر نیم فضای همگن برای درستی آزمایی

Fig. 3. Foundation on the homogeneous half-space for verification



شکل ۴. ثوابت مورد استفاده در جدول ۱ بر اساس مطالعه Gazetas [14] و مطالعه حاضر (دانشسته نسبی ۵۵٪)، پی واقع بر نیم‌فضای همگن

Fig. 4. Constants used in Table 1 according to Gazetas [14] and this study ($D_r=55\%$), foundation on homogeneous half-space

جدول ۲. مشخصات رکوردهای زلزله مورد استفاده در این مطالعه

Table 2. Characteristics of earthquake records used in this study

Scale Factor	duration (s)	PGA (g)	R_{rup} (km)	$V_{s_{ave}}$ (m/s)	Station	Record
1.56	18.6	0.064	74.16	804.36	CHY102	Chi-Chi, Taiwan (1999)
2.38	14.5	0.042	70.52	1047.01	OKYH02	Tottori, Japan (2000)
2.22	22.4	0.045	79.54	828.95	FKSH07	Chuetsu-oki (2007)
1.61	9.2	0.062	50.39	996.43	Vasquez Rocks Park	Whittier Narrows (1987)
1.61	11.9	0.062	76.05	1249.86	SF - Pacific Heights	Loma Prieta (1989)
2.13	16.9	0.047	37.97	1100	Diablo Canyon Power Plant	San Simeon, CA (2003)
1.20	20.2	0.083	82.93	1423.80	MYG011	Iwate, Japan (2008)

و شرایط دور از گسل استفاده شده است. به منظور انتخاب رکورد مناسب زلزله، ۷ تاریخچه زمانی شتاب زلزله (مولفه افقی) در سطح زمین با ویژگی‌های مندرج در جدول (۲) انتخاب شد.

تمامی تحریک‌ها در شرایط سنگ بستر مهندسی در عمق ۳۰ متری با $V_{s_{ave}} > 750$ m/s برداشت شده و به شتاب حداکثر $0.1g$ مقیاس‌سازی شده‌اند. پل‌ها سازه‌های حیاتی با اهمیت فراوان هستند و حتی زلزله‌های سطح بهره‌برداری، که به‌عنوان زلزله‌های پرتکرار با شدت پایین و متوسط شناخته می‌شوند، می‌توانند بر رفتار آنها تأثیرگذار باشند. پس بسیاری از پژوهشگران گذشته در تحلیل لرزه‌ای پل‌ها پاسخ سازه را در شرایط زلزله‌های بهره‌برداری بررسی نموده‌اند [29, 30]. از طرف دیگر، فرضیات مساله با دیدگاه تحلیل امپدانس طوری بررسی شده که انتظار می‌رود بیشترین دقت مدل در شرایطی رخ دهد که غیرخطی شدن خاک در مقیاس زیاد اتفاق نیفتد. در مطالعات مقایسه‌ای (که هدف طراحی و رساندن سازه به یک سطح انرژی خاص نیست)، یکی از روش‌های موجود برای مقیاس‌سازی رکوردهای زلزله همپایه کردن PGA

از آنجایی که در مدل عددی از میرایی مصالح صرف‌نظر شده است، میرایی موجود در رابطه ۱۱ میرایی تشعشعی (هندسی) بوده و می‌تواند برای درستی‌آزمایی با روابط ارائه شده در جدول (۱) کاربرد داشته باشد. شکل (۴) نتایج حاصل از درستی‌آزمایی ضرایب امپدانس دینامیکی (ثوابت k_t, k_r, k_y, k_z, c_t و c_r) برای پی مورد مطالعه (واقع بر نیم‌فضای همگن با دانشسته نسبی ۵۵٪) را به ازای ضرایب بی‌بعد فرکانس ($a_0 = \omega B / V_s$) نشان می‌دهد. نتایج از دقت قابل قبولی برخوردار است. توابع امپدانس برای پی سطحی روی خاک ناهمگن در قسمت نتایج ارائه می‌شود. لازم به ذکر است که برای پی‌های سطحی با هندسه متقارن می‌توان از درایه‌های اندرکنشی دورانی-انتقالی ($k_{h0} = k_{\theta 0} = 0$) در ماتریس‌های تکیه‌گاهی صرف‌نظر نمود [27, 28].

۳- بارگذاری جانبی زلزله در تحلیل زیرسازه

در این مطالعه، برای اطمینان از الاستیک و خطی ماندن تمامی اجزای سیستم خاک-فونداسیون-سازه از زلزله‌های سطح بهره‌برداری

(شکل ۲). این امر باعث افزایش قابل توجه دامنه ارتعاشات پی در این نواحی شده و با توجه به رابطه ۱۱ سختی فنرهای متصل به پی در حالت خاک ناهمگن کاهش چشمگیری خواهد داشت. به عنوان نمونه، جدول (۳) سختی این فنرها را در حالت استاتیکی (در فرکانس بارگذاری صفر، K_{sat}) مقایسه می‌کند. این سختی از بخش حقیقی رابطه ۱۱ به دست می‌آید.

ب) شکل (۵) سختی دینامیکی فنرهای متصل به پی (بخش حقیقی امپدانس) واقع بر خاک‌های همگن و ناهمگن را برای دانسیته‌های نسبی مختلف خاک مقایسه می‌کند. همان طور که ملاحظه می‌شود، مقادیر امپدانس برای خاک‌های ناهمگن همواره اندکی کمتر از خاک‌های همگن است. با افزایش دانسیته نسبی خاک، سختی دینامیکی برای خاک‌های ناهمگن افزایش می‌یابد، اما روند تغییرات امپدانس (با افزایش فرکانس) از یک الگوی تقریباً ثابت پیروی می‌کند. لازم به ذکر است که این امر برای خاک‌های همگن نیز صادق است. این یافته‌ها با نتایج حاصل از کارهای [24, 25] سازگاری دارد.

ج) شکل (۶) میرایی هندسی میراگرهای متصل به پی (بخش موهومی امپدانس) واقع بر خاک‌های همگن و ناهمگن را برای دانسیته‌های نسبی مختلف خاک مقایسه می‌کند. همان طور که مشاهده می‌شود، تغییرات مدول برشی خاک با عمق آثار قابل توجهی بر روند پاسخ دینامیکی پی‌های سطحی داشته و با افزایش دانسیته نسبی خاک برای خاک‌های ناهمگن، مقادیر امپدانس کاهش می‌یابد. در ترازهای فرکانسی پایین و متوسط، ضرایب میرایی تشعشعی (هندسی) برای خاک‌های غیرهمگن از خاک‌های همگن کمتر است. دلیل این امر در ادامه بیان می‌شود: با ارتعاش پی، امواج در برخورد با لایه‌های مختلف خاک منعکس و متکسر شده و بخشی از انرژی لرزه‌ای وارد اعماق خاک شده (انرژی مستهلک شده) و بخشی از آن به طرف پی در جهت بالا بازتاب می‌کند (انرژی ذخیره شده). از آنجایی که اختلاف بین سرعت موج برشی و چگالی لایه‌های خاک باعث بازتاب امواج می‌شود، انعکاس امواج در خاک‌های ناهمگن بسیار بیشتر از خاک‌های همگن است.

رکوردها به شتاب سطح بهره‌برداری ($0/1g$) است. بنابراین، نیازی به مقیاس‌سازی رکوردها به روش طیف خطر یکنواخت (روش متداول در بسیاری از آیین‌نامه‌ها) نیست. به هر حال، استفاده از روش‌های مقیاس‌سازی مختلف (مانند روش همپایه کردن PGA شتاب‌نگاشت‌ها یا روش طیف خطر یکنواخت) تأثیری در هیچ یک از نتایج اصلی این مطالعه ندارد.

۴- نتایج و بحث

۴-۱- بررسی امپدانس پی سطحی واقع بر خاک ناهمگن

Gazetas [14] یک سری توابع امپدانس برای بخش موهومی (میرایی) پی‌های دایره‌ای و نواری واقع بر خاک ناهمگن (نیم‌فضا) ارائه می‌کند. همچنین توصیه می‌کند که برای محاسبه بخش حقیقی امپدانس (سختی دینامیکی و تابع فرکانس) در خاک‌های با درجه ناهمگنی پایین از توابع امپدانس خاک همگن استفاده شود. این محقق برای خاک‌های با درجه همگنی بالا مانند ماسه‌ها توصیه یا روابطی ارائه نمی‌کند. از آنجایی که خاک مورد بررسی در مدل پیشنهادی ماسه‌ای (بدون چسبندگی) است، استفاده از روابط Gazetas [14] ممکن است با خطا همراه باشد. بنابراین لازم است توابع امپدانس برای خاک ناهمگن ماسه‌ای با دانسیته‌های نسبی مختلف تولید شود. بر اساس دانش و شناخت نویسنندگان از مطالعات گذشته، مقادیر امپدانس دینامیکی برای پی‌های سطحی واقع بر خاک‌های غیرهمگن دلخواه (سازگار با مدل رفتاری HSsmall) به ازای تمام درجات آزادی پی در مطالعات گذشته ارائه نشده است. با این وجود، انتظار می‌رود مقادیر امپدانس برای پی‌های واقع بر خاک‌های همگن و غیرهمگن متفاوت باشد.

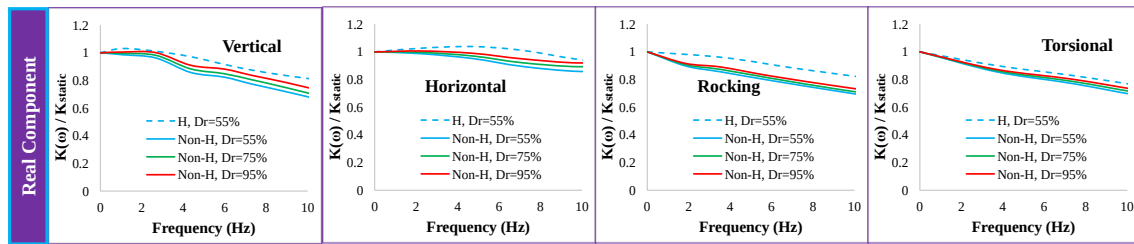
برای خاک‌های ماسه‌ای ناهمگن، در نظرگیری نکات زیر حائز اهمیت است:

الف) به ازای فرکانس‌های مختلف بارگذاری، سختی فنرهای متصل به پی، برای خاک‌های همگن بیشتر از خاک‌های غیرهمگن است؛ زیرا در نواحی نزدیک به سطح زمین (محل قرارگیری پی)، مدول برشی خاک غیرهمگن بسیار کمتر از خاک همگن است.

جدول ۳. سختی استاتیکی فنرهای متصل به پی مورد بررسی واقع بر خاک با دانسیته نسبی ۵۵٪

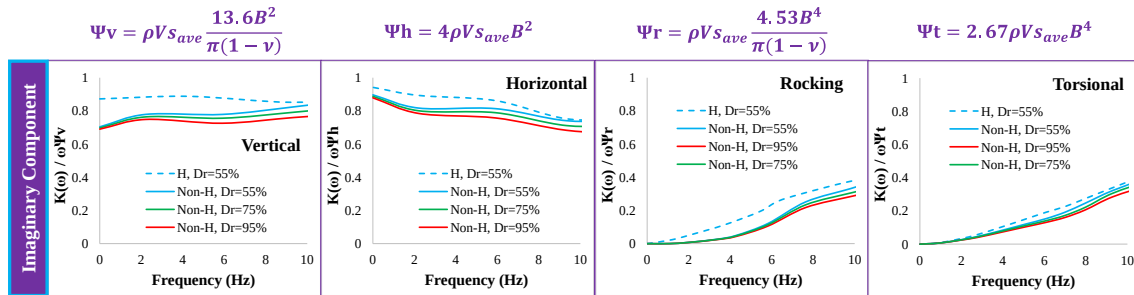
Table 3. Static stiffness of the springs connected to the investigated foundation located on soil with a relative density of 55%

$\bar{K}_t$ (MN.m)	$\bar{K}_r$ (MN.m)	$\bar{K}_z$ (MN/m)	$\bar{K}_y$ (MN/m)	
8233.4	4749.6	556.24	665.53	Homogeneous half-space [14]: from Table 1
9138.8	4607.1	520.94	692.15	Homogeneous half-space in this study: from the numerical model (Fig. 3)
2968.6	1322.9	288.4	395.6	Inhomogeneous half-space in this study: from the numerical model (Fig. 3)



شکل (۵) بخش حقیقی امپدانس پی واقع بر خاک‌های همگن و ناهمگن برای درجات آزادی مختلف

Fig. 5. Real part of foundation impedance on homogeneous and heterogeneous soils for different degrees of freedom



شکل ۶. بخش موهومی امپدانس پی واقع بر خاک‌های همگن و ناهمگن برای درجات آزادی مختلف

Fig. 6. Imaginary part of foundation impedance on homogeneous and heterogeneous soils for different degrees of freedom

۱- انجام تحلیل میدان آزاد برای مولفه‌های افقی زلزله‌های مورد نظر در نرم‌افزار DEEPSOIL و محاسبه تاریخچه زمانی تغییرمکان در سطح زمین.

۲- تحلیل در حوزه فرکانس و محاسبه امپدانس سیستم شالوده (شامل خاک-شمع-کلاهک) به صورت یک ماتریس 6×6 (به ازای درجات آزادی مختلف) در نرم‌افزار ABAQUS.

۳- تبدیل امپدانس تابع فرکانس شالوده به سختی و میرایی ثابت توسط یک فرکانس هدف برای تحلیل در حوزه زمان

۴- تشکیل ماتریس‌های سختی، میرایی و جرم برای کل پل شامل پایه‌ها و عرشه واقع بر شالوده (با ۶ درجه آزادی حاصل از گام سوم) توسط کدنویسی در نرم‌افزار MATLAB.

۵- اعمال تحریک کینماتیکی تغییرمکان حاصل از گام اول به انتهای پایه‌های پل و حل معادلات تعادل دینامیکی در حوزه زمان به روش نیومارک-بتا در نرم‌افزار MATLAB.

از آنجایی که امپدانس پی‌ها (سختی و میرایی فنرهای متصل به تکیه‌گاه) در فرکانس‌های مختلف متفاوت است تحلیل دینامیکی در حوزه فرکانس ارجحیت دارد. با این وجود، حل معادلات تعادل دینامیکی در حوزه زمان پرکاربردتر از حوزه فرکانس است و مهندسان حرفه‌ای نسبت به تحلیل دینامیکی در حوزه فرکانس آشنایی کمتری دارند [20]. به علاوه اگر آثار غیرخطی در رفتار

بنابراین، در خاک‌های ناهمگن، بخش زیادی از انرژی لرزه‌ای تولیدشده ناشی از ارتعاش پی، می‌تواند به دلیل تغییرات پیوسته سرعت موج برشی در عمق، به سمت بالا انعکاس پیدا کند. به عبارت دیگر، انرژی مستهلک شده در خاک غیرهمگن کمتر از خاک‌های همگن است. در ترازهای فرکانسی بالاتر از ۶ Hz، ضرایب دینامیکی میرایی هندسی برای خاک‌های همگن و غیرهمگن به هم نزدیک می‌شوند. این امر به طور کیفی با نتایج به دست آمده از مطالعات [31, 32] سازگاری دارد.

با توجه به بندهای فوق می‌توان گفت که در نظرگیری آثار ناهمگن بودن خاک برای محاسبه مقادیر امپدانس پی ضروری است و استفاده از سختی متوسط در ۳۰ متر بالایی خاک (توصیه رایج در اغلب آیین‌نامه‌ها) می‌تواند نتایج گمراه کننده‌ای به همراه داشته باشد.

۲-۴- انجام تحلیل دینامیکی در حوزه زمان و استفاده از سختی مستقل از فرکانس

یکی از کاربردهای محاسبه امپدانس فونداسیون‌ها استفاده از آن در روش زیرسازه است. در این روش سازه به دو بخش زیرسازه و روسازه تقسیم شده و پژوهشگران مختلفی [7, 13, 33] این روش را برای انجام تحلیل دینامیکی سازه‌های مختلف به کار گرفته‌اند. گام‌های روش زیرسازه به طور خلاصه عبارتند از (شکل ۷):

کل سیستم خاک-سازه: به دلیل ثابت نبودن سختی و میرایی سیستم خاک-فونداسیون، نمی‌توان فرکانس اصلی سیستم خاک-سازه را به سادگی حساب نمود. در این حالت، یکی از راهکارها استفاده از مدلسازی‌های سه بعدی به روش پیوسته مستقیم برای تعیین فرکانس هدف است. مقدار این فرکانس برابر با $1/47 \text{ Hz}$ بدست آمد. نتایج حاصل از آنالیز مودال پل مونوریل به صورت گرافیکی در دو وضعیت پایه‌گیردار و با در نظر گیری آثار اندرکنش خاک-سازه به کمک نرم‌افزار MIDAS در شکل (۸) ارائه شده است.

- Substructuring Model-Case 4) استفاده از فرکانس اصلی سازه با تکیه‌گاه فنری: در این حالت برای محاسبه فرکانس ابتدا سختی استاتیکی (در فرکانس صفر) سیستم خاک-فونداسیون به ازای درجات آزادی مختلف در تکیه‌گاه‌های پل قرار گرفت و به طور عددی مقدار فرکانس اصلی در این حالت برابر با $1/56 \text{ Hz}$ به دست آمد.

- Substructuring Model-Case 5) استفاده از فرکانس اصلی سیستم با پای صلب با در نظر گیری سختی اصلاح شده: به پیشنهاد برخی آیین‌نامه‌ها زمان تناوب اصلی اصلاح شده برای سیستم خاک-سازه ($T_{\text{Case 5}}$) را می‌توان بر اساس توصیه [40] Veletsos مطابق روابط ۱۴ و ۱۵ محاسبه نمود.

$$T_{\text{case 5}} = T_{\text{case 2}} \sqrt{1 + \frac{\bar{K}}{\bar{K}_z} (1 + \frac{\bar{K}_z h^2}{\bar{K}_r})} \quad (14)$$

$$\bar{K} = 4\pi^2 \frac{W}{g(T_{\text{case 2}})^2} \quad (15)$$

که در آن h ارتفاع پایه پل، W مجموع وزن شاهتیرهای راهنما و سرستون، $T_{\text{Case 2}}$ و $\bar{K}$ به ترتیب سختی و پرورد اصلی سازه در حالت پایه‌گیردار هستند. همچنین، $\bar{K}_z$ و $\bar{K}_r$ به ترتیب سختی استاتیکی حرکت جانبی و گهواره‌ای پی هستند که در این تحقیق با توجه به منحنی‌های امپدانس به ازای فرکانس صفر محاسبه شده‌اند. با جایگذاری پارامترها در معادلات ۱۴ و ۱۵، مقدار فرکانس اصلی باسختی اصلاح شده در Case 5 برابر با $1/58 \text{ Hz}$ (اندکی بیشتر از $T_{\text{Case 3}} = 1/47 \text{ Hz}$) محاسبه شد.

به طور خلاصه، جدول (۴) فرکانس‌های هدف به ازای Case 1 تا Case 5 را نشان می‌دهد.

سازه (مثلاً ایجاد مفصل پلاستیک) تحت زلزله‌های شدید دیده شود، حل در حوزه زمان الزامی خواهد بود [34]. در این حالت، استفاده از روش خطی نیومارک در حوزه زمان برای حل معادلات تعادل دینامیکی و تعیین مشخصات سیستم شالوده (شامل خاک، کلاهک و گروه شمع) در یک فرکانس انتخابی ثابت می‌تواند برای حل مساله راهگشا باشد [35].

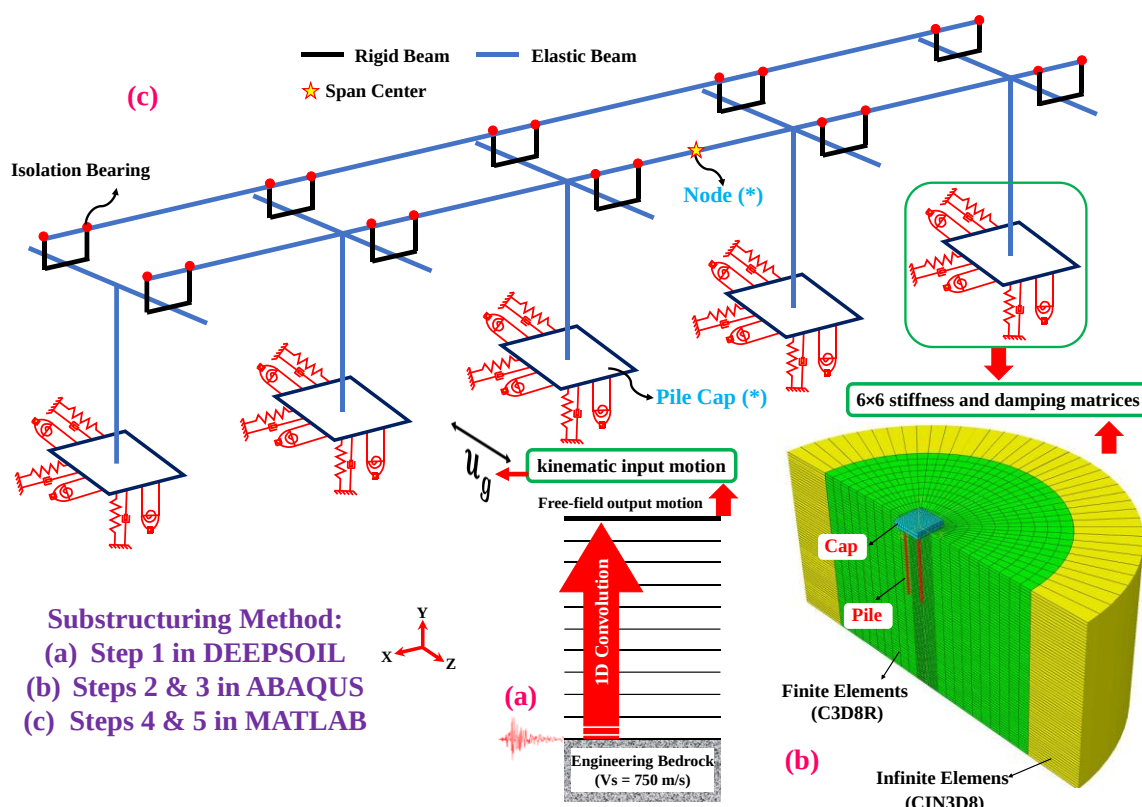
برای حل مشکل تابع فرکانس بودن سختی و میرایی شالوده و انجام تحلیل دینامیکی در حوزه زمان، انتخاب یک فرکانس مناسب در روش زیرسازه بسیار مهم است. برای این منظور امپدانس دینامیکی یک شالوده می‌تواند در پنج حالت به صورت ثابت فرض شود:

- Substructuring Model-Case 1) استفاده از فرکانس اصلی خاک: در این حالت فرض بر این است که کل سیستم بیشتر تمایل دارد بر اساس فرکانس اصلی خاک ارتعاش کند (غالب بودن آثار اندرکنش کینماتیکی). برخی از پژوهشگران [36, 37] فرکانس اصلی محیط خاک را به دلیل تولید بیشترین ممان در شمع‌ها، به عنوان فرکانس هدف در نظر گرفته‌اند. فرکانس اصلی خاک به سادگی و بدون نیاز به مدلسازی از رابطه (۱۳) و تنها با داشتن ضخامت لایه خاک ($H=30\text{m}$) و متوسط سرعت موج برشی در آن ($V_{\text{save}}=270 \text{ m/s}$ مطابق رابطه ۸) حساب می‌شود. نهایتاً، با استفاده از رابطه (۱۳) مقدار فرکانس اصلی خاک برابر با $2/25 \text{ Hz}$ به دست می‌آید.

$$f = V_{\text{save}}/4H \quad (13)$$

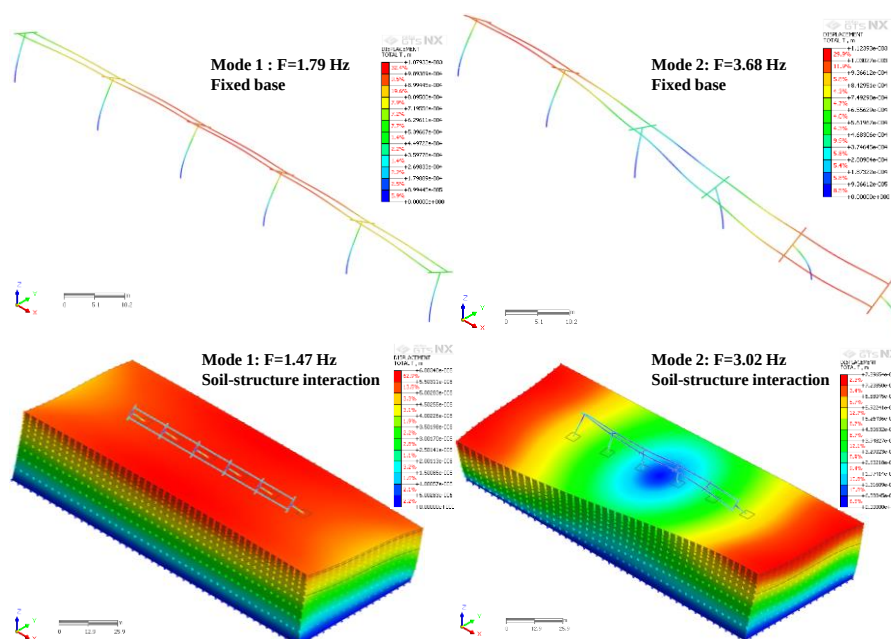
- Substructuring Model-Case 2) استفاده از فرکانس اصلی سازه: در این حالت فرض بر این است که کل سیستم بیشتر تمایل دارد بر اساس فرکانس اصلی سازه ارتعاش کند (غالب بودن آثار اندرکنش اینرسی‌دار). محققین مختلفی از جمله [38, 39] برای محاسبه امپدانس پی‌های سطحی و عمیق از فرکانس اصلی روسازه استفاده نموده‌اند. فرکانس اصلی سازه با استفاده از یک مدل پایه‌گیردار برابر با $1/79 \text{ Hz}$ حساب شد. این مدل بعدتر با اندکی تغییر (اضافه شدن فنرها و میراگرها با مشخصات ثابت) در تحلیل دینامیکی (گام پنجم روش زیرسازه) مورد استفاده قرار گرفت.

- Substructuring Model-Case 3) استفاده از فرکانس اصلی



شکل ۷. مدل پیشنهادی مورد استفاده در روش زیرسازه (پل مونوریل قم)

Fig. 7. The proposed model used in the infrastructure method (Qom monorail bridge)



شکل ۸. نتایج تحلیل مودال (دو مود اول) پل مونوریل در دو حالت پایه گیردار و با در نظرگیری آثار اندرکنش خاک-سازه

Fig. 8. The modal analysis results (first two modes) for the bridge in the fixed base and soil-structure interaction situations

جدول ۴. مقادیر فرکانس های هدف مورد استفاده در مطالعه حاضر برای تعیین مشخصات تکیه گاه های پل

Table 4. The target frequencies employed in this research to characterize the bridge support properties

Case	1	2	3	4	5
Target frequency (Hz)	2.25	1.79	1.47	1.56	1.58

سیستم خاک-سازه (Case 3) تعیین شده است. سطح پایین تغییر مکان پی حاکی از عدم نیاز به استفاده از مفاصل پلاستیک در پایین پایه‌های پل تحت زلزله سطح بهره‌برداری است. همین طور که ملاحظه می‌شود، نتایج حاصل از روش زیرسازه (Case 1 و Case 2 و Case 3) اندکی دست پایتتر از روش مستقیم بوده و با افزایش دانسیته نسبی خاک ماسه‌ای (سخت‌تر شدن خاک) دقت روش زیرسازه نسبت به مدل مستقیم بهبود می‌یابد. دلیل این امر کاهش عملکرد غیرخطی خاک با افزایش سختی خاک است.

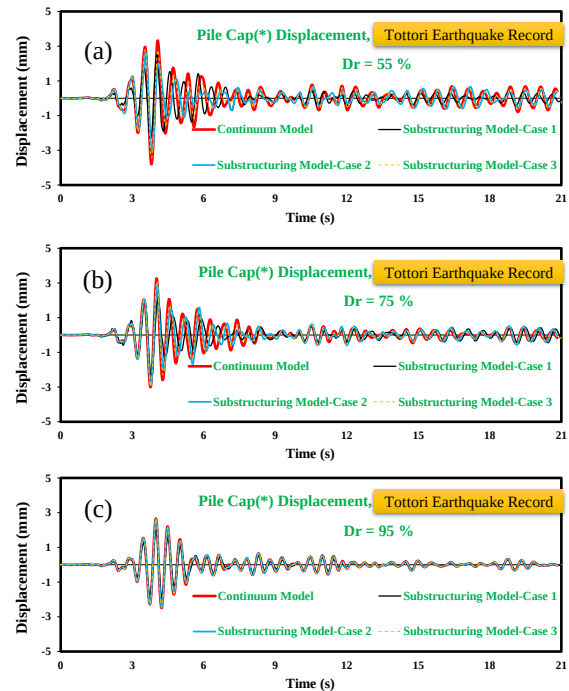
همچنین تقریباً در سه ثانیه اول از رکورد زلزله، پاسخ‌های روش زیرسازه و روش مستقیم تطبیق کاملاً مناسبی با هم دارند. دلیل این امر را می‌توان به عدم ظهور شتاب زلزله با دامنه‌های قوی و کاهش آثار رفتار غیرخطی خاک نسبت داد. نتایج برای سایر رکوردهای زلزله مشابه بوده و از ارائه آن‌ها به منظور خلاصه‌سازی صرف نظر شده است.

در حالت کلی پاسخ‌های حاصل از Case 2 همواره از پاسخ‌های Case 1 بیشتر بوده و به مدل عددی غیرخطی نزدیک‌تر است. دلیل این موضوع را می‌توان به بالاتر بودن فرکانس هدف در Case 1 نسبت به Case 2 و در نتیجه افزایش سختی و میرایی امپدانس فونداسیون در فرکانس‌های بالاتر نسبت داد (شکل‌های ۵ و ۶).

همانطور که انتظار می‌رود، استفاده از فرکانس اصلی سیستم خاک-سازه (Case 3) به عنوان فرکانس هدف مطلوب‌ترین پاسخ را ارائه داد. بنابراین، این فرکانس می‌تواند فرکانس هدف بهینه تلقی شود. با این وجود، استفاده از مدلسازی‌های سه بعدی پیچیده و دشوار برای تعیین فرکانس اصلی سیستم خاک-سازه به عنوان فرکانس هدف برای غالب مهندسين تقريباً غيركاربردي است. اهم اين دلايل عبارتند از:

- طولانی بودن زمان تحلیل با زیاد شدن تعداد المان‌ها.
- دشواری مدلسازی خاک و مرزهای آن در نرم‌افزارهای پیشرفته.
- نبود مدل رفتاری مناسب با سرعت تحلیل بالا.

شکل (۱۰) پاسخ تغییر مکان پل در وسط دهانه (گره Node (*)) به ازای سه فرکانس هدف (Case 3 تا Case 5) را تحت زلزله Loma Prieta ارائه می‌کند. همان طور که در جدول (۴) ملاحظه می‌شود، فرکانس‌های هدف در حالت‌های Case 4 و Case 5 بسیار



شکل ۹. تاریخچه زمانی تغییر مکان افقی کلاهک Pile Cap(*) واقع بر خاک ناهمگن با دانسیته‌ی نسبی مختلف تحت مولفه افقی زلزله Tottori حاصل از روش زیرسازه و روش مدلسازی مستقیم: الف) $Dr=55\%$ ، ب) $Dr=75\%$ ، ج) $Dr=95\%$

Fig. 9. Horizontal displacement time history of Pile Cap(*) located on heterogeneous soil with different relative density under horizontal component of Tottori earthquake resulting from substructuring and direct modeling methods: a) $Dr=55\%$, b) $Dr=75\%$, c) $Dr=95\%$

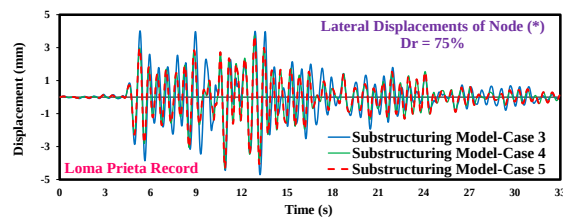
اما سوال اصلی این است که کدام یک از پنج حالت مذکور پاسخ‌های دقیق‌تری ارائه می‌کند؟ برای پاسخ به این پرسش، پاسخ یک مدل عددی سه بعدی پیوسته با پاسخ مدل زیرسازه مقایسه شده است. برای این منظور، مطابق شکل (۷) از مدل عددی پل مونوریل قم ارائه شده در مطالعه گذشته نویسندگان تحقیق حاضر [13] استفاده شده است. چگونگی مدلسازی عددی، درستی آزمایی، توابع امپدانس برای شالوده پل و سایر جزئیات در مطالعه مذکور ارائه شده است.

شکل (۹) پاسخ تاریخچه زمانی تغییر مکان برای کلاهک شمع واقع در زیر پایه وسط پل مونوریل چهار دهانه، (Pile Cap(*)) حاصل از روش زیرسازه را با حل مستقیم در نرم‌افزار MIDAS مقایسه می‌کند. در روش مستقیم از مدل رفتاری HSsmall با رفتار الاستوپلاستیک غیرخطی استفاده شده است. در روش زیرسازه نیز فرکانس هدف در سه حالت مختلف شامل فرکانس اصلی خاک (Case 1)، فرکانس اصلی سازه (Case 2) و فرکانس اصلی کل

دقت کافی قابل کاربرد است و در صورت بروز سطح بالای رفتار غیرخطی در خاک و پل استفاده از این روش نیاز به بازنگری دارد. بررسی رفتار غیرخطی خاک با استفاده از روش‌های تحلیلی جایگاه کمی داشته و اغلب مدل‌های تحلیلی این رفتار را در نظر نمی‌گیرند. یکی از دلایل این امر پیچیدگی بررسی همزمان دو ماهیت غیرخطی بودن و تابع فرکانس بودن خاک است [17, 20]. دلیل دیگر آن این است که معمولاً شالوده‌ها طوری طراحی می‌شوند که از تغییر مکان‌های قابل توجه ماندگار در حین زلزله جلوگیری شود [20, 41]. با توجه به شکل (۹)، مدل پیشنهادی دقت نسبتاً قابل قبولی دارد. لازم به توضیح است که برای شبیه‌سازی سطوح بالا از رفتار غیرخطی در مصالح خاک معمولاً از نرم‌افزارهای عددی با دقت بسیار بالا و صرف زمان زیاد استفاده می‌شود.

۴-۳- بررسی آثار ناهمگنی خاک

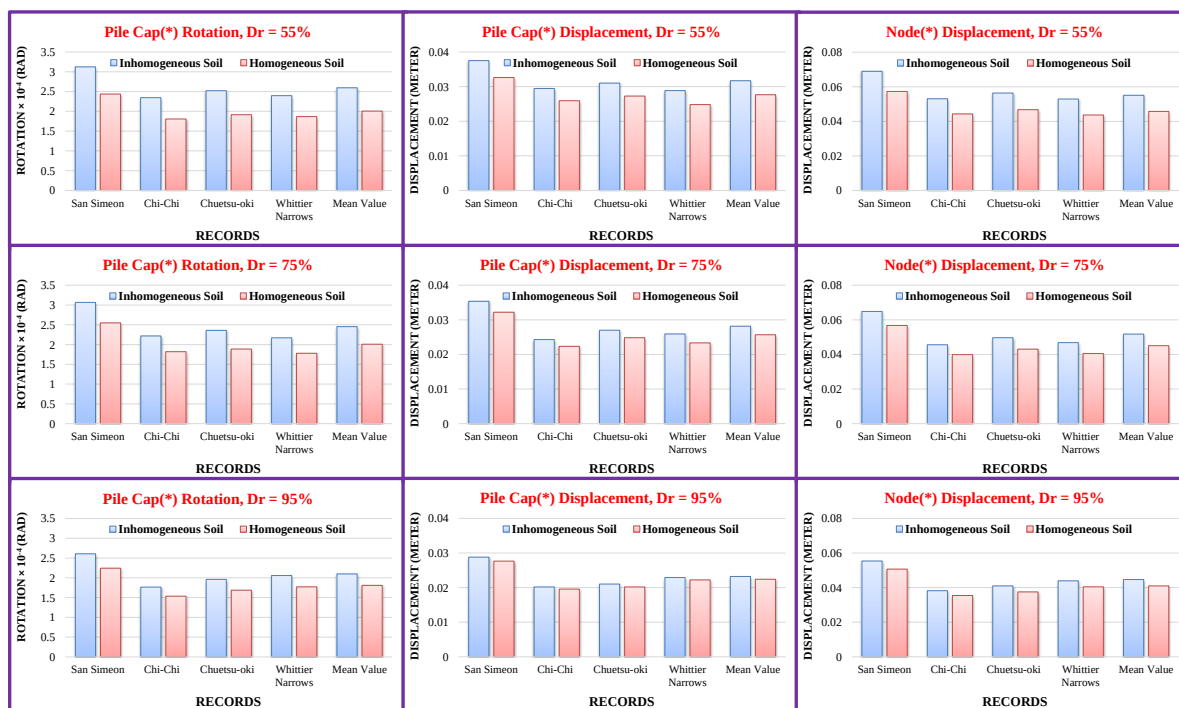
بیشترین پاسخ دینامیکی فونداسیون واقع بر خاک‌های همگن و ناهمگن تحت بار افقی زلزله‌های مختلف برای پل مونوریل قم حاصل از ادغام مدل عددی پیشنهادی با روش زیرسازه در شکل (۱۱) ارائه شده است. پاسخ دینامیکی کلاهک، برای سیستم واقع بر خاک‌های همگن همواره کمتر از خاک‌های ناهمگن است. به



شکل ۱۰. تاریخچه زمانی تغییر مکان افقی گره (*) در وسط دهانه دوم پل واقع بر خاک ناهمگن ($D_r=75\%$) تحت مولفه افقی زلزله Loma Prieta در روش زیرسازه به ازای فرکانس‌های هدف مختلف

Fig. 10. Horizontal displacement time history of Node (*) at the mid-span of the bridge founded on heterogeneous soil ($D_r=75\%$) subjected to the Loma Prieta earthquake using a substructuring method for various target frequencies

به هم نزدیک است. بنابراین مطابق شکل (۱۰) تفاوت محسوسی در پاسخ‌ها مشهود نیست. در مقایسه با Case 2، این دو حالت دقت پاسخ‌ها را بهبود بخشیدند و موجب نزدیک‌تر شدن پاسخ‌ها به مطلوب‌ترین پاسخ (یعنی Case 3) شدند. از آنجایی که تعیین فرکانس هدف در Case 3 چندان کاربردی نیست، پیشنهاد می‌شود که برای تعیین فرکانس هدف بهینه از یک دیدگاه عملی، از فرکانس اصلی در حالت‌های Case 4 یا Case 5 به جای فرکانس اصلی سیستم خاک-سازه (Case 3) استفاده شود. نتایج حاصل از این تحقیق، بیشتر برای سطوح پایین بارگذاری با



شکل ۱۱. حداکثر پاسخ نقاط مختلف از پل مونوریل قم واقع بر خاک همگن و ناهمگن تحت بار زلزله

Fig. 10. Maximum response of different nodes of Qom monorail bridge located on homogeneous and heterogeneous soil under earthquake loads

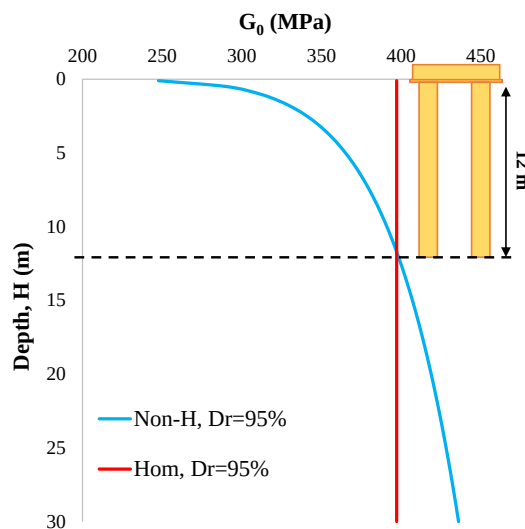
با در نظرگیری آثار فرکانس بارگذاری و ناهمگن بودن خاک است. مهم‌ترین نوآوری‌های تحقیق حاضر عبارتند از:

- تعیین فرکانس هدف بهینه برای شالوده واقع بر خاک ناهمگن با مقایسه نتایج روش زیرسازه (Case 1 تا Case 5) و روش غیرخطی پیوسته مستقیم.
- استفاده از ترکیب نرم‌افزارهای ABAQUS, DEEPSOIL و MATLAB در روش زیرسازه و بررسی پاسخ‌های سازه و فونداسیون به ازای دانسیته‌های نسبی (تراکم‌های) مختلف خاک.
- استفاده از مدل توانی سازگار با مدل رفتاری پرکاربرد و پیشرفته HSsmall برای محاسبه امپدانس پی واقع بر خاک ناهمگن و بررسی عمیق دلایل افزایش یا کاهش امپدانس. محاسن اصلی این مدل سه‌بعدی پیشنهادی نسبت به سایر

مدل‌های فنر-میراگر عبارتند از:

- تابع فرکانس بودن المان‌های فنر و میراگر جایگزین سیستم خاک-فونداسیون.
- تعیین فرکانس هدف مناسب برای تحلیل در حوزه زمان و اثبات کارایی مدل در روش زیرسازه.
- محاسبه توابع امپدانس پی با در نظرگیری آثار ناهمگنی خاک (تغییرات پیوسته مدول برشی خاک به صورت تابعی از عمق خاک و دانسیته نسبی خاک ماسه‌ای).
- هماهنگی تغییرات مدول برشی خاک غیرهمگن در مدل پیشنهادی با مدل رفتاری عددی پیشرفته HSsmall.
- لحاظ کردن آثار میرایی هندسی و میرایی مصالح خاک در حالت‌های خاک همگن و ناهمگن.

با مقایسه پاسخ‌های مدل عددی پیشنهادی و پاسخ مدل‌های ارائه شده در تحقیقات پیشین کارایی مدل اثبات شد. در نهایت، این مطالعه، چگونگی شبیه‌سازی سیستم خاک-فونداسیون-پیل توسط ترکیبی از مدل زیرسازه و مدل پیشنهادی (با در نظرگیری فرکانس هدف مناسب) تحت بار زلزله‌های پرتکرار برای پیل مونوریل قم در نرم‌افزار Matlab ارائه شد. نتایج ادغام دو مدل نشان داد که برای حل مشکل تابع فرکانس بودن سختی و میرایی شالوده و انجام تحلیل دینامیکی در حوزه زمان می‌توان به طور عملی از هر دو فرکانس اصلی خاک و فرکانس اصلی سازه استفاده نمود. با این حال، در حالت کلی پاسخ‌های حاصل از فرکانس اصلی سازه (Case 2) همواره از پاسخ‌های حاصل از فرکانس



شکل ۱۲. شالوده مورد مطالعه مدفون در خاک همگن و ناهمگن

Fig. 11. studied foundation embedded in homogeneous and heterogeneous soil

عنوان نمونه، به ازای دانسیته نسبی ۵۵ درصد پاسخ‌های دینامیکی دوران پی و تغییر مکان افقی آن در حالت خاک همگن به طور میانگین به ترتیب ۲۳ درصد و ۱۲ درصد از خاک ناهمگن کمتر است. دلیل این موضوع، سختی بیشتر خاک در حالت همگن است (شکل ۲). با توجه به این که ارتفاع شمع‌ها نهایتاً به ۱۲ متر می‌رسد (سختی کم خاک ناهمگن تا عمق ۱۲ متری)، در نظرگیری سختی میانگین در ۳۰ متر بالایی خاک موجب ایجاد پاسخ‌های دست بالا می‌شود (شکل ۱۲).

با توجه به شکل (۱۱)، آثار ناهمگنی خاک برای دوران پی نسبت به حرکت افقی آن محسوس‌تر است. بر طبق این شکل با افزایش دانسیته نسبی خاک، عملکرد سازه واقع بر خاک همگن به عملکرد سازه واقع بر خاک ناهمگن نزدیک می‌شود. به عنوان نمونه، پاسخ دوران پی واقع بر خاک همگن با دانسیته نسبی ۵۵٪، ۷۵٪ و ۹۵٪ به طور میانگین به ترتیب ۲۳ درصد، ۱۹ درصد و ۱۵ درصد از حالت خاک ناهمگن کمتر است. با افزایش دانسیته نسبی خاک سختی خاک به حالت خاک همگن نزدیک‌تر شده شکل (۵) و میرایی آن از حالت خاک همگن فاصله می‌گیرد (شکل ۶). با توجه به شکل (۹)، می‌توان گفت که آثار سختی خاک بر آثار میرایی غلبه داشته و در نتیجه با افزایش دانسیته نسبی خاک، آثار ناهمگن بودن خاک کمرنگ‌تر می‌شود.

۵- نتیجه‌گیری

هدف اصلی پژوهش حاضر ارائه یک مدل جدید با دقت کافی و سرعت مناسب برای بررسی اندرکنش خاک-فونداسیون-سازه

- فرض ساده‌کننده رفتار خطی برای خاک در این مقاله خالی از اشکال نیست و برای مطالعات آتی می‌توان طبیعت توأم غیرخطی بودن و تابع فرکانس بودن خاک را به طور همزمان بررسی نمود. بهره‌گیری از روش خطی معادل نیز می‌تواند این محدودیت را تا حدودی برطرف کند.
- از دیگر ملاحظات این پژوهش، استفاده از زمین‌لرزه در سطح بهره‌برداری است. اگر چه انتظار می‌رود این زلزله‌های پرتکرار بهترین دقت در پاسخ‌ها را ارائه کنند، در کارهای آینده با در نظرگیری زلزله‌های شدیدتر در سطح طرح می‌توان مدل پیشنهادی را ارتقا داد.
- در نظرگیری آثار ناهمگنی خاک به کمک مدل توانی سازگار با مدل رفتاری کاربردی HSSmall نوآوری محدودی به این تحقیق اضافه نموده است. با این وجود، پیشنهاد می‌شود که سایر حالات ناهمگنی خاک مانند ناهمگنی شعاعی، لایه‌بندی‌های شیب‌دار، ناهمگنی موضعی و ... با استفاده از مدل‌های پیشرفته‌تر در پژوهش‌های پیش رو مد نظر قرار گیرد.

قدردانی نویسندگان

تقدیم به ۱۶۸ دانش‌آموز مدرسه شجره طیبه میناب، کودکانی که در حملات وحشیانه آمریکا و اسرائیل به ایران جان باختند.

تعارض منافع

برای نویسنده تعارض منافع وجود ندارد.

سهم نویسندگان

این مقاله فقط یک پژوهشگر اصلی و نگارنده دارد.

منابع مالی

از منابع مالی خاصی استفاده نشده است.

اصلی خاک (Case 1) بیشتر بوده و به مدل عددی پیوسته نزدیکتر است. استفاده از فرکانس اصلی سیستم خاک-سازه برای تعیین فرکانس هدف، علیرغم ارائه دقیق‌ترین پاسخ‌ها نیاز به مدلسازی‌های سه بعدی پیچیده و دشوار داشته برای غالب مهندسين تقريباً کم‌کاربرد است. حالت‌های Case 4 (فرکانس اصلی سازه با تکیه‌گاه فنری) و Case 5 (فرکانس اصلی سیستم با پای صلب با در نظرگیری سختی اصلاح شده) فرکانس‌های تقریباً مشابهی ارائه دادند. در مقایسه با Case 2، این حالت‌ها، دقت پاسخ‌ها را بهبود بخشیدند و موجب نزدیک‌تر شدن پاسخ‌ها به مطلوب‌ترین پاسخ (یعنی Case 3) شدند. بنابراین، پیشنهاد می‌شود که برای تعیین فرکانس هدف بهینه از یک دیدگاه عملی، از فرکانس اصلی در حالت‌های Case 4 یا Case 5 به جای فرکانس اصلی سیستم خاک-سازه (Case 3) استفاده شود. افزایش سرعت تحلیل‌ها (عدم نیاز به تکرار در حل معادلات (Iteration) در تحلیل) و شکسته شدن تحلیل پیچیده پیوسته سه بعدی به دو تحلیل ساده‌تر (شامل محاسبه امپدانس فونداسیون در مرحله اول و تحلیل سیستم سازه واقع بر المان‌های فنر و میراگر بهینه در مرحله دوم) از جمله فواید این روش مدلسازی است.

مقایسه امپدانس (سختی و میرایی دینامیکی) شالوده‌های واقع بر خاک همگن و ناهمگن نیز می‌تواند از دیگر نوآوری‌های این تحقیق قلمداد شود. لحاظ نمودن آثار ناهمگنی خاک برای محاسبه مقادیر امپدانس شالوده ضروری است و در نظرگیری سختی میانگین در ۳۰ متر بالایی خاک موجب ایجاد پاسخ‌های دست بالا می‌شود. تأثیر ناهمگنی خاک در عمق بر دوران شالوده، در مقایسه با جابه‌جایی افقی آن، به صورت مشهودتری ظاهر می‌شود. همچنین، با افزایش دانسیته نسبی خاک، عملکرد سازه واقع بر خاک همگن به عملکرد سازه واقع بر خاک ناهمگن نزدیک می‌شود.

محدودیت‌های اصلی پژوهش حاضر عبارتند از:

References

- [1] Ghodrati Amiri, G., Ganjavi, B. and Gholamrezatabar, A., 2018. Evaluation of Drift Distribution in Steel Moment Frames Designed Based on Performance-Based Plastic design Approach Considering Soil-Structure Interaction Effects. *Modares Civil Engineering Journal*, 18(1), pp.221–236. (In Persian)
- [2] Shabani, M.J., Shamsi, M. and Ghanbari, A., 2021. Dynamic Response of Three-Dimensional Midrise Buildings Adjacent to Slope under Seismic Excitation

in the Direction Perpendicular to the Slope. *International Journal of Geomechanics*, 21(4), p.04021204. doi: 10.1061/(ASCE)GM.1943-5622.0002158.

- [3] Shabani, M.J., Shamsi, M. and Zakerinejad, M., 2022. Slope topographic impacts on the nonlinear seismic analysis of soil-foundation-structure interaction for similar MRF buildings. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 160, p.107365. doi: 10.1016/j.soildyn.2022.107365.

- [4] Shamsi, M. and Ghanbari, A., 2020. Nonlinear dynamic analysis of Qom Monorail Bridge considering Soil-Pile-Bridge-Train Interaction. *Transportation Geotechnics*, 22, p.100309. doi: 10.1016/j.trgeo.2019.100309.
- [5] Rahman Shokrgozar, H., Zare Aghblagh, M. and Khodaiee Ardabili, A.A., 2018. Comparison the effect of soil and shallow foundation types on the seismic performance of low-rise special steel moment frames considering soil – structure interaction. *Modares Civil Engineering Journal*, 18(2), pp.121–130. (In Persian)
- [6] Shamsi, M., Shabani, M.J. and Vakili, A.H., 2022. Three-Dimensional Seismic Nonlinear Analysis of Topography–Structure–Soil–Structure Interaction for Buildings near Slopes. *International Journal of Geomechanics*, 22(5), p.04021295. doi: 10.1061/(ASCE)GM.1943-5622.0002301.
- [7] Rahmani, A., Taiebat, M., Finn, W.L. and Ventura, C.E., 2016. Evaluation of substructuring method for seismic soil-structure interaction analysis of bridges. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 90, pp.112–127.
- [8] Shirgir, V., Ghanbari, A. and Massumi, A., 2021. Soil-Pile-Structure Interaction Effects in Alluvium with Non-constant Shear Modulus in Depth. *Transportation Infrastructure Geotechnics*, 8(2), pp.254–278. doi: 10.1007/s40515-020-00136-5.
- [9] Shamsi, M., Moshtagh, E. and Vakili, A.H., 2023. Analytical model of isolated bridges considering soil-pile-structure interaction for moderate earthquakes. *Structures*, 54, pp.529–545.
- [10] Medina, C., Alamo, G.M., Padrón, L.A., Aznárez, J.J. and Maeso, O., 2019. Application of regression models for the estimation of the flexible-base period of pile-supported structures in continuously inhomogeneous soils. *Engineering Structures*, 190, pp.76–89.
- [11] Amornfa, K., Quang, H.T. and Tuan, T.V., 2023. Effect of groundwater level change on piled raft foundation in Ho Chi Minh City, Viet Nam using 3D-FEM. *Geomechanics and Engineering*, 32(4), pp.387–396.
- [12] Lee, V.W. and Trifunac, M.D., 2010. Should average shear-wave velocity in the top 30 m of soil be used to describe seismic amplification?. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 30(11), pp.1250–1258.
- [13] Shamsi, M., Zakerinejad, M. and Vakili, A.H., 2021. Seismic analysis of soil-pile-bridge-train interaction for isolated monorail and railway bridges under coupled lateral-vertical ground motions. *Engineering Structures*, 248, p.113258. doi: 10.1016/j.engstruct.2021.113258.
- [14] Gazetas, G., 1991. Foundation Vibrations. In: Fang, H.Y. ed. *Foundation Engineering Handbook*. Boston, MA: Springer US, pp.553–593. doi: 10.1007/978-1-4615-3928-5_15.
- [15] Rovithis, E.N., Pitilakis, K.D. and Mylonakis, G.E., 2011. A note on a pseudo-natural SSI frequency for coupled soil–pile–structure systems. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 31(5), pp.873–878.
- [16] Kampitsis, A.E., Sapountzakis, E.J., Giannakos, S.K. and Gerolymos, N.A., 2013. Seismic soil–pile–structure kinematic and inertial interaction—A new beam approach. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 55, pp.211–224.
- [17] Torabi, H. and Rayhani, M.T., 2017. Equivalent-linear pile head impedance functions using a hybrid method. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 101, pp.137–152.
- [18] Amendola, C., de Silva, F., Vratsikidis, A., Pitilakis, D., Anastasiadis, A. and Silvestri, F., 2021. Foundation impedance functions from full-scale soil-structure interaction tests. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 141, p.106523. doi: 10.1016/j.soildyn.2020.106523.
- [19] Chen, M., Li, J. and Li, Z., 2023. An efficient numerical algorithm for solving the dynamic impedance function of arbitrary-shaped foundations in layered soil. *Computers & Structures*, 285, p.107085. doi: 10.1016/j.compstruc.2023.107085.
- [20] González, F., Padrón, L.A., Carbonari, S., Morici, M., Aznárez, J.J., Dezi, F. and Leoni, G., 2019. Seismic response of bridge piers on pile groups for different soil damping models and lumped parameter representations of the foundation. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 48(3), pp.306–327. doi: 10.1002/eqe.3137.
- [21] Brinkgreve, R.B.J., Engin, E. and Engin, H.K., 2010. Validation of empirical formulas to derive model parameters for sands. *Numerical Methods in Geotechnical Engineering*, 137, pp.137–142.
- [22] Di Laora, R. and Rovithis, E., 2015. Kinematic Bending of Fixed-Head Piles in Nonhomogeneous Soil. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 141(6), p.04014126. doi: 10.1061/(ASCE)GT.1943-5606.0001270.
- [23] Fiamingo, A., Abate, G., Chiaro, G. and Massimino, M.R., 2024. HS-Small Constitutive Model for Innovative Geomaterials: Effectiveness and Limits. *International Journal of Geomechanics*, 24(7), p.04024118. doi: 10.1061/IJGNALGMENG-9308.
- [24] Latini, C. and Zania, V., 2017. Dynamic lateral response of suction caissons. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 100, pp.59–71.
- [25] Latini, C. and Zania, V., 2019. Vertical dynamic impedance of suction caissons. *Soils and Foundations*, 59(4), pp.1113–1127.
- [26] Trautmann, C.H., Kulhawy, F.H. and Longo, V.J., 1987. CUFAD: A Computer Program for Compression and Uplift Foundation Analysis and Design. In: *Foundation Engineering: Current*

- Principles and Practices*. New York: ASCE, pp.691–705.
- [27] Sbartaï, B., 2018. Dynamic Impedance Functions of a Square Foundation Estimated with an Equivalent Linear Approach. In: Rodrigues, H., Elnashai, A. and Calvi, G.M. eds. *Facing the Challenges in Structural Engineering*. Cham: Springer International Publishing, pp.460–470. doi: [10.1007/978-3-319-61914-9_35](https://doi.org/10.1007/978-3-319-61914-9_35).
- [28] Tileylioglu, S., Stewart, J.P. and Nigbor, R.L., 2011. Dynamic Stiffness and Damping of a Shallow Foundation from Forced Vibration of a Field Test Structure. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 137(4), pp.344–353. doi: [10.1061/\(ASCE\)GT.1943-5606.0000430](https://doi.org/10.1061/(ASCE)GT.1943-5606.0000430).
- [29] Choi, E., DesRoches, R. and Nielson, B., 2004. Seismic fragility of typical bridges in moderate seismic zones. *Engineering Structures*, 26(2), pp.187–199. doi: [10.1016/j.engstruct.2003.09.006](https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2003.09.006).
- [30] He, X., Kawatani, M., Hayashikawa, T. and Matsumoto, T., 2011. Numerical analysis on seismic response of Shinkansen bridge-train interaction system under moderate earthquakes. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 10(1), pp.85–97. doi: [10.1007/s11803-011-0049-1](https://doi.org/10.1007/s11803-011-0049-1).
- [31] Miura, K., Kaynia, A.M., Masuda, K., Kitamura, E. and Seto, Y., 1994. Dynamic behaviour of pile foundations in homogeneous and non-homogeneous media. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 23(2), pp.183–192. doi: [10.1002/eqe.4290230206](https://doi.org/10.1002/eqe.4290230206).
- [32] Pitilakis, D., Moderessi-Farahmand-Razavi, A. and Clouteau, D., 2013. Equivalent-Linear Dynamic Impedance Functions of Surface Foundations. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 139(7), pp.1130–1139. doi: [10.1061/\(ASCE\)GT.1943-5606.0000829](https://doi.org/10.1061/(ASCE)GT.1943-5606.0000829).
- [33] Carbonari, S., Dezi, F., Gara, F. and Leoni, G., 2014. Seismic response of reinforced concrete frames on monopile foundations. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 67, pp.326–344.
- [34] Carbonari, S., Morici, M., Dezi, F. and Leoni, G., 2018. A lumped parameter model for time-domain inertial soil-structure interaction analysis of structures on pile foundations. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 47(11), pp.2147–2171. doi: [10.1002/eqe.3060](https://doi.org/10.1002/eqe.3060).
- [35] Wolf, J. ed., 1985. *Dynamic Soil-Structure Interaction*. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall, Inc.
- [36] Ke, W., Liu, Q. and Zhang, C., 2019. Kinematic bending of single piles in layered soil. *Acta Geotechnica*, 14(1), pp.101–110. doi: [10.1007/s11440-018-0640-y](https://doi.org/10.1007/s11440-018-0640-y).
- [37] Torshizi, M.F., Saitoh, M., Álamo, G.M., Goit, C.S. and Padrón, L.A., 2018. Influence of pile radius on the pile head kinematic bending strains of end-bearing pile groups. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 105, pp.184–203.
- [38] Saitoh, M., 2012. On the performance of lumped parameter models with gyro-mass elements for the impedance function of a pile-group supporting a single-degree-of-freedom system. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 41(4), pp.623–641. doi: [10.1002/eqe.1147](https://doi.org/10.1002/eqe.1147).
- [39] González, F., Carbonari, S., Padrón, L.A., Morici, M., Aznárez, J.J., Dezi, F. and Leoni, G., 2020. Benefits of inclined pile foundations in earthquake resistant design of bridges. *Engineering Structures*, 203, p.109873.
- [40] Veletsos, A.S., 1977. Dynamics of structure-foundation systems. *Structural and Geotechnical Mechanics*, pp.333–361.
- [41] Shamsi, M., Shabani, M.J., Zakerinejad, M. and Vakili, A.H., 2022. Slope topographic effects on the nonlinear seismic behavior of groups of similar buildings. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 51(11), pp.2292–2314. doi: [10.1002/eqe.3664](https://doi.org/10.1002/eqe.3664).

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم؟

Shamsi, M., 2026. Examination of soil-foundation-structure system response and determination of the optimal target frequency in a substructure method considering soil inhomogeneity with depth. *Modares Civil Engineering journal*, 26(3), pp.7-23.



Free Vibration Analysis of Laminated Composite Plate Using Higher Order Haar Wavelet

Ali Mirahmadi Chenaruiyeh¹, Mohammad Javad Fadaee Fath Abadi^{2*} , Hamed Saffari³

1. M.S, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran.
2. Ph.D., Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran.
3. Ph.D., Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran.

Abstract

In the last few decades, laminated composite plates, due to their high characteristics resistance and hardness, have been used in a variety of designs as structural components. Considering the structural complexities of laminated composite plates, choosing the appropriate method to solve the equation governing the dynamic equilibrium of these plates in order to analysis their vibration behavior has been attracted the attention of many researchers.

In the present research, free vibration of a laminated composite plate, has been investigated using numerical solution. In order to model the behavior of the composite plate, the refined Zigzag theory in which the transverse shear stress distribution is allowed through the thickness of the layers and also satisfies the condition of zero shear stress on the top and bottom surfaces of the composite plate without need to use shear correction factor, have been deployed. In this theory, seven independent displacement variables are considered and according to the continuity condition of displacement between layers, the number of variables will be independent of the number of layers. Principal of virtual work and minimization of the potential energy have been used for deriving the partial differential equations of motion. The higher order Haar wavelet method have been developed to replace displacement variables and numerically solve the partial differential equations and calculating eigenvalues. In most of the similar researches, the use of Haar wavelet numerical solution has mostly been discussed on beams, annular plates and shells, and research in the field of the rectangular composite plate has not been observed. In this paper, the numerical solution is modeled in a simple form and the equations governing the rectangular laminate composite plate have been replaced by linear algebraic series and so, the free vibration of laminate composite plate has been investigated.

Finally, the accuracy and convergence of solution method in analysis of laminated composite plates are evaluated and the results of the proposed method, earned from programming in the Matlab software, have been compared with the results of other solutions methods that mentioned in this paper. The comparison of these results shows good accuracy compared to other solution methods. Meanwhile, by converting multivariable equations of motion into linear algebraic expressions, the results of the proposed method have been obtained without any particular complexity and with a small number of collection points. Achieving the results by the proposed method with the same accuracy as the Haar solution results using smaller matrix dimensions and so reducing the computational cost is another advantage of this proposed method. It can be used instead of the Haar solution method in the numerical solutions of various solid mechanics' problems. Examining the convergence of this proposed method shows that this solution has a good ability to approach the exact solution by increasing the resolution and collection points. It was also observed that the dimensionless frequency index increases with the increase in the ratio of longitudinal to transverse modulus regardless of the number of layers.

Review History

Received: Sep 29, 2024

Revised: Feb 7, 2026

Accepted: Apr 18, 2026

Keywords

Free vibration
laminated composite plate
refined Zigzag theory
higher order Haar wavelet
numerical method

* Corresponding Author Email: mjfadaee@uk.ac.ir - ORCID: 0000-0001-8620-5573



ارتعاش آزاد صفحه مرکب چندلایه با استفاده از موجک هار مرتبه بالاتر

علی میراحمدی چناروئی^۱، محمد جواد فدائی فتح‌آبادی^{۲*} ID، حامد صفاری^۳

۱. دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان، ایران.

۲. استاد، گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان، ایران.

۳. استاد، گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان، ایران.

چکیده

تاریخچه داوری

در چند دهه اخیر، صفحات مرکب چندلایه، با توجه به سختی و مقاومت مشخصه بالا به عنوان عضو سازه‌ای در انواع طرح‌ها مورد استفاده قرار گرفته‌اند. با توجه به پیچیدگی‌های ساختاری صفحات چندلایه مرکب، انتخاب روش مناسب برای حل معادلات حاکم بر تعادل دینامیکی این صفحات برای تحلیل رفتار ارتعاشی آنها مورد توجه پژوهشگران قرار گرفته است. در این پژوهش به منظور مدل‌سازی رفتار صفحه مرکب از نظریه زیگزاگ بهبود یافته به عنوان یک ابزار با توجه به توانایی آن در توصیف بهتر رفتار و محاسبه تنش‌های بین لایه‌ای و تنش‌های در امتداد ضخامت در صفحات مرکب چندلایه، مورد استفاده قرار گرفته است. از اصل کار مجازی و کمینه‌سازی انرژی پتانسیل برای استخراج معادلات حرکت حاکم و از روش حل عددی موجک هار مرتبه بالاتر برای حل این معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی و به‌دست آوردن مقادیر ویژه، استفاده شده است. در اغلب پژوهش‌های مشابه، استفاده از حل عددی موجک هار بیشتر بحث روی تیرها، صفحات حلقوی و پوسته‌ها بوده است و در زمینه صفحه مرکب مستطیلی پژوهشی مشاهده نشده است. در این پژوهش این حل عددی به شکل ساده مدل‌سازی شده است و به کمک آن معادلات حاکم بر صفحه مرکب چندلایه مستطیلی با سری‌های جبری خطی جایگزین شده و با استفاده از این سری‌ها، ارتعاش آزاد صفحه مرکب چندلایه بررسی شده است. در نهایت دقت و همگرایی این روش حل در تحلیل صفحه مرکب، مورد ارزیابی و جواب‌های حاصل از این روش، به‌دست آمده در محیط نرم‌افزار متلب، با جواب‌های حاصل از دیگر روش‌های حل، مورد مقایسه قرار گرفته است.

کلمات کلیدی

ارتعاش آزاد
صفحه مرکب چندلایه
نظریه زیگزاگ بهبود یافته
موجک هار مرتبه بالاتر
روش عددی

۱- مقدمه

مکانیک، هوافضا و دریا توجه ویژه‌ای به این صفحات چندلایه، صورت گیرد. این مواد از طریق تنوع در جهت‌گیری فیبرها و چگونگی چینش لایه‌ها، انعطاف پذیری خوبی را در طراحی فراهم می‌کنند [1]. در دهه‌های اخیر، تحقیقات گسترده‌ای برای تعیین مشخصات ارتعاشی (فرکانس طبیعی، اشکال مودی و ...) صفحات مرکب صورت گرفته است. به‌منظور تحلیل یک سازه، به‌طور مثال

در طول نیم قرن اخیر، استفاده از مواد مرکب به سرعت رشد کرده است. این مواد برای کاربردهای سازه‌ای که به استحکام بالا و وزن کم نیاز دارند، ایده‌آل هستند. ویژگی‌های پیشرفته دیگر مانند قدرت تحمل خستگی و مقاومت بالا در برابر خوردگی باعث شده است که در سال‌های اخیر در انواع زمینه‌های مهندسی عمران،

* رایانامه نویسنده مسئول: ORCID: 0000-0001-8620-5573 - mjfadaee@uk.ac.ir

کپی‌رایت © ۲۰۲۶، انتشارات دانشگاه تربیت مدرس (TMU Press). این مقاله به‌صورت دسترسی آزاد منتشر شده و تحت مجوز بین‌المللی Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 قرار دارد (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0>). بر اساس این مجوز، شما می‌توانید این مطلب را در هر قالب و رسانه‌ای کپی، بازنشر و بازآفرینی کنید و یا آن را ویرایش و بازسازی نمایید، به شرط آنکه نام نویسنده را ذکر کرده و از آن برای مقاصد غیرتجاری استفاده کنید.



تعداد مجهولات نیز افزایش می‌یابد و اغلب برای به‌دست‌آوردن نتایج دقیق، از نظر محاسباتی وقت‌گیر و هزینه‌بر می‌باشد [7].

نظریه‌های تک‌لایه معادل براساس مرتبه تابع جابه‌جایی در امتداد ضخامت را می‌توان به چند دسته شامل نظریه صفحه چندلایه کلاسیک^۵ (CLPT)، نظریه تغییر شکل برشی مرتبه اول^۶ (FSDT) و نظریه‌های تغییر شکل برشی مرتبه بالاتر^۷ (HSDT) تقسیم‌بندی کرد [9]. ساده‌ترین نظریه تک‌لایه معادل، نظریه صفحه چندلایه کلاسیک است. ابتدا نظریه صفحات دوبعدی کلاسیک در قرن نوزدهم توسط کریشهف بنا شد و در قرن بیستم توسط لاو و تیموشنکو توسعه پیدا کرد. فرضیه اساسی در نظریه CLPT این است که خطوط مستقیم و نرمال نسبت به سطح میانی قبل از تغییر شکل، پس از تغییر شکل نیز مستقیم و نرمال باقی می‌مانند [1]. اگرچه این فرض منجر به معادلات ساختاری ساده می‌شود، اما عامل اصلی ضعف این نظریه می‌باشد. با توجه به اینکه صفحات مرکب، به دلیل وجود رفتار ناپیوسته در امتداد ضخامت و ماهیت ناهمسان‌گردی، تحت تنش‌های نرمال و برشی عرضی قرار می‌گیرند، برای پیش‌بینی بهتر از ویژگی‌های رفتاری صفحات مرکب، نیاز به توسعه نظریه‌های پیشرفته‌تری می‌باشد.

چندین نظریه برای تجزیه و تحلیل صفحات مرکب چندلایه، برای در نظر گرفتن اثر برش انتقالی، پیشنهاد شده است. بیشتر این نظریه‌ها بسط نظریه‌های مرسوم توسعه یافته توسط میندلین و رایسنر هستند که به نظریه‌های صفحه تغییر شکل برشی معروف می‌باشند. رایج‌ترین این نظریه‌ها به عنوان نظریه تغییر شکل برشی مرتبه اول (FSDT) شناخته می‌شود. این نظریه تنش برشی عرضی در امتداد ضخامت را ثابت فرض می‌کند و برای ارضای شرایط مرزی در سطح بالا و پایین صفحه نیاز به ضریب اصلاح برشی دارد [1]. این ضریب، سختی برشی عرضی را تعیین می‌کند و در نتیجه، دقت نتایج انجام شده FSDT به طور قابل توجهی به ضریب اصلاح برش بستگی دارد [10]. محدودیت‌های CLPT و FSDT پژوهشگران را به توسعه تعدادی نظریه تغییر شکل برشی مرتبه بالاتر (HSDT) سوق داده است. مدل‌های مرتبه بالاتر برپایه فرض تغییر تنش به صورت غیرخطی در امتداد ضخامت، می‌باشند [1]. فان و ردی [11] این نظریه را برای ارتعاش آزاد، خمش و

صفحه مرکب، دو موضوع باید مدنظر قرار بگیرد. موضوع اول رسیدن به معادلات دیفرانسیل حاکم بر صفحه به همراه شرایط اولیه و مرزی مناسب، که یک بیان ریاضی از رفتار صفحه در سطح مرجع است و موضوع دوم، حل این معادلات به صورت تحلیلی یا به صورت عددی می‌باشد. مکانیک جامدات بر پایه نظریه الاستیسیته سه بعدی استوار است که فرمول‌بندی ریاضی سخت و پیچیده‌ای دارد [2, 3]. در صورتی که این معادلات از الاستیسیته سه بعدی به دست آمده باشند، ممکن است حل آن‌ها امکان‌ناپذیر و یا هزینه‌بر باشد. بر همین اساس برای رسیدن به معادلات حاکم بر تیرها، صفحات و پوسته‌ها، به کارگیری مدل‌های کاهش مرتبه یافته با در نظر گرفتن تعدادی فرض و تقریب‌سازی، به منظور رسیدن به یک مدل به مراتب ساده‌تر، توسط پژوهشگران ترجیح داده شده است. علاوه بر آن، در صفحات مرکب به دلیل پیچیدگی لایه‌ای، نظریه‌هایی که قابلیت محاسبه تنش‌های بین لایه‌ای و تنش‌های در امتداد ضخامت را دارند، از اهمیت ویژه‌ای برخوردار هستند.

مدل‌های کاهش مرتبه یافته، که در آن به نوعی یک مسئله سه‌بعدی به یک مسئله دوبعدی تقلیل پیدا کرده است، براساس متغیر اساسی به کار گرفته شده برای رسیدن به معادلات حاکم بر صفحات مرکب، به سه دسته تقسیم می‌شوند. دسته اول فرمول‌بندی براساس جابه‌جایی نام دارد، که در آن متغیر اساسی، جابه‌جایی‌های سطح مرجع می‌باشند. دسته دوم به عنوان فرمول‌بندی براساس تنش نام دارد، که در آن متغیر اساسی، تنش‌های غشائی سطح مرجع هستند و دسته سوم فرمول‌بندی ترکیبی نامیده می‌شود [4]. نظریه‌های مبتنی بر جابه‌جایی را می‌توان به چهار دسته تقسیم‌بندی کرد: ۱- نظریه‌های تک‌لایه معادل^۱ (ESL)، ۲- مدل‌های لایه‌ای^۲ (LW)، ۳- فرمول‌بندی یکنواخت^۳ (UF) [8]، ۴- نظریه‌های زیگ‌زاگ^۴ (ZZ). در رویکرد نظریه تک‌لایه معادل، در یک مرکب چند لایه، فرض می‌شود که لایه‌ها یک لایه منفرد معادل هستند. در حالی که در رویکرد نظریه لایه‌ای، برای هر لایه یک میدان جابه‌جایی جداگانه در نظر گرفته می‌شود [5]. هرچند که این نظریه از دقت بالاتری در مقایسه با مدل‌های تک‌لایه معادل برخوردار است [6]، اما با افزایش تعداد لایه‌ها،

¹ Equivalent single layer theories

² Layerwise theories

³ Unified formulations

⁴ Zig-zag theories

⁵ Classical laminated plate theory

⁶ First-order shear deformation theory

⁷ Higher-order shear deformation theories

پاسخ دقیق تری در مقایسه با نظریه‌های تک‌لایه معادل و با هزینه کمتری نسبت به نظریه‌های لایه‌ای فراهم می‌کند [19, 20]. به منظور برطرف کردن ایرادات نظریه‌های زیگزاگی اولیه، تسلا، دی‌اسکیووا و گرلن، با استفاده از یک سینماتیک زیگزاگی پیشرفته برای تیرها و صفحات مرکب چندلایه، مدل جدیدی را ارائه کردند و آن را نظریه زیگزاگ بهبودیافته نامیدند [21, 22]. در این نظریه از یک سینماتیک زیگزاگی درون صفحه جدید استفاده شد که در آن تغییرشکل برشی تمام لایه‌ها در نظر گرفته می‌شود و به پیوستگی کامل تنش برشی در فصل مشترک لایه‌ها نیاز ندارد. بنابراین تمام شرایط مرزی را به‌درستی مدل می‌کند و سینماتیک نظریه تغییرشکل برشی مرتبه اول به‌عنوان اساس رسیدن به توابع شکل پیوستگی مورد نیاز، به‌کار گرفته شده است.

به منظور حل معادلات دیفرانسیل حاکم بر صفحه مرکب چندلایه، به‌دست آمده از طریق به‌کارگیری یک نظریه مناسب، می‌توان از روش‌های حل تحلیلی [23-26] یا عددی استفاده کرد. در میان حل‌های عددی، روش المان محدود پرکاربردترین آنها در تحلیل صفحه مرکب چندلایه، می‌باشد [27-33]. نومیر و همکاران [34] از روش تفاضل محدود در تحلیل ارتعاش آزاد صفحه مرکب استفاده کردند. روش تفاضلات مربعی به همراه فرمول‌بندی یکنواخت برای به دست آوردن جواب‌های یک صفحه چندلایه توسط فریرا و همکاران [35] به‌کار گرفته شد. تای و همکاران [36] نظریه تغییرشکل برشی و روش هم‌هندسی را برای تجزیه و تحلیل جامع صفحات مرکب استفاده کردند. ناتاراجان و همکاران [37] نظریه فرمول‌بندی یکنواخت و روش هم‌هندسی را برای تجزیه و تحلیل صفحات مرکب متقاطع به‌کار گرفتند. دی‌اسکیووا و همکاران [38] یک مجموعه از المان‌های صفحه‌ای براساس نظریه زیگزاگ بهبودیافته برای تحلیل صفحات مرکب به‌کار گرفتند.

در سال‌های اخیر، روش‌های موجک³ (WM) به عنوان یک ابزار حل عددی، در تحقیقات مهندسی به‌کار گرفته شده‌اند. در میان این روش‌ها، روش موجک هار⁴ (HWM) به دلیل سادگی آن مورد توجه قرار گرفته است [39]. باید اشاره شود که موجک هار دارای ناپیوستگی است و در نقطه ناپیوستگی مشتق وجود ندارد. بنابراین نمی‌توان از موجک هار به طور مستقیم برای حل معادلات

کمناش صفحات مرکب، به کار بردند. از جمله نظریه‌های مرتبه بالاتر در مدل‌سازی صفحات مرکب، می‌توان نظریه‌های تغییر شکل برشی مرتبه سوم¹ (TSDTs)، که به نظریه‌های سهموی هم معروفند، را نام برد [12]. توزیع سهموی دیگری از کرنش‌های برشی در امتداد ضخامت یک صفحه چندلایه توسط ووکسانوویچ [13] پیشنهاد شده است. استاین [14] یک نظریه دو بعدی را توسعه داد که در آن جابه‌جایی‌ها با سری مثلثاتی بیان می‌شوند. عبارات مثلثاتی با عبارات معمول جبری فرض شده برای جابه‌جایی در طول ضخامت، ترکیب می‌شوند تا راه‌حل بهتری فراهم شود. یک راه حل به فرم بسته برای تجزیه و تحلیل کلی تنش‌های بین لایه‌ای برای صفحات چندلایه نازک و ضخیم تحت بارگذاری سینوسی، توسط لی و لیو [15] استخراج شد. نظریه صفحه تغییرشکل برشی هایدربولیک² (HSDPT) توسط تیمارچی و سولداتوس ارائه شد [16]. کاراما و همکاران یک تابع نمایی برای کرنش عرضی در مطالعه خمش صفحه مرکب خود پیشنهاد کردند [17]. ماتسونگا [18] یک نظریه مرتبه بالاتر کلی را پیشنهاد کرد و برای تجزیه و تحلیل تنش بین لایه‌ای در مسائل صفحات مرکب و ساندویچی چندلایه مورد استفاده قرار داد.

در نوع دیگری از نظریه‌ها، ترکیب مناسبی از مزیت‌های محاسباتی نظریه‌های تک‌لایه معادل و دقت نظریه‌های لایه‌ای به‌کار گرفته شده است. این نظریه‌ها که نظریه‌های زیگزاگ نام دارند، ابتدا توسط لختیتسکی مطرح شد و سپس توسط آمبارتسومیان به صفحات چندلایه گسترش یافت [4]. در نظریه‌های زیگزاگ، میدان جابه‌جایی به صورت جمع آثار یک توزیع شبه زیگزاگی تنش برشی در امتداد ضخامت و یک توزیع خطی یا غیرخطی شبیه به آنچه در نظریه‌های تک‌لایه معادل استفاده شد، در نظر گرفته می‌شود. مهم‌ترین مزیت این نظریه‌ها این است که بدون توجه به تعداد لایه‌های یک صفحه مرکب چندلایه، تعداد ثابتی از متغیرهای جابه‌جایی را در نظر می‌گیرند و سینماتیک زیگزاگی به‌گونه‌ای طرح ریزی شده است که پیوستگی تنش‌های برشی عرضی در امتداد ضخامت و شرایط تنش آزاد در بالا و پایین صفحه، بدون نیاز به ضریب اصلاح برشی را تضمین می‌کند. بنابراین نظریه‌های زیگزاگ برای صفحات مرکب چندلایه نسبتاً ضخیم، پیش‌بینی

³ Wavelet methods⁴ Haar wavelet method¹ Third-order shear deformation theory² Hyperbolic shear deformation plate theory

۲- فرمول‌بندی ریاضی

یک صفحه مرکب چند لایه با ضخامت کلی H شامل k لایه با ضخامت $h^{(k)}$ در نظر بگیرید (شکل ۱). نقاط روی این صفحه با توجه به سیستم مختصات کارتزین کلی (x_1, x_2, z) مشخص می‌شوند. زوج (x_1, x_2) بیانگر مختصات درون صفحه‌ای و $z \in \left[-\frac{H}{2}, \frac{H}{2}\right]$ مختصه در امتداد ضخامت می‌باشد. همچنین $z = 0$ صفحه میانی^۲ (سطح مرجع) تعریف می‌شود.

براساس نظریه زیگزاگ بهبودیافته، مولفه‌های جابه‌جایی در هر نقطه (x_1, x_2) درون صفحه و زمان t و فاصله z از سطح مرجع مطابق رابطه زیر شامل دو بخش کلی^۳ و محلی^۴ در نظر گرفته می‌شود [21].

$$U(x_1, x_2, z, t) = U^G(x_1, x_2, z, t) + U^L(x_1, x_2, z, t) \quad (1)$$

که در این رابطه، بخش کلی U^G براساس نظریه تغییرشکل برشی و بخش محلی U^L شامل توابع زیگزاگی به‌منظور در نظر گرفتن تنش‌های در امتداد ضخامت و ایجاد شرایط پیوستگی بین لایه‌ای، مطابق روابط زیر می‌باشند.

$$U^G(x_1, x_2, z, t) = U(x_1, x_2, t) + z\theta(x_1, x_2, t) \quad (2)$$

$$U^L(x_1, x_2, z, t) = \varphi^{(k)}(z)\Psi(x_1, x_2, t) \quad (3)$$

در نتیجه میدان جابه‌جایی به فرم زیر در نظر گرفته می‌شود.

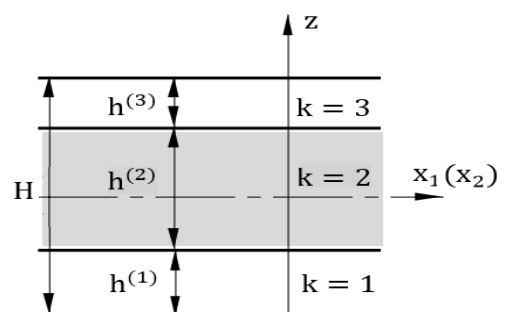
$$\begin{cases} u_1^{(k)}(x_1, x_2, z, t) = u(x_1, x_2, t) + z\theta_1(x_1, x_2, t) \\ \quad + \varphi_1^{(k)}(z)\Psi_1(x_1, x_2, t) \\ u_2^{(k)}(x_1, x_2, z, t) = v(x_1, x_2, t) + z\theta_2(x_1, x_2, t) \\ \quad + \varphi_2^{(k)}(z)\Psi_2(x_1, x_2, t) \\ u_z^{(k)}(x_1, x_2, z, t) = w(x_1, x_2, t) \end{cases} \quad (4)$$

در این میدان جابه‌جایی، $u, v, w, \theta_1, \theta_2, \Psi_1, \Psi_2$ به ترتیب جابه‌جایی در جهت x_1 جابه‌جایی در جهت x_2 ، چرخش حول محور x_1 ، چرخش حول محور x_2 ، چرخش حول محور z ، دانه شعاعی تابع زیگزاگ $\varphi_1^{(k)}$ و دانه شعاعی تابع زیگزاگ $\varphi_2^{(k)}$ می‌باشند. در ادامه کرنش‌های طولی و عرضی با مشتق‌گیری از میدان جابه‌جایی به صورت زیر به دست می‌آیند.

$$\varepsilon_{11}^{(k)} = \frac{\partial u}{\partial x_1} + z \frac{\partial \theta_1}{\partial x_1} + \varphi_1^{(k)} \frac{\partial \Psi_1}{\partial x_1} \quad (5)$$

دیفرانسیل استفاده کرد. یکی از راه‌های برون رفت از این نقص، استفاده از روش انتگرال است. در این روش که توسط چن و هسینائو [40] ارائه شد، بالاترین مرتبه مشتق در یک معادله دیفرانسیل، به سری‌های موجک گسترش می‌یابد و معادله دیفرانسیل به معادله جبری تبدیل می‌شود و تابع مجهول با انتگرال‌گیری از این معادله به دست می‌آید. از این روش به عنوان یک ابزار موثر، برای حل معادلات دیفرانسیلی و انتگرالی استفاده شده است [41-43]. به تازگی روش موجک هار مرتبه بالاتر^۱ (HOHW) توسط مازاک و همکاران [44] به منظور ارتقای دقت و همگرایی روش موجک هار، معرفی شده است. در این روش بالاترین مرتبه مشتق در یک معادله دیفرانسیل به اضافه پارامتر $2s$ ، به سری‌های موجک گسترش می‌یابد. در این روش، s شمارنده افزایش مرتبه است و هر مرتبه افزایش آن $2s$ ثابت انتگرالی اضافه معرفی می‌کند که به شرایط جدیدی علاوه بر شرایط اولیه و مرزی برای تعیین آن‌ها نیاز است، هرچند، در حالت $s=1$ که در این پژوهش استفاده می‌شود، شرایط مرزی کافی برای تعیین مجهولات اضافی وجود خواهد داشت.

در پژوهش حاضر از تئوری زیگزاگ بهبود یافته برای توصیف رفتار و میدان جابه‌جایی صفحه چند لایه، از اصل کار مجازی و کمینه سازی انرژی پتانسیل به منظور استخراج معادلات حرکت حاکم و از روش موجک هار مرتبه بالاتر در حالت $s=1$ برای حل عددی معادلات حرکت حاکم استفاده شده است. کارایی این روش حل، در بررسی ارتعاش آزاد صفحه مرکب چندلایه ارزیابی و جواب‌های حاصل از این روش، به دست آمده از طریق کدنویسی در محیط نرم‌افزار متلب، با جواب‌های حاصل از روش‌های حل دیگر مورد مقایسه قرار گرفته است.



شکل ۱. صفحه مرکب سه لایه

Fig. 1. Three layered composite plate

¹ Higher order haar wavelet method

² Mid-plane

³ Global

⁴ Local

$$\varepsilon_{22}^{(k)} = \frac{\partial v}{\partial x_2} + z \frac{\partial \theta_2}{\partial x_2} + \varphi_2^{(k)} \frac{\partial \Psi_2}{\partial x_2} \quad (6)$$

$$\gamma_{12}^{(k)} = \frac{\partial u}{\partial x_2} + \frac{\partial v}{\partial x_1} + z \left(\frac{\partial \theta_1}{\partial x_2} + \frac{\partial \theta_2}{\partial x_1} \right) + \varphi_1^{(k)} \frac{\partial \Psi_1}{\partial x_2} + \varphi_2^{(k)} \frac{\partial \Psi_2}{\partial x_1} \quad (7)$$

$$\gamma_{1z}^{(k)} = \frac{\partial w}{\partial x_1} + \theta_1 + \frac{\partial \varphi_1^{(k)}}{\partial z} \Psi_1 \quad (8)$$

$$\gamma_{2z}^{(k)} = \frac{\partial w}{\partial x_2} + \theta_2 + \frac{\partial \varphi_2^{(k)}}{\partial z} \Psi_2 \quad (9)$$

با توجه به قانون کلی هوک روابط تنش-کرنش حاکم بر لایه k ام صفحه مرکب ناهمسانگرد در حالت تنش صفحه‌ای، از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \tau_{12} \\ \tau_{1z} \\ \tau_{2z} \end{Bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} & 0 & 0 \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} & 0 & 0 \\ \bar{Q}_{61} & \bar{Q}_{62} & \bar{Q}_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{44} & \bar{Q}_{45} \\ 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{45} & \bar{Q}_{55} \end{bmatrix}^{(k)} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{1z} \\ \gamma_{2z} \end{Bmatrix}^{(k)} \quad (10)$$

که در این رابطه، $\bar{Q}_{ij}$ سختی‌های کاهش یافته تنش صفحه‌ای می‌باشند [1].

توابع زیگزاگ $\varphi_1^{(k)}$ و $\varphi_2^{(k)}$ با استفاده از روابط زیر برای لایه k ام صفحه مرکب دارای N لایه، به دست می‌آیند [21].

$$\varphi_1^{(k)}(z) = \left(z + \frac{H}{2} \right) \left(\frac{G_4}{\bar{Q}_{44}^{(k)}} - 1 \right) + \sum_{q=2}^k h^{(q-1)} \left(\frac{G_4}{\bar{Q}_{44}^{(q-1)}} - \frac{G_4}{\bar{Q}_{44}^{(k)}} \right) \quad (11)$$

$$\varphi_2^{(k)}(z) = \left(z + \frac{H}{2} \right) \left(\frac{G_5}{\bar{Q}_{55}^{(k)}} - 1 \right) + \sum_{q=2}^k h^{(q-1)} \left(\frac{G_5}{\bar{Q}_{55}^{(q-1)}} - \frac{G_5}{\bar{Q}_{55}^{(k)}} \right) \quad (12)$$

در روابط بالا، ثابت‌های G_4 و G_5 از روابط زیر حاصل می‌شوند.

$$G_4 = \left(\frac{1}{H} \sum_{k=1}^N \frac{h^{(k)}}{\bar{Q}_{44}^{(k)}} \right)^{-1} \quad (13)$$

$$G_5 = \left(\frac{1}{H} \sum_{k=1}^N \frac{h^{(k)}}{\bar{Q}_{55}^{(k)}} \right)^{-1} \quad (14)$$

به منظور رسیدن به معادلات تعادل حاکم بر صفحه مرکب، ابتدا باید از رابطه زیر، کار نیروهای داخلی (انرژی کرنشی مجازی) محاسبه شود.

$$\delta U = \int_{\Omega} \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} d\Omega \Rightarrow \quad (15)$$

$$\delta U = \int_A \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \left(\sigma_{11}^{(k)} \delta \varepsilon_{11}^{(k)} + \sigma_{22}^{(k)} \delta \varepsilon_{22}^{(k)} + \tau_{12}^{(k)} \delta \gamma_{12}^{(k)} + \tau_{1z}^{(k)} \delta \gamma_{1z}^{(k)} + \tau_{2z}^{(k)} \delta \gamma_{2z}^{(k)} \right) dz dx_1 dx_2 \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \delta U = \int_A & \left(N_1 \delta \frac{\partial u}{\partial x_1} + N_2 \delta \frac{\partial v}{\partial x_2} + N_{12} \left(\delta \frac{\partial u}{\partial x_2} + \delta \frac{\partial v}{\partial x_1} \right) + M_1 \delta \frac{\partial \theta_1}{\partial x_1} + M_1^\phi \delta \frac{\partial \Psi_1}{\partial x_1} + M_2 \delta \frac{\partial \theta_2}{\partial x_2} + M_2^\phi \delta \frac{\partial \Psi_2}{\partial x_2} + M_{12} \left(\delta \frac{\partial \theta_1}{\partial x_2} \right. \right. \\ & \left. \left. + \delta \frac{\partial \theta_2}{\partial x_1} \right) + M_{12}^\phi \delta \frac{\partial \Psi_1}{\partial x_2} + M_{21}^\phi \delta \frac{\partial \Psi_2}{\partial x_1} + Q_2 \left(\delta \frac{\partial w}{\partial x_2} + \delta \theta_2 \right) + Q_2^\phi \delta \Psi_2 + Q_1 \left(\delta \frac{\partial w}{\partial x_1} + \delta \theta_1 \right) \right. \\ & \left. + Q_1^\phi \delta \Psi_1 \right) dx_1 dx_2 \end{aligned}$$

در رابطه بالا، تنش‌های N ، M و Q به ترتیب تنش‌های محوری، خمشی و برشی هستند. این تنش‌ها و کرنش‌های متناظر محوری ε_m ،

خمشی ε_b و برشی ε_s به وسیله روابط زیر تعریف می‌شوند [21].

$$N_m^T = \{N_1, N_2, N_{12}\} \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \left\{ \sigma_{11}^{(k)}, \sigma_{22}^{(k)}, \tau_{12}^{(k)} \right\} dz \quad (16)$$

$$e_m^T = \left\{ \frac{\partial u}{\partial x_1}, \frac{\partial v}{\partial x_2}, \frac{\partial u}{\partial x_2} + \frac{\partial v}{\partial x_1} \right\} \quad (17)$$

$$M_b^T = \{M_1, M_1^\phi, M_2, M_2^\phi, M_{12}, M_{12}^\phi, M_{21}^\phi\} = \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \left\{ z\sigma_{11}^{(k)}, \phi_1^{(k)}\sigma_{11}^{(k)}, z\sigma_{22}^{(k)}, \phi_2^{(k)}\sigma_{22}^{(k)}, z\tau_{12}^{(k)}, \phi_1^{(k)}\tau_{12}^{(k)}, \phi_2^{(k)}\tau_{12}^{(k)} \right\} dz \quad (18)$$

$$e_b^T = \left\{ \frac{\partial \theta_1}{\partial x_1}, \frac{\partial \Psi_1}{\partial x_1}, \frac{\partial \theta_2}{\partial x_2}, \frac{\partial \Psi_2}{\partial x_2}, \frac{\partial \theta_1}{\partial x_2} + \frac{\partial \theta_2}{\partial x_1}, \frac{\partial \Psi_1}{\partial x_2} + \frac{\partial \Psi_2}{\partial x_1} \right\} \quad (19)$$

$$Q_s^T = \{Q_2, Q_2^\phi, Q_1, Q_1^\phi\} = \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \left\{ \tau_{2z}^{(k)}, \frac{\partial \phi_2^{(k)}}{\partial z} \tau_{2z}^{(k)}, \tau_{1z}^{(k)}, \frac{\partial \phi_1^{(k)}}{\partial z} \tau_{1z}^{(k)} \right\} dz \quad (20)$$

$$e_s^T = \left\{ \frac{\partial w}{\partial x_2} + \theta_2, \Psi_2, \frac{\partial w}{\partial x_1} + \theta_1, \Psi_1 \right\} \quad (21)$$

بر همین اساس می‌توان روابط ساختاری حاصل در صفحه مرکب را با استفاده از نظریه زیگزاگ بهبودیافته به صورت زیر نشان داد [21].

$$\begin{Bmatrix} N_m \\ M_b \\ Q_s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B & 0 \\ B^T & D & 0 \\ 0 & 0 & G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} e_m \\ e_b \\ e_s \end{Bmatrix} \quad (22)$$

اجزای ماتریس سختی رابطه بالا از روابط زیر به دست می‌آیند.

$$A = \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} P dz \quad (23)$$

$$B = \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} P R dz \quad (24)$$

$$D = \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} R^T P R dz \quad (25)$$

$$G = \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} S^T Q S dz \quad (26)$$

ماتریس‌های موجود در روابط بالا، به وسیله روابط زیر محاسبه می‌شوند.

$$P = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}^{(k)} \quad (27)$$

$$Q = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{44} & \bar{Q}_{45} \\ \bar{Q}_{45} & \bar{Q}_{55} \end{bmatrix}^{(k)} \quad (28)$$

$$R = \begin{bmatrix} z & \phi_1^{(k)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & z & \phi_2^{(k)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & z & \phi_1^{(k)} & \phi_2^{(k)} \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$S = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\partial \phi_2^{(k)}}{\partial z} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{\partial \phi_1^{(k)}}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (30)$$

در ادامه روند رسیدن به معادلات حاکم، باید کار حاصل از نیروهای اینرسی، از رابطه زیر محاسبه شود.

$$\delta K = \int_{\Omega} m \frac{\partial^2 d}{\partial t^2} \delta d^T d \Omega \quad (31)$$

در رابطه بالا، ماتریس های d و m از روابط زیر به دست می آیند [38].

$$d = [u, v, w, \theta_1, \theta_2, \Psi_1, \Psi_2]^T \quad (32)$$

$$m = \begin{bmatrix} m^{(0)} & 0 & 0 & m^{(1)} & 0 & m_{\phi 1}^{(0)} & 0 \\ 0 & m^{(0)} & 0 & 0 & m^{(1)} & 0 & m_{\phi 2}^{(0)} \\ 0 & 0 & m^{(0)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ m^{(1)} & 0 & 0 & m^{(2)} & 0 & m_{\phi 1}^{(1)} & 0 \\ 0 & m^{(1)} & 0 & 0 & m^{(2)} & 0 & m_{\phi 2}^{(1)} \\ m_{\phi 1}^{(0)} & 0 & 0 & m_{\phi 1}^{(1)} & 0 & m_{\phi 1}^{(2)} & 0 \\ 0 & m_{\phi 2}^{(0)} & 0 & 0 & m_{\phi 2}^{(1)} & 0 & m_{\phi 2}^{(2)} \end{bmatrix} \quad (33)$$

مقادیر ماتریس m صفحه مرکب با چگالی ρ (رابطه بالا)، از رابطه زیر به دست می آیند.

$$(m^{(0)}, m^{(1)}, m^{(2)}, m_{\phi 1}^{(0)}, m_{\phi 2}^{(0)}, m_{\phi 1}^{(1)}, m_{\phi 2}^{(1)}, m_{\phi 1}^{(2)}, m_{\phi 2}^{(2)}) = \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \left\{ \rho, \rho z, \rho z^2, \rho \phi_1^{(k)}, \rho \phi_2^{(k)}, \rho z \phi_1^{(k)}, \rho z \phi_2^{(k)} \right\} dz \quad (34)$$

براساس اصل کمینه سازی انرژی پتانسیل و اصل همپلتون در حالت عدم حضور بار خارجی داریم:

$$\delta \Pi = \delta U - \delta K = 0 \quad (35)$$

معادلات تعادل حاکم بر صفحه مرکب، براساس نظریه صفحه زیگزاگ بهبودیافته، با جایگذاری روابط (۱۵) و (۳۱) و اعمال عملگر

تغییراتی^۱ (δ) در رابطه بالا، به صورت زیر به دست می آیند.

$$\begin{cases} \delta u: \frac{\partial N_1}{\partial x_1} + \frac{\partial N_{12}}{\partial x_2} = m^{(0)} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + m^{(1)} \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial t^2} + m_{\phi 1}^{(0)} \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial t^2} \\ \delta v: \frac{\partial N_{12}}{\partial x_1} + \frac{\partial N_2}{\partial x_2} = m^{(0)} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + m^{(1)} \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial t^2} + m_{\phi 2}^{(0)} \frac{\partial^2 \Psi_2}{\partial t^2} \\ \delta w: \frac{\partial Q_1}{\partial x_1} + \frac{\partial Q_2}{\partial x_2} = m^{(0)} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \\ \delta \theta_1: \frac{\partial M_1}{\partial x_1} + \frac{\partial M_{12}}{\partial x_2} - Q_1 = m^{(1)} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + m^{(2)} \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial t^2} + m_{\phi 1}^{(1)} \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial t^2} \\ \delta \theta_2: \frac{\partial M_{12}}{\partial x_1} + \frac{\partial M_2}{\partial x_2} - Q_2 = m^{(1)} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + m^{(2)} \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial t^2} + m_{\phi 2}^{(1)} \frac{\partial^2 \Psi_2}{\partial t^2} \\ \delta \Psi_1: \frac{\partial M_1^{\phi}}{\partial x_1} + \frac{\partial M_{12}^{\phi}}{\partial x_2} - Q_1^{\phi} = m_{\phi 1}^{(0)} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + m_{\phi 1}^{(1)} \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial t^2} + m_{\phi 1}^{(2)} \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial t^2} \\ \delta \Psi_2: \frac{\partial M_{12}^{\phi}}{\partial x_1} + \frac{\partial M_2^{\phi}}{\partial x_2} - Q_2^{\phi} = m_{\phi 2}^{(0)} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + m_{\phi 2}^{(1)} \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial t^2} + m_{\phi 2}^{(2)} \frac{\partial^2 \Psi_2}{\partial t^2} \end{cases} \quad (36)$$

۳- مدل سازی حل عددی

در این قسمت مدل سازی روش حل موجک هار مرتبه بالاتر به منظور حل عددی معادلات تعادل حاکم صورت می گیرد. برای رسیدن به

این هدف نیاز به شناخت موجک هار و چگونگی حل معادلات دیفرانسیل جزئی^۲ در این روش می باشد. از دید ریاضی تابع موجک هار به

¹ Variational Operator

² Partial Differential Equations

عنوان گروهی از امواج مستطیلی عمود بر هم با مقدار ± 1 در بازه $[A, B]$ و صفر در سایر نقاط تعریف می‌شود. بدین منظور پارامتر مهم $M = 2^J$ در نظر گرفته می‌شود که در آن J بیشترین میزان وضوح^۱ مورد نظر می‌باشد. بازه $[A, B]$ به $2M$ زیربازه با اندازه‌های مساوی و با مقدار هر زیربازه برابر $\Delta\xi = (B - A)/2M$ تقسیم می‌شود. دو پارامتر $m = 2^j$ که در آن $j = 0, 1, \dots, J$ و $k = 0, 1, \dots, m - 1$ در نظر گرفته می‌شوند. شمارنده موجک هار (i) با توجه به مقادیر m و k از رابطه زیر به دست می‌آید و مقدار آن از 1 تا $2M$ تغییر می‌کند [39].

$$i = m + k + 1 \quad (37)$$

برای $i = 1$ موجک هار از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$h_1(\xi) = \begin{cases} 1, & \xi \in [A, B] \\ 0, & \text{سایر نقاط} \end{cases} \quad (38)$$

و موجک هار i ام برای $1 < i \leq 2M$ به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$h_i(\xi) = \begin{cases} 1, & \xi \in [\Delta_1(i), \Delta_2(i)] \\ -1, & \xi \in [\Delta_2(i), \Delta_3(i)] \\ 0, & \text{سایر نقاط} \end{cases} \quad (39)$$

در رابطه بالا داریم:

$$\Delta_1(i) = A + 2k \frac{M}{m} \Delta\xi \quad (40)$$

$$\Delta_2(i) = A + (2k + 1) \frac{M}{m} \Delta\xi \quad (41)$$

$$\Delta_3(i) = A + 2(k + 1) \frac{M}{m} \Delta\xi \quad (42)$$

پس از محاسبه تابع هار، انتگرال‌های مرتبه n ام تابع هار نیز از روابط زیر به دست می‌آیند [39].

$$i = 1 \rightarrow p_{n,1}(\xi) = \frac{\xi^n}{n!} \quad (43)$$

$$i > 1 \rightarrow p_{n,i}(\xi) = \begin{cases} 0, & \xi \leq \Delta_1(i) \\ \frac{1}{n!} (\xi - \Delta_1(i))^n, & \Delta_1(i) < \xi \leq \Delta_2(i) \\ \frac{1}{n!} [(\xi - \Delta_1(i))^n - 2(\xi - \Delta_2(i))^n], & \Delta_2(i) < \xi \leq \Delta_3(i) \\ \frac{1}{n!} [(\xi - \Delta_1(i))^n - 2(\xi - \Delta_2(i))^n + (\xi - \Delta_3(i))^n], & \xi > \Delta_3(i) \end{cases} \quad (44)$$

در ادامه با جایگذاری ξ با ξ_r به صورت زیر، ماتریس‌های مربعی هار (H) و انتگرال‌های هار (P_n)، با ابعاد $2M \times 2M$ تشکیل می‌شوند.

$$\xi_r = A + (r - 0.5)\Delta\xi \quad r = 1, 2, \dots, 2M \quad (45)$$

$$H(i, r) = h_i(\xi_r) \quad (46)$$

$$P_n(i, r) = p_{n,i}(\xi_r) \quad (47)$$

در روش حل موجک هار مرتبه بالاتر، جواب یک معادله دیفرانسیل معمولی به فرم زیر فرض می‌شود.

$$\frac{d^{n+2s}y(\xi)}{d\xi^{n+2s}} = \sum_{i=1}^{2M} a_i h_i(\xi_r) \quad (48)$$

¹ Resolution

در رابطه بالا، n بالاترین مرتبه مشتق به کار رفته در معادله دیفرانسیل، s شمارنده مرتبه بالاتر موجک هار، a_i بردار ضرایب مجهول هار و h_i ماتریس موجک هار می باشد.

اکنون معادله دیفرانسیل جزئی زیر شامل متغیرهای مستقل x ، y و t ، تابع جابه جایی u وابسته به متغیرهای مستقل و مشتقات این تابع، را در نظر بگیرید.

$$F\left(x, y, t, u(x, y, t), \dots, \frac{\partial^\alpha u(x, y, t)}{\partial x^\alpha}, \frac{\partial^\beta u(x, y, t)}{\partial y^\beta}, \frac{\partial^\gamma u(x, y, t)}{\partial t^\gamma}, \dots\right) = f(x, y, t) \quad (49)$$

در رابطه بالا، $f(x, y, t)$ می تواند یک ثابت یا یک تابع معلوم باشد و $x \in [A_1, B_1]$ ، $y \in [A_2, B_2]$ و $t \in [A_3, B_3]$ دامنه متغیرهای ثابت و α ، β و γ به ترتیب بالاترین مرتبه مشتق به کار رفته در معادله نسبت به x ، y و t فرض می شوند. طبق روندی که در تعریف موجک هار اشاره شد، می توان بازه های $[A_1, B_1]$ ، $[A_2, B_2]$ و $[A_3, B_3]$ را به ترتیب به $2M_1$ ، $2M_2$ و $2M_3$ قسمت با اندازه های یکسان تقسیم کرد. در این حالت جواب معادله دیفرانسیل جزئی به فرم رابطه زیر فرض می شود.

$$\frac{\partial^{\alpha+\beta+\gamma} u(x, y, t)}{\partial x^\alpha \partial y^\beta \partial t^\gamma} = \sum_{i=1}^{2M_1} \sum_{j=1}^{2M_2} \sum_{l=1}^{2M_3} a_{i,j,l} h_i(x_r) h_j(y_k) h_l(t_g) \quad (50)$$

در رابطه بالا، $a_{i,j,l}$ ماتریس ضرایب هار در حالت سه بعدی نامیده می شود و نقاط مجموعه ای هر بازه از روابط زیر به دست می آیند.

$$x_r = A_1 + (r - 0.5)\Delta x \quad (\Delta x = (B_1 - A_1)/2M_1, \quad r = 1, 2, \dots, 2M_1) \quad (51)$$

$$y_k = A_2 + (k - 0.5)\Delta y \quad (\Delta y = (B_2 - A_2)/2M_2, \quad k = 1, 2, \dots, 2M_2) \quad (52)$$

$$t_g = A_3 + (g - 0.5)\Delta t \quad (\Delta t = (B_3 - A_3)/2M_3, \quad g = 1, 2, \dots, 2M_3) \quad (53)$$

در ادامه برای رسیدن به تابع جابه جایی u ، ابتدا از رابطه (50) α بار سپس β بار و در نهایت γ بار انتگرال می گیریم تا رابطه زیر به دست بیاید.

$$u(x, y, t) = \sum_{i=1}^{2M_1} \sum_{j=1}^{2M_2} \sum_{l=1}^{2M_3} a_{i,j,l} P_{\alpha,i}(x_r) P_{\beta,j}(y_k) P_{\gamma,l}(t_g) + \sum_{ii=0}^{\alpha-1} \frac{(x)^{ii}}{(ii)!} \frac{\partial^{(ii)} u(0, y, t)}{\partial x^{ii}} + \sum_{jj=0}^{\beta-1} \frac{(y)^{jj}}{(jj)!} \frac{\partial^{(jj)} u(x, 0, t)}{\partial y^{jj}} \\ + \sum_{ll=0}^{\gamma-1} \frac{(t)^{ll}}{(ll)!} \frac{\partial^{(ll)} u(x, y, 0)}{\partial t^{ll}} - \sum_{ll=0}^{\gamma-1} \frac{(t)^{ll}}{(ll)!} \sum_{ii=0}^{\alpha-1} \frac{(x)^{ii}}{(ii)!} \frac{\partial^{(ii+ll)} u(0, y, 0)}{\partial x^{ii} \partial t^{ll}} - \sum_{ll=0}^{\gamma-1} \frac{(t)^{ll}}{(ll)!} \sum_{jj=0}^{\beta-1} \frac{(y)^{jj}}{(jj)!} \frac{\partial^{(jj+ll)} u(x, 0, 0)}{\partial y^{jj} \partial t^{ll}} \\ - \sum_{jj=0}^{\beta-1} \frac{(y)^{jj}}{(jj)!} \sum_{ii=0}^{\alpha-1} \frac{(x)^{ii}}{(ii)!} \frac{\partial^{(ii+jj)} u(0, 0, t)}{\partial x^{ii} \partial y^{jj}} + \sum_{ii=0}^{\alpha-1} \frac{(x)^{ii}}{(ii)!} \sum_{jj=0}^{\beta-1} \frac{(y)^{jj}}{(jj)!} \sum_{ll=0}^{\gamma-1} \frac{(t)^{ll}}{(ll)!} \frac{\partial^{(ii+jj+ll)} u(0, 0, 0)}{\partial x^{ii} \partial y^{jj} \partial t^{ll}} \quad (54)$$

در رابطه بالا، انتگرال های $P_{\alpha,i}(x_r)$ ، $P_{\beta,j}(y_k)$ و $P_{\gamma,l}(t_g)$ از روابط (43 و 44) و سایر جملات با به کارگیری شرایط اولیه و مرزی مسئله محاسبه می شوند. در حالت حل مرتبه بالاتر، رابطه (50) می تواند به صورت رابطه زیر نوشته شود.

$$\frac{\partial^{(\alpha+\beta+\gamma+6s)} u(x, y, t)}{\partial x^{2s} \partial y^{2s} \partial t^{2s}} = \sum_{i=1}^{2M_1} \sum_{j=1}^{2M_2} \sum_{l=1}^{2M_3} a_{i,j,l} h_i(x_r) h_j(y_k) h_l(t_g) \quad (55)$$

با انتگرال گیری از رابطه بالا و در نظر گرفتن شرایط اولیه و مرزی صفحه مرکب با تکیه گاه ساده و طول و عرض واحد، تابع جابه جایی u و سایر توابع جابه جایی به کار رفته در معادلات حاکم بر صفحه مرکب و مشتقات آنها را می توان برحسب ماتریس های هار، که در حالت حل موجک هار مرتبه بالاتر با $s=1$ به صورت زیر به دست می آیند، بازنویسی کرد.

$$\left\{ \begin{array}{l} u(x_1, x_2, t), v(x_1, x_2, t), w(x_1, x_2, t), \theta_1(x_1, x_2, t), \\ \theta_2(x_1, x_2, t), \Psi_1(x_1, x_2, t), \Psi_2(x_1, x_2, t) \end{array} \right\} = \sum_{i=1}^{2M_1} \sum_{j=1}^{2M_2} \sum_{l=1}^{2M_3} \{a_{i,j,l}, b_{i,j,l}, c_{i,j,l}, d_{i,j,l}, e_{i,j,l}, f_{i,j,l}, g_{i,j,l}\} \quad (56)$$

$$\left(P_{4,i}(x_r) - \frac{x_r^3}{6} P_{2,i}(1) + \frac{x_r}{6} P_{2,i}(1) - x_r P_{4,i}(1) \right) \left(P_{4,j}(y_k) - \frac{y_k^3}{6} P_{2,j}(1) + \frac{y_k}{6} P_{2,j}(1) - y_k P_{4,j}(1) \right) (P_{4,l}(t_g))$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u}{\partial x_1}(x_1, x_2, t), \frac{\partial v}{\partial x_1}(x_1, x_2, t), \frac{\partial w}{\partial x_1}(x_1, x_2, t), \\ \frac{\partial \theta_1}{\partial x_1}(x_1, x_2, t), \frac{\partial \theta_2}{\partial x_1}(x_1, x_2, t), \frac{\partial \Psi_1}{\partial x_1}(x_1, x_2, t), \\ \frac{\partial \Psi_2}{\partial x_1}(x_1, x_2, t) \end{array} \right\} = \sum_{i=1}^{2M_1} \sum_{j=1}^{2M_2} \sum_{l=1}^{2M_3} \{a_{i,j,l}, b_{i,j,l}, c_{i,j,l}, d_{i,j,l}, e_{i,j,l}, f_{i,j,l}, g_{i,j,l}\} \quad (57)$$

$$\left(P_{3,i}(x_r) - \frac{x_r^3}{6} P_{1,i}(1) + \frac{x_r}{6} P_{1,i}(1) - x_r P_{3,i}(1) \right) \left(P_{4,j}(y_k) - \frac{y_k^3}{6} P_{2,j}(1) + \frac{y_k}{6} P_{2,j}(1) - y_k P_{4,j}(1) \right) (P_{4,l}(t_g))$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u}{\partial x_2}(x_1, x_2, t), \frac{\partial v}{\partial x_2}(x_1, x_2, t), \frac{\partial w}{\partial x_2}(x_1, x_2, t), \frac{\partial \theta_1}{\partial x_2}(x_1, x_2, t), \\ \frac{\partial \theta_2}{\partial x_2}(x_1, x_2, t), \frac{\partial \Psi_1}{\partial x_2}(x_1, x_2, t), \frac{\partial \Psi_2}{\partial x_2}(x_1, x_2, t) \end{array} \right\} = \sum_{i=1}^{2M_1} \sum_{j=1}^{2M_2} \sum_{l=1}^{2M_3} \{a_{i,j,l}, b_{i,j,l}, c_{i,j,l}, d_{i,j,l}, e_{i,j,l}, f_{i,j,l}, g_{i,j,l}\} \quad (58)$$

$$\left(P_{4,i}(x_r) - \frac{x_r^3}{6} P_{2,i}(1) + \frac{x_r}{6} P_{2,i}(1) - x_r P_{4,i}(1) \right) \left(P_{3,j}(y_k) - \frac{y_k^3}{6} P_{1,j}(1) + \frac{y_k}{6} P_{1,j}(1) - y_k P_{3,j}(1) \right) (P_{4,l}(t_g))$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2}(x_1, x_2, t), \frac{\partial^2 v}{\partial x_1^2}(x_1, x_2, t), \frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2}(x_1, x_2, t), \\ \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial x_1^2}(x_1, x_2, t), \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial x_1^2}(x_1, x_2, t), \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial x_1^2}(x_1, x_2, t), \\ \frac{\partial^2 \Psi_2}{\partial x_1^2}(x_1, x_2, t) \end{array} \right\} = \sum_{i=1}^{2M_1} \sum_{j=1}^{2M_2} \sum_{l=1}^{2M_3} \{a_{i,j,l}, b_{i,j,l}, c_{i,j,l}, d_{i,j,l}, e_{i,j,l}, f_{i,j,l}, g_{i,j,l}\} \quad (59)$$

$$\left(P_{2,i}(x_r) - \frac{x_r^3}{6} P_{0,i}(1) + \frac{x_r}{6} P_{0,i}(1) - x_r P_{2,i}(1) \right) \left(P_{4,j}(y_k) - \frac{y_k^3}{6} P_{2,j}(1) + \frac{y_k}{6} P_{2,j}(1) - y_k P_{4,j}(1) \right) (P_{4,l}(t_g))$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2}(x_1, x_2, t), \frac{\partial^2 v}{\partial x_2^2}(x_1, x_2, t), \frac{\partial^2 w}{\partial x_2^2}(x_1, x_2, t), \\ \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial x_2^2}(x_1, x_2, t), \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial x_2^2}(x_1, x_2, t), \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial x_2^2}(x_1, x_2, t), \\ \frac{\partial^2 \Psi_2}{\partial x_2^2}(x_1, x_2, t) \end{array} \right\} = \sum_{i=1}^{2M_1} \sum_{j=1}^{2M_2} \sum_{l=1}^{2M_3} \{a_{i,j,l}, b_{i,j,l}, c_{i,j,l}, d_{i,j,l}, e_{i,j,l}, f_{i,j,l}, g_{i,j,l}\} \quad (60)$$

$$\left(P_{4,i}(x_r) - \frac{x_r^3}{6} P_{2,i}(1) + \frac{x_r}{6} P_{2,i}(1) - x_r P_{4,i}(1) \right) \left(P_{2,j}(y_k) - \frac{y_k^3}{6} P_{0,j}(1) + \frac{y_k}{6} P_{0,j}(1) - y_k P_{2,j}(1) \right) (P_{4,l}(t_g))$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 u}{\partial x_1 \partial x_2}(x_1, x_2, t), \frac{\partial^2 v}{\partial x_1 \partial x_2}(x_1, x_2, t), \\ \frac{\partial^2 w}{\partial x_1 \partial x_2}(x_1, x_2, t), \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial x_1 \partial x_2}(x_1, x_2, t), \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial x_1 \partial x_2}(x_1, x_2, t), \\ \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial x_1 \partial x_2}(x_1, x_2, t), \frac{\partial^2 \Psi_2}{\partial x_1 \partial x_2}(x_1, x_2, t) \end{array} \right\} = \sum_{i=1}^{2M_1} \sum_{j=1}^{2M_2} \sum_{l=1}^{2M_3} \{a_{i,j,l}, b_{i,j,l}, c_{i,j,l}, d_{i,j,l}, e_{i,j,l}, f_{i,j,l}, g_{i,j,l}\} \quad (61)$$

$$\left(P_{3,i}(x_r) - \frac{x_r^3}{6} P_{1,i}(1) + \frac{x_r}{6} P_{1,i}(1) - x_r P_{3,i}(1) \right) \left(P_{3,j}(y_k) - \frac{y_k^3}{6} P_{1,j}(1) + \frac{y_k}{6} P_{1,j}(1) - y_k P_{3,j}(1) \right) (P_{4,l}(t_g))$$

موجک هار مرتبه بالاتر در حالت $s=1$ ، که از برنامه‌نویسی در محیط نرم‌افزار متلب به دست آمده‌اند، در حالتی که نسبت مدول الاستیسیته طولی به عرضی برابر سه و وضوح برابر دو در نظر گرفته شده است، مورد مقایسه قرار گرفته‌اند. مقایسه نتایج به دست آمده نشان می‌دهد در ابعاد ماتریسی برابر، استفاده از حل موجک هار مرتبه بالاتر باعث رسیدن به جواب دقیق‌تر نسبت به موجک هار می‌شود. در جداول (۴ تا ۸) نسبت‌های فرکانسی بدون بعد به دست آمده با استفاده از حل موجک هار مرتبه بالاتر با تعدادی از نتایج روش‌های حل دیگر صفحات اشاره شده در جدول (۱)، مورد مقایسه قرار گرفته است. بررسی نتایج نشان دهنده دقت خوب حل به کار گرفته شده می‌باشد. همچنین مشاهده می‌شود که با افزایش نسبت مدول الاستیسیته طولی به عرضی با هر تعداد لایه، شاخص فرکانسی افزایش می‌یابد.

مطابق مرجع [45]، با در اختیار داشتن جواب دقیق می‌توان با در نظر گرفتن جواب عددی حاصل از دو وضوح متوالی، نرخ همگرایی جواب‌های به دست آمده را با استفاده از رابطه زیر، مورد بررسی قرار داد. در حالت $s=1$ میزان این نرخ برابر $2 + 2s$ می‌باشد.

$$k_i = \frac{\log((F_{i-1} - F_0)/(F_i - F_0))}{\log(2)} \quad (64)$$

در رابطه بالا، F_0 جواب دقیق و F_i جواب حاصل از وضوح $i = J$ می‌باشد. جدول (۹) شامل نتایج شاخص فرکانسی صفحه پنج لایه با دو وضوح متوالی و نسبت مدول الاستیسیته طولی به عرضی برابر سه، نشان دهنده همگرایی نزدیک جواب‌های به دست آمده می‌باشد. همچنین در جدول (۱۰) مدت زمان کلی رسیدن به جواب برای یک صفحه مرکب پنج لایه در دو وضوح متوالی و نسبت مدول الاستیسیته طولی به عرضی برابر سه، آورده شده است. در کمترین وضوح این مدت زمان به مراتب کمتر از وضوح بالاتر می‌باشد.

نمونه ۲. در این نمونه یک صفحه مرکب چهارلایه با جهت‌گیری فیبرها به صورت $[0/90/90/0]$ و نسبت پهنا به ضخامت سی و مشخصات الاستیک مطابق جدول (۱۱) با تکیه‌گاه گیردار در نظر گرفته شده است. در جدول (۱۲) شاخص فرکانس اصلی بدون بعد برای این صفحه و شاخص فرکانسی بدون بعد مودهای بالاتر به دست آمده از حل پیشنهادی مورد مقایسه قرار گرفته است.

با جای‌گذاری روابط بالا در معادلات حاکم بر صفحه مرکب (با توجه به اینکه $\frac{\partial^2 d}{\partial t^2} = -\omega^2 d$)، ماتریس‌های جایگزین شده با ضرایب مجهولات جابه‌جایی نسبت به مکان، تشکیل ماتریس سختی معادل صفحه مرکب (K)، ماتریس‌های جایگزین شده با ضرایب مجهولات جابه‌جایی نسبت به زمان، تشکیل ماتریس جرم معادل صفحه مرکب (M) و ضرایب مجهول هار، تشکیل بردار اشکال مودی صفحه مرکب (X) را می‌دهند. معادله حاکم بر ارتعاش آزاد صفحه مرکب چندلایه می‌تواند به فرم مسئله مقدار ویژه مطابق رابطه زیر در نظر گرفته شود.

$$([K] - \omega^2[M])\{X\} = 0 \quad (62)$$

در این رابطه پس از جایگذاری ماتریس‌های حل عددی، هر کدام از ماتریس‌های سختی و جرم، با توجه به هفت متغیر جابه‌جایی، ماتریسی با ابعاد 7×7 خواهند بود که هر درایه آن با توجه به میزان وضوح در نظر گرفته شده حل عددی، به یک زیرماتریس با ابعاد $(2M)^3 \times (2M)^3$ تبدیل می‌شود. برای نمونه در وضوح $J = 1$ ابعاد هر کدام از ماتریس‌های سختی و جرم 448×448 و در وضوح $J = 2$ ابعاد هر کدام از ماتریس‌های سختی و جرم 3584×3584 و در وضوح $J = 3$ ابعاد هر کدام از ماتریس‌های سختی و جرم 28672×28672 خواهد بود.

۴- نتایج عددی و بحث

نمونه ۱. در این نمونه به منظور بحث و مقایسه پیرامون دقت نتایج به دست آمده از روش حل پیشنهادی و پارامترهای مؤثر بر ارتعاش آزاد، صفحه مرکب چندلایه با نسبت‌های مدول الاستیسیته و تعداد لایه‌های مختلف با شرایط تکیه‌گاهی ساده در تمام لبه‌ها، مورد بررسی قرار گرفته است. ویژگی‌های مورد استفاده صفحات چندلایه در جداول (۱ و ۲) آورده شده است.

به منظور مقایسه جواب‌های به دست آمده، از رابطه شاخص فرکانسی بدون بعد (Ω) به صورت زیر استفاده می‌شود [32].

$$\Omega = \omega H \sqrt{\frac{\rho}{E_{22}}} \quad (63)$$

در رابطه بالا، ω فرکانس اصلی به دست آمده از حل مسئله مقدار ویژه می‌باشد. در جدول (۳) جواب شاخص فرکانسی بدون بعد، حاصل از حل عددی موجک هار، با حل عددی حاصل از

جدول ۱. مشخصات صفحات چندلایه مورد استفاده

Table 1. Properties of used laminate composite plates

Width to length ratio	Width to thickness ratio	Stacking sequence	Fiber orientation	Elastic properties	Composite plate type
1	5	unidirectional	[0/90/0]	according to table 2	three-layer
1	5	unidirectional	[0/90/90/0]	according to table 2	four-layer
1	5	unidirectional	[0/90/0/90/0]	according to table 2	five-layer
1	5	unidirectional	[0/90/0/90/0/90/0]	according to table 2	seven-layer
1	5	unidirectional	[0/90/0/90/0/90/0/90/0]	according to table 2	nine-layer

جدول ۲. مشخصات الاستیک لایه‌های صفحات مرکب

Table 2. Elastic properties of laminate composite plates

Unit	Value	Elastic property
Pa	arbitrary	Longitudinal modulus of elasticity (E_{11})
Pa	according to $\frac{E_{11}}{E_{22}}$ ratio	Transverse modulus of elasticity (E_{22})
Pa	$0.6E_{22}$	Shear modulus in the x_1x_2 plane (G_{12})
Pa	$0.6E_{22}$	Shear modulus in the x_1z plane (G_{13})
Pa	$0.5E_{22}$	Shear modulus in the x_2z plane (G_{23})
—	0.25	Poisson's ratio (ν)

جدول ۳. مقایسه حل موجک هار و حل موجک هار مرتبه بالاتر در تحلیل صفحه پنج لایه ($s=1, J=2, \frac{E_{11}}{E_{22}}=3$)

Table 3. Comparison between solution of Haar wavelet and higher order Haar wavelet in the analysis of five-layer composite plate

Dimensionless frequency index (Ω)			Composite plate type
3D elasticity solution [3]	Haar wavelet solution	Higher order Haar wavelet solution	
0.2659	0.2813	0.2669	five-layer

جدول ۴. مقایسه شاخص‌های فرکانسی به دست آمده صفحه مرکب سه لایه با روش‌های حل دیگر

Table 4. Comparing the obtained frequency indices of the three-layer composite plate with other solution methods

Dimensionless frequency index (Ω)				Reference
$\frac{E_{11}}{E_{22}} = 30$	$\frac{E_{11}}{E_{22}} = 20$	$\frac{E_{11}}{E_{22}} = 10$	$\frac{E_{11}}{E_{22}} = 3$	
0.3917	0.3673	0.3237	0.2609	Present method
0.4109	0.3824	0.3284	0.2647	Noor (3D elasticity) [3]
0.3936	0.3697	0.3266	0.2627	Matsunaga [23]
0.3950	0.3704	0.3270	0.2631	Sayyad and Ghugal [26]
0.4194	0.3898	0.3392	0.2695	Owen and Li [27]
0.3937	0.3693	0.3260	0.2621	Pandya and Kant [29]
0.4015	0.3749	0.3318	0.2673	Vuksanović [13]
0.3941	0.3667	0.3264	0.2623	Nayak et al. [30]
0.3928	0.3688	0.3258	0.2620	Zhen et al. [31]
0.3927	0.3691	0.3262	0.2621	Marjanović and Vuksanović [32]
0.3840	0.3640	0.3252	0.2646	Belarbi et al. [33]

جدول ۵. مقایسه شاخص‌های فرکانسی به دست‌آمده صفحه مرکب چهارلایه با روش‌های حل دیگر

Table 5. Comparing the obtained frequency indices of the four-layer composite plate with other solution methods

Dimensionless frequency index (Ω)				Reference
$\frac{E_{11}}{E_{22}} = 30$	$\frac{E_{11}}{E_{22}} = 20$	$\frac{E_{11}}{E_{22}} = 10$	$\frac{E_{11}}{E_{22}} = 3$	
0.4076	0.3791	0.3249	0.2622	Present method
0.4109	0.3824	0.3284	0.2673	Noor (3D elasticity) [3]
0.4117	0.3817	0.3312	0.2625	Karama et al. [24]
0.4122	0.3821	0.3314	0.2626	Mantari et al. [25]
0.4119	0.3821	0.3319	0.2634	Sayyad and Ghugal [26]
0.4109	0.3811	0.3309	0.2624	Phan and Reddy [11]

جدول ۶. مقایسه شاخص‌های فرکانسی به دست‌آمده صفحه مرکب پنج‌لایه با روش‌های حل دیگر

Table 6. Comparing the obtained frequency indices of the five-layer composite plate with other solution methods

Dimensionless frequency index (Ω)				Reference
$\frac{E_{11}}{E_{22}} = 30$	$\frac{E_{11}}{E_{22}} = 20$	$\frac{E_{11}}{E_{22}} = 10$	$\frac{E_{11}}{E_{22}} = 3$	
0.4343	0.3898	0.3379	0.2669	Present method
0.4314	0.3979	0.3409	0.2659	Noor (3D elasticity) [3]
0.4216	0.3901	0.3362	0.2638	Matsunaga [23]
0.4288	0.3950	0.3385	0.2644	Sayyad and Ghugal [26]
0.4370	0.4030	0.3453	0.2699	Owen and Li [27]
0.4258	0.3930	0.3375	0.2641	Kant and Manjunatha [28]
0.4208	0.3893	0.3354	0.2631	Zhen et al. [31]
0.4269	0.3939	0.3442	0.2684	Vuksanović [13]
0.4257	0.3929	0.3372	0.2636	Nayak et al. [30]
0.4219	0.3918	0.3396	0.2683	Marjanović and Vuksanović [32]
0.4300	0.3966	0.3404	0.2662	Belarbi et al. [33]

جدول ۷. مقایسه شاخص‌های فرکانسی به دست‌آمده صفحه مرکب هفت‌لایه با روش‌های حل دیگر

Table 7. Comparing the obtained frequency indices of the seven-layer composite plate with other solution methods

Dimensionless frequency index (Ω)				Reference
$\frac{E_{11}}{E_{22}} = 30$	$\frac{E_{11}}{E_{22}} = 20$	$\frac{E_{11}}{E_{22}} = 10$	$\frac{E_{11}}{E_{22}} = 3$	
0.4426	0.3991	0.3438	0.2689	Present method
0.4421	0.4055	0.3443	0.2664	Noor (3D elasticity) [3]
0.4412	0.4093	0.3450	0.2667	Sayyad and Ghugal [26]
0.4386	0.4022	0.3417	0.2646	Kant and Manjunatha [28]
0.4379	0.4015	0.3410	0.2638	Pandya and Kant [29]

جدول ۸. مقایسه شاخص‌های فرکانسی به دست‌آمده صفحه مرکب نه‌لایه با روش‌های حل دیگر

Table 8. Comparing the obtained frequency indices of the nine-layer composite plate with other solution methods

Dimensionless frequency index (Ω)				Reference
$\frac{E_{11}}{E_{22}} = 30$	$\frac{E_{11}}{E_{22}} = 20$	$\frac{E_{11}}{E_{22}} = 10$	$\frac{E_{11}}{E_{22}} = 3$	
0.4457	0.4027	0.3461	0.2697	Present method
0.4421	0.4055	0.3443	0.2664	Noor (3D elasticity) [3]
0.4376	0.4016	0.3414	0.2645	Matsunaga [23]
0.4263	0.3935	0.3378	0.2641	Nayak et al. [30]
0.4362	0.4002	0.3402	0.2636	Zhen et al. [31]
0.4418	0.4042	0.3427	0.2650	Sayyad and Ghugal [26]

جدول ۹. بررسی همگرایی شاخص‌های فرکانسی صفحه مرکب پنج‌لایه

Table 9. Examining the convergence of the frequency indices of the five-layer composite plate ($\frac{E_{11}}{E_{22}}=3, s=1$)

Rate of convergence	Dimensionless frequency index (Ω)			Composite plate type
	3D elasticity solution [3]	Numerical solution		
		J=2	J=1	
3.991	0.2659	0.2669	0.2818	five-layer

جدول ۱۰. زمان محاسبات مربوط به نمونه ۱ صفحه مرکب پنج‌لایه در دو وضوح مختلف

Table 10. Computational time of the five-layer composite plate with different resolution ($\frac{E_{11}}{E_{22}}=3, s=1$)

Computational time (s)		Composite plate type
J=2	J=1	
7038.33	125.45	five-layer

جدول ۱۱. مشخصات الاستیک لایه‌های صفحه مرکب با شرایط مرزی گیردار

Table 11. Elastic properties of fixed laminate composite plate

Unit	Value	Elastic property
GPa	224.649	Longitudinal modulus of elasticity (E_{11})
GPa	12.753	Transverse modulus of elasticity (E_{22})
GPa	4.434	Shear modulus in the x_1x_2 plane (G_{12})
GPa	4.434	Shear modulus in the x_1z plane (G_{13})
GPa	2.497	Shear modulus in the x_2z plane (G_{23})
—	0.25	Poisson's ratio (ν)

جدول ۱۲. شاخص فرکانس بدون بعد صفحه چهارلایه مرکب با شرایط مرزی گیردار

Table 12. Dimensionless frequencies of a fixed four-layer composite plate ($\frac{a}{H}=30, J=1, s=1$)

Numayr et al. [34]	Present method	Mode number
0.9001	0.9043	1
1.3150	1.3913	2
2.1395	2.5311	3
3.3076	3.4376	4

۵- نتیجه‌گیری

در لبه‌ها با نسبت‌های مدول الاستیسیته طولی به عرضی متفاوت و تعداد لایه‌های مختلف استخراج و با نتایج پژوهش‌های مشابه مقایسه شد. مقایسه این نتایج به دست آمده از روش حل عددی به کار گرفته شده نشان می‌دهد این روش پیشنهادی از دقت خوبی در مقایسه با دیگر روش‌های حل اشاره شده در این تحقیق، برخوردار است. این درحالیست که با تبدیل معادلات حرکت چند متغیره به عبارت‌های جبری خطی، نتایج حاصل از این روش پیشنهادی بدون پیچیدگی خاصی و با تعداد کمی از نقاط مجموعه‌ای به دست آمده‌اند. رسیدن نتایج روش پیشنهادی به دقت نتایج حل موجک هار با ابعاد ماتریسی کمتر و در نتیجه کاهش

در این پژوهش تحلیل ارتعاش آزاد صفحه مرکب چندلایه با استفاده از حل عددی موجک هار مرتبه بالاتر بررسی شد. ابتدا رفتار حاکم بر صفحه مرکب چندلایه براساس نظریه زیگزاگ بهبودیافته مدل‌سازی و معادلات حرکت حاکم استخراج شد و سپس مجهولات جابه‌جایی و مشتقات آنها در معادلات، با ماتریس‌های به دست آمده از تعریف موجک هار مرتبه بالاتر جایگزین شد و فرکانس‌های طبیعی از حل مسئله مقدار ویژه با استفاده از برنامه‌نویسی در محیط نرم‌افزار متلب به دست آمد. نسبت‌های فرکانسی بدون بعد برای صفحه مرکب با تکیه‌گاه ساده

تعارض منافع

هیچ تعارض منافی برای نویسندگان این مقاله در انتشار آن وجود ندارد.

سهم نویسندگان

سهم هر یک از نویسندگان یک سوم از کل است.

منابع مالی

از منابع مالی خاصی کمک گرفته نشده است.

References

- [1] Reddy, J.N., 2004. *Mechanics of laminated composite plates and shells: theory and analysis*. 2nd ed. Boca Raton: CRC Press.
- [2] Pagano, N.J., 1969. Exact Solutions for Composite Laminates in Cylindrical Bending. *Journal of Composite Materials*, 3(3), pp.398–411.
- [3] Noor, A.K., 1973. Free vibrations of multilayered composite plates. *AIAA Journal*, 11(7), pp.1038–1039.
- [4] Carrera, E., 2002. Theories and Finite Elements for Multilayered, Anisotropic, Composite Plates and Shells. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 9(2), pp.87–140.
- [5] Khandan, R., Noroozi, S., Sewell, P. and Vinney, J., 2012. The Development of Laminated Composite Plate Theories: A Review. *Journal of Materials Science*, 47(16), pp.5901–5910.
- [6] Plagianakos, T.S. and Saravanas, D.A., 2009. Higher-order layerwise laminate theory for the prediction of interlaminar shear stresses in thick composite and sandwich composite plates. *Composite Structures*, 87(1), pp.23–35.
- [7] Nosier, A., Kapania, R.K. and Reddy, J.N., 1993. Free Vibration Analysis of Laminated Plates Using a Layerwise Theory. *AIAA Journal*, 31(12), pp.2335–2346.
- [8] Carrera, E. and Ciuffreda, A., 2005. A Unified Formulation to Assess Theories of Multilayered Plates for Various Bending Problems. *Composite Structures*, 69(3), pp.271–293.
- [9] Zhang, Y.X. and Yang, C.H., 2009. Recent Developments in Finite Element Analysis for Laminated Composite Plates. *Composite Structures*, 88(1), pp.147–157.
- [10] Reddy, J.N., 1984. A Simple Higher-Order Theory for Laminated Composite Plates. *Journal of Applied Mechanics*, 51(4), pp.745–752.
- [11] Phan, N.D. and Reddy, J.N., 1985. Analysis of Laminated Composite Plates Using a Higher-Order Shear Deformation Theory. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 21(12), pp.2201–2219.
- [12] Reddy, J.N. and Arciniega, R.A., 2004. Shear

حجم محاسباتی یکی دیگر از مزایای این روش پیشنهادی است و می‌تواند جایگزین روش حل موجک هار در حل عددی مسائل مختلف مکانیک جامدات شود. بررسی همگرایی این روش پیشنهادی نشان می‌دهد که این حل توانایی خوبی در نزدیک شدن به جواب دقیق با افزایش وضوح و نقاط مجموعه‌ای دارد.

قدردانی نویسندگان

از حمایت معنوی دانشگاه شهید باهنر کرمان، تشکر می‌گردد.

- Deformation Plate and Shell Theories: From Stavsky to Present. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 11(6), pp.535–582.
- [13] Vuksanović, D., 2000. Linear analysis of laminated composite plates using single layer higher-order discrete models. *Composite Structures*, 48(1), pp.205–211.
- [14] Stein, M., 1986. Nonlinear Theory for Plates and Shells Including the Effects of Transverse Shearing. *AIAA Journal*, 24(9), pp.1537–1544.
- [15] Lee, C.Y. and Liu, D., 1992. An Interlaminar Stress Continuity Theory For Laminated Composite Analysis. *Computers & Structures*, 42(1), pp.69–78.
- [16] Soldatos, K.P., 1992. A transverse shear deformation theory for homogeneous monoclinic plates. *Acta Mechanica*, 94(3), pp.195–220.
- [17] Karama, M., Afaq, K.S. and Mistou, S., 2003. Mechanical behaviour of laminated composite beam by the new multi-layered laminated composite structures model with transverse shear stress continuity. *International Journal of Solids and Structures*, 40(6), pp.1525–1546.
- [18] Matsunaga, H., 2002. Interlaminar Stress Analysis of Laminated Composite Beam According to Global Higher-Order Deformation Theories. *Composite Structures*, 55(1), pp.105–114.
- [19] Di Sciuva, M., 1987. An improved shear-deformation theory for moderately thick multilayered anisotropic shells and plates. *Journal of Applied Mechanics*, 54(3), pp.589–596.
- [20] Di Sciuva, M., 1992. Multilayered anisotropic plate models with continuous interlaminar stresses. *Composite Structures*, 22(3), pp.149–167.
- [21] Tessler, A., Di Sciuva, M. and Gherlone, M., 2009. *Refined zigzag theory for laminated composite and sandwich plates*. Technical Report, NASA/TP-2009-215561, pp.1–53.
- [22] Tessler, A., Di Sciuva, M. and Gherlone, M., 2010. A consistent refinement of first-order shear deformation theory for laminated composite and sandwich plates using improved zigzag kinematics. *Journal of Mechanics of Materials and Structures*, 5(3), pp.341–367.
- [23] Matsunaga, H., 2000. Vibration and stability of cross-ply

- laminated composite plates according to a global higher order plate theory. *Composite Structures*, 48(3), pp.231–244.
- [24] Karama, M., Afaq, K.S. and Mistou, S., 2009. A new theory for laminated composite plates. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part L: Journal of Materials: Design and Applications*, 223(2), pp.53–62.
- [25] Mantari, J.L., Öktem, A.S. and Soares, C.G., 2011. Static and dynamic analysis of laminated composite and sandwich plates and shells by using a new higher-order shear deformation theory. *Composite Structures*, 94(1), pp.37–49.
- [26] Sayyad, A.S. and Ghugal, Y.M., 2015. On the free vibration analysis of laminated composite and sandwich plates: A review of recent literature with some numerical results. *Composite Structures*, 129, pp.177–201.
- [27] Owen, D.R.J. and Li, Z.H., 1987. A refined analysis of laminated plates by finite element displacement methods—II Vibration and stability. *Computers & Structures*, 26(6), pp.915–923.
- [28] Kant, T. and Manjunatha, B.S., 1988. An un-symmetric FRC laminate C3 finite element model with 12 degrees of freedom per node. *Engineering with Computers*, 5(3), pp.300–308.
- [29] Pandya, B.N. and Kant, T., 1988. Finite element stress analysis of a laminated composite plate using a higher-order displacement model. *Composites Science and Technology*, 32(2), pp.137–155.
- [30] Nayak, A.K., Moy, S.S.J. and Shenoi, R.A., 2002. Free vibration analysis of composite sandwich plates based on Reddy's higher-order theory. *Composites Part B: Engineering*, 33(7), pp.505–519.
- [31] Zhen, W., Wanji, C. and Xiaohui, R., 2010. An accurate higher-order theory and C0 finite element for free vibration analysis of laminated composite and sandwich plates. *Composite Structures*, 92(6), pp.1299–1307.
- [32] Marjanović, M. and Vuksanović, D., 2014. Layerwise solution of free vibrations and buckling of laminated composite and sandwich plates with embedded delaminations. *Composite Structures*, 108, pp.9–20.
- [33] Belarbi, M.O., Tati, A., Ounis, H. and Khechai, A., 2017. On the Free Vibration Analysis of Laminated Composite and Sandwich Plates: A Layerwise Finite Element Formulation. *Latin American Journal of Solids and Structures*, 14(11), pp.2265–2290.
- [34] Numayr, K.S., Haddad, R.H. and Haddad, M.A., 2004. Free vibration of composite plates using the finite difference method. *Thin-Walled Structures*, 42(3), pp.399–414.
- [35] Ferreira, A.J.M., Carrera, E., Cinefra, M., Viola, E., Tornabene, F., Fantuzzi, N. and Zenkour, A.M., 2014. Analysis of Thick Isotropic and Cross-ply Laminated Plates by Generalized Differential Quadrature Method and a Unified Formulation. *Composites Part B: Engineering*, 58, pp.544–552.
- [36] Thai, C.H., Nguyen-Xuan, H., Bordas, S.P.A. and Nguyen-Thanh, N., 2015. Isogeometric Analysis of Laminated Composite Plates Using the Higher Order Shear Deformation Theory. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 22(6), pp.451–469.
- [37] Natarajan, S., Ferreira, A.J.M. and Nguyen-Xuan, H., 2014. Analysis of CrossPly Laminated Plates Using Isogeometric Analysis and Unified Formulation. *Curved and Layered Structures*, 1(1), pp.1–10.
- [38] Di Sciuva, M. and Sorrenti, M., 2019. A Family of C0 Quadrilateral Plate Elements Based on the Refined Zigzag Theory for the Analysis of Thin and Thick Laminated Composite and Sandwich Plates. *Journal of Composites Science*, 3(4), p.100.
- [39] Lepik, Ü. and Hein, H., 2014. *Haar wavelets: with applications*. Berlin: Springer.
- [40] Chen, C.F. and Hsiao, C.H., 1997. Haar wavelet method for solving lumped and distributed parameter systems. *IEE Proceedings - Control Theory and Applications*, 144(1), pp.87–94.
- [41] Lepik, Ü., 2005. Numerical solution of differential equations using Haar wavelets. *Mathematics and Computers in Simulation*, 68(2), pp.127–143.
- [42] Lepik, Ü., 2008. Solving differential and integral equations by the Haar wavelet method; revisited. *International Journal of Mathematics and Computation*, 1, pp.43–52.
- [43] Lepik, Ü., 2011. Solving PDEs with the aid of two-dimensional Haar wavelets. *Computers & Mathematics with Applications*, 61(7), pp.1873–1879.
- [44] Majak, J., Pohlak, M., Karjust, K., Eerme, M., Kurnitski, J. and Shvartsman, B.S., 2018. New higher order Haar wavelet method: application to FGM structures. *Composite Structures*, 201, pp.72–78.
- [45] Majak, J., Ratas, M., Karjust, K. and Shvartsman, B.S., 2020. Higher order Haar wavelet method for solving differential equations. In: *Wavelet Theory*. London: IntechOpen.

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم؟

Mirahmadi Chenaruiyeh, A., Fadaee Fathabadi, M.J. and Saffari, H., 2026. Free Vibration Analysis of Laminated Composite Plate Using Higher Order Haar Wavelet. *Modares Civil Engineering journal*, 26(3), pp.25-42.



Numerical Investigation of Removing Horizontal Continuity plate in beam to column connection in the box columns in Moment Resisting Frame Systems (MRFs)

S.A.Razavi.Tabatabaei^{1*}, M.R.Rajaiee²

1. Associate Professor of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Science and Culture, Tehran, Iran.
2. Master graduate, Faculty of Engineering, University of Science and Culture, Tehran, Iran.

Abstract

This paper presents a series of innovative connection configurations developed to overcome the persistent challenges associated with installing horizontal continuity plates inside box-shaped steel columns. These challenges frequently arise due to restricted access within the column, geometric limitations imposed by the closed box-section, and the inherent difficulty of meeting seismic design provisions under such conditions. In many practical applications, the placement and welding of horizontal continuity plates inside box columns can be highly demanding, leading to construction inefficiencies and, in some cases, inadequate seismic performance if the detailing cannot be executed properly. To address these issues, the present study introduces alternative strategies based on detailed numerical analyses aimed at improving both constructability and structural behavior.

A primary objective of the proposed designs is to ensure a reliable and continuous load-transfer mechanism from the beam to the column within the panel zone, while also simplifying the assembly and erection of moment-resisting frame components. The first proposed solution involves substituting conventional horizontal continuity plates with an internal vertical stiffener. This modification not only facilitates the establishing of a more direct and efficient load path but also eliminates the need for complex internal welding operations inside the box column. When combined with the widening of the beam flanges, this configuration further enhances the rotational capacity of the connection and contributes to a more stable panel zone response.

In addition to these internal modifications, alternative connection types incorporating external vertical stiffeners attached to the beam flanges were also examined. These stiffeners were used together with the internal vertical stiffener replacing the horizontal continuity plates. The intention behind this combined approach is to reinforce the beam-column interface externally while maintaining simplified detailing inside the column. A third category of connections—those simultaneously employing widened beam flanges, external vertical stiffeners, and the internal vertical stiffener—was analyzed to understand the cumulative and interactive effects of these enhancements.

The numerical analysis results confirm that all proposed connections exhibit adequate and reliable performance when compared to conventional moment connections commonly used in steel moment-resisting frames. Specifically, the configurations with widened beam flanges demonstrated an 18% increase in energy absorption capacity relative to standard moment connections, maintaining their strength effectively up to drift levels of 6% radians without experiencing significant degradation. Connections featuring external vertical stiffeners alone achieved a 14% increase in energy dissipation, while the hybrid configuration combining both strategies—widened flanges and external stiffeners—yielded an impressive 28% improvement.

Beyond improved energy dissipation, the proposed designs also influence the development of the plastic hinge. The combined use of widened flanges and external vertical stiffeners effectively shifts the plastic hinge formation away from the column face, thereby reducing the demand on the column panel zone and minimizing the likelihood of brittle fracture in the beam-column welds. Evaluation of the weld rupture index further confirms that the probability of fracture is substantially lower in the proposed connections compared to conventional moment-resisting connections. Overall, the study demonstrates that the new connection configurations offer both superior structural performance and enhanced constructability, making them promising alternatives for seismic-resistant steel frame construction.

Review History

Received: Nov 12, 2024

Revised: Jun 15, 2025

Accepted: Nov 8, 2025

Keywords

Horizontal continuity plate
internal vertical stiffener
external vertical stiffener
box column, steel moment
frame

Rupture index of weld

* Corresponding Author Email: arazavi@usc.ac.ir - ORCID: 0000-0002-8061-6213

بررسی عددی حذف ورق پیوستگی افقی در اتصال تیر به ستون در ستون‌های جعبه‌ای در سیستم‌های قاب خمشی فولادی

سید علی رضوی طباطبائی^{۱*}، محمدرضا رجایی^۲

۱. استادیار گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه علم و فرهنگ، تهران، ایران.

۲. کارشناس ارشد زلزله، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه علم و فرهنگ، تهران، ایران.

چکیده

تاریخچه داوری

در این مقاله به منظور رفع چالش‌های تعبیه و نصب ورق‌های پیوستگی افقی در داخل ستون‌های جعبه‌ای که در مواردی به دلیل صعوبت دسترسی و هندسه و چیدمان خاص آن‌ها، ارضای صحیح و مناسب ضوابط طراحی لرزه‌ای را با چالش‌های بسیاری روبرو می‌کند؛ اقدام به پیشنهاد اتصالاتی جدید و راهبردی با استفاده از تحلیل عددی شده‌است. به منظور دستیابی به یک مسیر انتقال بار مناسب از تیر به ستون در ناحیه چشمه اتصال و همچنین سهولت مونتاژ و اجرای المان‌های قاب خمشی در ناحیه چشمه اتصال می‌توان استفاده از سخت کننده قائم داخلی به جای ورق‌های پیوستگی افقی رایج و تعریض بال‌های تیر را به عنوان یک راهکار مناسب پیشنهاد کرد. علاوه بر آن اتصالاتی با استفاده از سخت کننده‌های قائم خارجی بر روی بال تیر در ناحیه اتصال تیر به ستون به همراه به کارگیری سخت کننده قائم داخلی به جای ورق پیوستگی افقی در ناحیه چشمه اتصال پیشنهاد شده‌است. از طرفی تأثیر استفاده همزمان از تعریض بال‌های تیر، حضور سخت کننده‌های قائم خارجی بر روی بال تیر و جایگزین کردن سخت کننده قائم داخلی به جای ورق پیوستگی افقی در ناحیه چشمه اتصال نیز مورد بررسی قرار گرفته‌است. نتایج حاصل شده از تحلیل عددی اتصالات پیشنهادی نمایانگر کفایت لازم و کافی اتصالات در قیاس با اتصالات رایج خمشی می‌باشد.

کلمات کلیدی

ورق پیوستگی افقی
سخت کننده قائم داخلی
سخت کننده قائم خارجی
ستون جعبه‌ای
قاب خمشی فولادی
شاخص شکست جوش

اتصالاتی که با استفاده از تعریض بال‌های تیر ساخته شده‌اند؛ دارای ظرفیت جذب انرژی ۱۸٪ بالاتر از اتصال رایج خمشی تا حداکثر جابه جایی ۶٪ رادایان بوده‌اند بدون آن که افت مقاومت شدیدی از خود نشان دهند. این درصد در اتصالات با به کارگیری سخت کننده قائم خارجی بر روی بال تیر و اتصالاتی که با استفاده از حضور همزمان تعریض بال‌های تیر و سخت کننده قائم خارجی بر روی بال‌های تیر ساخته شده‌اند؛ به ترتیب ۱۴٪ و ۲۸٪ بالاتر از نمونه رایج خمشی گزارش شده‌است. نتایج نهایی نشانگر آن است که استفاده همزمان از تعریض بال‌های تیر و سخت کننده‌های قائم خارجی بر روی بال تیر در راستای جان تیر منجر به ایجاد یک مسیر انتقال بار مناسب از تیر به ستون در ناحیه چشمه اتصال می‌گردد. همچنین مکانیزم دور شدن مفصل پلاستیک از بر ستون بسیار مناسب است و امکان بروز شکست‌های ترد جوش نفوذی در محل اتصال تیر به ستون بسیار ناچیز است و در بررسی شاخص شکست جوش این معیار در قیاس با اتصال مشابه خمشی بسیار ناچیز گزارش شده‌است.

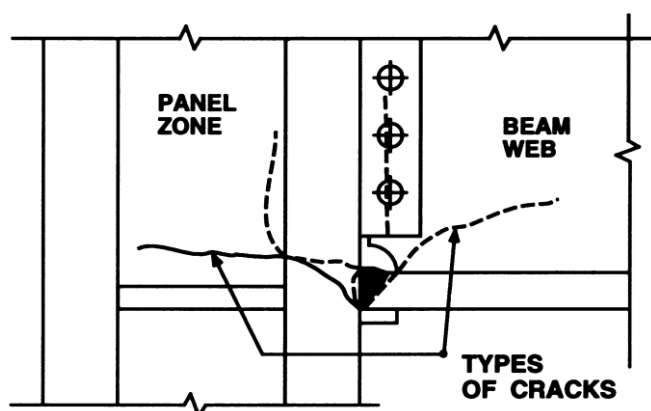
* رایانامه نویسنده مسئول: arazavi@usc.ac.ir - ORCID: 0000-0002-8061-6213

۱- مقدمه

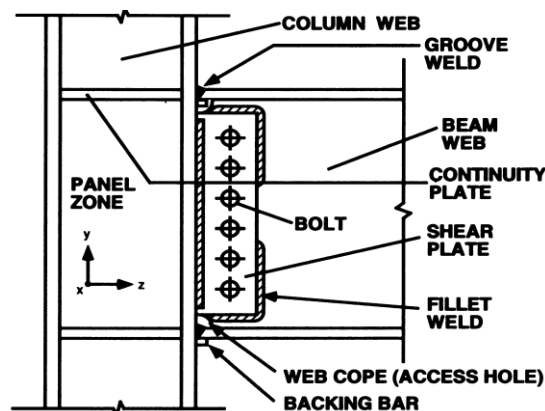
اتصال تیر به ستون و چقرمگی ناکافی فلز جوش را می‌توان از جمله عوامل بروز خرابی‌ها در زلزله نورتریج ۱۹۹۴ به حساب آورد. در شکل (۱) نمونه اتصال متعارف پیش از زلزله ۱۹۹۴ نورتریج آمریکا قابل مشاهده می‌باشد [1, 2]. پس از وقوع زلزله نورتریج سال ۱۹۹۴، در بیشتر اتصالات پیش‌تأیید صلاحیت شده پیشنهادی توسط آیین‌نامه‌ها برای ایجاد یک مسیر انتقال نیروی مناسب از تیر به ستون، به استفاده از ورق‌های پیوستگی افقی در داخل ستون‌ها نیاز است. اساساً هندسه بسته ستون‌های جعبه‌ای و دسترسی سخت به منظور مونتاژ و جوشکاری ورق‌های پیوستگی افقی در داخل آن‌ها موجب دشوار بودن و هزینه‌بر بودن عملیات ساخت این نوع از ستون‌ها شده‌است.

به منظور برطرف کردن مشکلات ناشی از تعبیه ورق‌های پیوستگی افقی در سیستم‌های قاب خمشی فولادی مانند سختی دستیابی به جوش نفوذی کامل، عدم امکان بازرسی کامل جوش در ورق‌های پیوستگی افقی در صورت استفاده از تکنیک الکترواسلگ [3]، دشوار بودن عملیات ترمیم و اصلاح جوش ورق‌های پیوستگی افقی در صورت بروز عیوب جوش و ایجاد اعوجاج در بدنه ستون به دلیل عدم امکان جوشکاری هم‌زمان وجوه مقابل ورق‌های پیوستگی [4]، تا کنون تحقیقات متعددی که منجر به حذف یا اصلاح رفتار ورق‌های پیوستگی افقی صورت گرفته است. صفاری و همکاران [5, 6] به منظور جایگزینی ورق پیوستگی افقی در داخل ستون‌های جعبه‌ای به صورت کلی سه

قاب‌های خمشی فولادی به عنوان یکی از رایج‌ترین سیستم‌های مقاوم در برابر زلزله مدت زیادی است که در اقصی نقاط جهان در انواع سازه‌های کوتاه تا بلند مرتبه مورد استفاده قرار می‌گیرند. انعطاف پذیری بسیار زیاد این سیستم از نقطه نظر معماری و کاربری فضا، سرعت اجرای بالا، وزن پایین و شکل پذیری بالا همگی موجب محبوبیت آن شده‌اند. از طرفی از ایمنی لازم و مورد نظر کدهای طراحی لرزه‌ای و عدم قابلیت بازسازی مناسب این سیستم پس از وقوع زمین لرزه‌های شدید نیز نباید غافل شد. به طور کلی تغییر شکل‌های بسیار زیادی که در هنگام وقوع زلزله در این نوع از سیستم رخ می‌دهد، لزوم طراحی دقیق و اصولی اتصالات این قاب‌ها را یادآور می‌شود. در زلزله سال ۱۹۹۴ نورتریج آمریکا، با وجود رعایت مقررات و ضوابط موجود در آیین‌نامه‌های رایج در آن زمان، بسیاری از ساختمان‌های نوساز خرابی زیادی در ناحیه اتصال تیر به ستون متحمل شدند. وقوع این زمین‌لرزه و رخدادها و خسارت‌های سازه‌ای آن جامعه مؤلفین، مهندسين و طراحان را به شوک فرو برد؛ زیرا پیش از آن با توجه به پژوهش‌های متعدد و آزمایش‌هایی که در اوایل دهه ۹۰ میلادی در مورد این سیستم صورت گرفته بود، نشان دهنده کارایی لازم و قابل قبول اتصالات قاب‌های خمشی فولادی بوده‌است. کیفیت پایین ساخت و عدم بازرسی مناسب جوشکاری‌های صورت گرفته، عدم پیش‌بینی تمرکز تنش و درخواست نیروی لرزه‌ای بالا در محل



Some failure modes of the welded beam-to-column connection



A typical welded beam-to-column connection

شکل ۱. اتصال رایج خمشی و محل بروز شکست جوش پیش از زلزله نورتریج ۱۹۹۴ [۱]

Fig. 1 Common flexural joint and location of weld failure before the 1994 Northridge earthquake [1]

طرح را مورد بررسی قرار دادند. استفاده از دو ورق مثلی در داخل ستون در بالا و پایین منتهی به بال‌های تیر، استفاده از دو ورق مستطیلی مانند رویه طرح قبل و استفاده از یک جان اضافه در داخل ستون همراه با بهره‌گیری از دو طرح قبل، در مورد اتصال با ورق مثلی عملکرد ضعیف‌تری نسبت به نمونه رایج اتصال یعنی به کار بردن ورق پیوستگی افقی در داخل ستون گزارش شده است. علاوه بر آن اتصال با ورق مستطیلی عملکردی تقریباً مشابه اتصال رایج را دارد. در نهایت طرح با افزودن یک ورق جان در داخل ستون به همراه بهره‌گیری از ورق‌های مستطیلی و مثلی در داخل آن بیشترین و بهترین عملکرد را از خود نشان داده است. این طرح دارای $11/5\%$ مقاومت و $54/2\%$ شکل پذیری بیشتر نسبت به نمونه رایج اتصال خمشی در داخل ستون بوده است. با این حال با توجه به قضاوت نهایی صورت گرفته در این تحقیق، این طرح موجب افزایش بسیار چشمگیر شکل‌پذیری و تأمین کمترین شکل‌پذیری در مورد یک اتصال متناسب با آیین‌نامه‌های طراحی نشده است و پیشنهاد می‌شود به منظور رسیدن به این مهم از این طرح به همراه ایجاد تغییراتی در مقطع تیر مانند (RBS) استفاده شود. فنائی و همکاران [7, 8] در مطالعه‌ای دیگر اقدام به مطالعه ناحیه چشمه اتصال بدون ورق پیوستگی کردند. در اتصال پیشنهادی، آن‌ها ضخامت بال ستون را در محل اتصال تیر به ستون افزایش دادند و از یک ورق پشت بند برای جوش دادن بال تحتانی تیر به بال ستون استفاده کردند. نتایج نشان داد که با تعبیه ورق پشت بند، شکست ترد در ناحیه اتصال تیر به ستون کمتر از حالتی است که تنها از جوش نفوذی کامل استفاده شود و پیش نیازهای طراحی لرزه‌ای در قاب‌های خمشی فولادی را برآورده می‌سازد. رضایی فر و یونسی [9] در سال ۲۰۱۷ رفتار اتصالات تیر-ستون باکس با/بدون صفحات پیوستگی، با سخت‌کننده خارجی در دو حالت با/بدون بتن (CFT/HSS) داخل ستون و در نهایت اتصال تقویت‌شده با شبکه‌های میلگرد افقی در ستون CFT (لوله پر شده با بتن) با مدل‌سازی المان محدود و تحلیل غیرخطی تحت بارگذاری‌های یکنواخت و چرخه‌ای بررسی کردند. نتایج نشان داد که استفاده از سخت‌کننده خارجی به جای صفحات پیوستگی

باعث افزایش ۱ درصدی در سختی و در نتیجه ۴۶،۰۹ درصد در مقاومت می‌شود. از سوی دیگر، استفاده از بتن پرکننده در ستون باعث بهبود رفتار لرزه‌ای اتصال شده است. میرقادری و احمدی [10] در سال ۲۰۱۹ اتصال صلب تیر فولادی به ستون CFT با سخت‌کننده T شکل بررسی کردند. به منظور کاهش تمرکز تنش و افزایش شکل‌پذیری، از روش سوراخ‌کاری بال تیر استفاده شد که نسبت به RBS ساده‌تر و برای ساختمان‌های موجود مناسب‌تر است. نتایج این تحلیل نشان داد این روش باعث کاهش تنش، جلوگیری از شکست ترد، و بهبود شکل‌پذیری اتصال می‌شود. این نوع اتصال قابلیت استفاده در قاب‌های خمشی متوسط و ویژه را دارد. نجف قلی‌پور و همکاران [11] در سال ۲۰۲۰ ورق پیوستگی افقی را از ناحیه چشمه اتصال حذف کردند و به جای آن از یک سخت‌کننده قائم داخلی استفاده کردند. علاوه بر آن با تعبیه مقطع تیر کاهش یافته و تضعیف قسمتی از تیر تقریباً در تمامی نمونه‌های مورد بررسی مفصل پلاستیک در ناحیه میانی تشکیل شد. نتیجه آن که نمونه‌های پیشنهادی قابلیت تحمل حداقل جابه‌جایی نسبی $0/04$ رادیان بدون زوال مقاومت و شکست ترد در ناحیه جوش را دارا می‌باشند. صلح‌میرزایی و همکاران [12] در سال ۲۰۲۱ به بررسی عددی و تجربی جزئیات جدیدی برای ناحیه چشمه اتصال در اتصالات صفحه انتهایی تیر به ستون پرداختند. در جزئیات پیشنهادی، نیاز به جوشکاری در ستون در ناحیه پنل به طور کامل حذف شده است و یک ناودانی سخت‌شده نقش صفحات پیوستگی و مضاعف را ایفا می‌کند. این ناودانی با استفاده از مهره و پیچ به ستون متصل می‌شود. بر اساس نتایج عددی، سه نمونه ساخته شده و تحت بارگذاری چرخه‌ای در یک آزمایش تجربی در اندازه کامل تا زمانی که کاهش مقاومت در نمودارهای هیستریزس مشاهده شد، مورد بررسی قرار گرفتند. پس از ارزیابی نتایج، مشخص شد که تحت بارگذاری اعمال‌شده، هر سه نمونه معیارهای لرزه‌ای اتصال مقاوم ویژه را برآورده کردند. علاوه بر این، جزئیات جدید نه تنها رفتار لرزه‌ای بهتری داشتند، بلکه اجرای آنها نیز راحت‌تر بود. جمالی و همکاران [13] در سال ۲۰۲۲ با حذف ورق پیوستگی در ستون باکس و با عبور تیر از میان ستون باکس و همچنین استفاده از دو

همزمان آن‌ها در عملکرد اتصال مورد بررسی قرار گرفته‌است. دلیل این امر آن است که اتصالات پیشنهادی مقتضیات اقتصادی و کاربری در پروژه‌های گوناگون را برآورده سازند.

۱-۲- چگونگی ساخت اتصالات پیشنهادی

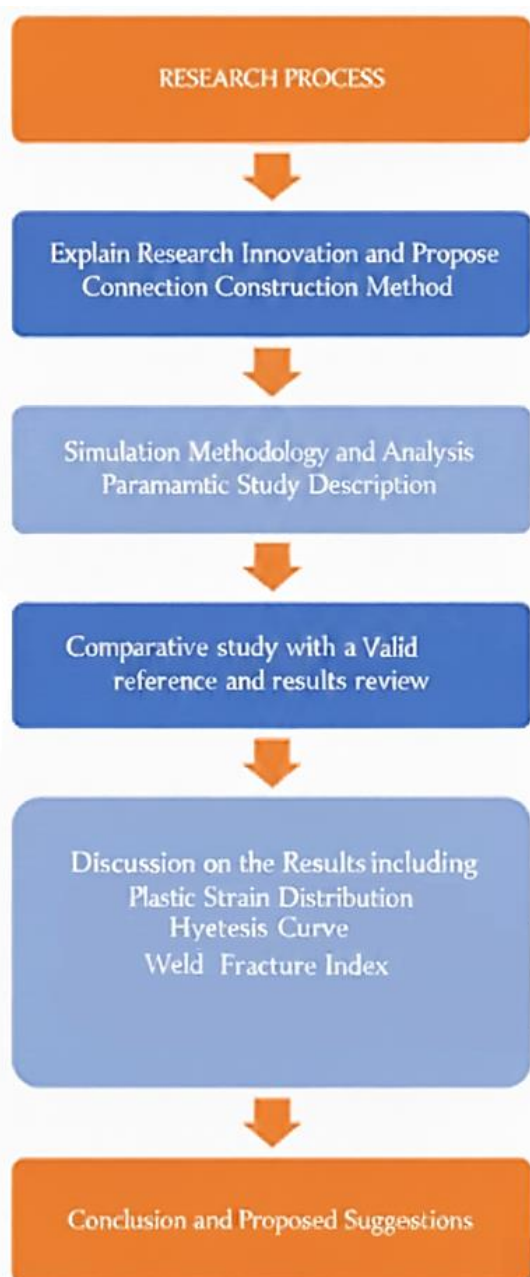
اتصالات پیشنهادی اگر چه از نقطه نظر اقتصادی تا حدودی میزان آلیاژ مصرفی در پروژه را افزایش می‌دهند اما چالش‌ها و

صفحه دوزنقه‌ای شکل تقویتی به بررسی رفتار لرزه‌ای این اتصال به صورت آزمایشگاهی و عددی پرداختند. یافته‌ها نشان می‌دهند که نمودارهای هیستریزیس رسم‌شده برای هر سه نمونه دارای حلقه‌های پایدار هستند. علاوه بر این، براساس نتایج، استراتژی‌های پیشنهادشده برای بهبود عملکرد نمونه اصلی، مؤثر و مناسب ارزیابی شده‌اند.

در این تحقیق ابتدا مشکلات موجود در استفاده از ورق‌های پیوستگی افقی در اتصالات تیر به ستون شناسایی می‌شود. این مشکلات شامل جوشکاری ناقص و نفوذ جوش در گوشه‌ها و دشواری‌های نصب بودند که منجر به کاهش کارایی و ایمنی سازه می‌شوند. برای رفع این چالش‌ها، پیشنهاد می‌شود که به جای ورق‌های پیوستگی افقی از سخت‌کننده‌های عمودی داخلی استفاده شود و عرض بال تیر افزایش یابد. سپس با استفاده از نرم‌افزار اجزای محدود آباکوس، مدل‌سازی و تحلیل‌های عددی برای ارزیابی عملکرد این اتصالات پیشنهادی انجام می‌شود. نتایج حاصل از تحلیل‌ها نشان داد که اتصالات پیشنهادی نسبت به اتصالات سنتی عملکرد بهتری دارند، به ویژه در جذب انرژی و کاهش شکست در جوش‌ها. در نهایت، نتایج تحقیق نشان داد که استفاده از این اتصالات جدید می‌تواند بهبود چشمگیری در عملکرد سازه‌های فولادی ایجاد کرده و ایمنی و کارایی آن‌ها را افزایش دهد. روند انجام پژوهش را در شکل (۲) مشاهده می‌کنید.

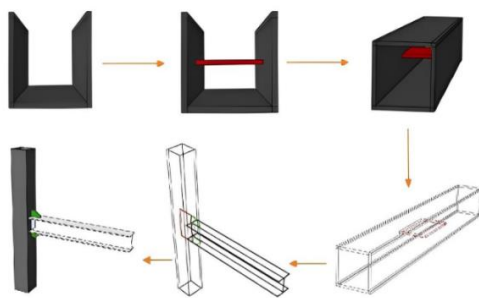
۲- نوآوری پژوهش

در این تحقیق به منظور رفع چالش‌ها و عیوب اجرایی و عملیاتی مربوط به اتصالات رایج خمشی متشکل از ورق‌های پیوستگی افقی، اقدام به ارائه یک روش کاربردی و جدید شده‌است. اتصال ارائه شده از یک ورق پیوستگی قائم به جای دو ورق پیوستگی قائم در ناحیه چشمه اتصال بهره می‌برد. در محل اتصال تیر به ستون نیز از دو رویکرد تعریض بال‌های تیر و به کار بردن سخت‌کننده‌های قائم خارجی در راستای جان‌های تیر و روی بال‌های تیر استفاده شده‌است. لازم به ذکر است که چگونگی اتصال تیر به ستون به صورت جداگانه و همچنین اثر



شکل ۲. روند انجام پژوهش

Fig. 2. Research process



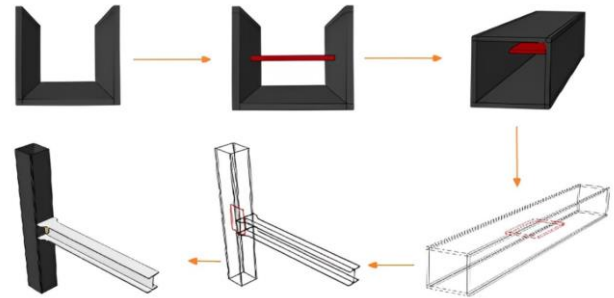
شکل ۴. مراحل ساخت اتصال با استفاده از سخت کننده‌های قائم خارجی در ناحیه اتصال تیر به ستون و سخت کننده قائم داخلی

Fig. 4. The steps of making the connection by using external vertical stiffeners at the beam-to-column area and internal vertical stiffener

شده است، از نوع General/Static می‌باشد. کلیه مش‌بندی‌هایی که در مدل‌های ساخته شده به کار برده شده است، المان‌های هشت گره‌ای مکعبی C3D8R است و در مدل‌سازی کلیه اجزای مدل‌ها شامل تیرها، ستون‌ها، ورق‌ها و ... از المان‌های توپر استفاده شده است.

۳-۱- بارگذاری و مشخصات مصالح

به منظور بارگذاری کلیه مدل‌های موجود در این تحقیق از پروتکل بارگذاری مربوط به قاب‌های خمشی ویژه و متوسط که در آیین‌نامه فولاد آمریکا (AISC-341-22) ارائه شده است، استفاده می‌شود. این بارگذاری به صورت بار چرخه‌ای بوده است و به شیوه جابه‌جایی - کنترل به انتهای آزاد تیر وارد می‌شود شکل (۵). با فرض ارتفاع ستون برابر ۳٫۳ متر و دریافت ۱ درصد معادل ۳٫۳ سانتی‌متر که جابه‌جایی در انتهای ستون می‌باشد، همین میزان از تغییر در آباکوس لحاظ شده است. به منظور تعریف رفتار غیر خطی فولاد از نمودار تنش- کرنش فولاد نرمه تیپ st-37 استفاده شده است. در این راستا تمامی مشخصات مربوط به ناحیه الاستیک مصالح فولادی برابر با مدول الاستیسیته $E = 210 \text{ GPa}$ و ضریب پواسون $\nu = 0.3$ در نظر گرفته شده است. تغییرات تنش- کرنش ناحیه پلاستیک به صورت خطی و با شیب $0.003E$ لحاظ شده است. نمودار تنش-کرنش مفروض با در نظر گرفتن سخت شوندگی کینماتیکی مصالح موجود و متناظر با تنش-کرنش واقعی در نرم افزار آباکوس اعمال شده است.



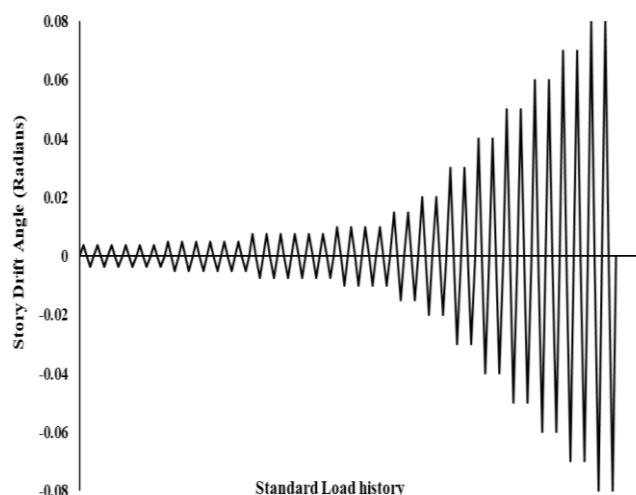
شکل ۳. مراحل ساخت اتصال با استفاده از تعریض بال‌های تیر و سخت کننده قائم داخلی

Fig. 3. The steps of making the connection by using the widening of the flanges of the beam and internal vertical stiffener

مشکلات موجود در اتصالات رایج را به صورت کامل حل می‌کند و روش ساخت بسیار ساده‌تری را ارائه می‌کند. به منظور ایجاد اتصال در ستون‌های جعبه‌ای ساخته شده از ورق فولادی، ابتدا سه ورق ستون به یکدیگر جوش شده و شکل U را پدید می‌آورند. سپس سخت‌کننده قائم داخلی که از قبل دو سمت آن به صورت یک طرفه پخ خورده و لبه‌سازی شده است، روی ورق‌های پشت‌بندی که به دو وجه داخلی بال‌های ستون جوش شده است، قرار می‌گیرد. سپس سخت‌کننده داخلی در تمام طول خود به وسیله جوش نفوذی کامل به بال ستون با استفاده از تکنیک ورق پشت‌بند متصل می‌شود. پس از آن ورق چهارم ستون که یکی از جان‌های ستون است در جای خود نصب می‌شود. در محل اتصال تیر به ستون نیز از تعریض بال‌های تیر و سخت‌کننده قائم خارجی در راستای جان تیر استفاده شده است. سخت‌کننده‌های قائم خارجی با استفاده از جوش نفوذی کامل به بال ستون متصل می‌شود. لازم به ذکر است ارتفاع سخت‌کننده به میزانی در نظر گرفته می‌شود که در ضخامت دال بتنی و کف‌سازی گم شود. شکل‌های (۳ و ۴).

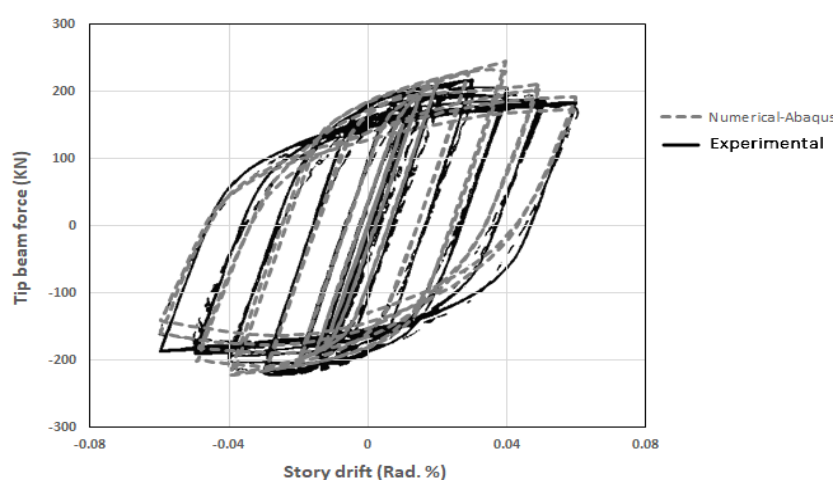
۳- مدل‌سازی و تحلیل

در این پژوهش کلیه مدل‌سازی‌ها و تحلیل نتایج مربوط به آن‌ها توسط نرم افزار تحلیل اجزای محدود Abaqus انجام گرفته است. روش تحلیل عددی کلیه مدل‌ها، به صورت غیر خطی می‌باشد و از حلگر Abaqus standard/ Implicit استفاده می‌شود. نوع استپی که برای تحلیل عددی غیرخطی استفاده



شکل ۵. پروتکل بارگذاری چرخه‌ای [14] AISC-341-22

Fig. 5. Cyclic loading protocol of AISC-341-22 [14]



شکل ۶. نمودار هیستریزس حاصل از تحلیل عددی و نتایج آزمایشگاهی

Fig. 6. Hysteresis diagram obtained from numerical analysis and laboratory results

جدول ۱. مقایسه نتایج حاصل از درستی‌آزمایی

Table 1. Comparison of the results of verification

Specimen	Max drift (Rad. %)	Max Force in tension and compression (KN)
Experimental	0.06	205
Numerical - Abaqus	0.06	228

Abaqus با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، هماهنگی نسبتاً خوبی میان نتایج وجود دارد (شکل ۶). اختلاف موجود در نمودار هیستریزس حاصل شده از مطالعه تطبیقی تحلیل عددی و آزمایشگاهی را می‌توان به وجود تنش‌های پسماند موجود در مدل آزمایشگاهی یا عدم مدل‌سازی جوش و یکپارچه شدن کل مدل در تحلیل عددی تعمیم داد (جدول ۱).

۴- درستی‌آزمایی

۴-۱- درستی‌آزمایی عددی اتصال (UR)

مقاله مورد نظر برای درستی‌آزمایی، مقاله صنیعی‌نیا و همکاران [15] می‌باشد و به مدل‌سازی یک نمونه اتصال ارائه شده موسوم به اتصال (UR) پرداخته شده است. نمودار هیستریزس نیرو-جابجایی حاصل از مدل‌سازی عددی در نرم افزار

۵- بحث و نتایج

۱-۵- مشخصات مقاطع فولادی نمونه‌ها و شرایط مرزی و

بارگذاری

مشخصات مقاطع فولادی استفاده شده در نمونه‌های عددی که به منظور استخراج نتایج تحلیل به کار رفته‌اند در جدول (۲) قابل مشاهده می‌باشد.

به منظور مقایسه هر چه بهتر اتصالات رایج خمشی با اتصالات پیشنهاد شده در این پژوهش تمامی مشخصات و جزئیات مربوط به تحلیل عددی مدل‌ها یکسان در نظر گرفته شده است و تفاوت موجود در مدل‌ها، در جزئیات اتصال با بهره‌گیری از طرح پیشنهادی می‌باشد. در تمامی مدل‌ها دهانه آزاد تیر برابر ۲۵۰۰ میلی‌متر و ارتفاع ستون فولادی جعبه‌ای برابر ۳۳۰۰

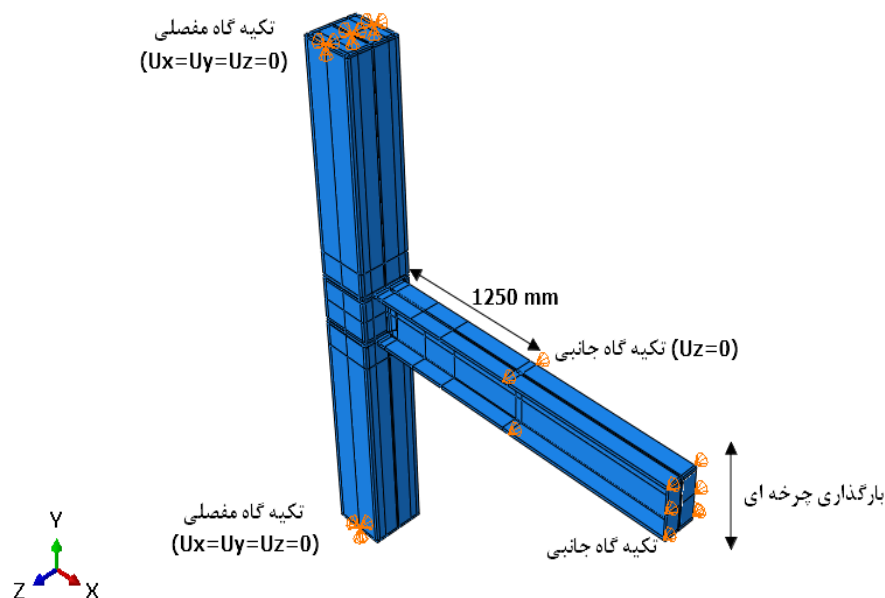
میلی‌متر است. مهار جانبی در قسمت میانی و انتهای تیر نیز تعبیه شده است. به منظور بارگذاری لرزه‌ای، جابه‌جایی چرخه‌ای دورانی مطابق پروتکل بارگذاری آیین نامه فولاد آمریکا - AISC 341-22 [14] به انتهای تیر اعمال شده است. همچنین به منظور جلوگیری از تمرکز تنش، ورق‌های صلبی در انتهای تیر و ستون تعبیه شده است. در قسمت ابتدایی و انتهایی ستون قیود مفصلی تعریف شده است (شکل ۷). سایر مشخصات مدل‌ها اعم از پارامترهای طراحی تعریض در بال‌های تیر در sp2-sp3a-sp3b، ابعاد و ضخامت سخت‌کننده قائم خارجی در اتصالات sp4 و sp5 در شکل (۸) قابل مشاهده می‌باشد.

مشخصات مربوط به ابعاد و ضخامت سخت‌کننده قائم داخلی و ورق‌های پیوستگی افقی رایج نیز در جدول (۳) مشاهده می‌شود.

جدول ۲. مشخصات مقاطع فولادی مدل‌های عددی (واحد: میلی‌متر)

Table 2. Specifications of steel sections of numerical models (unit: mm)

Specimen	Box Column	I-Beam
All Specimens	400×400×25	240×300×8×20



شکل ۷. نمایی از شرایط مرزی و بارگذاری مدل‌های عددی

Fig. 7. Finite element model and boundary conditions.

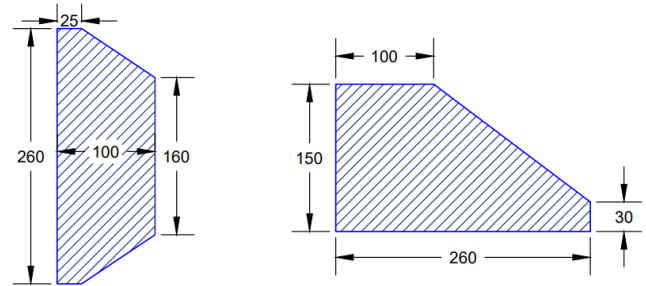
جدول ۳. ابعاد سخت‌کننده قائم داخلی و ورق‌های پیوستگی (واحد: میلی‌متر)

Table 3. Dimensions of internal vertical stiffeners and continuity plates (unit: mm)

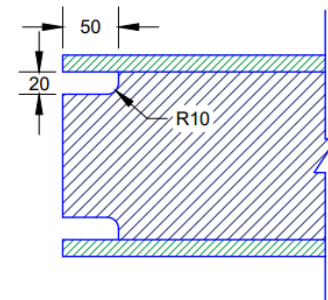
Specimen	Continuity Plate	Vertical Plate
Sp1	350×350×25	-
Sp2 to Sp5	-	640×350×25

۵-۲- کانتور تنش در مدل‌ها

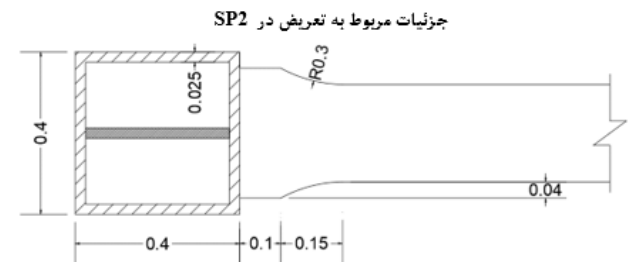
پس از تحلیل عددی مدل‌های مورد بحث در این پژوهش کانتور تنش در محل اتصال تیر به ستون حاصل شده است. در مدل SP2 تیر در نواحی انتهایی خود به تنش تسلیم خود رسیده است و وارد ناحیه پلاستیک شده است. در SP3-a تیر به صورت کامل وارد ناحیه پلاستیک شده است و عمده مفصل پلاستیک در فاصله‌ای دورتر از بر ستون به وقوع پیوسته است. بروز این موضوع با توجه به لحاظ کردن قاعده تیرضعیف-ستون قوی قابل پیش بینی بود. ستون در نواحی که در تعامل با ورق پیوستگی قائم می‌باشد، دچار تسلیم موضعی شده است. همچنین عمده تمرکز تنش در محل‌های تلاقی بال‌های تیر با جان ستون به دلیل تمرکز سختی اتفاق افتاده است. مدل SP3-b نیز به دلیل تشابه بسیار زیادی که با مدل SP3-a دارد، عملکرد مناسب و مطلوبی از خود نشان داده است. تنها تفاوت قابل بیان میان این دو مدل در توزیع کرنش پلاستیک و محل وقوع کماتش موضعی در بال‌های تیر و نواحی‌ای که در ورق پیوستگی قائم دچار تسلیم موضعی شده‌اند، می‌باشد. استفاده از سخت کننده قائم خارجی به دلیل وجود راهبردهای ذکر شده در آیین‌نامه‌های اتصالات پیش تأیید صلاحیت شده، منجر به دور شدن مفصل پلاستیک از بر ستون و ایجاد آن در ناحیه پس از سخت کننده قائم خارجی در SP4 گشته است. پس از جابه‌جایی ۰/۰۸ رادیان بال‌های تیر پس از مقطع سخت کننده دچار کماتش موضعی و جان تیر در مقاطعی دچار لهیدگی شده‌اند و پس از ۰/۰۶ رادیان افت مقاومت شدیدی را تجربه کرده‌است. عدم هم عرض بودن بال‌های تیر با مقطع بال ستون منجر به ایجاد تمرکز تنش در نواحی تلاقی بال ستون با سخت کننده قائم شده است. همچنین کوپل نیروی برشی در جان‌های ستون پدید نیامده است و همین امر یکی از اهداف تحقیق را با مخاطره روبرو کرده است و از تمام ظرفیت باربری ستون چه از نظر خمش و برش به صورت کامل استفاده نشده است. به طور کلی مدل SP4 لزوم طرح لرزه‌ای برای قاب‌های خمشی ویژه که در محدوده حداقل جابه‌جایی ۰/۰۳ تا ۰/۰۴ رادیان می‌باشند را برآورده کرده است. به منظور بهبود رفتار اتصال در مدل SP4 اقدام به ساخت مدل SP5 شده است. در این مدل از جزئیات تعریض در مدل SP3-a به انضمام جزئیات سخت کننده قائم خارجی به صورت یکپارچه در یک مدل استفاده شده است تا



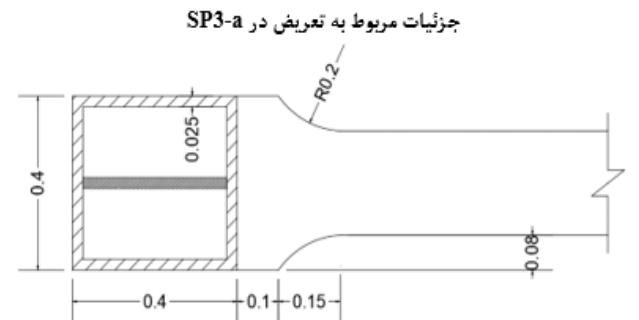
مشخصات سخت کننده قائم خارجی (mm) مشخصات ورق تکی جان (mm)



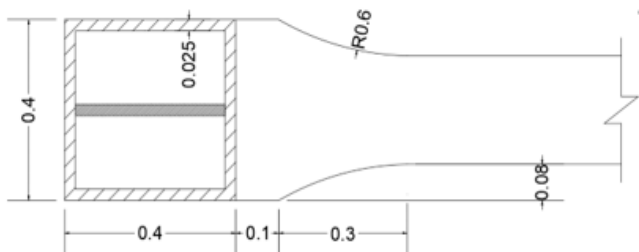
مشخصات سوراخ دسترسی جوش (mm)



جزئیات مربوط به تعریض در SP2



جزئیات مربوط به تعریض در SP3-a



جزئیات مربوط به تعریض در SP3-b

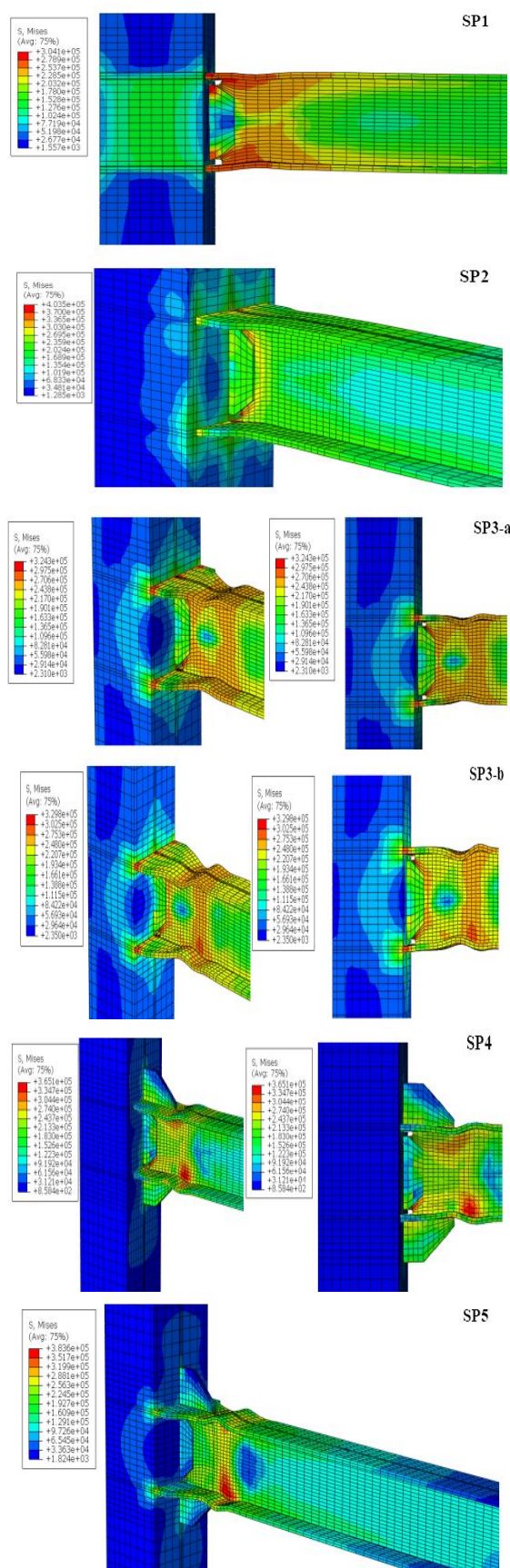
شکل ۸. سایر مشخصات مدل‌ها

Fig. 8. Other specifications of the models

از مزایای سخت کننده قائم خارجی در دور کردن مفصل پلاستیک از بر ستون و تأثیر تعریض بال‌های تیر در ایجاد مسیر انتقال بار مناسب در ناحیه چشمه اتصال به صورت هم‌زمان استفاده شود. نتیجه حاصل شده نشان می‌دهد که تیر به صورت کامل وارد ناحیه پلاستیک شده است و مفصل پلاستیک در بخش انتهایی سخت کننده قائم خارجی پدید آمده است. ایجاد کماتش موضعی در بال‌های تیر و میزان لهیدگی جان تیر تا حدود زیادی نسبت به SP4 کاهش پیدا کرده است. به طور کلی مدل SP5 به دلیل برخورداری از دو راهبرد طراحی اتصال رفتار خوب و مناسبی تا جابه‌جایی ۰/۰۷ رادیان از خود بروز داده است. در شکل (۹) کانتورهای تنش گزارش شده ناشی از تحلیل عددی نمونه‌ها قابل مشاهده است.

۵-۳- نمودار هیستریزیس

پس از تحلیل و بررسی عددی مدل‌ها اقدام به رسم نمودار هیستریزیس لنگر خمشی - جابه‌جایی برای مدل‌ها شده است. در شکل (۱۰) نتایج هر مدل به تفصیل قابل مشاهده است. عدم وجود افت مقاومت شدید، تقارن بسیار مناسب میان بخش فشاری و کششی نمودار و عدم پدید آمدن باریک شدگی، نمایانگر ظرفیت جذب انرژی بالای مدل SP2 و عملکرد مطلوب آن می‌باشد. مدل‌های SP3-a و SP3-b از نظر جذب انرژی به دلیل وجود یک سطح زیر نمودار مناسب عملکرد مطلوبی از خود نشان داده‌اند. علاوه بر آن نمودار دو مدل در بیشتر نقاط با یکدیگر همپوشانی دارند. مدل SP3-b در حدود ۴٪ ظرفیت جذب انرژی بالاتری از خود نسبت به مدل SP3-a نشان داده است. تقارن محوری و عدم بروز افت مقاومت و سختی منفی در نمودار از دیگر ویژگی‌های نمودار این دو مدل است. SP4 تا بیشترین جابه‌جایی ۰/۰۶ رادیان از نظر بیشترین جذب انرژی و عدم افت مقاومت شدید و ایجاد سختی منفی رفتار و عملکرد مطلوبی از خود نشان داده است. اما در بازه جابه‌جایی ۰/۰۶ تا ۰/۰۸ رادیان نمودار افت مقاومت شدیدی را تجربه کرده است. به طور کلی دلیل استفاده از سخت کننده قائم خارجی در این نمونه دور کردن مفصل پلاستیک از بر ستون بوده است و با توجه به ماهیت استفاده از ادواتی که موجب تقویت اتصالات خمشی می‌شوند، این امر تا حدود زیادی

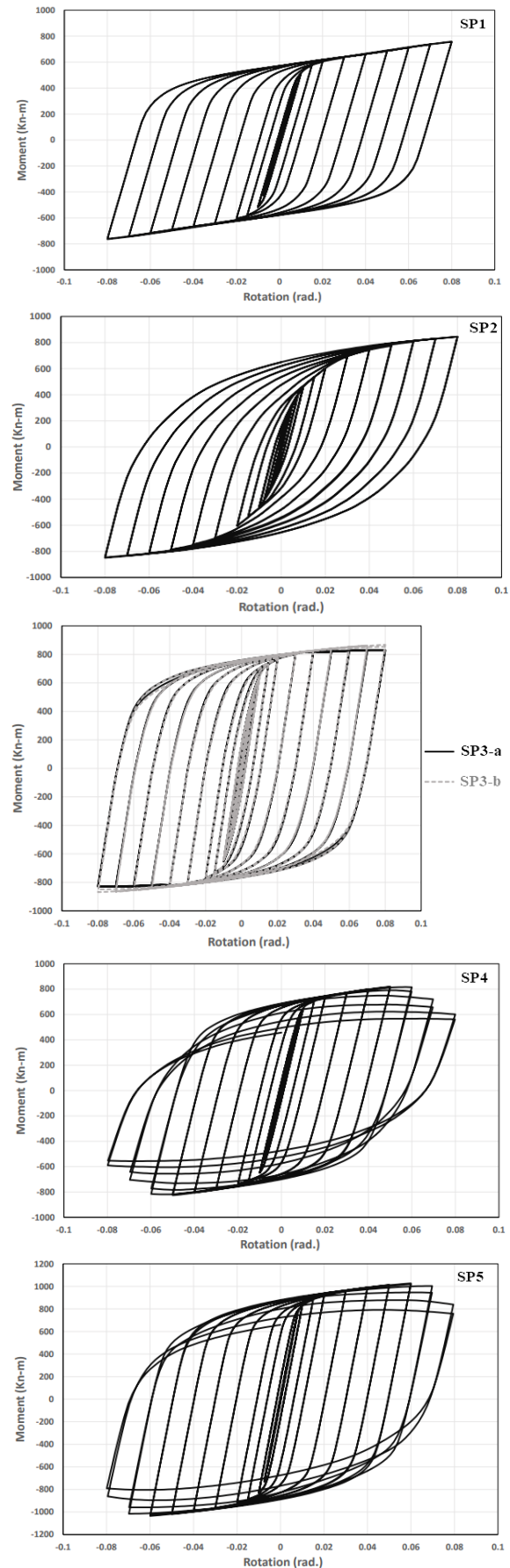


شکل ۹. کانتور تنش در نمونه‌های عددی پس از جابه‌جایی ۰/۰۸ رادیان (واحد: KN/m^2)

Fig 9. Stress contour in numerical samples after 0.08 radian Drift (unit: KN/m^2)

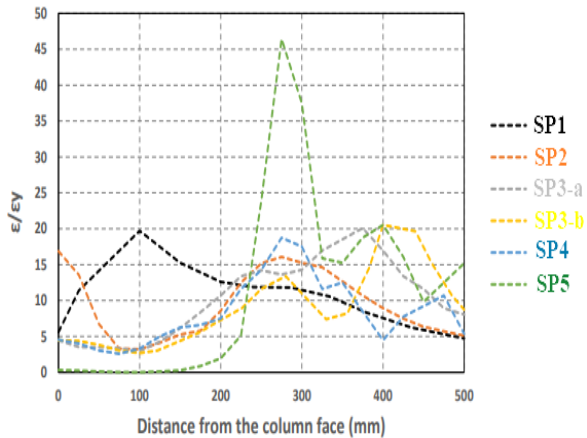
در این مدل برآورده شده است. اما به دلیل آن که عرض بال‌های تیر با عرض مقطع بال ستون برابر نیست، مسیر انتقال بار مناسبی در ناحیه چشمه اتصال پدید نیامده است و ورق پیوستگی قائم در ناحیه چشمه اتصال موفق به انتقال مناسب کوپل نیروی برشی به جان‌های ستون نشده است. همین امر موجب افت مقاومت شدید پس از جابه‌جایی $0/06$ رادیان شده است. در SP5 تا بیشترین جابه‌جایی $0/07$ رادیان هیچگونه افت مقاومتی دیده نشده است. علاوه بر آن نمودار هیستریزیس حاصل شده از این مدل دارای یک سطح زیر نمودار مناسب با جذب نیروی بالا و تقارن مناسب میان بخش فشاری و کششی می‌باشد. همچنین بیشترین لنگر خمشی در بخش فشاری و کششی نمودار نسبت به مدل‌های پیشین افزایش پیدا کرده است.

بر اساس بررسی صورت گرفته SP3-a دارای بیشترین میزان جذب انرژی در مقایسه با SP1 و SP2 می‌باشد. معیار جذب انرژی میزان سطح زیر نمودار هیستریزیس می‌باشد. با توجه به نتایج بدست آمده، عملکرد قابل قبول SP3-a در مقابل نمونه اتصال رایج خمشی (SP1) قابل مشاهده است شکل (۱۱). به منظور بررسی هر چه بهتر نتایج حاصل از SP5 در ادامه اقدام به مطالعه تطبیقی نمودار هیستریزیس این مدل با مدل‌های SP4 و SP3-a شده است. همان‌طور که در شکل (۱۲) پیداست، سطح جذب نیرو در SP5 نسبت به SP4 تا حدود زیادی افزایش پیدا کرده است. این موضوع بیانگر آن است که استفاده همزمان از دو ایده سخت‌کننده قائم خارجی و تعریض بال‌های تیر تا حدود زیادی موجب بهبود رفتار اتصال و دستیابی به عملکردی مطلوب می‌شود. همچنین از نقطه نظر جذب نیرو بسیار مناسب‌تر از SP4 عمل کرده است و حدود ۳۰ درصد عملکرد بهتری از خود نشان داده است. SP5 تا بیشترین جابه‌جایی $0/07$ رادیان افت مقاومت شدیدی را تجربه نکرده است و تا انتهای پروسه بارگذاری از مقدار 0.8Mp بیشتر افت پیدا نکرده است. علاوه بر آن بیشترین میزان لنگر خمشی در SP5 بسیار بیشتر از SP4 می‌باشد. نتایج حاصل از مطالعه تطبیقی SP5 و SP3-a در شکل (۱۳) آورده شده است. همان‌طور که دیده می‌شود SP5 دارای سطح جذب نیروی بالاتری نسبت به مدل SP3-a می‌باشد.



شکل ۱۰. نمودار هیستریزیس مدل‌ها حاصل تحلیل عددی

Fig. 10. FEA hysteresis diagrams



شکل ۱۵. نمودار مقایسه تطبیقی توزیع کرنش پلاستیک روی بال تیر به صورت

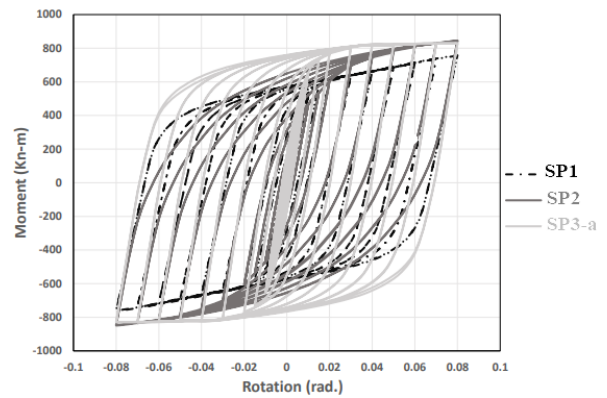
طولی در مدل‌های عددی پس از جابه‌جایی ۰/۰۸ رادیان

Fig. 15. Comparative comparison diagram of plastic strain distribution on the beam flange longitudinally in numerical models after drift of 0.08 radians

۴-۵- بررسی مدل‌های عددی از نظر توزیع کرنش پلاستیک

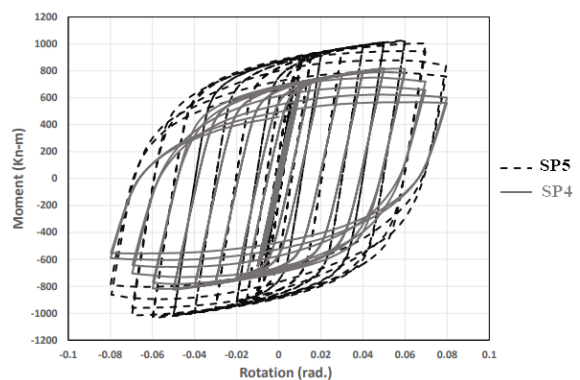
یکی از اهداف این پژوهش کفایت اتصالات پیشنهادی از نقطه نظر دور کردن مفصل پلاستیک از بر ستون و ایجاد آن در تیر به عنوان عضو جابه‌جایی کنترل می‌باشد. بدین منظور در این بخش به بررسی موضعی توزیع کرنش پلاستیک در اتصالات مدل‌سازی شده و مقایسه آن‌ها با مدل‌های رایج خمشی پرداخته شده است. در مدل‌های موجود برای دستیابی به یک مقایسه دقیق از مرکز بال کششی تیر خطی طولی تا فاصله‌ای مبنای بر ستون کشیده شده است و تاثیر کرنش پلاستیک در نقاط مرکزی بال تیر در فواصل گوناگون از بر ستون استخراج شده است (شکل ۱۴).

مقایسه تطبیقی نمودارهای توزیع کرنش پلاستیک حاصل از مدل‌های عددی با مدل رایج خمشی (SP1) در شکل (۱۵) مشاهده می‌شود. نتایج به دست آمده نشانگر نکته‌ای حائز اهمیت است. در SP1 در فاصله ۱۰۰ میلی‌متری از بر ستون مقادیر بیشترین کرنش پلاستیک به وقوع پیوسته است؛ در صورتی که در سایر مدل‌ها تا این فاصله، کرنش پلاستیک سیر نزولی داشته است و در فاصله ۲۰۰ میلی‌متری از بر ستون مقادیر کرنش پلاستیک افزایش پیدا کرده‌اند. SP2 تنها مدلی بوده است که در ابتدای امر سطح بالاتری از کرنش پلاستیک را نسبت به SP1 ثبت کرده است. این نتایج تأییدکننده تاثیر بالقوه استفاده از راهبردهای پیشنهادی در این تحقیق به منظور دستیابی به هدف ایجاد مفصل در تیر به عنوان عضو جابه‌جایی کنترل و جلوگیری از بروز کرنش‌های پلاستیک در بال ستون و ناحیه اتصال می‌باشد. SP5 که با حضور همزمان



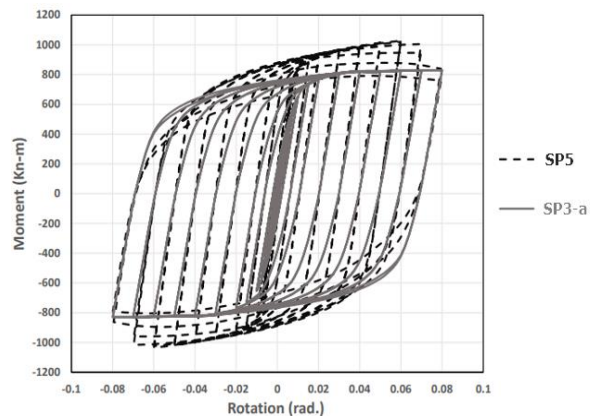
شکل ۱۱. نمودار هیستریزیس SP1, SP2 و SP3-a تا ۰/۰۸ رادیان

Fig. 11. FEA hysteresis diagram of SP1, SP2 and SP3-a in 0.08 radians



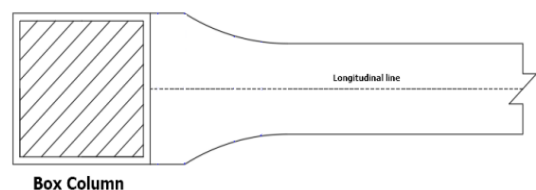
شکل ۱۲. نمودار هیستریزیس SP4 و SP5 تا ۰/۰۸ رادیان

Fig. 12. FEA hysteresis diagram of SP4 and SP5 in 0.08 radians



شکل ۱۳. نمودار هیستریزیس SP3-a و SP5 تا ۰/۰۸ رادیان

Fig. 13. FEA hysteresis diagram of SP3-a and SP5 in 0.08 radians



شکل ۱۴. نمونه‌ای از روند بررسی توزیع کرنش پلاستیک در نمونه‌های عددی

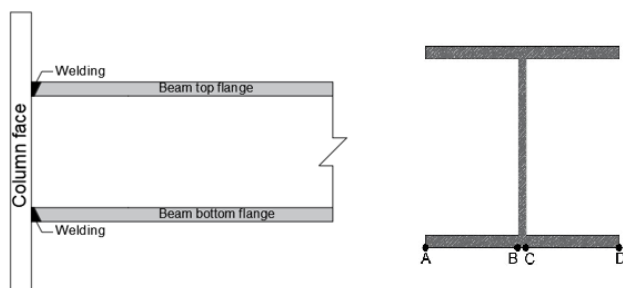
Fig. 14. An example of the process of investigating the distribution of plastic strain in numerical samples

شکل پذیر به شکست ترد در انتهای پروسه بارگذاری در قسمت‌های لبه‌ی بال تیر بسیار ناچیز است. SP5 بهترین عملکرد را در میان مدل‌های موجود داشته است. در این مدل احتمال بروز شکست ترد در انتهای پروسه بارگذاری بسیار ناچیز می‌باشد. این موضوع نیز از قبل به دلیل استفاده همزمان از سخت‌کننده قائم خارجی و تعریض بال‌های تیر و تأثیر این دو راهبرد در دور کردن مفصل پلاستیک، قابل پیش بینی بوده است (جدول ۵) و (شکل ۱۷).

جدول ۴. مشخصات مصالح جوش

Table 4. Welding material specification

Material	Fy (Mpa)	Fu (Mpa)	ϵ_y (%)	ϵ_u (%)
Weld	525	560	0.26	12



شکل ۱۶. نماهایی از نقاط مد نظر در بررسی شاخص شکست جوش و

معماری جوش مدلسازی شده

Fig.16. Views of the points considered in the examination of weld rupture index and modeled weld architecture

جدول ۵. مقادیر RI در مدل‌های عددی پس از جابه جایی ۰٫۰۸ رادیان

Table 5. RI values in numerical models after displacement of 0.08 radians

Specimen	Point	PEEQ	σ_m (MPa)	σ_{eff} (MPa)	RI
SP1	A	0.042	108.85	470.06	0.06
	B	0.256	119.05	345.95	0.43
	C	0.321	140.22	330.76	0.6
	D	0.0473	112.82	452.63	0.07
SP2	A	0.806	240.55	528.15	1.6
	B	0.42	174.43	531.55	0.68
	C	0.409	171.91	531.26	0.66
	D	0.82	237.7	528.19	1.61
SP3-a	A	0.4	119.78	519.67	0.55
	B	0.00011	144.05	130.04	0
	C	0.00005	130.06	133.72	0
	D	0.412	113.9	516.72	0.57
SP3-b	A	0.5	124.08	524.1	0.71
	B	0.0036	39.14	170.81	0.005
	C	0.0026	48.8	193.5	0.004
	D	0.53	126.68	525.03	0.76
SP4	A	0	56.31	130.6	0
	B	0.063	3.6	415.6	0.064
	C	0.46	-17.33	369.6	0.431
	D	0	69.3	190.98	0
SP5	A	0	120.781	370.45	0
	B	0	22.41	94.157	0
	C	0	18.03	90.11	0
	D	0	121.985	364.26	0

سخت‌کننده قائم خارجی و تعریض بال‌های تیر مدلسازی شد و مورد بررسی عددی قرار گرفت، مفصل پلاستیک را تا حدود زیادی از بر ستون دور کرده است و عمده‌ی مقادیر عددی کرنش پلاستیک به سبب وجود سخت‌کننده قائم خارجی در نواحی پس از اتمام آن به وقوع پیوسته است. به گونه‌ای که تنها مقادیری ناچیز از کرنش در بر ستون و بر روی بال کششی تیر مشاهده شده است.

۵-۵- بررسی شاخص شکست جوش در مدل‌های عددی

به منظور بررسی شکل‌پذیری و ارزیابی چگونگی و میزان ایجاد شکست در جوش نفوذی در ناحیه اتصال بال‌های تیر به بال ستون، در این بخش اقدام به بررسی مدل‌های عددی با معیاری تحت عنوان شاخص شکست جوش شده است رابطه (۱).

$$RI = \frac{PEEQ}{\exp(-1.5 \frac{\sigma_m}{\sigma_{eff}})} \quad (1)$$

روند بررسی بدین صورت است که جوش نفوذی کامل در نواحی اتصال بال‌های تیر به بال ستون مدلسازی شده است و مشخصات مصالح فلز جوش به آن‌ها اختصاص داده شده است تا بهترین نتیجه به دست آید [16, 17, 18]. مشخصات فلز جوش در جدول (۴) قابل مشاهده می‌باشد. بدیهی است با افزایش مقادیر عددی شاخص شکست جوش، نمونه‌ها در نقاط مورد نظر دچار کاهش ظرفیت شکل‌پذیری بشوند و در این نواحی در صورتی که جوش زده یا خراب باشد و تمهیدات لازم برای اجرای اصولی فرآیند جوشکاری صورت نپذیرد، دامنه و مد خرابی و شکست در این نقاط بحرانی از حالت شکست‌های شکل پذیر تبدیل به شکست‌های ترد شود (شکل ۱۶). SP2 بحرانی‌ترین نتایج را نسبت به سایر مدل‌ها داشته است؛ به گونه‌ای که در بال تحتانی این مدل بیشترین میزان RI در قسمت‌های لبه‌ی بال تیر گزارش شده است. این موضوع نشانگر آن است که احتمال بروز شکست‌های ترد در جوش نفوذی در این نواحی بسیار بالاست و باید تمهیدات مربوط به عملیات جوشکاری در این مدل با حساسیت و تمرکز مناسب‌تر و بیشتری صورت پذیرد. رفتار مدل‌های SP3-a و SP3-b به علت معماری مدلسازی بسیار نزدیک این دو مدل نسبت به یکدیگر، بسیار مشابه می‌باشد. در هر دو مدل در نقاط میانی حداقل شاخص RI گزارش شده است. در نواحی لبه‌ی بال‌های تیر نیز مدل SP3-b کمی بحرانی‌تر از مدل SP3-a رفتار کرده است. در SP4 در نقاط میانی افزایش در شاخص شکست جوش مشاهده شده است و در نقاط کناری بال‌های تیر مقادیر RI برابر عدد صفر گزارش شده است. این مسئله نشانگر این موضوع می‌باشد که احتمال تغییر مدهای شکست

انجام تحلیل‌های بیشتر می‌باشد. نتایج حاصل از این تحقیق عبارتند از:
۱- اتصالات پیشنهادی دارای ظرفیت جذب انرژی بالا، زوال مقاومت و سختی پایین و عملکردی مناسب در کنار فراهم نمودن امکان اجرای آسان، سریع و بهینه می‌باشند.

۲- نمونه‌هایی که با استفاده از تعریض بال‌های تیر ساخته شده‌اند، دارای ظرفیت جذب انرژی ۱۸٪ بالاتر از نمونه‌های رایج خمشی با حضور ورق‌های پیوستگی افقی تا جابه‌جایی ۰/۰۶ رادیان، بدون ایجاد افت مقاومت شدید بوده‌اند. این درصد در نمونه‌ها با استفاده از سخت کننده‌های قائم خارجی در راستای جان تیر و حضور همزمان تعریض بال‌های تیر و سخت کننده‌های قائم خارجی در راستای جان تیر به ترتیب ۱۴٪ و ۲۸٪ بالاتر از نمونه‌های رایج خمشی گزارش شده است.

۳- در اتصالاتی که از سخت کننده قائم خارجی و تعریض بال‌های تیر به صورت همزمان استفاده شده است، میزان توزیع کرنش پلاستیک در جابه‌جایی بزرگ ۰/۰۸ رادیان به گونه‌ای بوده است که تا فاصله منتهی به نواحی پایانی سخت کننده قائم خارجی و تعریض توزیع کرنش پلاستیک در ناحیه الاستیک بوده است و این موضوع نشانگر عملکرد مناسب این مدل (SP5) از این نظر می‌باشد.

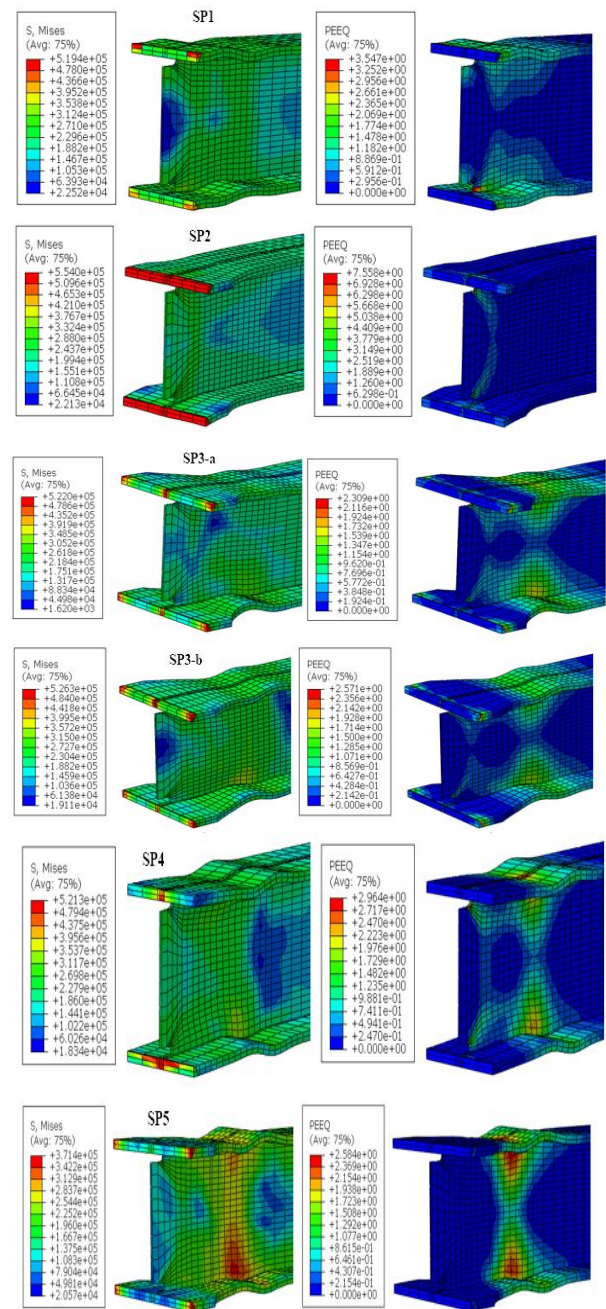
۴- کرنش پلاستیک در اتصالات پیشنهادی نسبت به نمونه‌های رایج خمشی در فاصله دورتری به وقوع پیوسته است. بدین صورت که متناسب با هندسه‌ی سخت کننده قائم خارجی یا المان‌های تعریض بال تیر در نواحی نزدیک به بال ستون کرنش پلاستیک روند نزولی داشته است و ماکزیمم کرنش پلاستیک در فواصل مورد انتظار پس از اتمام آن‌ها صورت گرفته است.

۵- امکان بروز شکست ترد در جوش نفوذی کامل در SP2 که تعریض بال تیر هم عرض با بال ستون نبوده است و حدود ۸۰ درصد از آن را پوشش داده است نسبت به سایر اتصالات پیشنهادی و همچنین اتصال خمشی مانند آن‌ها بحرانی‌تر بوده است.

۶- امکان بروز شکست ترد در جوش نفوذی در اتصالات با به کارگیری تعریض بال‌های تیر تنها در نواحی منتهی به لبه‌های بال تیر بحرانی بوده است (SP3-b و SP3-a).

۷- در اتصالاتی که توأم از تعریض بال‌های تیر و سخت کننده قائم خارجی در ناحیه اتصال تیر به ستون استفاده می‌شود، امکان بروز شکست ترد در جوش نفوذی در ناحیه اتصال بال‌های تیر به بال ستون بسیار ناچیز و به عبارتی برابر صفر بوده است.

۸- در پژوهش حاضر مدلسازی و بررسی اتصالات پیشنهادی با به



شکل ۱۷. توزیع کرنش تجمعی پلاستیک (PEEQ) و کانتور تنش در تیر و

جوش SP1 تا SP5 پس از جابه‌جایی ۰/۰۸ رادیان

Fig. 17. Distribution of Equivalent Plastic Strain (PEEQ) and stress contour in beam and weld SP1 to SP5 after displacement of 0.08 radians

۶- نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در این پژوهش امکان استفاده از ورق پیوستگی قائم داخل ستون‌های باکس به منظور ایجاد چشمه اتصال بدون حضور ورق‌های پیوستگی افقی به صورت عددی مورد بررسی قرار گرفت. طبقاً حوزه اعتبار نتایج حاصل از این تحقیق در محدوده نمونه‌های مورد بررسی در این تحقیق می‌باشد و در صورت نیاز به تعمیم آن‌ها به موارد کلی نیاز به

مهندسی قدردانی می گردد.

تعارض منافع

نویسندگان مقاله تعارض منافع ندارند.

سهم نویسندگان

نویسنده اول ۵۱٪ و نویسنده دوم ۴۹٪ مشارکت داشته‌اند.

منابع مالی

از منابع مالی استفاده نشده است.

کارگیری سخت کننده‌های قائم داخلی با در ستون‌های میانی سازه (اتصال چهار تیر متعامد به وجوه ستون) مورد بررسی قرار نگرفته است. پیشنهاد می‌شود که این موضوع در تحقیقات آتی از نقطه نظر طراحی و کفایت اتصالات مورد توجه قرار گیرد. همچنین بررسی تأثیر افزایش یا کاهش عمق تیر بر روی عملکرد اتصالات نیز حائز اهمیت می‌باشد.

قدردانی نویسندگان

از حمایت معنوی دانشگاه علم و فرهنگ و دانشکده فنی

References

- [1] Popov, E.P., Yang, T.-S. and Chang, S.-P., 1998. Design of steel MRF connections before and after 1994 Northridge earthquake. *Engineering Structures*, 20(12), pp.1030–1038.
- [2] Lee, C.-H. and Uang, C.-M., 1997. Analytical modeling of dual panel zone in haunch repaired steel MRFs. *Journal of Structural Engineering*, 123(1), pp.20–29.
- [3] Hajjar, J.F., et al., 2003. Continuity plate detailing for steel moment-resisting connections. *Engineering Journal-American Institute of Steel Construction*, 40(4), pp.189–212.
- [4] Mao, C., et al., 2001. Effect of local details on ductility of welded moment connections. *Journal of Structural Engineering*, 127(9), pp.1036–1044.
- [5] Saffari, H., Hedayat, A.A. and Goharizi, N.S., 2013. Suggesting double-web I-shaped columns for omitting continuity plates in a box-shaped column. *Steel and Composite Structures, An International Journal*, 15(6), pp.585–603.
- [6] Saffari, H., Hedayat, A. and Soltani, G.N., 2015. New alternatives for continuity plates in I-beam to box columns connections. *Journal of Constructional Steel Research*, 114, pp.212–223.
- [7] Jahanbakhti, E., Fanaie, N. and Rezaeian, A., 2017. Experimental investigation of panel zone in rigid beam to box column connection. *Journal of Constructional Steel Research*, 137, pp.180–191.
- [8] Rezaeian, A., Jahanbakhti, E. and Fanaie, N., 2020. Numerical study of panel zone in a moment connection without continuity plates. *Journal of Earthquake Engineering*, 26(7), pp.3643–3661.
- [9] Rezaeifar, O. and Younesi, A., 2017. Analytical study of beam-to-HSS/CFT column connections by trapezoidal external stiffener. *International Journal of Steel Structures*, 17(2), pp.579–592.
- [10] Ahmadi, M. and Mirghaderi, R., 2019. Experimental studies on through-plate moment connection for beam to HSS/CFT column. *Journal of Constructional Steel Research*, 161, pp.154–170.
- [11] Najafgholipour, M., Peykari, K. and Dehghan, S., 2020. An alternative detail for continuity plates in steel beam to box-column moment-connections. *Journal of Constructional Steel Research*, 167, p.105952.
- [12] Solhmiraie, A., Tahamouli, M. and Hosseini, B., 2021. A new detail for the panel zone of beam-to-wide flange column connections with endplate. *Structures*, 34, pp.1108–1123.
- [13] Jamali, F., Hadianfard, M. and Saffari, H., 2022. Seismic behavior of through beam connection to steel box-column. *Journal of Constructional Steel Research*, 193, p.107261.
- [14] American Institute of Steel Construction (AISC), 2022. *Seismic provisions for structural steel buildings (AISC 341-22)*. Chicago: AISC.
- [15] Nia, Z.S., Ghassemieh, M. and Mazroi, A., 2013. WUF-W connection performance to box column subjected to uniaxial and biaxial loading. *Journal of Constructional Steel Research*, 88, pp.90–108.
- [16] Ricles, J.M., et al., 2002. Experimental evaluation of earthquake resistant posttensioned steel connections. *Journal of Structural Engineering*, 128(7), pp.850–859.
- [17] Saneei Nia, Z., et al., 2014. Seismic performance and comparison of three different I beam to box column joints. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 13(4), pp.717–729.
- [18] Saneei Nia, Z., Ghassemieh, M. and Mazroi, A., 2014. Panel zone evaluation of direct connection to box column subjected to bidirectional loading. *The Structural Design of Tall and Special Buildings*, 23(11), pp.833–853.

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم؟

Rajaiee, M. and Razavi Tabatabaei, A., 2027. Numerical Investigation of Removing Horizontal Continuity Plate in Beam to Column Connection in the Box Columns in Moment Resisting Frame Systems (MRFs). *Modares Civil Engineering journal*, 26(3), pp.43-57.



Using Bayesian theory for leak detection in water network systems

Mohammad Ghanbari Vand¹, Ali Rahmani Firoozjaee^{2*} , Alireza Keramat³, Amir Zayeri Baghlani nejad⁴

1. PhD Student of Hydraulic Structures, Babol Noshirvani University of Technology, Babol, Iran.
2. Structural Engineering Department, Babol Noshirvani University of Technology, Babol, Iran.
3. Civil and Environmental Engineering Department, Hong Kong University of Science and Technology, Hong Kong, China.
4. Structural Engineering Department, Jundi-Shapur University of Technology, Dezful, Iran.

Abstract

In recent decades, several methods have been developed for leak detection in water supply networks, one of which is the transient wave-based method. The transient wave-based leak detection method offers a growing and promising approach that comes with several challenges. The most important challenges of these methods are model uncertainty and noisy data. Model-based methods do not have high accuracy due to high uncertainties, and data-based methods also do not have high accuracy due to noisy data. This paper presents a method for detecting the leak location for a reservoir pipeline valve system using Bayesian theory. In detecting the pipeline leak location, the noise in the pressure signal collected from the sensors in the pipeline affects the accuracy of detection. In this research, a probability density function for the leak location is obtained by combining the prior probability density function obtained from the model and the data collected by the sensors. Then, the accuracy of the proposed method is investigated by solving a numerical example. In this regard, a pipe with a length of $L=3,000\text{m}$ and a diameter of $D=0.5\text{m}$ was considered. The Darcy-Weisbach friction factor was set to $f=0.03$. To initiate a transient wave, an instantaneous complete closure of the valve located at the downstream end of the pipe ($x=L$) was performed. This closure generated a transient wave with a speed of $a=1,200\text{ m/s}$, which propagated along the length of the pipe. The inlet of the pipe ($x=0$) was maintained at a constant pressure head of $H_{in}=25\text{ m}$. To measure the response of the pressure head, a sensor was strategically positioned at the end of the pipe ($x^*=L=3,000\text{ m}$). The objective was to observe the pressure variations caused by the transient wave. The time required for the contact discontinuity, generated by the valve closure, to travel from the valve back to the inlet was calculated as $\tau=L/a=2.5\text{ s}$. This represented the round-trip travel time of the wave within the pipe. To ensure that the simulations captured the full behavior of the transient wave, the total simulation time was set to $T=2\tau$, thereby covering two complete cycles of the contact discontinuity passing through the sensor. In this numerical study, the effects of data noise, sensor location, and simulation time on the results were carefully investigated. The data collected from the sensors were subject to noise, which could affect the accuracy of leak detection. To investigate the impact of this noise, different scenarios with varying noise levels were simulated and analyzed. In addition, the location of the sensor also influenced the simulation results. Various sensor placements were tested to identify the optimal location for achieving higher accuracy in leak detection. These studies demonstrated that sensor placement could significantly improve the results and increase detection accuracy. Finally, simulation time was examined as a critical factor in the analyses. Different simulation durations were tested to observe their effects on the results and their impact on the accuracy of leak detection. The analyses revealed that selecting the appropriate simulation time could enhance the accuracy and speed of leak detection.

The results of the numerical study demonstrated the ability of the method to identify leak locations in a water pipeline network. Overall, this study showed that data noise, sensor location, and simulation time are all factors that can affect the accuracy and quality of leak detection. By effectively managing these factors, the performance of leak detection systems can be improved. This innovative approach not only enhances the accuracy of leak detection but also provides a robust framework for addressing the inherent uncertainties and noise in the data.

Review History

Received: Mar 1, 2025

Revised: Nov 16, 2025

Accepted: Apr 18, 2026

Keywords

Water network leak detection

Bayesian theory

water distribution network
pressurized pipelines

* Corresponding Author Email: rahmani@nit.ac.ir - ORCID: 0000-0001-5458-9963



استفاده از تئوری بیزین برای نشت یابی در سیستم انتقال آب

محمد قنبری وندی^۱، علی رحمانی فیروزجانی^{۲*} ID، علیرضا کرامت^۳، امیر زایری بغلانی نژاد^۴

۱. دانشجوی دکتری سازه هیدرولیکی، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، بابل، ایران.

۲. دانشیار گروه سازه و زلزله، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، بابل، ایران.

۳. پژوهشگر، دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه علم و فناوری هنگ کنگ، هنگ کنگ، چین.

۴. استادیار گروه سازه، دانشکده عمران، دانشگاه صنعتی جندی شاپور دزفول، دزفول، ایران.

چکیده

تاریخچه داوری

در دهه های اخیر روش های متعددی برای تشخیص نشت در شبکه های آبرسانی ابداع شده است که یکی از آن ها روش مبتنی بر موج گذرا است. روش تشخیص نشت مبتنی بر موج گذرا، یک رویکرد رو به رشد و امیدوار کننده را ارائه می دهد که با چالش های متعددی همراه هستند. مهمترین چالش این روش ها، عدم قطعیت مدل و داده های نوپزآلود هستند. روش های مبتنی بر مدل بدلیل وجود عدم قطعیت های زیاد و روش های مبتنی بر داده بدلیل نوپزآلود بودن داده ها از دقت بالائی برخوردار نیستند. این مقاله روشی را برای شناسائی موقعیت نشت با استفاده از تئوری بیزین ارائه می کند. در مکان یابی نشت خط لوله، نوپز موجود در سیگنال فشار که از سنسورهای موجود در خط لوله جمع آوری شده، بر دقت تشخیص محل نشت تأثیر می گذارد. در این تحقیق با ترکیب تابع چگالی احتمال پیشین که از مدل بدست می آید و داده های جمع آوری شده توسط سنسورها، یک تابع چگالی احتمال برای محل نشت بدست آمده است. سپس با حل نمونه عددی دقت روش پیشنهادی مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج نشان دهنده توانایی روش برای شناسایی محل نشت در یک شبکه خطوط لوله انتقال آب است.

کلمات کلیدی

نشت یابی شبکه آب
تئوری بیزین
شبکه توزیع آب
خطوط لوله تحت فشار

۱- مقدمه

مدیریت کارآمد و مؤثر شبکه های توزیع آب که وظیفه انتقال

آب به نقاط مصرف نهایی را بر عهده دارند، برای توسعه و پایداری مناطق شهری در جامعه مدرن حیاتی است. با این حال تخمین زده می شود، از کل مقدار آب توزیع شده، ۳۰ درصد از آن به دلیل وجود نشت از بین می رود [5]. این برآورد حدود ۱۲۶ میلیارد متر مکعب آب در سال در سراسر جهان است. بنابراین، به منظور اطمینان از ایمنی و قابلیت اطمینان سیستم خط لوله، شناسائی و تشخیص محل نشت در تولید صنعتی و زندگی روزمره بسیار مهم است. به همین دلیل، شرکت های آب به دنبال به کمتر

تأمین آب برای مصارف روزمره در سراسر جهان و همچنین برای بخش های مختلف اقتصاد از جمله کشاورزی، صنعت و خدمات ضروری است. در حال حاضر، حدود ۴ میلیارد نفر در طول حداقل یک ماه از سال با کمبود شدید آب مواجه هستند [1]. علاوه بر این، با توجه به جمعیت کنونی جهان که به ۷٫۹ میلیارد نفر رسیده است [2] و همچنین روند تمرکز بیشتر توسعه بر شهرها [3]، پیش بینی می شود تقاضای جهانی آب بین سال های ۲۰۰۰ تا ۲۰۵۰ حدود ۵۵ درصد افزایش یابد [4].

* رایانامه نویسنده مسئول: rahmani@nit.ac.ir - ORCID: 0000-0001-5458-9963

کپی رایت © ۲۰۲۶، انتشارات دانشگاه تربیت مدرس (TMU Press). این مقاله به صورت دسترسی آزاد منتشر شده و تحت مجوز بین المللی Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 قرار دارد (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0>). بر اساس این مجوز، شما می توانید این مطلب را در هر قالب و رسانه ای کپی، باز نشر و باز آفرینی کنید و یا آن را ویرایش و بازسازی نمایید، به شرط آنکه نام نویسنده را ذکر کرده و از آن برای مقاصد غیر تجاری استفاده کنید.



رساندن تأثیر آثار نامطلوب ناشی از نشت هستند.

روش‌های فعلی تشخیص نشت خط لوله را می‌توان به طور عمده به سه دسته تقسیم کرد: (۱) تشخیص با توجه به محیط خارج از خط لوله. (۲) تشخیص با توجه به وضعیت داخلی خط لوله؛ (۳) تشخیص با توجه به وضعیت جریان سیال در خط لوله. دسته اول مربوط به تشخیص و مکان‌یابی نشت با تشخیص تغییرات در محیط خارج از خط لوله است. برای این منظور از روش رادار نفوذ به زمین^۱ استفاده می‌شود [6]. دسته دوم عیوب دیواره خط لوله را توسط ابزارهایی مانند حسگرهای فیبر نوری [8، 7]، حسگرهای صوتی [9]، فناوری نشت مغناطیسی [10] و غیره تشخیص می‌دهد. دسته سوم مدلی بر اساس داده‌های موثر، مانند جریان و فشار که وضعیت جریان خط لوله را توصیف می‌کند، ایجاد می‌کند و سپس نظارت و موقعیت‌یابی لحظه‌ای یک نقطه نشت را تکمیل می‌کند. این نوع روش عمدتاً شامل روش موج فشار منفی^۲ [11، 12]، روش گرایان فشار [13]، روش تعادل حجم/جرم [14] و تکنیک‌های مبتنی بر آزمون گذرا [15، 16] است.

در چند دهه گذشته، تکنیک‌های مبتنی بر آزمون گذرا به دلیل ماهیت داده‌های اندازه‌گیری به دست آمده و هزینه سرمایه کمتر، به طور گسترده‌ای توسعه یافته‌اند [17، 18]. با این حال، اثربخشی این روش‌ها به شدت به دقت مدل خط لوله مورد استفاده بستگی دارد. از منظر ساخت مدل، دو رویکرد اصلی شامل مدل‌سازی مبتنی بر فیزیک و مدل‌سازی مبتنی بر داده هستند. رویکرد مبتنی بر داده نیازی به دانش عمیق هیدرولیک خط لوله ندارد، بلکه فقط با استفاده از داده‌های جمع‌آوری شده و به‌کارگیری ابزارهای آماری تحلیل‌های لازم را انجام می‌دهد. از بین روش‌های مبتنی بر داده شبکه عصبی مصنوعی (ANN) و ماشین بردار پشتیبان (SVM) بیشترین استفاده را دارند [19-21].

برای روش تشخیص نشت خط لوله بر اساس مدل مبتنی بر فیزیک، قابلیت اطمینان مدل تأثیر زیادی بر نتایج تشخیص نشت دارد. با این حال، به دلیل تغییرات پیچیده شرایط عملیاتی خط لوله و عدم قطعیت‌های زیاد در فرآیند واقعی، حتی مدل‌های پیچیده و پیشرفته ریاضی نیز نمی‌توانند به طور دقیق یک خط لوله را برای عملیات واقعی شبیه‌سازی کنند. همیشه بین مدل به دست آمده و مدل واقعی انحراف خاصی وجود دارد که به نوبه خود منجر به کاهش دقت تشخیص نشت و مکان‌یابی و در نتیجه بروز آلام‌های

کاذب یا هشدارهای نشت می‌شود. یک راه جایگزین برای بهبود قابلیت اطمینان مدل، ترکیب مدل مبتنی بر فیزیک و مدل داده محور است. در این روش‌ها انحراف مدل به دلیل عدم قطعیت را می‌توان با توجه به داده‌های اندازه‌گیری تنظیم و اصلاح کرد.

گرهارد و همکاران [22] یک روش تشخیص نشت و مکان‌یابی را پیشنهاد کردند که در این روش از ترکیب مدل‌های گذرای بلادرنگ^۳ و شبکه‌های عصبی مصنوعی استفاده کردند. سولدویلا و همکاران [23] از یک مدل مبتنی بر داده برای ارزیابی مقادیر به دست آمده از مقایسه بین اندازه‌گیری‌ها و مقادیر به دست آمده توسط مدل شبکه توزیع آب برای مکان‌یابی نشت استفاده کردند. وانگ و همکاران [24] یک مدل ترکیبی که از یک شبکه عصبی RBF برای جبران خطای مدل خط لوله استفاده می‌کرد را پیشنهاد دادند. با این وجود، این روش‌ها محدودیت‌های خاصی دارند. نخست آنکه مدل داده محور مشکلات مدل‌سازی مکرر و راندمان محاسباتی پایین را دارد، به عبارت دیگر پس از تولید هر طرح جدید، لازم است داده‌ها دوباره جمع‌آوری شوند تا یک مدل داده محور جدید آموزش داده شود. دوم اینکه مقدار زیادی از داده‌های نمونه برای ایجاد یک مدل داده محور مورد نیاز است. سوم آنکه داده‌های اندازه‌گیری شده آلوده به نویز هستند.

رویکردهای مبتنی بر تئوری بیزین نیز طی سال‌های اخیر به‌طور گسترده در زمینه تشخیص و مکان‌یابی نشت توسعه یافته‌اند. پولاکیس و همکاران [25] یک روش مکان‌یابی و برآورد نشت مبتنی بر تئوری بیزین را همراه با یک شبیه‌ساز هیدرولیکی ارائه کردند. در این روش، مدل هیدرولیکی شبکه با در نظر گرفتن مکان و اندازه نشت به‌عنوان پارامترهای مجهول، به‌صورت مستمر به‌روزرسانی می‌شود. بدین منظور، مقادیر اندازه‌گیری‌شده فشار و دبی با مقادیر پیش‌بینی‌شده توسط مدل مقایسه می‌شوند. عدم قطعیت پارامترها از طریق توابع چگالی احتمال (PDF) ارزیابی شده و میزان سازگاری مدل‌های مختلف با داده‌های اندازه‌گیری‌شده تعیین می‌شود. سپس، مکان و اندازه نشت از طریق حل مجموعه‌ای از مسائل بهینه‌سازی که هدف آن‌ها بهینه‌سازی توابع چگالی احتمال متناظر است، تخمین زده می‌شوند. این مسائل بهینه‌سازی با استفاده از الگوریتم ژنتیک (GA) حل می‌شوند. ژانگ و وانگ [26] نیز یک روش مکان‌یابی نشت مبتنی بر مدل را بر پایه نظریه بیزین و اطلاعات فشر ارائه کردند. در این رویکرد، تئوری بیزین برای به‌روزرسانی احتمالات مربوط به پارامترهای نشت، شامل موقعیت و

¹ Ground Penetrating Radar Method

² Negative Pressure Wave Method

³ Real-time Transient Models

شامل یک لوله اصلی انتقال آب با طول L و قطر D است. لوله مجهز به یک سنسور واقع در $x = x^*$ و یک شیر در خروجی لوله $x = L$ است. با بستن سریع شیر، جریان گذرا در خط لوله تشکیل می شود و موج فشاری ایجاد می کند که به سمت بالادست حرکت می کند. از قرائت سیگنال ارسال شده در محل سنسور برای شناسایی محل نشتی استفاده می شود.

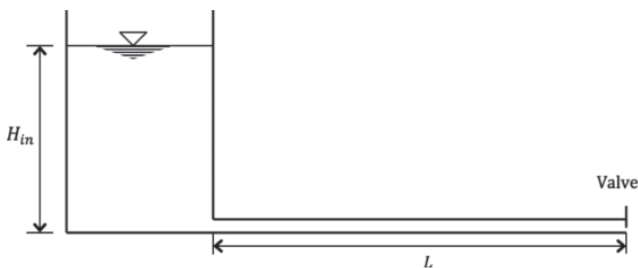
معادلات مومتم و پیوستگی دو معادله اصلی در تحلیل این جریان به شمار می آیند و به صورت زیر معرفی می شوند [29]:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + a^2 \frac{\partial Q}{gA \partial x} = 0 \quad (1)$$

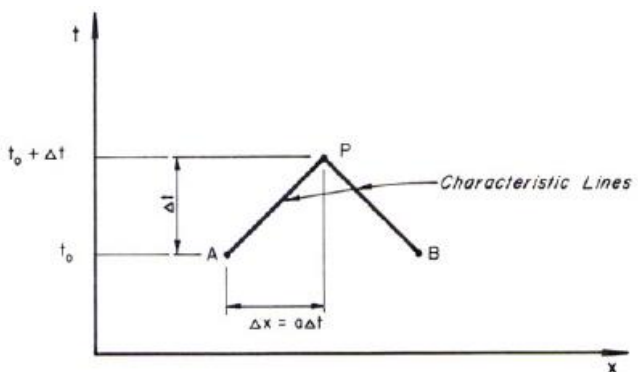
$$\frac{\partial Q}{\partial t} + gA \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{fQ|Q|}{2AD} = 0 \quad (2)$$

که در آن h تراز پیزومتری لحظه ای، a سرعت موج، g ثابت گرانش، f ضریب دارسی- وایسباخ و $A = \pi D^2/4$ سطح مقطع لوله در نظر گرفته می شوند.

هدف از تحلیل، محاسبه Q و h در گام زمانی بعدی (نقطه P) با توجه به اینکه این مقادیر در نقاط A و B مشخص است، می باشد (شکل (۲)).



شکل ۱. سیستم مخزن - لوله - شیر
Fig. 1. Tank - Pipe - Valve System



شکل ۲. خطوط مشخصه
Fig. 2. Characteristic lines

شدت نشت، در مدل هیدرولیکی به کار گرفته می شود، در حالی که اطلاعات فیشر برای برآورد مقادیر این پارامترها مورد استفاده قرار می گیرد. در نهایت، میزان نشت با استفاده از یک شبکه عصبی پس انتشار تخمین زده می شود و محل نشت از طریق تحلیل ویژگی های جریان در شبکه توزیع آب (WDN) تعیین می گردد. Qi و همکاران [۲۷] نیز روشی برای مکان یابی نشت ارائه کردند که ترکیبی از الگوریتم ژنتیک و نظریه تصمیم گیری بیزین است.

الوحیدی و همکاران [۲۸] روشی نوآورانه مبتنی بر به روزرسانی تئوری بیزین و روش توزیع ها ارائه کردند که با حل معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی حاکم بر تابع چگالی احتمال فشار، امکان پیش بینی نشت را در شرایط همراه با عدم قطعیت فراهم می کند. در این روش، تابع چگالی احتمال فشار به عنوان توزیع پیشین در مدل بیزین در نظر گرفته می شود و سپس با تلفیق داده های حاصل از حسگرهای فشار، توزیع پسین مربوط به موقعیت و شدت نشت محاسبه می شود.

در این مقاله از تئوری بیزین^۱ و ترکیب داده های سنسور و مدل به منظور پیدا کردن مکان نشت استفاده شده است. تئوری بیزین روشی موثر برای تعیین کمیت عدم قطعیت پارامترها در یک مدل است. پارامترهای مدلی که باید تخمین زده شوند را می توان به عنوان متغیرهای تصادفی در نظر گرفت و سپس، برخی از متغیرهای مشاهده شده مرتبط یا شرایط شناخته شده را می توان برای استنتاج پارامترها به منظور به دست آوردن احتمال شرطی پسینی متغیرها استفاده کرد.

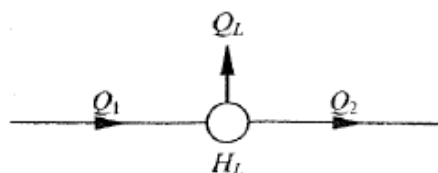
مقاله حاضر شامل بخش های زیر خواهد بود: در بخش دوم به مرور تئوری موج گذرا، حل معادلات ضربه قوچ و شبیه سازی نشت در خط لوله پرداخته می شود. در بخش سوم فرمول بندی روش پیشنهادی ارائه می شود. پس از بررسی کلیات روش بیزین، فرمول بندی این روش جهت استفاده در حل مساله نشتیابی ارائه می شود. در بخش چهارم به بررسی مسئله تعیین نشت در یک مدل عددی پرداخته می شود. در بخش پنجم به جمع بندی نتایج بدست آمده از تحقیق پرداخته خواهد شد.

۲- روش تحقیق

۲-۱- فرمول بندی مساله

شکل (۱) یک سیستم مخزن-لوله-شیر را نشان می دهد که

¹ Bayesian Theory



شکل ۳. نشت در گره

Fig. 3. Leak at a Node

معادله پیوستگی در محل نشت به شکل زیر نوشته می شود:

$$Q_1 = Q_2 + Q_L \quad (10)$$

که در این رابطه Q_1 دبی در نقطه ۱، Q_2 دبی در نقطه ۲ و Q_L دبی نشتی می باشد. اگر از افت موضعی در محل نشت و از اختلاف ارتفاع فشاری معادل سرعت در محل نشت صرف نظر شود، معادله انرژی به صورت زیر خواهد بود:

$$H_{L1} = H_{L2} \quad (11)$$

که در این رابطه H_{L1} تراز پیزومتریک قبل از نشت و H_{L2} تراز پیزومتریک بعد از نشت می باشد.

۳- الگوریتم پیشنهادی

این قسمت شامل توضیحاتی درباره چگونگی فرمول بندی مسئله با استفاده از اصول بیز و تعیین تابع درست نمایی به منظور مدل سازی داده ها است. این بخش ها به طور جامع رویکردهای احتمالاتی و چگونگی استفاده از اطلاعات پیشین در بهبود دقت مدل ها را شرح می دهند.

۳-۱- قانون بیز

برای تعریف مسئله همسان سازی داده ها^۱ و تکنیک های مختلف مورد استفاده برای حل آن، یک اسکالر واحد در نظر گرفته شده است. فرض شود که دو تخمین از مقدار واقعی متغیر اسکالر x وجود دارد: یک مشاهده^۲ و یک تخمین قبلی^۳. ایده این است که از ترکیب این دو اندازه گیری پیش بینی بهتری از مقدار واقعی x بدست آید. فرمول بندی قانون بیز به صورت زیر ارائه شده است:

$$p(x|y) = \frac{p(y|x)p(x)}{p(y)} \quad (12)$$

توزیع پسین^۴، $p(x|y)$ ، حاوی تمام دانش در مورد کمیت

یکی از روش های کاربردی برای حل معادلات جریان گذرا روش مشخصه ها می باشد. معادلات مومتم و پیوستگی به صورت خطی با هم ترکیب شده و گسسته سازی به صورت زیر انجام می شود [29]:

$$Q_p = C_p - C_a h_p \quad (3)$$

$$Q_p = C_n - C_a h_p \quad (4)$$

$$C_p = Q_A + C_a h_A - R \Delta t Q_A |Q_A| \quad (5)$$

$$C_n = Q_B - C_a h_B - R \Delta t Q_B |Q_B| \quad (6)$$

$$C_a = \frac{gA}{a}, R = \frac{f}{2AD} \quad (7)$$

در این روابط Q_p دبی در نقطه p ، Q_A دبی در نقطه A ، Q_B دبی در نقطه B ، Δt گام زمانی، h_A تراز پیزومتریک در نقطه A ، h_B تراز پیزومتریک در نقطه B ، f ضریب اصطکاک دارسی-وایسباخ، A سطح مقطع لوله، D قطر لوله، g شتاب گرانش و a سرعت موج می باشد.

سرعت موج از رابطه ی زیر محاسبه می شود:

$$a = \sqrt{\frac{k}{\rho[1 + (k/E)\psi]}} \quad (8)$$

در این رابطه، k ضریب تراکم پذیری سیال، ρ چگالی سیال، E مدول یانگ دیواره لوله و ψ ضریب هندسی مربوطه به لوله می باشد.

۲-۲- مدل سازی نشت

میزان جریان خروجی از محل نشت از رابطه روزنه پیروی می کند:

$$Q_{leak} = A_e \sqrt{2g(h_{leak} - Z_{leak})} \quad (9)$$

در این رابطه Q_{leak} دبی نشت، $A_e = A_{leak} * C_d$ مساحت مؤثر نشت، C_d ضریب تخلیه و A_{leak} مساحت ظاهری نشت، h_{leak} تراز پیزومتریک و Z_{leak} تراز محل نشت نسبت به سطح مبنا می باشد.

برای تحلیل جریان گذرا در یک لوله با استفاده از روش خطوط مشخصه به منظور شناسایی نشت، لازم است که شرایط مرزی مربوط در معادلات وارد شوند. شرایط مرزی مکان نشت در محاسبات با توجه به شکل (۳) به صورت معادلات زیر بسط داده می شود.

¹ Data Assimilation

² Observation

³ Prior Estimate

⁴ Posterior Distribution

برای محاسبه این تابع، محل نشت را در تمامی گره‌های کاندید قرار داده (در این مطالعه ۱۱۹ محل کاندید نشت است) و تغییرات فشار در تمام مراحل زمانی ثبت می‌شود. در نهایت تابع چگالی احتمال فشار در هر گام زمانی برای ۱۱۹ نمونه مستقل به دست می‌آید.

$f(h_{obs})$ یک ثابت نرمال ساز است که از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$f(h_{obs}) = \int f(h_{obs}|h, x_{leak}) f(h, x_{leak}) dH \quad (17)$$

و نهایتاً تابع توزیع احتمال $f(x_{leak})$ با استفاده از توزیع حاشیه‌ای $f(h, x_{leak}|h_{obs})$ به دست می‌آید:

$$f(x_{leak}|h_{obs}) = \int f(h, x_{leak}|h_{obs}) dH \quad (18)$$

در هر مرحله این تابع توزیع احتمال جدید به عنوان توزیع پیشین در گام بعدی رابطه (۱۳) تا رسیدن به زمان نهایی شبیه‌سازی استفاده می‌شود. انتظار می‌رود این تابع توزیع احتمال باریکتر از توزیع احتمال اولیه که یکنواخت بود باشد و با استفاده از آن بتوان محل نشتی را با درجه قطعیت معین پیش‌بینی کرد.

۴- نتایج شبیه‌سازی

برای نشان دادن کارایی روش پیشنهادی یک خط لوله مطابق شکل (۱) با مشخصات زیر در نظر گرفته شده است: طول لوله ۳۰۰۰ متر، قطر لوله ۰٫۵ متر، ضریب دارسی-وایسباخ ۰٫۰۳، موج گذرا با سرعت $a = 1,200$ m/s با بسته شدن کامل آنی شیر در پایین‌دست لوله ($x = L$) آغاز می‌شود. ورودی لوله ($x = 0$) دارای هد فشار ثابت $H_{in} = 25$ m است. سنسور در انتهای لوله $L = 3,000$ متر قرار گرفته تا هد فشار را اندازه‌گیری کند. زمان شبیه‌سازی $T = 5$ sec ثانیه تنظیم شده است. محل نشت در گره شماره ۳۹ یا $x_{leak} = 975$ m، سرعت اولیه $u_0 = 0.518$ m/s و قدرت نشتی 3×10^{-5} m³ C_LA_L فرض شده است.

در شکل (۴) نتیجه روش این تحقیق و مقاله مرجع [27] مقایسه شده است. نمودار برتری‌هایی از جمله کاهش عدم قطعیت را به نمایش می‌گذارد که بیانگر دقت و کارایی بیشتر روش پیشنهادی در شناسایی و مکان‌یابی نشتی‌های آب در سیستم‌های لوله‌های زیرزمینی می‌باشد. این کاهش عدم قطعیت به وضوح در عملکرد بهتر الگوریتم نسبت به روش‌های موجود قابل مشاهده است.

مجهول x است. توجه شود که $p(y)$ به مقدار x بستگی ندارد. از آنجایی که $p(y|x)$ تابعی از آرگومان دوم، x است، یک تابع درست‌نمایی^۱ برای مشاهده است، $p(x)$ توزیع قبلی^۲ است.

۳-۲- فرمول‌بندی بیز

به روزرسانی بیزی [30] نیاز به یک مدل آماری برای مشاهدات، $f(h_{obs}|h, x_{leak})$ (تابع درست‌نمایی) دارد که از قرائت سنسور به دست می‌آید و همچنین نیاز به $f(h, x_{leak})$ دارد که از اطلاعات مدل بدست می‌آید. سپس، توزیع پسین $f(h, x_{leak}|h_{obs})$ با فرمول بیز به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$f(h, x_{leak}|h_{obs}) = \frac{f(h_{obs}|h, x_{leak}) * f(h, x_{leak})}{f(h_{obs})} \quad (13)$$

۳-۳- محاسبه تابع درست‌نمایی

فرض می‌شود خطاهای اندازه‌گیری که بر قرائت سنسورها اثر می‌گذارد از رابطه زیر پیروی می‌کند:

$$h_{obs} = h(x^*, t) + \xi(t) \quad (14)$$

که در آن h_{obs} فشاری است که سنسور نشان می‌دهد، $h(x^*, t)$ فشار واقعی در همان نقطه و $\xi(t)$ خطای اندازه‌گیری است. فرض می‌شود $\xi(t)$ نویز سفید گاوسی با میانگین صفر و واریانس σ_ξ^2 است.

با این فرضیات $f_{h_{obs}|h, x_{leak}}$ یک تابع چگالی احتمال گاوسی با رابطه زیر است:

$$f(h_{obs}|h) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_\xi^2}} \exp\left[-\frac{(H - h_{obs})^2}{2\sigma_\xi^2}\right] \quad (15)$$

۴-۳- محاسبه $f(h, x_{leak})$

تابع توزیع احتمال $f(h, x_{leak})$ احتمال مشترک دو تابع توزیع احتمال $f(h|x_{leak})$ و $f(x_{leak})$ است که از رابطه زیر بدست می‌آید:

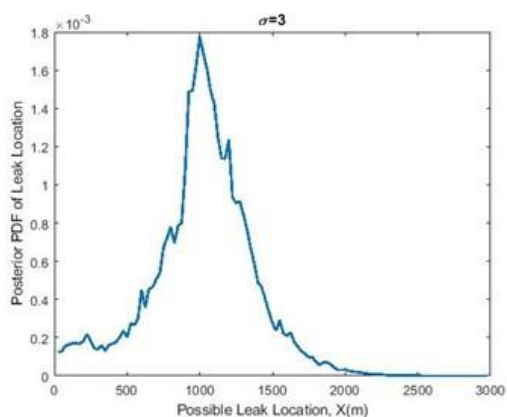
$$f(h, x_{leak}) = f(h|x_{leak})f(x_{leak}) \quad (16)$$

که در آن $f(x_{leak})$ تابع توزیع احتمال پیشین محل نشت است که به دلیل عدم دانش قبلی در این مورد در گام اول فرض می‌شود یک توزیع یکنواخت است (در گام‌های بعدی این مقدار بروز رسانی می‌شود). $f(h|x_{leak})$ تابع چگالی احتمال فشار بر اساس محل نشت است.

¹ Likelihood Function

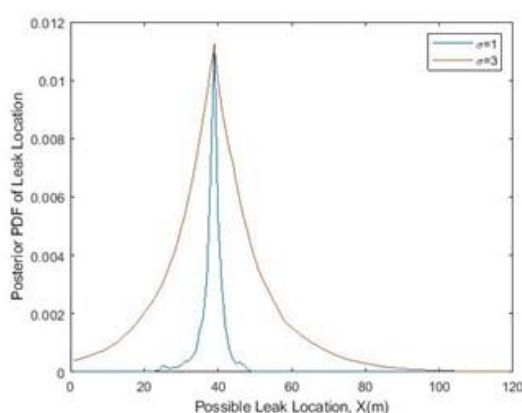
² Prior Distribution

³ Leak Strength



شکل ۶. چگالی احتمالی محل نشت با فرض $\sigma_x^2 = 3$

Fig. 6. Probability density of leak location assuming $\sigma_x^2 = 3$



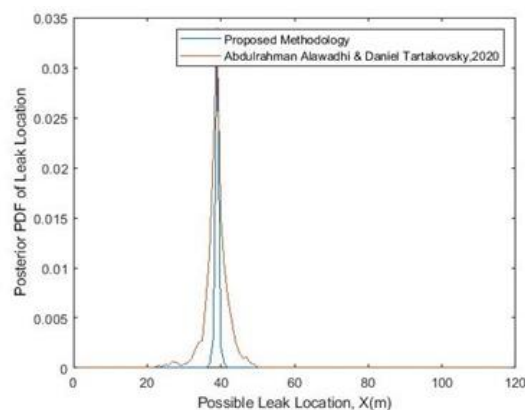
شکل ۷. میانگین نتایج ۱۰۰ آنالیز مستقل

Fig. 7. Average results of 100 independent analyses

داده‌های اندازه‌گیری شده باعث افزایش عدم قطعیت نتایج می‌گردد. شکل (۷) نمایانگر میانگین نتایج ۱۰۰ آنالیز مستقل برای $\sigma_x^2 = 1$ و $\sigma_x^2 = 3$ است. با افزایش نویز در داده‌ها، میزان عدم قطعیت نتایج به طور قابل توجهی افزایش می‌یابد، که این امر نشان‌دهنده تأثیر منفی نویز بر دقت و قابلیت اطمینان الگوریتم‌های تحلیل است.

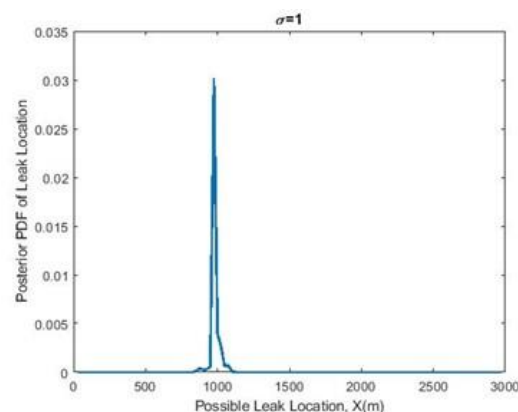
۴-۲- اثر محل سنسور

در این بخش نشت‌یابی با در نظر گرفتن موقعیت سنسور در مکان‌های مختلف مورد بررسی قرار گرفت، شکل (۸) این نتایج را نشان می‌دهد. تحلیل داده‌ها نشان داد که نزدیکی سنسور به گره انتهایی سیستم، باعث بهبود نتایج نشت‌یابی می‌شود. این نتایج به وضوح بیانگر این است که سنسورهای نصب شده در نزدیکی گره‌های انتهایی، به دلیل حساسیت بیشتر به تغییرات فشار و جریان، توانایی بالاتری در تشخیص نشت دارند. این امر می‌تواند



شکل ۴. مقایسه نتایج این تحقیق و مقاله مرجع [27]

Fig. 4. Comparison of the results of this study and the reference article [27]

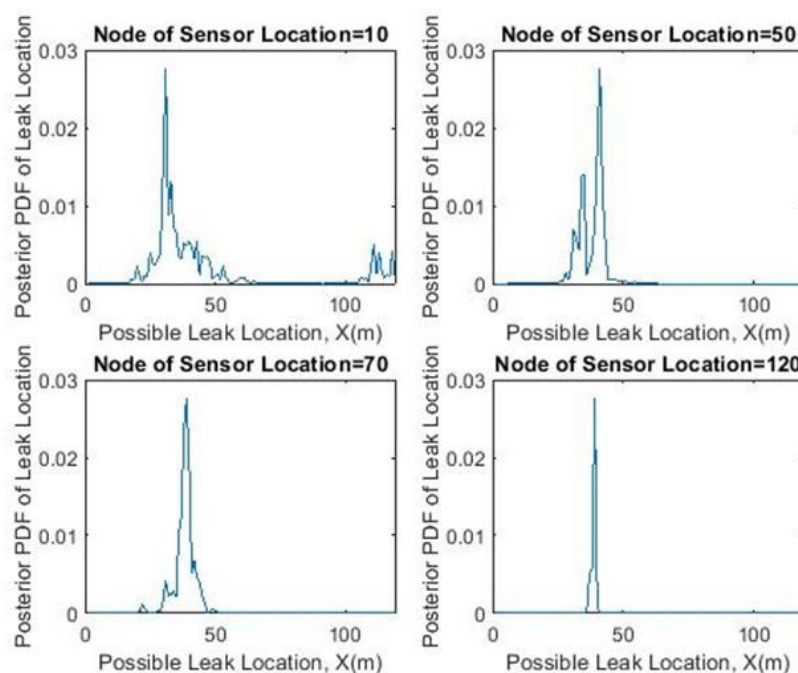


شکل ۵. چگالی احتمالی محل نشت با فرض $\sigma_x^2 = 1$

Fig. 5. Probability density of leak location assuming $\sigma_x^2 = 1$

۴-۱- اثر نویز داده‌ها بر نتایج

یکی از معضلات در مساله تعیین محل نشت در شبکه‌های آبرسانی نویز موجود در داده‌های اندازه‌گیری شده است. به همین دلیل در این بخش اثر میزان نویز اندازه‌گیری بر نتایج بدست آمده از الگوریتم پیشنهادی مورد مطالعه قرار گرفت. نمودارها نشان می‌دهند که با افزایش میزان نویز در داده‌ها، دقت نتایج به طور قابل توجهی کاهش می‌یابد. این امر نشان‌دهنده اهمیت کیفیت داده‌ها و کاهش نویز برای دستیابی به نتایج دقیق و قابل اعتماد در تحلیل و الگوریتم‌های مورد استفاده است. مطابق شکل (۵)، با فرض $\sigma_x^2 = 1$ ، روش پیشنهادی قادر به شناسایی محل نشت با دقت قابل قبولی است. همانطور که در این شکل می‌توان دید، روش پیشنهادی برای داده‌های با دامنه نویز کم موقعیت نشت را با عدم قطعیت پایینی تخمین می‌زند. همچنین شکل (۶) عملکرد روش بیزی در حالتی که داده‌ها نویزی‌تر باشند ($\sigma_x^2 = 3$) را نشان می‌دهد. با بررسی شکل‌ها، ملاحظه شد که افزایش میزان نویز



شکل ۸. تاثیر محل سنسور بر دقت نشت‌یابی

Fig. 8. The effect of sensor location on leak detection accuracy

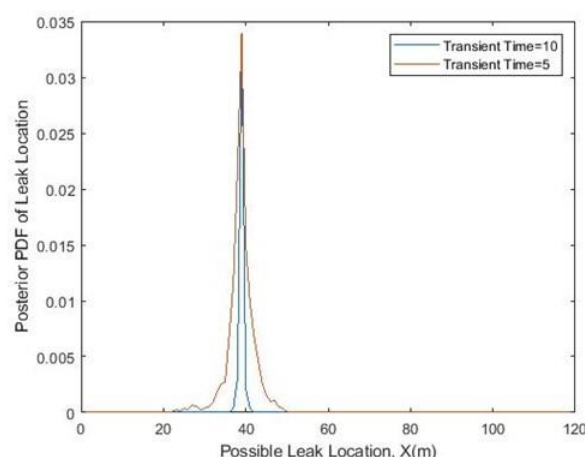
می‌شود، افزایش بازه زمانی شبیه‌سازی از ۵ ثانیه به ۱۰ ثانیه منجر به کاهش قابل توجه در میزان عدم قطعیت نتایج شده است. این یافته بیانگر آن است که افزایش مدت زمان جمع‌آوری داده‌ها می‌تواند نقش مؤثری در بهبود دقت تشخیص نشت ایفا کند.

لازم به ذکر است که در این مطالعه، گام زمانی ثابت در نظر گرفته شده و تمرکز پژوهش صرفاً بر بررسی تأثیر بازه زمانی شبیه‌سازی بوده است.

این بهبود به وضوح بیانگر این است که با افزایش زمان شبیه‌سازی، دقت و اطمینان نتایج به میزان قابل توجهی افزایش می‌یابد. چنین یافته‌ای نشان می‌دهد که انتخاب زمان مناسب برای شبیه‌سازی می‌تواند تأثیر بسزایی در کیفیت و دقت نتایج حاصل از آن داشته باشد. بنابراین، توصیه می‌شود در تحلیل‌ها و شبیه‌سازی‌های آینده، زمان شبیه‌سازی به دقت تنظیم شود تا از بیشترین دقت و کمترین عدم قطعیت برخوردار شوند.

۵- جمع‌بندی

در این مقاله، استفاده از تئوری بیزین برای نشت‌یابی در خطوط لوله آب پیشنهاد شد. نتایج نشان داد که این روش با بهره‌گیری از مدل‌های احتمالاتی و داده‌های سنسور، قادر است با دقت بالایی محل نشت را شناسایی کند. تئوری بیزین با ترکیب اطلاعات



شکل ۹. تاثیر زمان شبیه‌سازی بر نتایج

Fig. 9. The effect of simulation time on the results

بهبود قابل توجهی در عملکرد سیستم‌های نشت‌یابی ایجاد کند و منجر به کاهش هدر رفت منابع و افزایش بهره‌وری شود. بنابراین، انتخاب محل مناسب برای نصب سنسورها، به ویژه در نزدیکی گره‌های انتهایی، از اهمیت بالایی برخوردار است و می‌تواند تأثیر مثبت زیادی بر دقت سیستم نشت‌یابی داشته باشد.

۳-۴- تاثیر زمان شبیه‌سازی بر نتایج

در این بخش، تأثیر مدت زمان کل شبیه‌سازی بر نتایج تحلیل مورد بررسی قرار گرفته است. همان‌طور که در شکل (۹) مشاهده

قدردانی نویسندگان

نویسندگان از حمایت معنوی دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، دانشکده مهندسی عمران تشکر می‌کنند.

تعارض منافع

هیچ تعارض منافی برای نویسندگان این مقاله در انتشار آن وجود ندارد.

سهم نویسندگان

محمد قنبری ونیدی ۴۰ درصد و سایرین هر کدام ۲۰ درصد.

منابع مالی

این تحقیق حمایت مالی نداشته است.

پیشین و داده‌های جدید، بهبود قابل توجهی در دقت نشت‌یابی ارائه می‌دهد. استفاده از این روش می‌تواند به کاهش هدررفت آب و هزینه‌های مرتبط با تعمیرات کمک کرده و بهره‌وری سیستم‌های توزیع آب را افزایش دهد. علاوه بر این، این روش به دلیل قابلیت تطبیق با شرایط مختلف و به‌روزرسانی مداوم مدل‌ها، به ابزاری قدرتمند برای مدیریت و نگهداری شبکه‌های آبرسانی تبدیل می‌شود. این ویژگی‌ها نشان می‌دهد که تئوری بیزین می‌تواند نقش مهمی در بهبود کارایی و کاهش هزینه‌های نگهداری سیستم‌های توزیع آب ایفا کند. در نهایت، پیشنهاد می‌شود که تحقیقات بیشتری در زمینه بهینه‌سازی پارامترهای مدل بیزین، ترکیب اطلاعات سنسورها، موقعیت بهینه سنسور برای افزایش دقت نشتیابی و کاربردهای عملی آن در مقیاس‌های بزرگتر انجام شود تا بتوان از تمامی ظرفیت‌های این روش بهره‌برداری کرد.

References

- [1] Mekonnen, M.M. and Hoekstra, A.Y., 2016. Four billion people facing severe water scarcity. *Science Advances*, 2(2), p.e1500323.
- [2] Roser, M., Ritchie, H. and Ortiz-Ospina, E., 2013. *World population growth*. Our World in Data. Available at: <https://ourworldindata.org/world-population-growth>.
- [3] Cohen, B., 2004. Urban growth in developing countries: a review of current trends and a caution regarding existing forecasts. *World Development*, 32(1), pp.23–51.
- [4] Leflaive, X., 2012. Water outlook to 2050: The OECD calls for early and strategic action. *Global Water Forum*. Available at: <https://globalwaterforum.org/2012/05/21/wateroutlook-to-2050-the-oecd-calls-for-early-and-strategic-action>.
- [5] Puust, R., Kapelan, Z., Savić, D. and Koppel, T., 2010. A review of methods for leakage management in pipe networks. *Urban Water Journal*, 7(1), pp.25–45.
- [6] Hyun, S.Y., Jo, Y.S., Oh, H.C., Kim, S.Y. and Kim, Y.S., 2007. The laboratory scaled-down model of a ground-penetrating radar for leak detection of water pipes. *Measurement Science and Technology*, 18(9), p.2791.
- [7] Xu, C., Du, S., Gong, P., Li, Z. and Song, G., 2020. An Improved Method for Pipeline Leakage Localization with a Single Sensor Based on Modal Acoustic Emission and Empirical Mode Decomposition with Hilbert Transform. *IEEE Sensors Journal*, 20(10), pp.5480–5491.
- [8] Ibrahim, K., Tariq, S., Bakhtawar, B. and Zayed, T., 2021. Application of fiber optics in water distribution networks for leak detection and localization: A mixed methodology-based review. *H2Open Journal*, 4(1), pp.244–261.
- [9] Zhiwang, Z., Qiang, W., Xiaohong, G.U., Ya, Z. and Kai, Z., 2020. Analysis on underground water pipes multi-point leakage location method based on distributed optical fiber. *Journal of Applied Optics*, 41(3), pp.228–234.
- [10] Wu, D., Liu, Z., Wang, X. and Su, L., 2017. Composite magnetic flux leakage detection method for pipelines using alternating magnetic field excitation. *NDT & E International*, 91, pp.148–155.
- [11] Ge, C., Wang, G. and Hao, Y., 2008. Analysis of the smallest detectable leakage flow rate of negative pressure wave-based leak detection systems for liquid pipelines. *Computers & Chemical Engineering*, 32(8), pp.1669–1680.
- [12] Li, J., Zheng, Q., Qian, Z. and Yang, X., 2019. A novel location algorithm for pipeline leakage based on the attenuation of negative pressure wave. *Process Safety and Environmental Protection*, 123, pp.309–316.
- [13] Abdulshaheed, A., Mustapha, F. and Ghavamian, A., 2017. A pressure-based method for monitoring leaks in a pipe distribution system: A Review. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 69, pp.902–911.
- [14] Liou, J.C., 1996. Leak detection by mass balance effective for Norman wells line. *Oil & Gas Journal*, 94(22), p.220623.
- [15] Xu, X. and Karney, B., 2017. An Overview of Transient Fault Detection Techniques. In: C. Verde and L. Torres, eds. *Modeling and Monitoring of*

- Pipelines and Networks: Advanced Tools for Automatic Monitoring and Supervision of Pipelines*. Berlin: Springer, pp.13–37.
- [16] Duan, H.F., Pan, B., Wang, M., Chen, L., Zheng, F. and Zhang, Y., 2020. State-of-the-art review on the transient flow modeling and utilization for urban water supply system (UWSS) management. *Journal of Water Supply Research and Technology-Aqua*, 69(8), pp.858–893.
- [17] Chen, Q., Xing, X., Jin, C., Zuo, L., Wu, J. and Wang, W., 2020. A novel method for transient leakage flow rate calculation of gas transmission pipelines. *Journal of Natural Gas Science and Engineering*, 77, p.103261.
- [18] Liu, E., Kuang, J., Peng, S. and Liu, Y., 2019. Transient operation optimization technology of gas transmission pipeline: A case study of west-east gas transmission pipeline. *IEEE Access*, 7, pp.112131–112141.
- [19] Wang, Z., He, X., Shen, H., Fan, S. and Zeng, Y., 2022. Multi-source information fusion to identify water supply pipe leakage based on SVM and VMD. *Information Processing & Management*, 59(1), p.102819.
- [20] Zadkarami, M., Shahbazian, M. and Salahshoor, K., 2016. Pipeline leakage detection and isolation: An integrated approach of statistical and wavelet feature extraction with multi-layer perceptron neural network (MLPNN). *Journal of Loss Prevention in the Process Industries*, 43, pp.479–487.
- [21] Cruz, R.P.D., Silva, F.V.d. and Fileti, A.M.F., 2020. Machine learning and acoustic method applied to leak detection and location in low-pressure gas pipelines. *Clean Technologies and Environmental Policy*, 22(3), pp.627–638.
- [22] Geiger, G., Werner, T. and Matko, D., 2001. Knowledge-Based Leak Monitoring for Pipelines. *IFAC Proceedings Volumes*, 34(14), pp.249–254.
- [23] Soldevila, A., Blesa, J., Tornil-Sin, S., Duviella, E., Fernandez-Canti, R.M. and Puig, V., 2016. Leak localization in water distribution networks using a mixed model-based/data-driven approach. *Control Engineering Practice*, 55, pp.162–173.
- [24] Wang, J., Wang, T. and Wang, J., 2013. Hybrid modelling for leak detection of long-distance gas transport pipeline. *Insight - Non-Destructive Testing and Condition Monitoring*, 55(7), pp.372–381.
- [25] Poulakis, Z., Valougeorgis, D. and Papadimitriou, C., 2003. Leakage detection in water pipe networks using a Bayesian probabilistic framework. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 18(4), pp.315–327.
- [26] Zhang, H. and Wang, L., 2011. Leak detection in water distribution systems using Bayesian theory and Fisher's law. *Transactions of Tianjin University*, 17(3), pp.181–186.
- [27] Qi, S., Gao, J., Wu, W., Qiao, Y., Tu, M. and Wang, J., 2014. Research on an optimized leakage locating model in water distribution system. *Procedia Engineering*, 89, pp.1569–1576.
- [28] Alawadhi, A. and Tartakovsky, D., 2020. Bayesian Update and Method of Distributions: Application to Leak Detection in Transmission Mains. *Water Resources Research*, 56(7), p.e2019WR025879.
- [29] Chaudhry, M.H., 2013. *Applied hydraulic transients*. 3rd ed. New York: Springer.
- [30] Wikle, C.K. and Berliner, L.M., 2007. A Bayesian tutorial for data assimilation. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 230(1-2), pp.1–16.

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم؟

Ghanbari Vandi, M., Rahmani Firoozjaee, A., Keramat, A. and Zayeri Baghlani Nejad, A., 2026. Using Bayesian theory for leak detection in water network systems. *Modares Civil Engineering journal*, 26(3), pp.59-68.



Design and Performance Improvement of Metro Feeder Bus Lines Using a Metaheuristic Algorithm: A Case Study of Tehran Metro Line 3

Alireza Taheriyani¹, Saeid Sherafatipour², Mahmoud Saffarzadeh^{3*} 

1. MSc in Transportation Planning, Faculty of Civil and Environmental Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran.
2. Assistant Professor at Department of Transportation Planning, Faculty of Civil and Environmental Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran.
3. Professor at Department of Transportation Planning, Faculty of Civil and Environmental Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran.

Abstract

Public transportation plays a critical role in promoting sustainable urban development by offering mobility solutions that are efficient, equitable, and environmentally responsible. It encompasses a wide range of transit modes, which are generally classified into mass transit systems—such as metro and rail services—and non-mass transit systems, including buses, minibuses, and other forms of road-based public transport. As cities expand and mobility demands grow, the complexity of managing and integrating various transport modes also increases. One of the key challenges in the planning and operation of public transport systems lies in ensuring seamless integration between these modes, particularly through the design and optimization of feeder networks that connect local bus services to major mass transit infrastructure.

This study focuses on improving the operational efficiency and user attractiveness of Tehran's public transportation system by enhancing the feeder bus services connected to three specific stations—Abdol Abad, Shahrak-e Shariati, and Zamzam—located on Metro Line 3. The primary objective is to increase metro ridership and improve the overall effectiveness of public transport usage by optimizing the sub-network of feeder lines servicing these metro stations. Improving connectivity and reducing transfer times between feeder and metro systems is considered crucial for encouraging the use of public transit, particularly in densely populated urban areas like Tehran.

To achieve this goal, a structured four-step methodology was adopted. Initially, the feeder routes relevant to the three metro stations were identified through data collection and analysis of existing traffic patterns. Subsequently, two improvement strategies were formulated and applied: (1) uniform improvements applied across the entire feeder routes, such as reducing headways and enhancing vehicle availability; and (2) targeted enhancements focused on selected high-demand stops, including limited-stop service and priority routing. These strategies were translated into multiple operational scenarios, which were then simulated using the EMME/2 transportation planning software, a recognized tool for multimodal transport analysis.

Each scenario was evaluated based on four key performance metrics: the total number of trips made using public transport, the number of boardings on Metro Line 3, the ratio of public transport trips to the number of vehicles (fleet size), and the ratio of metro boardings to the number of deployed feeder buses. The results reveal that reducing headways on feeder bus routes generally leads to an increase in both public transport trips and metro boardings. However, in some cases, this strategy created unintended competition between feeder buses and the metro, which did not necessarily result in higher metro ridership.

Among the various scenarios analyzed, those that implemented limited-stop feeder services showed the highest effectiveness in encouraging multimodal travel behavior and promoting better utilization of both bus and metro systems. Conversely, scenarios that increased the number of feeder buses without allocating dedicated lanes led to greater traffic congestion and reduced overall service quality.

From a policy and planning standpoint, this research underscores the importance of clearly defined objectives and appropriately weighted performance indicators in selecting the most effective operational scenarios. The insights provided can support transport planners and decision-makers in enhancing the integration of feeder systems with metro services, ultimately contributing to the overall sustainability and quality of urban public transportation networks.

Review History

Received: May 24, 2025

Revised: Feb 11, 2026

Accepted: Apr 18, 2026

Keywords

Public Transportation
Network Integration
Feeder Network
Mass Transit Lines

* Corresponding Author Email: saffar_m@modares.ac.ir - ORCID: 0000-0002-9713-2776

طراحی و بهبود عملکرد خطوط اتوبوس تغذیه کننده سیستم مترو با استفاده از الگوریتم فراابتکاری: مطالعه موردی خط ۳ مترو تهران

علیرضا طاهریان^۱، سعید شرافتی پور^۲، محمود صفارزاده^{۳*} 

۱. کارشناس ارشد برنامه ریزی حمل و نقل، دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران.
۲. استادیار گروه برنامه ریزی حمل و نقل، دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران.
۳. استاد گروه برنامه ریزی حمل و نقل، دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران.

چکیده

تاریخچه داوری

حمل و نقل همگانی نقش کلیدی در توسعه پایدار شهری ایفا کرده و شامل شیوه های متنوعی است که در دو دسته انبوه بر و غیرانبوه بر طبقه بندی می شوند. بهینه سازی عملکرد و یکپارچگی این شیوه ها، به ویژه در طراحی شبکه های تغذیه کننده که خطوط اتوبوس را به شبکه های انبوه بر مانند مترو متصل می کنند، اهمیت ویژه ای دارد. این پژوهش با هدف افزایش مطلوبیت، بهبود دسترسی و افزایش استفاده از سیستم حمل و نقل عمومی، به بررسی و بهینه سازی عملکرد خطوط اتوبوس تغذیه کننده سه ایستگاه عبدالآباد، شهرک شریعتی و زمزم در خط ۳ متروی تهران می پردازد. در این راستا، الگوریتمی چهار مرحله ای با رویکردی عملیاتی توسعه یافته است که ابتدا خطوط تغذیه کننده را شناسایی و سپس به دو شیوه بهبود یکنواخت در کل مسیر و بهبود هدفمند در ایستگاه های منتخب پیاده سازی می شود. سناریوهای طراحی شده در نرم افزار شبیه ساز EMME/2 اجرا و بر اساس چهار شاخص کلیدی شامل تعداد سفرهای حمل و نقل همگانی، تعداد مسافران مترو، نسبت سفر به تعداد ناوگان و نسبت مسافران مترو به تعداد اتوبوس های تغذیه ای ارزیابی شده اند. نتایج نشان می دهد که کاهش سرفاصله زمانی خطوط تغذیه کننده در اغلب موارد منجر به افزایش سفرهای همگانی و سوارشدگان مترو می شود، اما در برخی سناریوها، اتوبوس ها به رقیب مترو تبدیل شده و موجب کاهش استفاده از آن می شوند. در مقابل، سناریوهای مبتنی بر توقف محدود در ایستگاه های پرتقاضا، بیشترین اثربخشی را در ارتقای رفتار سفر چندوجهی داشته اند. همچنین، افزایش ناوگان بدون مسیر ویژه منجر به افزایش تراکم و افت کیفیت خدمات شده است. این پژوهش با تأکید بر ضرورت هدف گذاری شفاف و انتخاب سنجه های وزندار، می تواند راهنمایی کاربردی برای تصمیم گیران در جهت ارتقای یکپارچگی سامانه های تغذیه ای و افزایش کارایی شبکه حمل و نقل عمومی در بافت های پرتراکم شهری باشد.

کلمات کلیدی

حمل و نقل همگانی
یکپارچگی شبکه
شبکه تغذیه کننده
خطوط انبوه بر همگانی

۱- مقدمه

ترافیک و صرفه جویی در مصرف سوخت های فسیلی دارد. سیستم های کارآمد حمل و نقل عمومی می توانند کیفیت زندگی شهروندان را بهبود بخشند. همچنین در افزایش عدالت اجتماعی و

حمل و نقل همگانی یکی از ارکان حیاتی توسعه پایدار شهری به شمار می رود. این نظام نقشی مؤثر در کاهش آلودگی هوا، کاهش

* رایانامه نویسنده مسئول: saffar_m@modares.ac.ir - ORCID: 0000-0002-9713-2776

الگوریتم‌های بهینه‌سازی را برای طراحی همزمان مسیرها، انتخاب ایستگاه‌ها و تعیین تواتر حرکت اتوبوس‌های تغذیه‌کننده توسعه داده‌اند که منجر به کاهش زمان انتظار و تسهیل انتقال مسافران به خطوط اصلی می‌شود.

علاوه بر این، مطالعات اخیر به بهبود سامانه‌های حمل‌ونقل با مسیر غیرثابت پرداخته‌اند؛ رویکردهایی که با ترکیب خدمات ثابت و انعطاف‌پذیر و استفاده از استراتژی‌های جابه‌جایی بهینه ناوگان، علاوه بر ارتقای بهره‌وری عملیاتی، تأثیر قابل توجهی در کاهش انتشار آلاینده‌ها داشته‌اند. توسعه شبکه‌های چندوجهی با هدف پوشش جامع تر نقاط توقف و بهره‌گیری از ناوگان چندبخشی نیز به عنوان راهکاری مؤثر برای افزایش تطبیق‌پذیری سیستم حمل‌ونقل عمومی با نوسانات تقاضا مطرح شده است.

مطالعات رفتاری نیز با شناسایی گروه‌های هدف و ویژگی‌های کاربران بالقوه خدمات منعطف، نقش مهمی در بهینه‌سازی سیاست‌های بازاریابی و افزایش پذیرش این خدمات ایفا کرده‌اند. در عین حال، ارزیابی مدل‌های ارائه خدمات در شرایط کم‌تقاضا، بر اهمیت ایجاد تعادل میان کیفیت خدمات و پایداری اقتصادی سیستم تأکید دارد. با این توضیحات مرور ادبیات در سه بخش موضوعی انجام گرفته است. در ابتدا پژوهش‌های مرتبط با طراحی و بهینه‌سازی شبکه‌های تغذیه‌کننده، سپس مطالعاتی که روی سیستم‌های حمل‌ونقلی انعطاف‌پذیر یا هیبریدی تمرکز داشته، مورد بحث قرار گرفته و بخش انتهایی شامل مطالعاتی که با هدف ارزیابی عملکرد، بهره‌وری و سطح خدمت حمل‌ونقل عمومی بوده، صحبت شده است.

۲-۱- طراحی و بهینه‌سازی شبکه تغذیه‌کننده

طاهوری نیا و همکاران در مطالعه‌ای در سال ۲۰۱۴ به طراحی شبکه‌های تغذیه‌کننده چندوجهی^۱ می‌پردازند که با استفاده از ترکیب چند شیوه حمل‌ونقل، ایستگاه‌ها و نقاط توقف را پوشش می‌دهد. هدف اصلی، ایجاد یک سیستم هماهنگ و بهینه است که بتواند نیازهای مسافران را با توجه به ویژگی‌های مختلف هر شیوه حمل‌ونقل و ویژگی‌های مکانی ایستگاه‌ها پاسخگو باشد. در این پژوهش، مدل‌های طراحی و الگوریتم‌های بهینه‌سازی توسعه یافته‌اند تا پوشش جامع و کارآمد شبکه تأمین شود و انتقال میان

کاهش نابرابری‌های فضایی مؤثر می‌باشند [1]. مطالعات نشان داده‌اند شهرهایی که در حمل‌ونقل عمومی سرمایه‌گذاری کرده‌اند، نه تنها کاهش انتشار گازهای گلخانه‌ای را تجربه کرده‌اند، بلکه رشد اقتصادی و پویایی اجتماعی بیشتری نیز داشته‌اند [2]. از این‌رو، توسعه زیرساخت‌های حمل‌ونقل عمومی فقط یک ضرورت زیست‌محیطی نیست، بلکه ابزاری راهبردی در تحقق سیاست‌گذاری‌های عدالت‌محور شهری به حساب می‌آید.

یکی از راهکارهای کلیدی برای ارتقای اثربخشی این سیستم‌ها، بهبود عملکرد خطوط اتوبوس شهری به عنوان تغذیه‌کننده شبکه‌های انبوه‌بر مانند مترو و قطارهای حومه‌ای است. پژوهش‌ها نشان می‌دهند که یکپارچگی مؤثر میان خطوط اتوبوس و سامانه‌های ریلی، می‌تواند زمان سفر را کاهش دهد. همچنین این یکپارچگی موجب بهبود دسترسی به خدمات شهری و افزایش استقبال از حمل‌ونقل عمومی می‌شود [3]. بهینه‌سازی سرفاصله حرکت، هماهنگی در زمان‌بندی، و طراحی مناسب ایستگاه‌های تبدیلی از جمله عوامل کلیدی موفقیت در این زمینه می‌باشد [4]. تجربه کشورهای مانند سنگاپور و آلمان نشان می‌دهد که ترکیب مؤثر این دو سیستم، می‌تواند سهم حمل‌ونقل عمومی از سفرهای شهری را به طور قابل توجهی افزایش دهد [5].

در همین راستا، پژوهش حاضر با هدف بررسی و بهبود عملکرد خطوط تغذیه‌کننده موجود انجام شده است. ابتدا عملکرد فعلی این خطوط مورد ارزیابی قرار گرفته است. سپس با توجه به منابع و زیرساخت‌های موجود، سناریوهایی برای ارتقای خدمت‌رسانی طراحی شده‌اند. این سناریوها بدون نیاز به تغییر مسیر یا تعریف خطوط جدید تدوین شده‌اند. نوآوری اصلی پژوهش در ارائه الگوریتمی گام‌به‌گام برای تحلیل و بهینه‌سازی عملکرد همین شبکه موجود است. این الگوریتم به جای طراحی مجدد، بر اصلاح سرفاصله‌ها، بهینه‌سازی زمان‌بندی خدمات، و ارتقای بهره‌وری عملیاتی تمرکز دارد.

۲-۲- مرور ادبیات

بررسی‌های گسترده در حوزه طراحی و بهینه‌سازی شبکه‌های حمل‌ونقل عمومی، به ویژه شبکه‌های تغذیه‌کننده، نشان‌دهنده توجه فزاینده به بهبود کارایی، انعطاف‌پذیری و ارتقای کیفیت خدمات به مسافران است. پژوهش‌های متعددی مدل‌های ریاضی و

¹ Multimodal Feeder Network

شیوه های مختلف بهینه شود. نتایج نشان می دهد که طراحی شبکه های چندوجهی می تواند باعث افزایش انعطاف پذیری سیستم، کاهش زمان انتظار و بهبود تجربه کلی سفر مسافران شود [6].

وی و همکاران در سال ۲۰۲۰ یک مدل بهینه سازی یکپارچه را برای طراحی مسیرهای اتوبوس های تغذیه ای و تعیین تواتر سرویس دهی آن ها ارائه می دهند که همزمان مسئله انتخاب ایستگاه ها را نیز در نظر می گیرد. هدف اصلی مدل، افزایش کارایی سیستم حمل و نقل عمومی از طریق بهینه سازی همزمان پارامترهای طراحی شبکه و زمان بندی سرویس ها است. با توجه به محدودیت های عملیاتی و نیاز به تأمین دسترسی مناسب برای مسافران، این مدل قادر است بهترین ترکیب مسیرها، تواتر حرکت اتوبوس ها و انتخاب ایستگاه ها را پیشنهاد دهد. نتایج تحقیق نشان می دهد که رویکرد یکپارچه می تواند به بهبود قابل توجهی در کاهش هزینه ها، کاهش زمان سفر مسافران و ارتقای کیفیت خدمات منجر شود [7].

پتروسلی و راسنیا در سال ۲۰۲۱ به بررسی و مقایسه دو نوع طراحی شبکه حمل و نقل عمومی، شامل طراحی تغذیه کننده و طراحی براساس دسترسی مستقیم، از منظر دسترسی پذیری مسافران می پردازند. پژوهشگران با توسعه یک مدل ارزیابی، میزان دسترسی تولید شده توسط هر یک از این ساختارها را تحلیل کرده اند تا تأثیر آن ها بر سهولت دسترسی مسافران به مقاصد مختلف را بسنجند. نتایج این مدل نشان می دهد که هر دو طرح مزایا و محدودیت های خاص خود را دارند و انتخاب بهینه میان آن ها باید بر اساس ویژگی های جمعیتی، جغرافیایی و تقاضای منطقه صورت گیرد. این تحقیق به مدیران شهری و برنامه ریزان حمل و نقل کمک می کند تا با ارزیابی دقیق تر طرح های شبکه، خدمات بهتری برای بهبود دسترسی پذیری و کارایی سیستم های حمل و نقل عمومی ارائه دهند [8].

گیوتسالیته در سال ۲۰۲۲ به بررسی هماهنگی میان خطوط اتوبوس های تغذیه کننده و جمع کننده^۱ در چارچوب سیاست "جابه جایی به عنوان خدمت"^۲ می پردازد. هدف اصلی، ارتقای کارایی و کیفیت تجربه مسافران از طریق بهبود زمان بندی، کاهش زمان انتظار و تسهیل انتقال میان خطوط مختلف حمل و نقل عمومی

است. پژوهشگران با توسعه مدل های هماهنگی و الگوریتم های بهینه سازی، امکان مدیریت پویا و همزمان خطوط مختلف را فراهم کرده اند تا سیستم حمل و نقل یکپارچه تر، انعطاف پذیرتر و پاسخگو تر نسبت به تقاضای مسافران شود. یافته ها نشان می دهد که هماهنگی مؤثر میان خطوط تغذیه ای و جمع آوری کننده می تواند نقش کلیدی در موفقیت سیاست MaaS و افزایش رضایت کاربران ایفا کند [9].

نیک کار و همکاران در این پژوهش که در سال ۲۰۲۲ انجام شد به توسعه یک الگوریتم بهینه برای طراحی سامانه حمل و نقل تغذیه کننده پاسخگو به تقاضا^۳ می پردازند که امکان استفاده از ایستگاه های موقت را نیز فراهم می کند. هدف اصلی تحقیق، افزایش انعطاف پذیری در خدمت رسانی و بهینه سازی مسیرها در محیط هایی با تقاضای پراکنده یا متغیر است. الگوریتم پیشنهادی به گونه ای طراحی شده که بتواند به صورت پویا و با توجه به موقعیت مکانی مسافران، نقاط توقف موقت را تعیین کند و مسیرهایی کارآمد برای ناوگان تعریف نماید. نتایج نشان می دهد که این رویکرد می تواند باعث کاهش زمان سفر، افزایش رضایت کاربران، و بهبود بهره وری سیستم حمل و نقل عمومی به ویژه در مناطق کم تراکم یا فاقد ایستگاه های دائمی شود [10].

برگمان و همکاران در سال ۲۰۲۳ به ارائه یک روش ابتکاری تطبیقی برای طراحی شبکه های حمل و نقل تغذیه کننده می پردازند که امکان انتقال اختیاری مسافران^۴ را نیز در نظر می گیرند. برخلاف مدل های سنتی که انتقال میان خطوط را محدود یا الزامی می دانند، رویکرد این تحقیق انعطاف پذیری بیشتری در ساختار شبکه ایجاد می کند و اجازه می دهد مسافران در صورت صرفه جویی در زمان یا هزینه، انتخاب کنند که آیا از نقطه ای به نقطه دیگر انتقال یابند یا خیر. الگوریتم پیشنهادی با هدف بهینه سازی مسیرها، کاهش هزینه های عملیاتی و ارتقای سطح خدمات طراحی شده است. نتایج شبیه سازی ها نشان می دهد که این روش می تواند شبکه هایی کارا تر و پاسخگو تر نسبت به تقاضای واقعی کاربران ارائه دهد، به ویژه در مناطق با ساختار تقاضای غیرهمگن یا متغیر [11].

زرماسلی و همکاران در سال ۲۰۲۳ به پژوهشی بر طراحی شبکه اتوبوس های تغذیه کننده با بهره گیری از وسایل نقلیه

³ Demand Responsive Feeder Transit

⁴ Optional Transshipment

¹ Collector

² Mobility as a Service (MaaS)

و تحلیل میزان انتشار آلاینده‌ها، راه‌حلی جامع برای ارتقای بهره‌وری، کاهش مصرف سوخت و بهبود پایداری زیست‌محیطی سیستم‌های حمل‌ونقل عمومی ارائه می‌دهد [14].

یو و همکاران در سال ۲۰۲۴ در مطالعه‌ای به تحلیل و بخش‌بندی کاربران بالقوه سامانه‌های حمل‌ونقل همگانی با مسیر غیر ثابت پرداختند. هدف اصلی تحقیق، شناسایی ویژگی‌های جمعیت‌شناختی، رفتاری و نگرشی گروه‌هایی از افراد است که احتمال پذیرش این نوع سیستم حمل‌ونقل را دارند. با استفاده از روش‌های آماری و تحلیل خوشه‌ای، نویسندگان توانستند چندین پروفایل از کاربران بالقوه ایجاد کنند و ویژگی‌های کلیدی هر گروه را مشخص نمایند. این یافته‌ها می‌تواند به سیاست‌گذاران و طراحان سیستم‌های حمل‌ونقل در توسعه‌ی راهکارهای هدفمند برای جذب کاربران جدید و افزایش اثربخشی سامانه‌های حمل‌ونقل انعطاف‌پذیر کمک شایانی کند [15].

۲-۳- عملکرد، بهره‌وری و سطح خدمات حمل‌ونقل عمومی

شی و همکاران در سال ۲۰۲۴ این مطالعه را انجام داده و به بررسی بهینه‌سازی سرفاصله زمانی اتوبوس‌رانی و طراحی عملیات توقف محدود^۲ با در نظر گرفتن محدودیت‌های متغیر ظرفیت وسایل نقلیه می‌پردازند. نویسندگان با توسعه یک مدل ریاضی، تأثیر ظرفیت ناوگان، تقاضای مسافران، و سیاست‌های توقف را بر کارایی سیستم حمل‌ونقل عمومی تحلیل کرده‌اند. یافته‌ها نشان می‌دهد که تعیین بهینه فرکانس حرکت و ایستگاه‌های توقف می‌تواند باعث کاهش زمان سفر مسافران و افزایش بهره‌وری ناوگان شود، به‌ویژه در شرایطی که ظرفیت وسایل نقلیه به دلیل مختلف (مانند فاصله‌گذاری اجتماعی یا محدودیت‌های زیرساختی) متغیر است. این تحقیق راهکارهای عملیاتی برای بهبود مدیریت خطوط اتوبوس با کارایی بالا ارائه می‌دهد [16].

زنگ و همکاران در سال ۲۰۲۵ در مطالعه‌ای موردی روی پکن با تمرکز بر بهینه‌سازی زمان‌بندی اتوبوس‌های تغذیه‌ای نشان دادند که هماهنگی بهتر میان شبکه‌های حمل‌ونقل عمومی، به‌ویژه در نقاط تقاطعی بین خطوط اتوبوس و مترو، می‌تواند تأثیر مستقیمی بر بهبود تجربه مسافران و کاهش زمان انتظار آنان داشته باشد. در این تحقیق، نویسندگان با استفاده از مدل‌های ریاضی و

چندوجهی و منعطف تمرکز دارند؛ رویکردی نوآورانه که انعطاف‌پذیری عملیاتی را افزایش می‌دهد. این نوع وسایل نقلیه قابلیت آن را دارند که بسته به میزان تقاضا، به صورت پویا به یکدیگر متصل یا از هم جدا شوند، و از این طریق امکان ارائه خدمات متناسب با شرایط متغیر فراهم می‌شود. در این مطالعه، یک مدل بهینه‌سازی برای طراحی شبکه و زمان‌بندی حرکت اتوبوس‌ها توسعه یافته است که هدف آن کاهش هزینه‌های عملیاتی و افزایش سطح سرویس است. یافته‌ها نشان می‌دهند که استفاده از ناوگان چندبخشی و منعطف می‌تواند بهبود قابل‌توجهی در بهره‌وری سیستم، کاهش ازدحام و افزایش هماهنگی با سایر شیوه‌های حمل‌ونقل، به ویژه مترو، به همراه داشته باشد [12].

۲-۲- خدمات انعطاف‌پذیر و نیمه انعطاف‌پذیر

میشرا و همکاران در مطالعه‌ای که در سال ۲۰۲۴ انجام شد به ارزیابی مدل‌های اجرایی مختلف برای بهره‌برداری از سامانه‌های حمل‌ونقل همگانی با مسیرهای نیمه منعطف^۱ در شرایط تقاضای پایین می‌پردازند. پژوهشگران با مقایسه رویکردهای متفاوت در طراحی مسیر، زمان‌بندی و سیاست‌های عملیاتی، به بررسی عملکرد این مدل‌ها از نظر کارایی، هزینه، سطح سرویس و رضایت کاربران پرداخته‌اند. نتایج نشان می‌دهد که در نواحی با تراکم پایین یا در ساعات غیر اوج، استفاده از مدل‌های نیمه‌منعطف می‌تواند تعادلی مؤثر میان پوشش‌دهی جغرافیایی و بهره‌وری اقتصادی فراهم آورد. این تحقیق همچنین تأکید دارد که انتخاب مدل مناسب باید متناسب با ویژگی‌های خاص هر منطقه و الگوی تقاضای آن صورت گیرد [13].

حمیدرضا سیارشد و ژاو در سال ۲۰۲۰ به بررسی راهکارهای بهینه‌سازی جابه‌جایی پویا میان خدمات حمل‌ونقل با مسیر ثابت و با مسیرهای منعطف می‌پردازد و در عین حال، استراتژی جابه‌جایی وسایل نقلیه بلااستفاده و کاهش آلاینده‌گی زیست‌محیطی را نیز در نظر می‌گیرد. نویسندگان با توسعه یک چارچوب ترکیبی، امکان تغییر ساختار خدمات حمل‌ونقل بسته به شرایط تقاضا را فراهم کرده‌اند؛ به گونه‌ای که در ساعات اوج از مسیرهای ثابت و در ساعات کم تقاضا از مسیرهای غیر ثابت استفاده می‌شود. مدل ارائه شده همچنین با در نظر گرفتن جابه‌جایی هدفمند خودروهای خالی

² Limited Stop Operation

¹ Semi-Flexible Transit

خط سه مترو دارای ۳۴ تعداد ایستگاه فعال بوده و جنوب غربی تهران را به شمال شرقی متصل کرده است. سه ایستگاه عبدال آباد، شهرک شریعتی و زمزم که در مرز بین مناطق ۱۷ و ۱۹ واقع شده، مورد نظر بوده است. همچنین خطوط اتوبوس فعال در این مناطق با توجه به روش شناسی مطالعه مورد بررسی قرار گرفته شده است. جانمایی ایستگاه های مترو و خطوط اتوبوس فعال در شکل (۱) قابل مشاهده است.

۴- روش شناسی

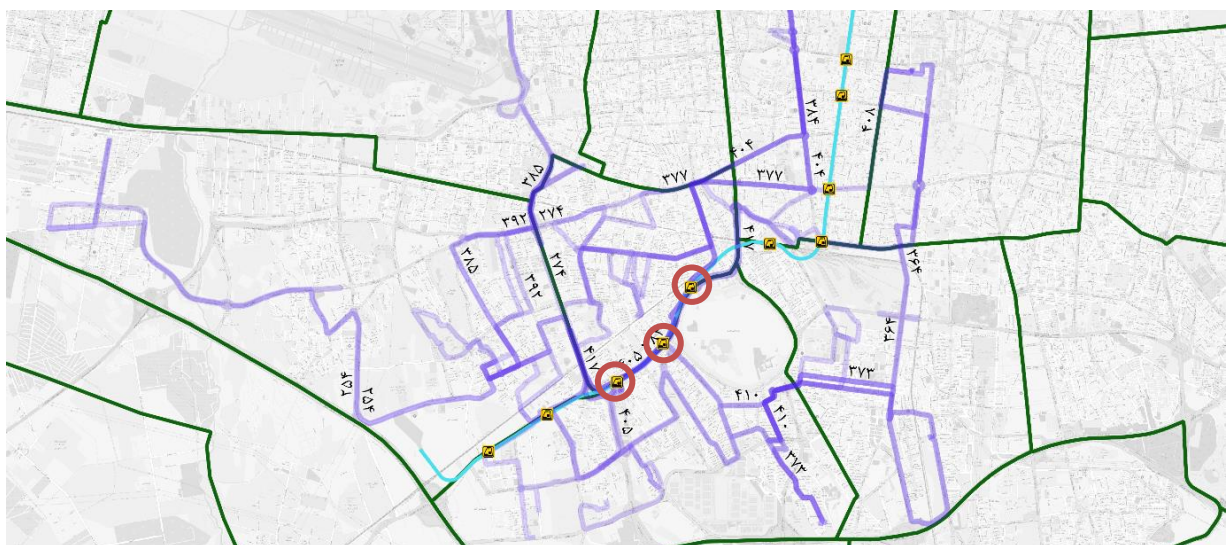
روش پیشنهادی شامل ۴ مرحله کلی بوده که در شکل (۲) نشان داده شده است. این فرآیند ابتدا به شناسایی خطوط سپس دسته بندی و در گام سوم به بهبود عملکرد خطوط می پردازد و در گام نهایی شناسایی قطعه و ایستگاه های بهبود دهنده تغذیه کنندگی را بررسی می کند. گام ابتدایی فرآیند با شناسایی نوع عملکرد خطوط اتوبوس نسبت به خطوط انبوه بر و با دریافت اطلاعات مکانی مسیر و ایستگاه های خطوط انبوه بر و خطوط اتوبوس آغاز می شود. در گام نخست بررسی می شود که آیا ایستگاه خط اتوبوس به صورت مستقیم به ایستگاه خط انبوه بر متصل و در شعاع ۵۰۰ متری آن قرار داشته است یا خیر. در صورتی که چنین فرض هایی وجود نداشته باشد، خط مورد نظر به عنوان «خط غیر تغذیه کننده» طبقه بندی می شود و از فرآیند خارج می شود.

الگوریتم های بهینه سازی، سناریوهای مختلفی را برای زمان بندی خطوط اتوبوس تحلیل کرده اند تا امکان انتقال پیشرفته برای مسافران فراهم شود. نتایج نشان می دهد که تنظیم دقیق زمان بندی می تواند موجب افزایش بهره وری سیستم حمل و نقل عمومی و افزایش رضایت کاربران به ویژه در شهرهای پرتراکم مانند پکن شود [17].

با وجود مطالعات گسترده در حوزه بهینه سازی نظری سیستم های حمل و نقل، کمتر پژوهشی به ارائه چارچوبی عملی و قابل اجرا برای بهبود خطوط موجود در یک شبکه واقعی و تحلیل آثار رقابتی آن با استفاده از شبیه سازی کلان نگر پرداخته است؛ موضوعی که این پژوهش در پی پاسخ به آن است. در این راستا، ادبیات پژوهش نشان می دهد که ترکیب روش های بهینه سازی پیشرفته، الگوریتم های تطبیقی و تحلیل های رفتاری می تواند چارچوبی جامع و مؤثر برای توسعه سامانه های حمل و نقل عمومی معطف، کارآمد و پایدار فراهم آورد که توانایی پاسخگویی به نیازهای متغیر مسافران و لزوم محیطی را داشته باشد. این رویکرد، مسیر جدیدی را برای پژوهش های کاربردی با هدف افزایش عملکرد و انعطاف پذیری شبکه های حمل و نقل عمومی ترسیم می کند.

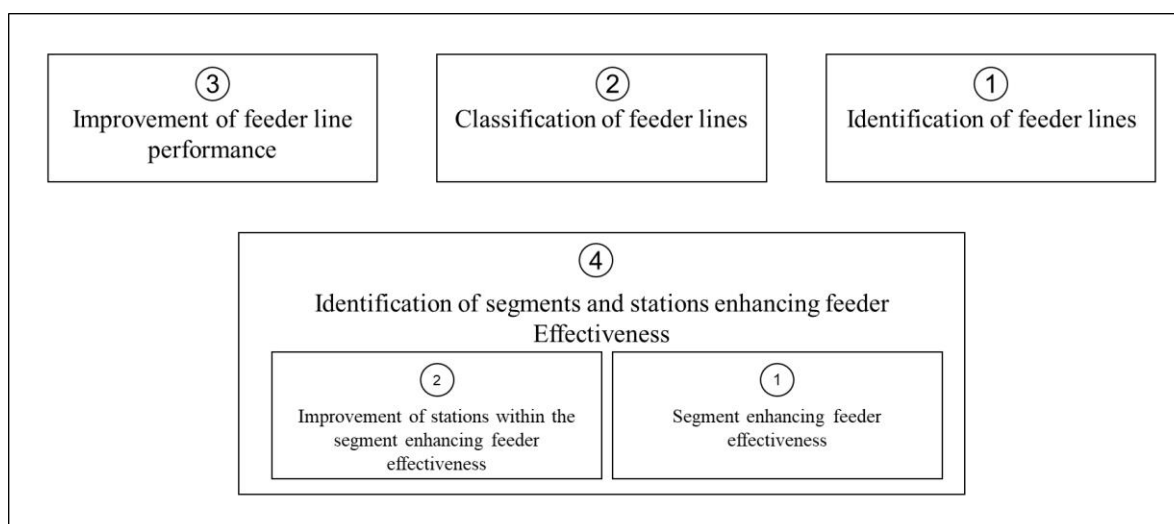
۳- مطالعه موردی

مطالعه روی بخشی از خط سه مترو تهران انجام شده است.



شکل ۱. محدوده مورد مطالعه از شهر تهران که شامل ایستگاه های شهرک شریعتی، زمزم و عبدال آباد از خط سه مترو بوده، همچنین خطوط اتوبوس فعال نیز قابل مشاهده است.

Fig. 1. The study area within the city of Tehran, encompassing Shahrak-e Shariati, Zamzam, and Abdolabad stations along Metro Line 3. Existing active bus routes are also illustrated.



شکل ۲. فرآیند چهار مرحله‌ای پیشنهادی به منظور بررسی و بهبود عملکرد خطوط تغذیه‌کننده

Fig. 2. The proposed four-step process for analyzing and improving the performance of feeder lines

جای می‌گیرد. سپس بررسی می‌شود که آیا سرفاصله زمانی کمتر از ۲۰ دقیقه است یا خیر. در صورت مثبت بودن پاسخ، خط به دسته چهارم تعلق می‌گیرد. در غیر این صورت، خط در دسته پنجم قرار می‌گیرد. این دسته‌بندی تا پایان فرآیند ادامه یافته و در نهایت طبقه‌بندی نهایی حاصل می‌شود.

گام سوم فرآیند با انتخاب خطوط تغذیه‌کننده آغاز می‌شود. در نخستین مرحله، بررسی می‌شود که آیا خط مورد نظر در دسته اول خطوط (که دارای سرفاصله زمانی کمتر از ۵ دقیقه) قرار دارد یا خیر. اگر چنین باشد، نتیجه این است که در تمام گزینه‌ها، خط با همان سرفاصله زمانی فعلی می‌تواند به کار خود ادامه دهد و نیازی به بهبود سرفاصله ندارد.

در غیر این صورت، بررسی ادامه می‌یابد که آیا خط مورد نظر در دسته دوم خطوط قرار دارد یا نه. اگر در این دسته باشد، لازم است سرفاصله زمانی آن به ۵ دقیقه کاهش یابد تا کارایی آن در گزینه‌های پیشنهادی تضمین شود.

در صورتی که خط نه در دسته اول و نه دوم باشد، بررسی می‌شود که آیا در دسته سوم خطوط قرار دارد. اگر بله، نیاز به کاهش سرفاصله زمانی به ۵ و ۱۰ و ۱۵ دقیقه در گزینه‌های طراحی شده احساس می‌شود.

در نهایت اگر خط در دسته چهارم باشد، باید بهبود سرفاصله در تمام بازه‌های ۵، ۱۰ و ۱۵ دقیقه‌ای مدنظر قرار گیرد. اگر هیچ‌کدام از این شرایط برقرار نباشد، فرآیند پایان می‌یابد.

اما اگر دوفرض مطرحی برقرار باشد، مرحله بعد بررسی موازی بودن حرکت این خط با خط انبوه‌بر است. اگر مسیر خط اتوبوس موازی با مسیر خط انبوه‌بر باشد، خط به عنوان «خط تغذیه‌کننده رقیب» شناخته می‌شود. در غیر این صورت، بررسی می‌شود که آیا ایستگاه‌های این دو خط دارای اشتراک مکانی هستند یا نه.

در صورتی که اشتراک ایستگاهی بین خط اتوبوس و خط انبوه‌بر وجود داشته باشد، مجدداً وضعیت حرکت موازی خط اتوبوس با خط انبوه‌بر بررسی می‌شود. اگر این موازی بودن تأیید شود، خط باز هم به عنوان «خط تغذیه‌کننده رقیب» تلقی می‌شود. اما اگر حرکت موازی وجود نداشته باشد، خط مورد نظر در نهایت به عنوان «خط تغذیه‌کننده غیررقیب» شناخته می‌شود.

گام دوم، فرآیند با در نظر گرفتن خطوط اتوبوسی آغاز می‌شود که به عنوان تغذیه‌کننده شبکه حمل‌ونقل انبوه‌بر (مثلاً مترو) عمل می‌کنند. سپس، سرفاصله زمانی این خطوط در وضعیت موجود شبکه محاسبه می‌شود و بر اساس مقدار سرفاصله زمانی خطوط، دسته‌بندی صورت می‌گیرد. ابتدا بررسی می‌شود که آیا سرفاصله زمانی خط کمتر از ۵ دقیقه است یا خیر. اگر پاسخ مثبت باشد، خط مورد نظر در دسته اول قرار می‌گیرد.

در صورتی که سرفاصله زمانی بیشتر از ۵ دقیقه باشد، بررسی می‌شود که آیا کمتر از ۱۰ دقیقه است یا نه. اگر چنین باشد، خط در دسته دوم قرار می‌گیرد. اگر نه، بررسی برای سرفاصله کمتر از ۱۵ دقیقه انجام می‌شود که در صورت تأیید، خط در دسته سوم

نداشته باشد، ایستگاه موردنظر به عنوان یک ایستگاه غیرفعال طبقه بندی شده و از شبکه خارج می شود.

در نتیجه انجام الگوریتم پیشنهادی، سناریوهایی ساخته می شود که می بایست بر روی نرم افزار شبیه ساز کلان نگر پیاده سازی و نتایج آن مورد بررسی قرار گیرد. هر سامانه حمل و نقل از دو مؤلفه اصلی، یعنی **عرضه** و **تقاضا** تشکیل شده است که میان آن ها رابطه ای متقابل و پویای رفتاری برقرار است. کاربران سیستم (تقاضا) تمایل دارند با بهره گیری از تسهیلات موجود (عرضه)، هزینه های جابه جایی خود را اعم از زمان سفر و هزینه های مالی حداقل کنند. در مقابل، افزایش تقاضا می تواند به تراکم و در نتیجه افزایش هزینه های بهره برداری از زیرساخت ها منجر شود. این تعامل منجر به شکل گیری مفهومی به نام جریان تعادلی در حمل و نقل می شود که تعیین آن از طریق مدل های تخصیص **ترافیک** امکان پذیر است. این مدل ها نه تنها برای ارزیابی عملکرد موجود سیستم حمل و نقل کاربرد دارند، بلکه در تحلیل آثار تغییرات کاربری زمین، توسعه شبکه و یا افزودن تسهیلات جدید نیز مورد استفاده قرار می گیرند.

در مدل تخصیص ترافیک شهر تهران، جابه جایی ها به دو گروه اصلی تقسیم می شوند: سفرهای شخصی (مربوط به وسایل نقلیه سواری به جز اتوبوس و مترو) و سفرهای عمومی (مربوط به کاربران اتوبوس های واحد و مترو). تفاوت اصلی در گروه دوم، وجود مسیرهای ثابت و ناوگان محدود با زمان بندی مشخص است که ویژگی های خاصی در تحلیل و مدل سازی آن ایجاد می کند.

پس از انجام کلیه آماده سازی های لازم، تخصیص ترافیک چند وسیله ای با روش تعادلی فرانک-ولف با معیارهای توقف ۲۰ تکرار، $normalized\ gap$ برابر با ۰/۵ (اختلاف بین متوسط زمان سفر در تخصیص مرحله موجود و متوسط حداقل زمان سفر) و $relative\ gap$ برابر با ۵۰ درصد (اختلاف زمان سفر مابین تخصیص مرحله موجود و تخصیص در حالت تعادل) صورت می پذیرد.

۵- طرحی سناریوها و معرفی معیارهای ارزیابی

پیاده سازی الگوریتم ۴ مرحله ای پیشنهادی، منجر به تولید ۸ سناریو شده که باید در نرم افزار شبیه ساز emme/2 پیاده سازی شده

گام چهارم خود شامل دو الگوریتم بوده که در مرحله ابتدایی، فرآیندی با هدف تعریف مسیر بازگشت برای یک خط سرویس تغذیه کننده توقف محدود آغاز می شود. ابتدا اطلاعات مکانی مسیر و ایستگاه های خطوط انبوه بر و اتوبوس تغذیه کننده مورد نظر دریافت می شود. سپس بررسی می شود که آیا ایستگاه خط انبوه بر در ابتدای خط تغذیه کننده قرار دارد یا خیر. اگر این طور نباشد، بررسی می شود که آیا ایستگاه انبوه بر در انتهای خط تغذیه کننده واقع شده است یا خیر. در صورتی که ایستگاه انبوه بر در هیچ کدام از ابتدا یا انتهای خط قرار نداشته باشد، بررسی خواهد شد که آیا این خط اتوبوس یک خط تغذیه کننده رقیب است یا نه. اگر رقیب نیست، فرآیند پایان می پذیرد. اما اگر خط اتوبوس از نوع تغذیه کننده رقیب باشد، لازم است مسیر برگشت برای آن تعریف شود.

حال اگر ایستگاه مترو در ابتدا یا انتهای خط اتوبوس قرار داشت، بررسی مجددی در مورد نوع رقابتی بودن خط انجام می شود. اگر خط رقیبی نیست، مسیر برگشت آن مشابه مسیر رفت در نظر گرفته شده و همان مسیر رفت به عنوان سرویس برگشت تعریف می شود. اما اگر خط رقیب باشد، ابتدا باید طول خطوط سرویس های پیشنهادی برای بازگشت در این مسیر محاسبه شود و سپس کوتاه ترین خط سرویس از بین گزینه های موجود به عنوان پیشنهاد نهایی انتخاب شود.

مرحله دوم از گام چهارم فرآیند پیشنهادی، اطلاعات مربوط به تعداد مسافران سوار و پیاده شده آغاز می شود. سپس، ایستگاه ها و مسیر سرویس های تغذیه کننده مشخص می گردد. پس از آن، اطلاعات ثبت شده مسافران سوار و پیاده، به ایستگاه های مربوطه در خطوط تغذیه کننده تخصیص داده شده و برچسب گذاری می شود. سپس بررسی می شود که آیا تعداد مسافران سوار شده در هر ایستگاه کمتر از ۱۰ نفر است یا خیر. اگر پاسخ منفی باشد (یعنی تعداد سوار شده ها بیش از ۱۰ نفر باشد)، ایستگاه در زمره ایستگاه های فعال باقی می ماند و به مرحله بعدی منتقل می شود.

اگر تعداد مسافران کمتر از ۱۰ نفر باشد، آنگاه بررسی می شود که آیا این ایستگاه در نزدیکی خط انبوه بر (مثل مترو) قرار دارد یا نه. اگر این نزدیکی وجود داشته باشد، ایستگاه به عنوان ایستگاه فعال بعدی در نظر گرفته می شود. اما اگر چنین نزدیکی وجود

سرفاصله ۵ دقیقه بهبود داده شده و در نتیجه تعداد سفر با حمل و نقل همگانی ۶۸۸ واحد افزایش، تعداد سفر تبدلی میان خطوط همگانی ۳۶۸۹ واحد افزایش و سفر انجام شده با خط ۳ مترو ۲۱ واحد کاهش یافته است. سناریو شماره دو، ناوگان خطوط تغذیه کننده در مجموع با افزایش ۵۴ عددی به سرفاصله ۱۰ دقیقه بهبود داده شده و در نتیجه تعداد سفر با حمل و نقل همگانی ۵۱۳ واحد افزایش، تعداد سفر تبدلی میان خطوط همگانی ۱۵۳۸ واحد افزایش و سفر انجام شده با خط ۳ مترو ۸ واحد کاهش یافته است. سناریو شماره سه، ناوگان خطوط تغذیه کننده در مجموع با افزایش ۲۳ عددی به سرفاصله ۱۵ دقیقه بهبود داده شده و در نتیجه تعداد سفر با حمل و نقل همگانی ۴۲۴ واحد افزایش، تعداد سفر تبدلی میان خطوط همگانی ۶۴۷ واحد افزایش و سفر انجام شده با خط ۳ مترو ۵۰ واحد افزایش یافته است. سناریو شماره چهار، خط شماره ۲۷۴ به دلیل دارا بودن سرفاصله ۱۷ دقیقه بدون تغییر و سایر خطوط تغذیه کننده در مجموع با افزایش ۱۰ عددی تعداد ناوگان به سرفاصله ۲۰ دقیقه بهبود داده شده و در نتیجه تعداد سفر با حمل و نقل همگانی ۲۵۷ واحد افزایش، تعداد سفر تبدلی میان خطوط همگانی ۶۵۶ واحد افزایش و سفر انجام شده با خط ۳ مترو ۸۶ واحد افزایش یافته است. هر چهار سناریو با افزایش تعداد ناوگان خط، مطابق انتظار

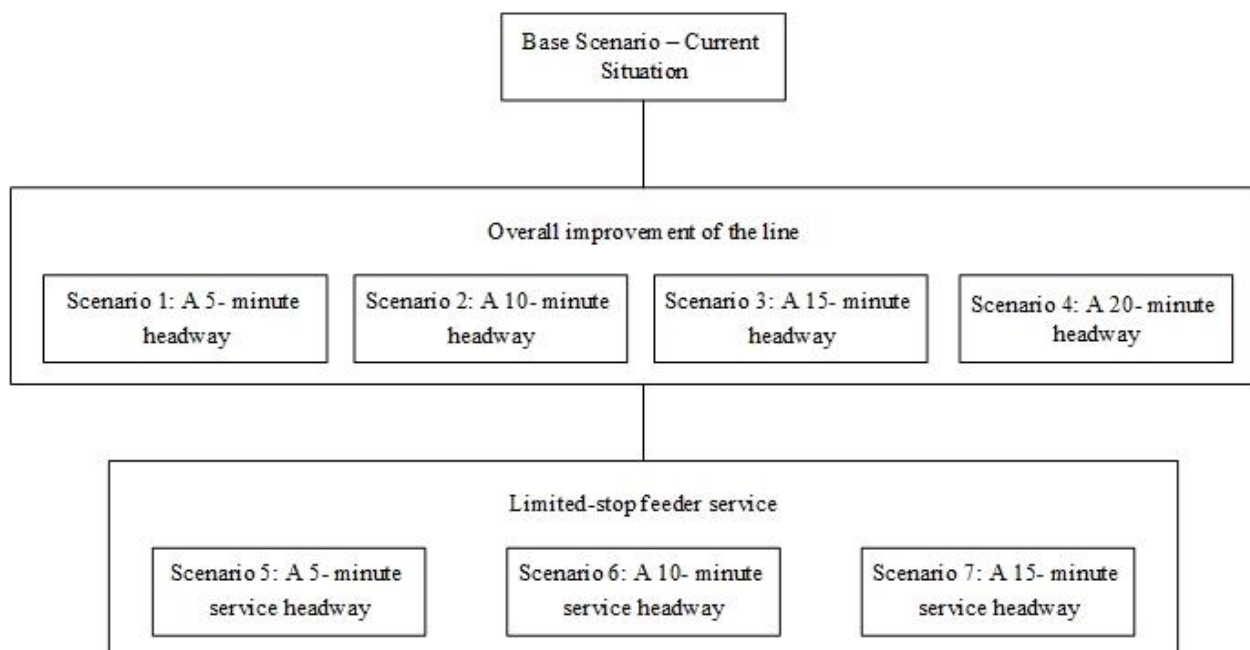
و نتایج حاصل با یکدیگر مقایسه شوند. شکل (۳) بیانگر روند مرحله‌ای تولید و انجام این گزینه‌ها را نشان داده است. مقایسه نتایج حاصل با شش معیار کلی مورد ارزیابی گرفته که شرح ذیل بوده است:

- معیار شماره ۱: تعداد سفرهای تولید شده با حمل و نقل همگانی (نفر)
- معیار شماره ۲: تعداد مسافرسوار شده خط ۳ مترو (نفر)
- معیار شماره ۳: نسبت تعداد سفرهای با حمل و نقل همگانی به تعداد ناوگان (نفر / وسیله)
- معیار شماره ۴: نسبت تعداد مسافر خط ۳ مترو به تعداد ناوگان (نفر / وسیله)

۶- بررسی و تحلیل نتایج

در نتیجه پیاده‌سازی الگوریتم پیشنهادی، ۶ خط اتوبوس با کد ۲۵۴، ۲۷۴، ۳۸۴، ۴۰۵ و ۴۱۷ به عنوان خطوط تغذیه کننده معرفی شد که در شکل (۴) قابل مشاهده است.

چهار گزینه ابتدایی براساس بهبود سرفاصله زمانی خطوط تغذیه کننده در شبکه وضع موجود به ۵، ۱۰، ۱۵ و ۲۰ دقیقه تعریف و در نرم‌افزار شبیه‌ساز پیاده‌سازی شده است. سناریو شماره یک، ناوگان خطوط تغذیه کننده در مجموع با افزایش ۱۳۴ عددی به



شکل ۳. فرآیند تولید سناریوها

Fig. 3. Process of scenario generation

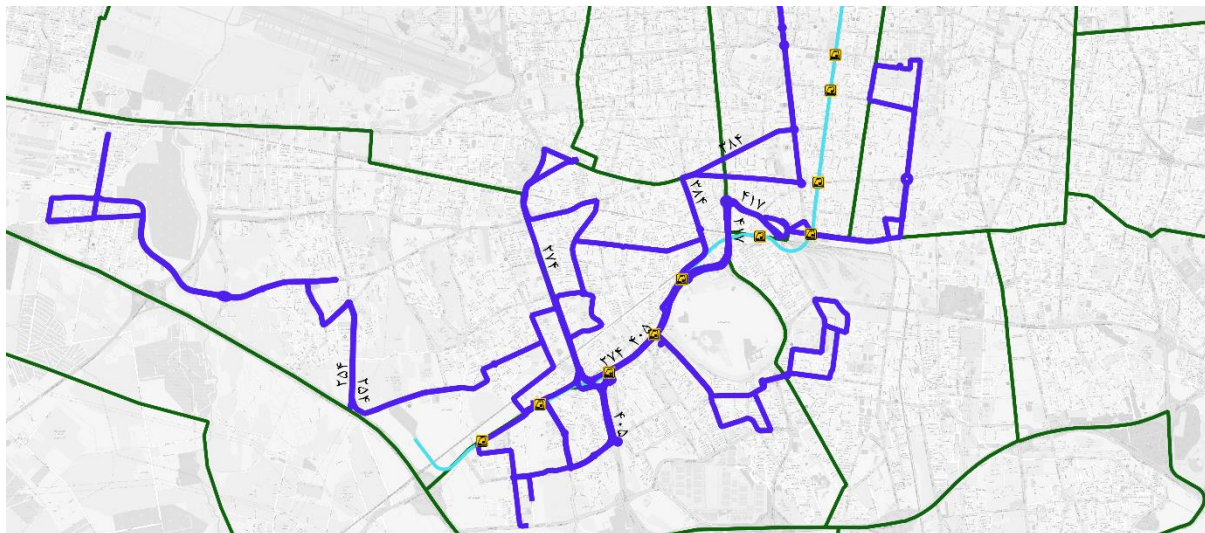


Fig. 4. The routes identified as feeder services for the three targeted metro stations

طبق فرآیند گفته شده، در این مجموعه از گزینه‌ها به دنبال قطعه‌ای از خط اصلی بوده که نقش تغذیه‌کننده را به صورت خاص برای ایستگاه‌های مترو مورد نظر ایفا کرده است. سرویس‌های تعریف شده روی خطوط با توجه به عملکردی که از خود نشان داده‌اند دارای طول خط و تعداد ایستگاه فعال متفاوت بوده است. خط‌های ۲۵۴، ۲۷۴، ۳۸۴ و ۴۱۷ دارای یک سرویس توقف‌های محدود به اسم‌های ۱، ۲۵۴، ۱، ۲۷۴، ۱، ۳۸۴، ۱ و ۴۱۷، ۱ بوده و خط ۴۰۵ دارای دو سرویس با اسم‌های ۱، ۴۰۵، ۲ و ۴۰۵، ۱ است.

شده است؛ سناریو ۷ نسبت به گزینه پایه با افزایش این تعداد اتوبوس، مجموع مسافر سوارشده در کل خط ۳۸۴، ۷۸ نفر افزایش یافته است. مقایسه سناریو ۷ و سناریو ۳ نشان داده است با کاهش ۱ عددی کل تعداد اتوبوس فعال در کل خط ۳۸۴، مجموع مسافر سوارشده در کل این خط نسبت به سناریو ۳ با افزایش ۱۱ نفری روبه‌رو شده است.

خط‌های ۴۰۵، ۱ و ۴۰۵، ۲ برای بهبود سرفاصله به ۵ دقیقه، از ۲۲ وسیله فعال اتوبوس استفاده شده است؛ سناریو ۵ نسبت به سناریو پایه با افزایش این تعداد اتوبوس، مجموع مسافر سوارشده در کل خط ۴۰۵ (شامل خط ۴۰۵ و سرویس تغذیه‌کننده ۴۰۵، ۱ و ۴۰۵، ۲) ۲۷۳۸ نفر افزایش یافته است. مقایسه سناریو ۵ و سناریو ۱ نشان داده است با کاهش ۹ عددی کل تعداد اتوبوس فعال در کل خط ۴۰۵، مجموع مسافر سوارشده در کل این خط نسبت به سناریو ۱ با کاهش ۱۶۱۴ نفری روبه‌رو شده است. برای بهبود سرفاصله این سرویس‌ها به ۱۰ دقیقه، ۱۴ وسیله فعال اتوبوس استفاده شده است؛ سناریو ۶ نسبت به گزینه پایه با افزایش این تعداد اتوبوس، مجموع مسافر سوارشده در کل خط ۴۰۵، ۲۱۵۰ نفر افزایش یافته است. مقایسه سناریو ۶ و گزینه ۲ نشان داده است با افزایش ۱ عددی کل تعداد اتوبوس فعال در کل خط ۴۰۵، مجموع مسافر سوارشده در کل این خط نسبت به سناریو ۲ با افزایش ۲۶۱ نفری روبه‌رو شده است. برای بهبود سرفاصله این سرویس‌ها به ۱۵ دقیقه، ۸ وسیله فعال اتوبوس استفاده شده است؛ سناریو ۷ نسبت به گزینه پایه با افزایش این تعداد اتوبوس، مجموع مسافر سوارشده در کل خط ۴۰۵، ۱۲۰۵ نفر افزایش یافته است. مقایسه سناریو ۷ و سناریو ۳ نشان داده است با افزایش ۳ عددی کل تعداد اتوبوس فعال در کل خط ۴۰۵، مجموع مسافر سوارشده در کل این خط نسبت به سناریو ۳ با افزایش ۲۹۵ نفری روبه‌رو شده است.

خط ۴۱۷، ۱ برای بهبود به سرفاصله ۵ دقیقه، از ۸ وسیله فعال اتوبوس استفاده شده است؛ سناریو ۵ نسبت به گزینه پایه با افزایش این تعداد اتوبوس، مجموع مسافر سوارشده در کل خط ۴۱۷ (شامل خط ۴۱۷ و سرویس تغذیه‌کننده ۴۱۷، ۱) ۲۸۵ نفر افزایش یافته است. مقایسه سناریو ۵ و سناریو ۱ نشان داده است با کاهش ۱۳ عددی کل تعداد اتوبوس فعال در کل خط ۴۱۷، مجموع مسافر سوارشده در کل این خط نسبت به سناریو ۱ با کاهش ۵۵۶ نفری روبه‌رو شده است. برای بهبود سرفاصله این سرویس به ۱۰ دقیقه،

اتوبوس استفاده شده است؛ گزینه ۵ نسبت به گزینه پایه با افزایش این تعداد اتوبوس، مجموع مسافر سوارشده در کل خط ۲۷۴ (شامل خط ۲۷۴ و سرویس تغذیه‌کننده ۲۷۴، ۱) ۹۰۷ نفر افزایش یافته است. مقایسه گزینه ۵ و گزینه ۱ نشان داده است با کاهش ۱۱ عددی کل تعداد اتوبوس فعال در کل خط ۲۷۴، مجموع مسافر سوارشده در کل این خط نسبت به گزینه ۱ با کاهش ۸۴۰ نفری روبه‌رو شده است. برای بهبود سرفاصله این سرویس به ۱۰ دقیقه، ۹ وسیله فعال اتوبوس استفاده شده است؛ گزینه ۶ نسبت به گزینه پایه با افزایش این تعداد اتوبوس، مجموع مسافر سوارشده در کل خط ۲۷۴، ۲۷۶۰ نفر افزایش یافته است. مقایسه گزینه ۶ و گزینه ۲ نشان داده است بدون تغییر تعداد کل تعداد اتوبوس فعال در کل خط ۲۷۴، مجموع مسافر سوارشده در کل این خط نسبت به گزینه ۲ با افزایش ۹۶ نفری روبه‌رو شده است. برای بهبود سرفاصله این سرویس به ۱۵ دقیقه، ۵ وسیله فعال اتوبوس استفاده شده است؛ گزینه ۷ نسبت به گزینه پایه با افزایش این تعداد اتوبوس، مجموع مسافر سوارشده در کل خط ۲۷۴، ۱۴۲۹ نفر افزایش یافته است. مقایسه گزینه ۷ و گزینه ۳ نشان داده است با افزایش ۱ عددی کل تعداد اتوبوس فعال در کل خط ۲۷۴، مجموع مسافر سوارشده در کل این خط نسبت به گزینه ۳ با افزایش ۴۱۶ نفری روبه‌رو شده است.

خط ۳۸۴، ۱ برای بهبود به سرفاصله ۵ دقیقه، از ۵ وسیله فعال اتوبوس استفاده کرده است؛ گزینه ۵ نسبت به گزینه پایه با افزایش این تعداد اتوبوس، مجموع مسافر سوارشده در کل خط ۳۸۴ (شامل خط ۳۸۴ و سرویس تغذیه‌کننده ۳۸۴، ۱) ۱۳۱ نفر افزایش یافته است. مقایسه گزینه ۵ و گزینه ۱ نشان داده است با کاهش ۱۷ عددی کل تعداد اتوبوس فعال در کل خط ۳۸۴، مجموع مسافر سوارشده در کل این خط نسبت به سناریو ۱ با کاهش ۴۸۱ نفری روبه‌رو شده است. برای بهبود سرفاصله این سرویس به ۱۰ دقیقه، ۳ وسیله فعال اتوبوس استفاده شده است؛ سناریو ۶ نسبت به گزینه پایه با افزایش این تعداد اتوبوس، مجموع مسافر سوارشده در کل خط ۳۸۴، ۹۸ نفر افزایش یافته است. مقایسه سناریو ۶ و سناریو ۲ نشان داده است با کاهش ۴ عددی کل تعداد اتوبوس فعال در کل خط ۳۸۴، مجموع مسافر سوارشده در کل این خط نسبت به سناریو ۲ با کاهش ۱۰۳ نفری روبه‌رو شده است. برای بهبود سرفاصله این سرویس به ۱۵ دقیقه، ۲ وسیله فعال اتوبوس استفاده

افزایش روبه‌رو شده است. سناریو ۷ نسبت به گزینه پایه با افزایش ۲۹ وسیله اتوبوس فعال، سفر تولیدشده با حمل‌ونقل همگانی ۱۰۴۰ سفر و مسافرسوار شده خط سه مترو ۱۹۵۵ نفر افزایش یافته است. مقایسه این گزینه و سناریو ۳ نشان داده است با افزایش ۶ عددی کل تعداد اتوبوس فعال، سفر تولید با حمل‌ونقل همگانی نسبت به سناریو ۳، ۶۱۶ سفر و مسافر سوار شده خط ۳ مترو ۲۰۵۶ نفر افزایش روبه‌رو شده است.

بر اساس نتایج جدول (۱)، سناریوهای پیاده‌سازی شده نشان می‌دهند که افزایش تعداد ناوگان خطوط تغذیه‌کننده عموماً منجر به افزایش تعداد سفرهای حمل‌ونقل همگانی و تعداد مسافران خط ۳ مترو شده است. به‌طور خاص، سناریوهای ۵، ۶ و ۷ بیشترین رشد را در تعداد سفر و سوارشدگان مترو نشان می‌دهند، که این موضوع مؤید اثربخشی سیاست بهبود خدمت‌رسانی در ایستگاه‌های پر تردد است. با این حال، مقایسه شاخص‌های سوم و چهارم که به نسبت بهره‌وری ناوگان اشاره دارند، نشان می‌دهد که با وجود افزایش تقاضا، کارایی ناوگان در سناریوهایی با رشد شدید ناوگان (مانند سناریو ۶ و ۷) کاهش یافته است. این موضوع حاکی از آن است که افزایش صرف ناوگان بدون توجه به بهینه‌سازی تخصیص یا ایجاد مسیرهای ویژه می‌تواند منجر به بازدهی پایین‌تر عملیاتی شود. در مقابل، سناریوهای با ناوگان کمتر اما مداخلات هدفمند (مانند سناریو ۴) به تعادل مناسبی میان افزایش تقاضا و کارایی ناوگان دست یافته‌اند. بنابراین، نتایج جدول بیانگر آن است که اجرای راهبردهای مبتنی بر توقف محدود و تخصیص هوشمند ناوگان نسبت به افزایش تعداد آن، از اثربخشی بیشتری برخوردار است.

۶ وسیله فعال اتوبوس استفاده شده است؛ سناریو ۶ نسبت به گزینه پایه با افزایش این تعداد اتوبوس، مجموع مسافر سوار شده در کل خط ۴۱۷، ۲۵۵ نفر افزایش یافته است. مقایسه سناریو ۶ و سناریو ۲ نشان داده است با بدون تغییر در تعداد ناوگان فعال در کل خط ۴۱۷، مجموع مسافر سوار شده در کل این خط نسبت به سناریو ۲ با کاهش ۱۰۷ نفری روبه‌رو شده است. برای بهبود سرفاصله این سرویس به ۱۵ دقیقه، ۴ وسیله فعال اتوبوس استفاده شده است؛ سناریو ۷ نسبت به گزینه پایه با افزایش این تعداد اتوبوس، مجموع مسافر سوار شده در کل خط ۴۱۷، ۲۱۷ نفر افزایش یافته است. مقایسه سناریو ۷ و سناریو ۳ نشان داده است با افزایش ۳ عددی کل تعداد اتوبوس فعال در کل خط ۴۱۷، مجموع مسافر سوار شده در کل این خط نسبت به سناریو ۳ با افزایش ۲۰۲ نفری روبه‌رو شده است. سناریو ۵ نسبت به گزینه پایه با افزایش ۵۸ وسیله اتوبوس فعال، سفر تولیدشده با حمل‌ونقل همگانی ۱۷۶۳ سفر و مسافرسوار شده خط سه مترو ۲۲۷۱ نفر افزایش یافته است. مقایسه این گزینه و سناریو ۱ نشان داده است با کاهش ۷۶ عددی کل تعداد اتوبوس فعال، سفر تولید با حمل‌ونقل همگانی نسبت به سناریو ۱، ۱۰۷۵ سفر و مسافر سوار شده خط ۳ مترو ۲۲۹۲ نفر افزایش روبه‌رو شده است.

سناریو ۶ نسبت به گزینه پایه با افزایش ۴۰ وسیله اتوبوس فعال، سفر تولیدشده با حمل‌ونقل همگانی ۱۶۸۷ سفر و مسافرسوار شده خط سه مترو ۲۱۳۳ نفر افزایش یافته است. مقایسه این سناریو و سناریو ۲ نشان داده است با کاهش ۱۴ عددی کل تعداد اتوبوس فعال، سفر تولید با حمل‌ونقل همگانی نسبت به گزینه ۲، ۱۱۷۴ سفر و مسافر سوار شده خط ۳ مترو ۲۱۴۱ نفر

جدول ۱. خلاصه خروجی‌های سناریوهای پیاده‌سازی شده در نرم‌افزار شبیه‌ساز و مقایسه عملکرد سناریوهای مختلف براساس معیارهای کلیدی ارزیابی

Table 1. Summary of Simulation Outputs and Performance Comparison of Implemented Scenarios Based on Key Evaluation Metrics

Scenario	Fleet Size	Transit		Transfer		Metro Line 3		Criterion 3	Criterion 4
		Trip	Criterion 1	Trip	Variations	Trip	Criterion 2		
Base	37	333286	-	359208	-	45528	-	-	-
1	171	333974	688	362897	3689	45561	-21	5.1	-0.2
2	91	333799	513	360746	1538	45574	-8	9.5	-0.1
3	60	333710	424	359855	647	45481	50	18.4	2.2
4	47	333543	257	359864	656	45668	86	25.7	8.6
5	95	335049	1763	365917	6709	47853	2271	30.4	39.2
6	77	334973	1687	365165	5957	47715	2133	42.2	53.3
7	66	334326	1040	363959	4751	47537	1955	35.9	67.4

۷- نتیجه گیری

با توجه به خروجی‌های دریافتی می‌توان نتیجه‌گیری‌های زیر را از این پژوهش مورد نظر قرار داد:

۱- مسیر حرکتی خطوط تغذیه‌کننده در شبکه معابر، همراه با تداخل با سایر شیوه‌های حمل‌ونقلی بوده و عدم وجود مسیری ویژه برای حرکت خطوط اتوبوس، نه تنها این فرضیه را که افزایش ناوگان در شبکه معابر حمل‌ونقلی موجب بهبود سرفاصله خط موردنظر می‌شود را نفی می‌نماید بلکه با ایجاد تراکم در معابر و کاهش سرفاصله خطوط، تنزل سطح سرویس را موجب می‌شود.

۲- نتایج شبیه‌سازی سناریوهای مورد بررسی در پژوهش نشان می‌دهد که با بهبود سرفاصله زمانی خطوط، مسافر جذب‌شده به حمل‌ونقل همگانی افزایش یافته است؛ همچنین هر چه سرفاصله خطوط از ۵ دقیقه به ۲۰ دقیقه افزایش می‌یابد، مسافر تبدلی بین شیوه‌های حمل‌ونقل همگانی افزایش یافته است.

۳- بهبود سرفاصله زمانی خطوط تغذیه‌کننده باعث افزایش مسافرسوار شده حمل‌ونقل همگانی شده اما لزوماً به معنای افزایش مسافر سوار شده خط انبوه‌بر نبوده است.

۴- افزایش مسافرسوار شده حمل‌ونقل همگانی اگر با افزایش مسافر تبدلی بین شیوه‌های حمل‌ونقل همگانی و کاهش مسافر سوار شده یک خط انبوه‌بر در یک سناریو شبیه‌سازی شده همراه شود، بدین معنا است که بهبود عملکرد خطوط تغذیه‌کننده یک انتخاب جذاب‌تر در یک سفر مبدأ-مقصدی بوده و زمان سفر کوتاه‌تری در مقایسه با خط انبوه‌بر برای استفاده‌کننده رقم می‌زند و به عنوان رقیب عمل می‌نماید.

۵- بررسی معیارهای ارزیابی عملکرد سناریوهای شبیه‌سازی شده نشان می‌دهد که حتی در حالت عدم دسته‌بندی آنها به دسته بهبود کلی خطوط و دسته برخورد از سرویس تغذیه‌کننده توقف محدود، دسته دوم فرضیه ثانویه پژوهش را محقق می‌نماید. به بیان دیگر این دسته از سناریوها ضمن افزایش حجم استفاده‌کنندگان مترو موجب افزایش کلی استفاده‌کنندگان از حمل و نقل همگانی، که در دسته اول سناریوها محقق شده بود، می‌شود.

۶- در سیاست پیشنهادی، ایجاد خطوط تغذیه‌کننده مستقل از خطوط همگانی موجود، که دارای توقف‌های محدود در ایستگاه‌های موجود شبکه حمل‌ونقل عمومی باشد، دو نتیجه مطلوب را حاصل می‌نماید. در نگاه کلی به استفاده‌کنندگان از سیستم حمل‌ونقل عمومی افزایش حجم حاصل شده است که بخشی از آن حاصل از انتقال از وسایل نقلیه شخصی بوده است. در نگاه جزئی به هدف پژوهش که بهبود شبکه تغذیه‌کننده مترو، به عنوان شیوه انبوه‌بر حمل‌ونقل عمومی بوده است، فرضیه افزایش حجم استفاده‌کنندگان از این سیستم اثبات شده است؛ این امر موجب افزایش حجم استفاده‌کنندگان از مترو شده است.

۷- در صورت قبول فرض استقلال گزینه‌ها با این تفسیر که هر گزینه یک انتخاب بوده و مانند نتیجه‌گیری‌های قبلی در دسته‌بندی مشخصی قرار نگرفته باشد می‌توان گزینه‌های مطلوب متنوعی را بر اساس هر هدف به عنوان گزینه برتر معرفی کرد، پس با معیارهایی که پیشتر گفته شد؛ گزینه ۵ که در نتیجه آن بیشترین افزایش سفر تولیدشده در حمل‌ونقل همگانی و مسافرسوار شده خط انبوه‌بر اتفاق افتاده، گزینه برتر انتخاب می‌شود. اگر افزایش تعداد ناوگان استفاده شده مورد اهمیت در نظر گرفته شود، نسبت افزایش مسافرسوار شده حمل‌ونقل همگانی به تعداد ناوگان افزایشی، گزینه ۶ نسبت گزینه برتر بوده و اگر نسبت افزایش مسافرسوار شده خط انبوه‌بر به افزایش تعداد ناوگان مد نظر بوده، گزینه ۷ گزینه برتر شناخته می‌شود، به بیان بهتر معیار تصمیم‌گیری در گزینه‌های مطرحی ابتدا باید مشخص شود و لزوماً افزایش ناوگان با هدف کاهش سرفاصله زمانی عملی بهینه و مطلوب نظر نمی‌باشد.

۸- شایان بیان است که این پژوهش با محدودیت‌هایی نیز مواجه بوده است؛ از جمله نبود داده‌های مشاهدات واقعی (RP) در خصوص چگونگی دسترسی به ایستگاه‌های انبوه‌بر از طریق شیوه‌هایی همچون پیاده‌روی، دوچرخه، شبه‌همگانی و خطوط اتوبوس شهری به همین خاطر پیشنهاد می‌شود که جمع‌آوری این نوع داده و تطبیق آن با خروجی‌های نرم‌افزاری مورد نظر قرار گیرد.

قدردانی نویسندگان

از کلیه افرادی که در انجام این پژوهش به طریقی همکاری کردند کمال سپاسگزاری را به عمل می آوریم.

سهم نویسندگان

سهم نویسندگان با هم برابر و به یک نسبت است.

منابع مالی

در انجام این پژوهش از منابع مالی خاصی استفاده نشده است.

تعارض منافع

برای نویسندگان این مقاله تعارض منافی وجود ندارد.

References

- [1] Litman, T., 2021. *Evaluating Public Transportation Health Benefits*. Victoria Transport Policy Institute.
- [2] Cervero, R. and Murakami, J., 2010. Effects of Built Environments on Vehicle Miles Traveled: Evidence from 370 US Urbanized Areas. *Environment and Planning A: Economy and Space*, 42(2), pp.400–418.
- [3] Diab, E.I. and El-Geneidy, A.M., 2012. Understanding the impacts of a combination of service improvement strategies on bus running time and passenger's perception. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 46(3), pp.614–625.
- [4] Watkins, K., 2012. Human transit: How clearer thinking about public transit can enrich our communities and our lives, by Jarrett Walker. *Journal of Transport and Land Use*, 5(3), pp.1–3.
- [5] Givoni, M. and Banister, D. eds., 2010. *Integrated Transport*. London: Routledge. Available at: <https://www.taylorfrancis.com/books/9781136965487>.
- [6] Tahoorinia, M.M., Shariat Mohaymany, A. and Gholami, A., 2014. Designing a multimodal feeder network by covering stops with different modes. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 41(1), pp.87–96.
- [7] Wei, M., Liu, T., Sun, B. and Jing, B., 2020. Optimal Integrated Model for Feeder Transit Route Design and Frequency-Setting Problem with Stop Selection. *Journal of Advanced Transportation*, 2020, p.e6517248.
- [8] Petrucci, U. and Racina, A., 2021. Feeder-trunk and direct-link schemes for public transit: a model to evaluate the produced accessibility. *Public Transport*, 13(2), pp.301–323.
- [9] Gkiotsalitis, K., 2022. Coordinating feeder and collector public transit lines for efficient MaaS services. *EURO Journal on Transportation and Logistics*, 11, p.100057.
- [10] Nickkar, A., Lee, Y.J. and Meskar, M., 2022. Developing an optimal algorithm for demand responsive feeder transit service accommodating temporary stops. *Journal of Public Transportation*, 24, p.100021.
- [11] Bergmann, M., Msakni, M.K., Hemmati, A. and Fagerholt, K., 2023. An adaptive heuristic for Feeder Network Design with optional transshipment. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 176, p.103153.
- [12] Zermasli, D., Iliopoulou, C., Laskaris, G. and Kepaptsoglou, K., 2023. Feeder bus network design with modular transit vehicles. *Journal of Public Transportation*, 25, p.100078.
- [13] Mishra, S., Mehran, B. and Sahu, P.K., 2020. Assessment of delivery models for semi-flexible transit operation in low-demand conditions. *Transport Policy*, 99, pp.275–287.
- [14] Sayarshad, H.R. and Gao, H.O., 2020. Optimizing dynamic switching between fixed and flexible transit services with an idle-vehicle relocation strategy and reductions in emissions. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 135, pp.198–214.
- [15] Yu, J., Yin, Z., Zheng, Y., Guo, R. and Li, W., 2024. Segmenting and Exemplifying Potential Flex Route Transit Adopters. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, 2678(9), pp.791–806.
- [16] Shi, Y., Zhang, C., Zhang, L. and Yang, X., 2024. Optimal bus service frequency setting and limited-stop operation with varying vehicle capacity limit. *Computers & Electrical Engineering*, 118, p.109356.
- [17] Zheng, H., Sun, H., Guo, X., Dai, P. and Wu, J., 2025. Optimizing feeder bus timetables to boost advanced passenger transfers: a case study of Beijing. *International Journal of Production Research*, 63(7), pp.2670–2693.

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم؟

Sherafatipour, S., Taheriyani, A. and Saffarzadeh, M., 2026. Design and Performance Improvement of Metro Feeder Bus Lines Using a Metaheuristic Algorithm: A Case Study of Tehran Metro Line 3. *Modares Civil Engineering journal*, 26(3), pp.69-82.



Evaluation of the Effect of Deviation from Permissible Grading Curve Limits on Mechanical Properties and Moisture Susceptibility of Cold Recycled Asphalt Mixture

Abdul Hamid Bezhan¹, Pouria Hajikarimi^{2*} , Fereidoon Moghadas Nejad³, Ali Sarabandi¹

1. M.Sc., Department of Civil and Environmental Engineering, Amirkabir University of Technology (Tehran Polytechnic), Tehran, Iran.
2. Assistant Professor, Department of Civil and Environmental Engineering, Amirkabir University of Technology (Tehran Polytechnic), Tehran, Iran.
3. Professor, Department of Civil and Environmental Engineering, Amirkabir University of Technology (Tehran Polytechnic), Tehran, Iran.

Abstract

Asphalt pavements deteriorate over time due to heavy traffic and environmental factors, necessitating frequent maintenance or rehabilitation. Cold recycled asphalt mixtures (CRAM) provide a sustainable approach for reusing reclaimed asphalt pavement (RAP), reducing construction costs, conserving natural resources, and mitigating environmental impacts. However, the mechanical performance and durability of CRAM are highly dependent on aggregate gradation. This study investigates the effect of variations in aggregate gradation, particularly deviations from permissible limits caused by plant production errors or construction-related issues, on the mechanical properties of CRAM. In this research, RAP was used as the coarse aggregate (95% by weight), while virgin aggregate served as filler (5% by weight). Five gradation curves were evaluated, including four outside the permissible range and one base mix within the permissible range, based on the gradation type specified in Code 339. These five mix designs were as follows: (1) Mix A: with the reduction of filler below the permissible range specified in Code 339. (2) Mix B: with the increase of filler beyond the permissible range specified in Code 339. (3) Mix C: with the reduction of coarse aggregates below the permissible range specified in Code 339. Mix (4) D: with the increase of coarse aggregates beyond the permissible range specified in Code 339. (5) Base Mix: with an aggregate gradation within the permissible range of Code 339. Marshall specimens were prepared under ambient conditions and cured for 7 days before testing, while indirect tensile strength (ITS) specimens were tested after 7 and 28 days of curing in both dry and moisture-conditioned states. The results indicate that increasing the coarse aggregate proportion or reducing filler content led to a decrease in Marshall stability by 18% and 7%, respectively, compared to the base mix. Conversely, increasing fine aggregate content and reducing coarse aggregates enhanced Marshall stability by 30% and 22%, respectively. In terms of tensile behavior, reducing fine aggregates decreased Dry ITS by 20%, whereas increasing fine aggregates or adjusting coarse aggregate proportions resulted in Dry ITS increases of 11%, 16%, and 1.5% relative to the base mix. Although some mixtures achieved the minimum Dry ITS requirement after 28 days, certain designs exhibited poor visual quality and insufficient cohesion, emphasizing the importance of precise gradation control during plant production. The base mix failed to meet moisture durability requirements in terms of Dry ITS and tensile strength ratio (TSR), highlighting the need for gradation optimization or the use of suitable additives. Additionally, increasing the emulsified bitumen content in mix B* to 5.5% improved Dry ITS by 21% relative to the base mix, demonstrating the synergistic effect of proper gradation and emulsified bitumen content on moisture resistance. However, the base mix failed to meet moisture durability requirements in terms of Dry ITS and TSR, emphasizing the need for gradation optimization or the use of suitable additives. Additionally, increasing the emulsified bitumen content in mix design B* to 5.5% improved Dry ITS by 21% relative to the base mix, demonstrating the synergistic effect of proper gradation and emulsified bitumen content on moisture resistance. Overall, these findings confirm that aggregate gradation has a significant influence on both the mechanical performance and moisture durability of CRAM. Maintaining optimal proportions of fine aggregate and filler is particularly crucial, as deviations from their ideal levels can substantially compromise the mixture's strength, cohesion, and durability. Therefore, careful monitoring and control of aggregate gradation and emulsified bitumen content during production are essential to ensure acceptable Marshall stability, ITS, and TSR, providing practical guidance for the sustainable rehabilitation of asphalt pavements using cold recycled mixtures.

Review History

Received: Nov 20, 2025

Revised: Mar 11, 2026

Accepted: Apr 18, 2026

Keywords

Recycled Cold Asphalt,

Reclaimed Asphalt Pavement

Aggregates

Gradation

Filler

Marshall Stability

Durability

* Corresponding Author Email: phajikarimi@aut.ac.ir - ORCID: 0000-0001-5621-7274



ارزیابی تأثیر انحراف از حدود مجاز دانه‌بندی بر مشخصات مکانیکی و حساسیت رطوبتی مخلوط آسفالتی سرد بازیافتی

عبدالحمید بیژن^۱، پوریا حاجی کریمی^{۲*} , فریدون مقدس‌نژاد^۳، علی سرابندی^۱

۱. کارشناسی ارشد مهندسی راه و ترابری، دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران.
۲. استادیار، دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه صنعتی امیرکبیر (پلی تکنیک تهران)، تهران، ایران.
۳. استاد، دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه صنعتی امیرکبیر (پلی تکنیک تهران)، تهران، ایران.

چکیده

تاریخچه داوری

با گذشت زمان، روسازی‌های آسفالتی تحت تأثیر ترافیک و عوامل محیطی دچار خرابی شده و نیازمند تعمیر و نگهداری می‌شوند. بازیافت سرد مخلوط آسفالتی روشی پایدار برای استفاده مجدد از تراشه‌های آسفالتی است. عملکرد این مخلوط‌ها علاوه بر نوع و درصد قیرآبه مصرفی به دانه‌بندی مصالح سنگی نیز وابسته است. با توجه به احتمال عدم رعایت دقیق دانه‌بندی هنگام اجرا، هدف این پژوهش بررسی تأثیر تغییرات دانه‌بندی، به ویژه منحنی‌های خارج از محدوده‌های مجاز ناشی از خطاهای اجرایی، بر خواص مکانیکی مخلوط آسفالتی سرد بازیافتی است. یک طرح دانه‌بندی پایه مطابق تیپ ۴ نشریه ۳۳۹ و چهار طرح خارج از محدوده مجاز طراحی شد. برای ارزیابی، از آزمایش مقاومت مارشال در سن ۷ روز و آزمایش مقاومت کششی غیرمستقیم در سنین ۷ و ۲۸ روز استفاده شد. نتایج نشان داد که افزایش درشت‌دانه یا کاهش فیلر موجب کاهش مقاومت مارشال تا ۱۸ و ۷ درصد می‌شود، در حالی که افزایش ریزدانه و کاهش درشت‌دانه مقاومت مارشال را تا ۳۰ و ۲۲ درصد نسبت به طرح پایه افزایش می‌دهد. همچنین، کاهش ریزدانه مقاومت کششی غیرمستقیم را تا ۲۰ درصد کاهش داده و در طرح‌های افزایش ریزدانه، کاهش و افزایش درشت‌دانه موجب افزایش مقاومت کششی غیرمستقیم به ترتیب ۱۱، ۱۶ و ۱/۵ درصد نسبت به طرح پایه شده است. نتایج این پژوهش نشان می‌دهد که به‌طور کلی، کنترل دقیق مقدار ریزدانه و فیلر در اجرای مخلوط آسفالتی سرد ضروری است، زیرا این اجزا بیشترین تأثیر را بر مقاومت و انسجام مخلوط دارند.

کلمات کلیدی

آسفالت سرد بازیافتی

تراشه آسفالتی

مصالح سنگی

دانه‌بندی

فیلر

مقاومت مارشال

دوام رطوبتی

۱- مقدمه

مشکلات زیست‌محیطی و اقتصادی به همراه دارد. در سال‌های اخیر، استفاده مجدد از تراشه آسفالتی به عنوان روشی پایدار برای صرفه‌جویی در منابع طبیعی، کاهش هزینه‌های ساخت‌وساز و کاهش آلودگی زیست‌محیطی مورد توجه بسیاری از کشورها قرار گرفته است [1]. فناوری‌های بازیافت آسفالت معمولاً بر اساس

با گذشت زمان، روسازی‌های آسفالتی تحت تأثیر ترافیک سنگین و عوامل محیطی دچار خرابی‌های تدریجی می‌شوند و نیاز به عملیات نگهداری یا بازسازی پیدا می‌کنند. این فرآیندها حجم قابل توجهی از تراشه‌های آسفالتی^۱ تولید می‌کنند که دفع آن‌ها

¹ Reclaimed Asphalt Pavement (RAP)

شبیه‌سازی شرایط بارندگی، نمونه‌ها پس از یک روز از زمان ساخت به مدت ۲۴ ساعت در آب با دمای ۲۵ درجه سانتی‌گراد نگهداری شدند و سپس به مدت ۱، ۴ و ۷ روز بعد از باران در دمای محیط عمل‌آوری و مورد ارزیابی قرار گرفتند. در این پژوهش از آزمون‌های مقاومت کششی غیرمستقیم^{۱۱} (IDT) و آزمون خمش نیم دایره^{۱۲} (SCB) استفاده شد. نتایج نشان داد که تأثیر بارندگی بر نمونه‌های بدون سیمان بیشتر از نمونه‌های حاوی سیمان است و وجود سیمان می‌تواند شدت اثر بارندگی را کاهش دهد. همچنین به نظر می‌رسد نمونه‌های بدون سیمان برای بازگشت به شرایط پیش از بارندگی در شاخص‌های مختلف حداقل به ۱۴ روز زمان نیاز دارند، در حالی که این مدت برای نمونه‌های دارای سیمان حدود ۷ روز است.

در تحقیق دیگری صبوری و صادقی [6] از الیاف پلی‌پروپیلن^{۱۳} به همراه سیمان در مخلوط آسفالتی سرد بازیافتی استفاده کردند. نتایج نشان داد استفاده از ۲/۵ درصد سیمان به همراه ۴/۵ درصد قیر امولسیون اصلاح شده با لاتکس موجب افزایش ۲۷ درصد شاخص نسبت مقاومت کششی غیر مستقیم^{۱۴} (TSR) نسبت به مخلوط آسفالتی سرد بازیافتی حاوی ۶/۵ درصد قیر امولسیون می‌شود.

ناصر علوی و نوذری گیلانی [7] اثر استفاده از نانورس را بر مدول برجهنگی و مقاومت شیارشدگی مخلوط آسفالتی سرد بازیافتی حاوی قیر امولسیون بررسی کردند. نتایج نشان داد استفاده از نانو رس تا میزان ۲ درصد موجب افزایش عدد روانی به میزان ۴۱/۲ درصد نسبت به طرح شاهد می‌شود اما بیشتر از این مقدار نتیجه معکوس دارد و همچنین استفاده از نانو رس تا ۶ درصد موجب افزایش مدول برجهنگی به میزان ۱۸ درصد نسبت به طرح شاهد می‌شود.

نقوی و همکاران [8] پروژه بازیافت سرد آسفالت باند ۲۹ چپ فرودگاه بن المللی مهرآباد را مورد مطالعه قرار دادند. نتایج پروژه نشان داد که استفاده از ۱ درصد سیمان موجب افزایش پایداری مارشال باقیمانده به میزان ۶ درصد و نسبت مقاومت کششی

دمای اختلاط به دو دسته بازیافت گرم^۱ و بازیافت سرد^۲ تقسیم می‌شوند. این دو دسته اصلی، بسته به محل اجرای عملیات و عمق عملیات بازیافت، به زیرگروه‌های مختلفی طبقه‌بندی می‌شوند. به طور خاص، بازیافت گرم شامل دو نوع بازیافت گرم در محل^۳ و بازیافت گرم در کارخانه مرکزی^۴ است، در حالی که بازیافت سرد به سه دسته بازیافت سرد در محل^۵، بازیافت سرد در کارخانه مرکزی^۶ و بازیافت تمام عمق^۷ تقسیم می‌شود. از نظر آثار زیست‌محیطی، ملاحظات اقتصادی و ایمنی اجرایی، فناوری بازیافت سرد در مقایسه با روش‌های بازیافت گرم ظرفیت بیشتر و مزایای برتری از خود نشان داده است [2]. با این حال، مخلوط‌های آسفالتی سرد همچنان با چالش‌های متعددی روبه‌رو هستند؛ از جمله مقاومت^۸ اولیه ناکافی، زمان عمل‌آوری طولانی و آسیب‌پذیری در برابر ترک‌خوردگی حرارتی [1]. پژوهشگران برای برطرف کردن این مشکل، راهکارهایی همچون به‌کارگیری قیر امولسیونی اصلاح‌شده، تنظیم^۹ میزان مصالح سنگی بکر در مخلوط آسفالتی سرد بازیافتی، به‌کارگیری انواع مختلف الیاف، و همچنین استفاده هم‌زمان از قیر امولسیونی اصلاح‌شده، سیمان، آهک و مواد جوان‌ساز مورد توجه قرار داده‌اند [3, 1]. در این راستا مطالعه‌ای توسط سربندی و همکاران [4] روی مخلوط آسفالتی سرد بازیافتی حاوی الیاف شیشه، سیمان و سرباره گرانوله ذوب‌آهن صورت گرفت. نتایج نشان داد که الیاف شیشه در ۰/۳ درصد وزنی موجب افزایش مقاومت مارشال به میزان ۱۰/۳ درصد و موجب کاهش مقاومت کششی غیرمستقیم^{۱۰} به میزان ۱۷/۷ درصد در مدت زمان عمل‌آوری ۲۸ روزه شده است. از طرفی سرباره گرانوله ذوب‌آهن و سیمان موجب افزایش مقاومت مارشال به ترتیب ۴۰ و ۵۰ درصد و افزایش مقاومت کششی غیر مستقیم به میزان ۱۶/۴ و ۳۶/۳ شده است. صبوری و حاجی سیدنصیر [5] به بررسی رخدادهای بارندگی بر دوره عمل‌آوری مخلوط‌های آسفالتی سرد بازیافتی حاوی ۲ درصد سیمان پرداختند. در این پژوهش به منظور

¹ Hot Recycling (HR)

² Cold Recycling (CR)

³ Hot In-Place Recycling (HIR)

⁴ Hot Central-Plant Recycling (HCPR)

⁵ Cold In-Place Recycling (CIR)

⁶ Cold Central-Plant Recycling (CCPR)

⁷ Full Depth Reclamation (FDR)

⁸ Strength

⁹ Adjusting

¹⁰ Indirect Tensile Test (ITS)

¹¹ Indirect Tension

¹² Semi-Circular Bending

¹³ Polypropylene

¹⁴ Indirect Tensile Strength Ratio

غیرمستقیم (TSR) به میزان ۲۰ درصد می‌شود. با وجود پیشرفت‌های حاصل‌شده در پژوهش‌های اخیر و به‌کارگیری راهکارهای متعدد در بهبود عملکرد مخلوط‌های آسفالتی سرد بازیافتی، همچنان چالش‌هایی در مسیر کاربرد گسترده این فناوری از جمله عدم تطابق شرایط آزمایشگاهی و میدانی، طرح اختلاط، تراکم و دانه‌بندی باقی است [9, 10].

مخلوط‌های آسفالتی سرد بازیافتی با استفاده از تراشه آسفالتی و در صورت نیاز اضافه کردن سنگدانه بکر و در دمای محیط تولید می‌شوند. در مخلوط‌های آسفالتی سرد بازیافتی، تراشه آسفالتی به عنوان سنگدانه سیاه^۱ در طراحی دانه‌بندی در نظر گرفته می‌شود [11]. منظور از سنگدانه سیاه عدم ترکیب قیر پیر شده تراشه آسفالتی با قیر جدید است و عدم تغییر مشخصات قیر جدید توسط قیر پیر شده تراشه آسفالتی به سبب دمای پایین تولید مخلوط آسفالتی سرد بازیافتی می‌باشد [12]. با توجه به وجود قیر پیر شده در اطراف سنگدانه‌های تراشه آسفالتی و دمای پایین تولید، دانه‌بندی مخلوط‌های آسفالتی حاوی این نوع سنگدانه‌ها از اهمیت زیادی برخوردار است. در مطالعه‌ای که توسط یان^۲ و همکاران [13] روی تأثیر دانه‌بندی مصالح سنگی بکر و تراشه آسفالتی بر مدول دینامیکی^۳ مخلوط‌های آسفالتی سرد بازیافتی انجام شد، نتایج نشانگر آن است که دانه‌بندی تأثیر قابل توجهی بر مدول دینامیکی مخلوط آسفالتی سرد بازیافتی در دماهای بالا و فرکانس پایین دارد. نتایج تحقیق دیگری نشان داده است که خواص مکانیکی و حساسیت به رطوبت مخلوط‌های آسفالتی سرد بازیافتی حاوی مصالح سنگی با اندازه بزرگتر از ۲۵ میلی‌متر تفاوت قابل توجهی با مخلوط‌هایی که اندازه مصالح سنگی در آنها به ۲۵ میلی‌متر محدود است دارد [1]. در مطالعه دیگری مشاهده شد که اگر در مخلوط‌های آسفالتی سرد بازیافتی مصالح ریزدانه‌تر باشند، مقاومت فشاری غیرمحصور^۴ و مقاومت کششی غیرمستقیم به طور قابل توجهی افزایش می‌یابد [14]. در مطالعه دن^۵ و همکاران [15] بهینه‌سازی دانه‌بندی مخلوط‌های آسفالتی سرد بازیافتی با تأکید بر عملکرد دمای پایین بررسی شد. در این تحقیق، درصد مصالح

عبوری از الک شماره ۴ به میزان ۳۵، ۴۰، ۴۵ و ۵۰ درصد تعیین شد و بر این اساس ۴ طرح دانه‌بندی مختلف ایجاد شد. آزمون‌های مقاومت کششی غیرمستقیم (IDT) و آزمون خمش نیم دایره (SCB) برای ارزیابی مقاومت دمای پایین مخلوط آسفالتی سرد بازیافتی مورد استفاده قرار گرفت. بنابر نتایج بدست آمده محدوده پیشنهادی درصد عبور از الک‌های ۴/۷۵، ۲/۳۶ و ۰/۰۷۵ میلی‌متر به ترتیب ۴۵-۵۵٪، ۲۷-۵۲٪ و ۵-۱۵٪ گزارش شده است و به این معنا است که هرچه مخلوط آسفالتی سرد بازیافتی ریزدانه‌تر باشد مقاومت آن در برابر ترک خوردگی دمای پایین افزایش می‌یابد. لی^۶ و همکاران [16] تأثیر دانه‌بندی ریزدانه بر خواص ماکرو^۷ و میکرو^۸ مخلوط سرد بازیافتی را مورد مطالعه قرار دادند. نتایج نشان داد مخلوطی که دارای مقدار کمتری ریزدانه بود به ترتیب کاهش ۱۶/۲ درصدی در انرژی شکست^۹ و ۱۸/۲ درصدی در کرنش شکست^{۱۰} از خود نشان داد. ژو^{۱۱} و همکاران [17] عملکرد بلندمدت و ریزساختار مخلوط آسفالتی سردبازیافتی با دانه‌بندی‌های مختلف مورد مطالعه قرار دادند. نتایج نشان داد که در میان سه دانه‌بندی مورد بررسی، مخلوط آسفالتی سرد بازیافتی با دانه‌بندی ریزتر به سبب ساختار متراکم موجب بهبود خواص مکانیکی، افزایش پایداری رطوبتی^{۱۲} و ارتقای مقاومت در برابر ترک‌خوردگی در دماهای پایین تحت شرایط مختلف پیرشدگی می‌شود. در تحقیق شو^{۱۳} و همکاران [18] نیز نتایج نشان داد که با افزایش ریزدانه مقاومت مارشال و مقاومت کششی غیرمستقیم افزایش می‌یابد.

یکی از چالش‌های مهم در خصوص مخلوط‌های آسفالتی سرد بازیافتی برای استفاده حداکثری از تراشه‌های آسفالتی، قرار گرفتن دانه‌بندی مصالح سنگی در محدوده مجاز نشریات و آیین‌نامه‌ها است. تغییرات در نوع دانه‌بندی باعث انواع خرابی‌ها در روسازی می‌شود. در بسیاری از موارد، دانه‌بندی تراشه‌های آسفالتی موجود در محل پروژه به دلایلی مانند مشخصات دستگاه آسفالت‌تراش،

⁶ Li⁷ Macro⁸ Micro⁹ Fracture Energy¹⁰ Failure Strain¹¹ Zhu¹² Moisture Stability¹³ Xu¹ Black Rock² Yan³ Dynamic Modulus⁴ Unconfined Compressive Strength (UCS)⁵ Dan

بخش ۱-۲ به تشریح روش تعیین دانه‌بندی طرح اختصاص دارد. در بخش ۲-۲ فرآیند تهیه و توسعه طرح‌های اختلاط ارائه شده و در بخش ۳-۲ نیز چگونگی انجام آزمایش‌ها و روش‌های ارزیابی عملکرد تشریح می‌شود.

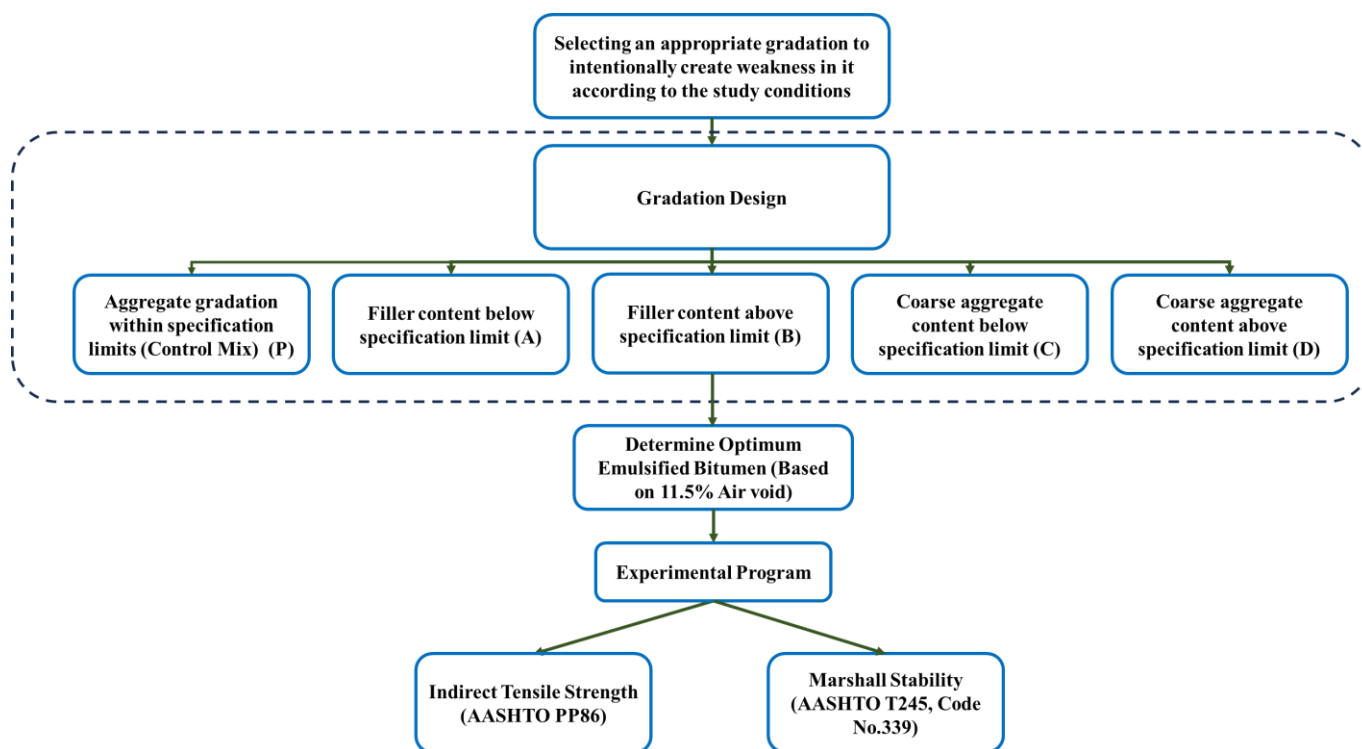
۲- روش تحقیق

۱-۲- مشخصات مصالح مصرفی

۱-۱-۲- تراشه آسفالتی

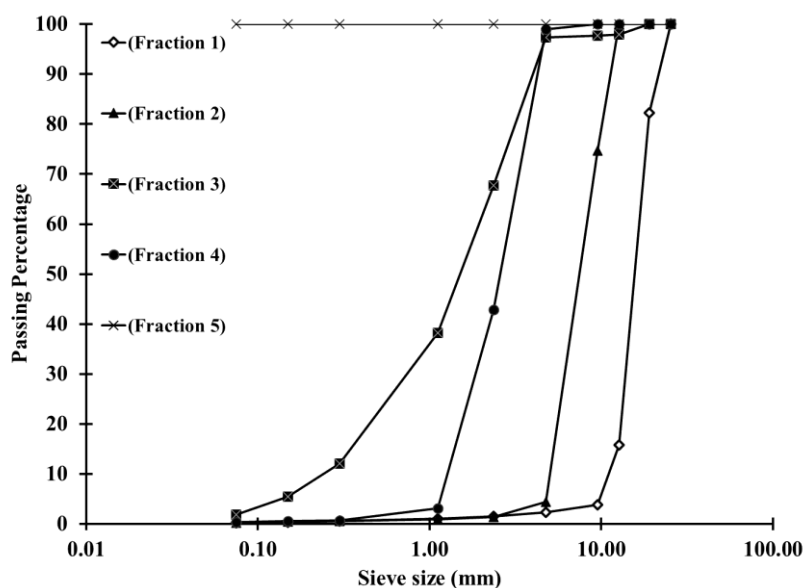
تراشه آسفالتی مورد استفاده در این پژوهش از دپوی کارخانه آسفالت شهرداری تهران واقع در منطقه ۱۸ تهیه شده است. شکل (۲) منحنی دانه‌بندی تراشه آسفالتی را تهیه شده نشان داده است. در ابتدا پنج گروه مصالح تفکیک شده شامل: ۱- مانده روی الک ۱/۲ اینچ ۲- رد شده از الک ۱/۲ اینچ و مانده روی الک شماره ۴، ۳- مانده روی الک شماره ۵۰، ۴- مانده روی الک شماره ۱۶ و ۵- رد شده از الک شماره ۲۰۰ (فیلر) مطابق AASHTO T27 [19] دانه‌بندی و ذخیره شدند.

کیفیت لایه موجود و سایر عوامل، با محدوده مجاز نشریه مطابقت ندارد و میزان درشت‌دانه یا ریزدانه آن کمتر از مقدار مورد نیاز است. از طرفی با توجه به اینکه مخلوط‌های آسفالتی سرد بازیافتی معمولاً در پروژه‌های با درجه اهمیت کمتر و راه‌های فرعی مورد استفاده قرار می‌گیرند دسترسی به مصالح سنگی بکر و برطرف کردن مشکلات دانه‌بندی موجود امری دشوار و در برخی موارد همراه با تحمیل هزینه‌های زیاد است. پس مسئله اصلی این پژوهش بررسی تأثیر نوع دانه‌بندی و ساختار مصالح سنگی بر عملکرد مخلوط‌های آسفالتی بازیافتی سرد برای تشخیص این مطلب است که در مورد کدامیک از دانه‌بندی‌های خارج از محدوده مجاز می‌توان نگرانی کمتری داشت و در مورد کدامیک از آنها باید بیشترین میزان حساسیت را به کار برد. نتایج این مطالعه می‌تواند به ارائه راهکارهای علمی و کاربردی برای بهبود عملکرد این مخلوط‌ها و توسعه استفاده از روش‌های پایدار در صنعت بازیافت روسازی آسفالتی کمک کند. روند کلی اجرای این پژوهش در شکل (۱) نمایش داده شده است. مطابق این شکل،



شکل ۱. نمودار کلی فرآیند پژوهش

Fig. 1. Overall Research Process Flowchart



شکل ۲. منحنی دانه‌بندی هر گروه تراشه آسفالتی و مصالح بکر تفکیک شده

Fig. 2. The gradation curve of each fraction of RAP and virgin aggregate

جدول ۱. مشخصات قیرآبه (CSS-1h)

Table 1. Characteristics of the emulsified bitumen (CSS-1h)

Property	Value/Description	Standard Test Method
Saybolt furol viscosity @ 25°C, sec	25.0	ASTM D7496
Storage stability test (24 hr), %	0.05	ASTM D6930
Residue by distillation, %	61.0	ASTM D6997
Penetration on residue @ 25°C, 0.1 mm	105	ASTM D5
Ductility @ 25°C, cm	100	ASTM D113
Particle charge	cationic	ASTM D244

۲-۱-۲- قیرآبه

قیرآبه مورد استفاده باید از منظر سازگاری با کانی‌های تشکیل‌دهنده سنگدانه‌های مخلوط آسفالتی انتخاب شود. سنگدانه‌های سیلیسی با قیرآبه‌های کاتیونیک سازگارتر هستند. در این مطالعه با توجه به دسترسی آسان به قیرآبه کاتیونیک در ایران و توصیه نشریه ۳۳۹ [20]، قیرآبه کاتیونیک دیرشکن (CSS-1) انتخاب شد که مشخصات آن در جدول (۱) ارائه شده است.

۲-۲- روش‌های طرح اختلاط و چگونگی آماده‌سازی نمونه‌ها

در این پژوهش ابتدا تیپ ۶ جدول (۳-۱) نشریه ۳۳۹ برای بررسی اثر دانه‌بندی بر خواص مکانیکی مخلوط آسفالتی سرد بازیافتی مدنظر بود، اما به دلیل مناسب‌تر بودن دامنه‌های دانه‌بندی تیپ ۴ برای ایجاد نقاط ضعف، این تیپ به عنوان مبنا انتخاب شد. بر همین اساس، با توجه به آزادی بیشتر در شکل‌دهی منحنی‌های دانه‌بندی و نیز محدودیت ریزدانه در مصالح تراشه آسفالتی شکل

(۲)، پنج طرح دانه‌بندی مختلف بر پایه تیپ ۴ انتخاب شد. مشخصات این طرح‌ها در جداول (۲ و ۳)، منحنی دانه‌بندی آن‌ها در شکل (۳) ارائه شده است. با توجه به بررسی نمونه‌های هر طرح اختلاط، طرح اختلاط P دارای توزیع متعادل ریزدانه و درشت‌دانه است و به عنوان معیار مرجع در نظر گرفته شده است. طرح اختلاط A به دلیل کاهش مقدار فیلر، ظاهری غنی از قیر نسبت به طرح P دارد، در حالی که طرح اختلاط B به علت استفاده از فیلر بیشتر، ظاهری نسبتاً کم‌قیرتر در مقایسه با طرح‌های P و A نشان می‌دهد. طرح اختلاط C به دلیل کاهش درشت‌دانه بیشترین پیوستگی و انسجام ظاهری را در میان تمامی طرح‌ها دارد، و طرح اختلاط D ظاهری پرقیر مشابه طرح A دارد، اما از نظر پیوستگی سطحی وضعیت مناسبی ندارد. به طور کلی تمامی طرح‌های اختلاط به جز طرح اختلاط C از انسجام سطحی مناسبی برخوردار نبودند.

جدول ۲. مشخصات طرح اختلاطها

Table 2. Mix design specifications

NO.	Mix design type	Mix Design Code
1	The gradation curve was within the permissible range specified for Type#4 in Code 339	P
2	With the reduction of filler below the permissible range specified in Code 339	A
3	With the increase of filler beyond the permissible range specified in Code 339	B
4	With the reduction of coarse aggregates below the permissible range specified in Code 339	C
5	With the increase of coarse aggregates beyond the permissible range specified in Code 339	D

جدول ۳. مشخصات دانه بندی طرح اختلاطها

Table 3. Mix design aggregate gradation specifications

Mix Design Code	Proportion of each fraction (%)				
	P	A	B	C	D
Fraction 1	19	20	30	5	38
Fraction 2	38	40	39	6	44
Fraction 3	38	40	15	45	13
Fraction 4	0	0	0	35	0
Fraction 5	5	0	16	9	5

۲-۳-۳- آزمایشها

۲-۳-۳-۱- آزمایش مقاومت مارشال

در این پژوهش، به منظور مقایسه پارامترهای مختلف مارشال، آزمایش مقاومت مارشال برای تمامی طرح های اختلاط مطابق با استاندارد AASHTO T245 [۲۶] انجام شد. نمونه های تهیه شده در بخش ۲-۲ پس از طی دوره عمل آوری هفت روزه در شرایط دمای محیط آزمایشگاه مورد آزمایش قرار گرفتند. دمای انجام آزمون مقاومت مارشال نیز بر اساس توصیه های مندرج در نشریه ۳۳۹ [۲۰] برابر با ۲۵ درجه سانتی گراد در نظر گرفته شد؛ به طوری که نمونه ها مطابق این نشریه در دمای ۲۵ درجه سانتی گراد و بدون قرار دادن در حمام آب گرم مورد آزمایش قرار گرفتند.

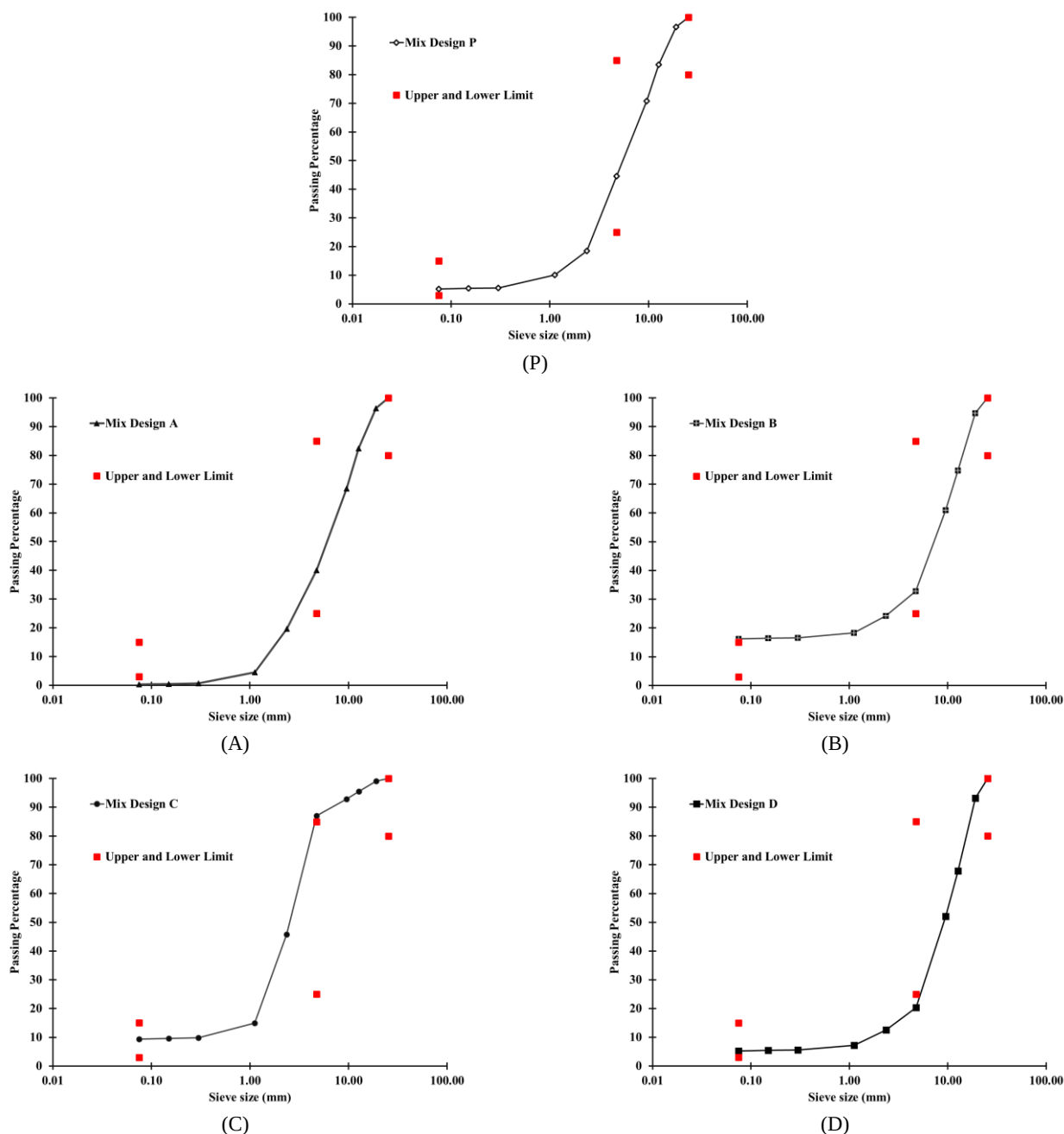
۲-۳-۳-۲- آزمایش حساسیت رطوبتی

پس از تعیین درصد بهینه قیرآبه، به منظور ارزیابی دوام و حساسیت رطوبتی نمونه ها، از شاخص نسبت مقاومت کششی غیرمستقیم بهره گرفته شد. برای این منظور، آزمایش کشش غیرمستقیم طبق استاندارد AASHTO PP86 [27] روی نمونه های مارشال هر طرح اختلاط در درصد قیرآبه بهینه انجام گرفت.

طبق گزارش FHWA [28]، درصد فضای خالی در مخلوط های آسفالتی سرد بازیافتی در محل، پس از پخش و تراکم، حدود 1 ± 12 درصد است. از این رو، در این پژوهش، مقدار ۱۱/۵ درصد به عنوان درصد فضای خالی معادل شرایط اجرایی برای این نوع مخلوط در نظر گرفته شد.

برای تعیین درصد بهینه قیرآبه، از روش طرح اختلاط مارشال بر اساس دستورالعمل نشریه ۳۳۹ استفاده شد. به این منظور، نمونه های مارشال با قطر ۴ اینچ برای هر طرح اختلاط در شرایط دمای محیط و با رطوبت ثابت ۳ درصد در پنج مقدار مختلف قیرآبه (از ۳/۵ تا ۵/۵ درصد) و با سه تکرار برای هر مقدار ساخته شدند. تعداد ضربات چکش مارشال طبق توصیه نشریه ۳۳۹ و مطالعات پیشین [4، 20-22]، ۵۰ ضربه به هر طرف نمونه در نظر گرفته شد. پس از تراکم نمونه ها، آن ها به مدت ۶ ساعت در دمای ۶۰ درجه سانتی گراد درون قالب در گرمخانه عمل آوری و سپس نمونه ها از گرمخانه خارج و به مدت ۲۴ ساعت در دمای محیط آزمایشگاه درون قالب نگهداری شدند.

از آنجا که درصد جذب آب نمونه ها بیشتر از ۲ درصد بود، برای به دست آوردن پارامتر حجمی از جمله وزن مخصوص توده آسفالت (G_{mb}) مطابق استاندارد ASTM D1188 [23] از پارافیلیم استفاده شد. سپس برای محاسبه حداکثر وزن مخصوص تئوریک آسفالت (G_{mm}) و درصد فضای خالی آسفالت به ترتیب از استانداردهای AASHTO T209 [24] و AASHTO T269 [25] استفاده شد. بر اساس نشریه ۳۳۹، میزان مجاز فضای خالی در مخلوط های آسفالتی سرد بازیافتی باید در محدوده ۹ تا ۱۴ درصد قرار گیرد. بنابراین، مقدار ۱۱/۵ درصد که در میانه این بازه قرار دارد، به عنوان مقدار مناسب برای تعیین درصد بهینه قیرآبه انتخاب شده است.



شکل ۳. منحنی دانه‌بندی هر طرح اختلاط

(تصویر P: طرح اختلاط P، تصویر A: طرح اختلاط A، تصویر B: طرح اختلاط B، تصویر C: طرح اختلاط C، تصویر D: طرح اختلاط D)

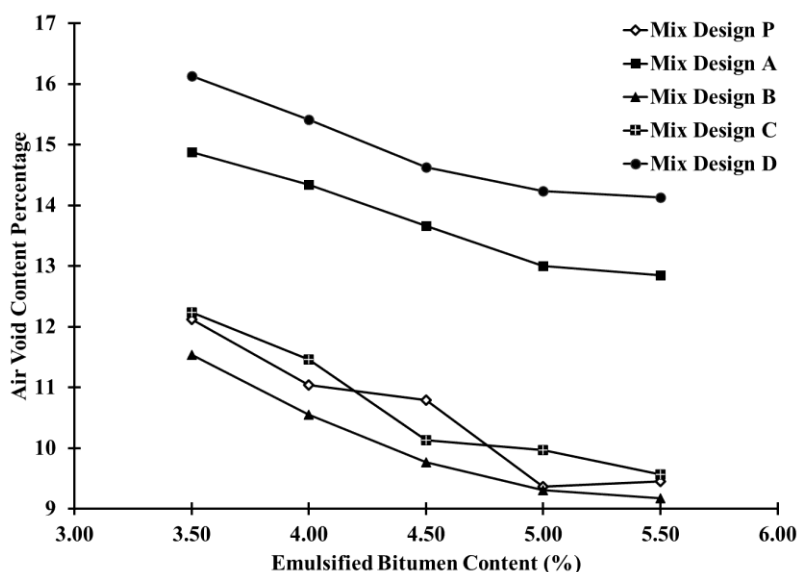
Fig 3. Gradation curve of each mix design

(Figure P: Mix design P; Figure A: Mix design A; Figure B: Mix design B; Figure C: Mix design C; Figure D: Mix design D)

اشباعی در محدوده ۵۵ تا ۷۵ درصد ایجاد شد. سپس نمونه‌ها به مدت ۲۴ ساعت در ظرف آبی با دمای ۲۵ درجه سانتی‌گراد قرار گرفتند. در پایان، آزمایش مقاومت کششی غیرمستقیم روی هر دو گروه نمونه‌های خشک و اشباع انجام شد و مقدار شاخص نسبت مقاومت کششی^۱ (TSR) از نسبت میانگین مقاومت کششی غیرمستقیم نمونه‌های رطوبتی به میانگین مقاومت نمونه‌های خشک محاسبه شد.

در ادامه، برای هر طرح اختلاط، تعداد ۶ نمونه مارشال ساخته شد؛ به گونه‌ای که ۳ نمونه در شرایط خشک و ۳ نمونه پس از عمل‌آوری در شرایط رطوبتی تحت آزمایش مقاومت کششی غیرمستقیم قرار گرفتند. طبق استاندارد AASHTO PP 86، نمونه‌های خشک پیش از انجام آزمایش، به مدت ۲ ساعت در دمای ۲۵ درجه سانتی‌گراد داخل کیسه‌های مخصوص نگهداری شدند. برای نمونه‌های عمل‌آوری شده در شرایط رطوبتی، ابتدا با استفاده از پمپ خلأ و دسیکاتور درصد

¹ Tensile Strength Ratio



شکل ۴. نتایج درصد فضای خالی هر طرح اختلاط

Fig. 4. Results of the void content for each mix design

جدول ۴. درصد بهینه قیرآبه هر طرح اختلاط

Table 4. Optimum emulsified bitumen content for each mix design

Mix Design Code	Optimum Emulsified Bitumen Content (%)
P	3.82
A	> 5.5
B	3.6
C	3.96
D	> 5.5

شده با قیر^۲ (VFA) (شکل ۵) و در نتیجه موجب افزایش درصد بهینه قیرآبه شده است. از آنجا که در این دو طرح اختلاط درصد فضای خالی مخلوط آسفالتی سرد بازیافتی در مقدار قیرآبه ۵/۵ درصد بیش از ۱۱/۵ درصد است و در این پژوهش میزان قیرآبه به ۵/۵ درصد محدود شده است، بنابراین درصد بهینه قیرآبه برای طرح‌های اختلاط A و D برابر با ۵/۵ درصد در نظر گرفته شد.

۳-۲- نتایج آزمون مارشال و روانی

شکل ۵) مقاومت مارشال و روانی مربوط به طرح‌های اختلاط مختلف را نشان می‌دهد. مطابق استاندارد [29] AASHTO MP31 کمترین مقاومت مارشال برای پذیرش طرح اختلاط ۵/۵۶ کیلونیوتن می‌باشد که با توجه به شکل ۵) تمامی طرح اختلاط‌ها به جز طرح اختلاط A و D در درصد قیرآبه بهینه این مهم را برآورده نموده‌اند.

۳- نتایج و بحث

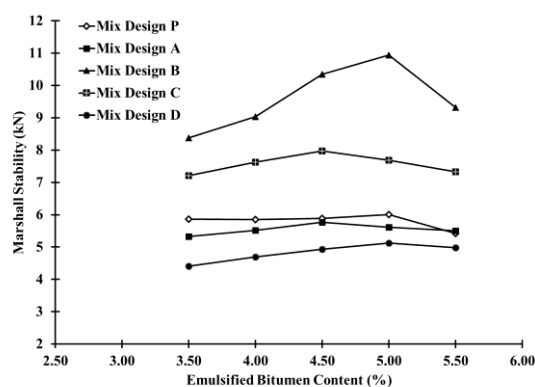
در این بخش ابتدا نتایج حاصل از آزمون استقامت مارشال و سپس نتایج آزمون حساسیت رطوبتی برای تمامی طرح‌های اختلاط ارائه شده است. همچنین میزان تأثیر هر یک از انواع دانه‌بندی بر مشخصات مکانیکی و دوام مخلوط‌های آسفالتی سرد بازیافتی مورد بررسی قرار گرفته است.

۳-۱- درصد قیرآبه بهینه

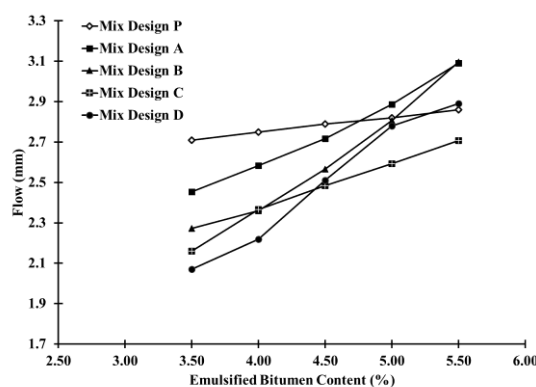
درصد فضای خالی هر طرح اختلاط در مقادیر مختلف قیرآبه در شکل ۴) ارائه شده است. همچنین، درصد بهینه قیرآبه برای هر طرح اختلاط بر اساس معیار درصد هوای معادل ۱۱/۵ درصد در جدول ۴) نشان داده شده است. در دو طرح اختلاط A و D، افزایش درصد فضای خالی مصالح سنگی^۱ (VMA) (شکل ۵) نسبت به سایر طرح‌های اختلاط موجب افزایش فضای خالی پر

² Void Filled Asphalt

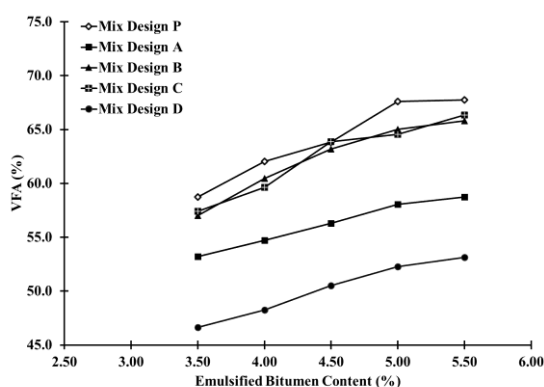
¹ Voids in the Mineral Aggregate



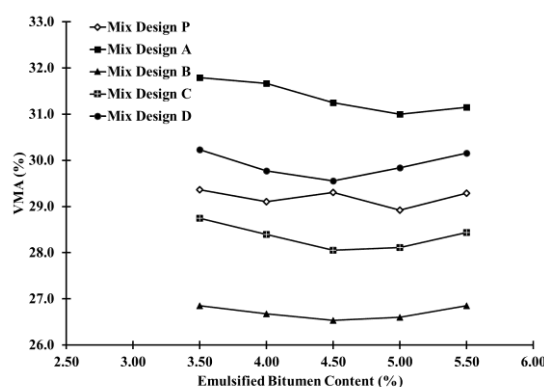
(A)



(B)



(C)



(D)

شکل ۵. نتایج مقاومت مارشال (شکل A)، روانی (شکل B)، VFA (شکل C)، VMA (شکل D) برای هر طرح اختلاط

Fig. 5. The Marshall stability results (Figure A), flow (Figure B), VFA (Figure C), and VMA (Figure D) for each mix design

مطابق شکل (۵) مقدار روانی نیز برای اختلاط A و D بیشترین و طرح‌های اختلاط P، B و C به ترتیب کمترین مقدار روانی در درصد بهینه قیرآبه نشان می‌دهد.

۳-۳- نتایج آزمایش حساسیت رطوبتی

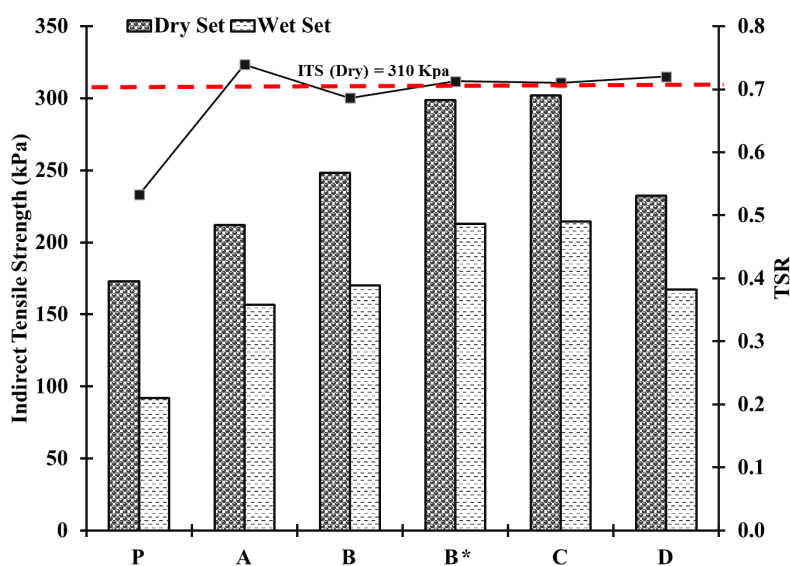
همان‌طور که در شکل (۶) نشان داده شده است، مقاومت کششی غیرمستقیم و TSR تمامی طرح‌های اختلاط در سن ۷ روزه از حد استانداردهای معرفی شده در استاندارد AASHTO MP31 یعنی مقاومت کششی غیرمستقیم در حالت خشک به میزان ۳۱۰ کیلوپاسکال و حداقل TSR ۷۰ درصد، بسیار پایین‌تر می‌باشد. بنابراین مقاومت ITS نمونه‌ها در سن ۲۸ روزه نیز مورد ارزیابی قرار گرفته است. شکل (۷) مقادیر مقاومت کششی غیرمستقیم و TSR نمونه‌های هر طرح اختلاط را در سن ۲۸ روزه نشان می‌دهد. بر اساس نتایج به دست آمده، سه طرح اختلاط P، A و D حداقل مقاومت کششی غیرمستقیم در حالت خشک را تأمین نمی‌کنند؛ با این حال، از نظر پارامتر TSR تنها طرح اختلاط پایه از بین تمامی

در طرح D به دلیل افزایش درشت‌دانه و در طرح A به دلیل کاهش فیلر، پیوستگی مخلوط کاهش یافته و فضای خالی بیشتری نسبت به سایر طرح‌ها ایجاد شده است؛ موضوعی که در نهایت سبب ثبت کمترین مقاومت مارشال در این دو طرح شده است. افزون بر این، در طرح اختلاط D کاهش مقاومت مارشال می‌تواند ناشی از شکل‌گیری یک ساختار اسکلتی نامناسب و کاهش چسبندگی مؤثر میان ذرات درشت‌دانه‌ای باشد که به‌طور کامل با قیر پوشش داده نشده‌اند؛ عاملی که در نهایت موجب افت یکپارچگی میکرومکانیکی مخلوط شده است.

میزان افزایش مقاومت مارشال در طرح‌های اختلاط B و C نسبت به طرح اختلاط پایه (P) در درصد قیرآبه بهینه به ترتیب ۳۰ و ۲۲ درصد و میزان کاهش مقاومت مارشال در طرح‌های اختلاط A و D نسبت به طرح اختلاط P به ترتیب ۷ و ۱۸ درصد می‌باشد. لازم به ذکر است که این روند با یافته‌های مطالعات گذشته [17, 18] نیز همخوانی دارد؛ به گونه‌ای با افزایش سهم ریزدانه‌ها موجب افزایش مقاومت مارشال در مخلوط‌های آسفالتی می‌شود.

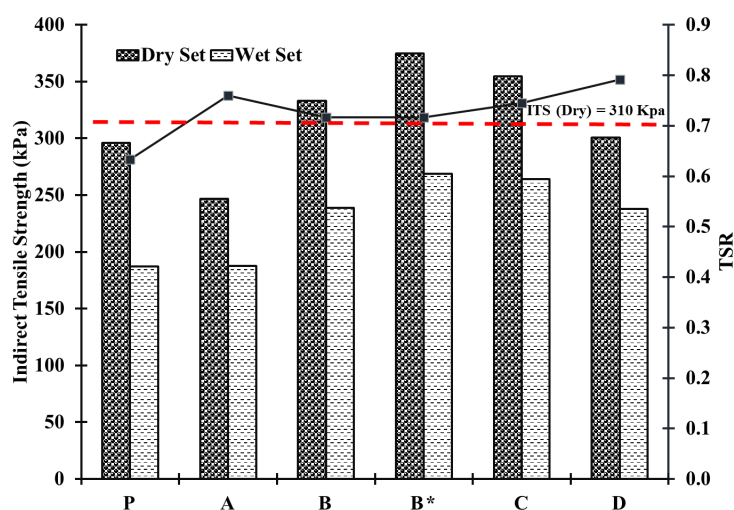
باشد، حساسیت رطوبتی مخلوط کاهش می‌یابد. میزان افزایش مقدار مقاومت کششی غیرمستقیم در طرح‌های اختلاط B، C، D نسبت به طرح اختلاط پایه به ترتیب ۱۱، ۱۶ و ۱/۵ درصد و میزان کاهش ITS در طرح اختلاط A نسبت به طرح اختلاط P ۲۰ درصد می‌باشد که این پدیده می‌تواند ناشی از کاهش قابل توجه سطح ویژه مؤثر برای تشکیل فیلم قیر و در پی آن تضعیف ساختار چسبنده میان ذرات در طرح اختلاط A باشد.

طرح‌های اختلاط موفق به برآورده‌سازی این معیار نمی‌شود. مطابق نتایج ارائه‌شده در شکل‌های (۶ و ۷)، طرح اختلاط پایه در هیچ‌یک از دو زمان عمل‌آوری، دوام رطوبتی قابل قبولی ندارد که این امر بیانگر ضرورت اصلاح ساختار دانه‌بندی با استفاده از افزودنی‌های مناسب می‌باشد. در طرح‌های اختلاط B و C نتایج به‌دست آمده با یافته‌های مطالعات پیشین [18, 16, 1] مشابه بود؛ به طوری‌که مشاهده شد هرچه منحنی دانه‌بندی پیوسته‌تر و متمایل به ریزدانه



شکل ۶. نتایج مقاومت کششی غیرمستقیم در مدت زمان عمل‌آوری ۷ روز

Fig. 6. Indirect tensile strength test results at 7 days of curing



شکل ۷. نتایج مقاومت کششی غیرمستقیم در مدت زمان عمل‌آوری ۲۸ روز

Fig. 7. Indirect tensile strength test results at 28 days of curing

آسفالتی سرد بازیافتی نسبت به حدود مجاز نشریه ۳۳۹ موجب کاهش مقاومت مارشال و دوام رطوبتی می‌باشد.

- با توجه به ضعف مشاهده شده در دوام رطوبتی مخلوط‌های آسفالتی سرد بازیافتی، ضرورت بازنگری در نشریه ۳۳۹ برای طراحی این مخلوط‌های آسفالتی بر اساس طرح مخلوط معادل^۱، به جای طراحی مبتنی بر حجم^۲، مطرح می‌شود.

- طرح اختلاط‌ها به ترتیب کیفیت عملکرد به شرح ذیل می‌باشد:
- ۱- طرح اختلاط B (فیلر بیش از حد مجاز): این طرح دارای مقاومت مارشال و مقاومت کششی غیرمستقیم بالا و عملکرد مکانیکی مطلوب (پس از اصلاح) است و با وجود داشتن فضای خالی مناسب، از نظر ظاهری با مشکلاتی همراه است.

- ۲- طرح اختلاط C (درشت‌دانه کمتر از حد مجاز): این طرح با عملکرد مکانیکی و ظاهر مطلوب و همچنین فضای خالی مناسب، تنها با اختلاف اندکی نسبت به طرح B همراه است.

- ۳- طرح اختلاط P (در محدوده مجاز درشت و ریزدانه): این طرح دارای مقاومت مارشال و فضای خالی مناسب است، اما حساسیت رطوبتی آن کمتر از مقادیر استاندارد می‌باشد.

- ۴- طرح اختلاط A و D (به ترتیب فیلر و درشت‌دانه بیش از حد مجاز): این دو طرح اختلاط در مقایسه با طرح اختلاط پایه، از مقاومت مکانیکی ضعیف‌تری برخوردار بوده و نتوانسته‌اند لزوم حداقلی استاندارد را برآورده نمایند.

۵-۵- پیشنهاد مطالعات آتی

- با توجه به افزایش قابل توجه مقاومت مارشال در طرح اختلاط B، پیشنهاد می‌شود در مطالعات آتی سازوکارهای میکروسکوپی این بهبود بررسی شود؛ به‌ویژه تفکیک نقش پرکنندگی و افزایش دانسیته از آثار احتمالی تغییر در مورفولوژی و توزیع قیرآبه.
- با توجه به مقادیر پایین TSR در سن ۷ روز، پیشنهاد می‌شود در تحقیقات آینده منشأ دقیق حساسیت رطوبتی مخلوط‌ها با استفاده از تجزیه و تحلیل تکمیلی مانند SEM بررسی شود تا روشن شود شکست رطوبتی ناشی از جدایش قیر-سنگدانه

افزایش ۱۶ درصدی مقاومت کششی غیرمستقیم در طرح اختلاط C با مبانی تئوریک مرتبط با ایجاد ساختاری ریزدانه‌تر و پیوسته‌تر هم‌خوانی دارد. چنین ساختاری می‌تواند با فراهم‌سازی توزیع یکنواخت‌تر تنش‌های کششی در سراسر مخلوط، از تمرکز تنش در نقاط خاص جلوگیری کرده و در نتیجه به بهبود عملکرد کششی مخلوط منجر شود. در طرح اختلاط B با وجود اینکه این طرح اختلاط در مدت زمان عمل‌آوری ۲۸ روز توانسته حداقل‌های آیین‌نامه را برآورده سازد اما از نظر ظاهری مخلوط دارای کیفیت نامناسب بوده و بر اساس قضاوت مهندسی قابل استفاده نیست. کیفیت ظاهری نامطلوب ممکن است ناشی از درصد بالای فیلر در این طرح اختلاط باشد که موجب تضعیف ساختار و کاهش انسجام مخلوط شده است. از آنجایی که درصد قیرآبه بهینه این طرح اختلاط ۳/۶ درصد تعیین شده است. به‌منظور اطمینان از عملکرد طرح اختلاط، آزمایش حساسیت رطوبتی برای طرح B* نیز در آخرین درصد قیرآبه مصرفی (۵/۵ درصد) انجام شد. نتایج نشانگر آن است که با افزایش درصد قیرآبه مصرفی در طرح اختلاط B* علاوه بر برآورده نمودن حداقل‌های استاندارد AASHTO MP31، موجب بیشترین افزایش مقاومت کششی غیرمستقیم در بین طرح‌های اختلاط نسبت به طرح اختلاط پایه به میزان ۲۱ درصد شده است که نشان دهنده تأثیر مثبت افزایش درصد قیرآبه در کنار نوع دانه‌بندی بر دوام رطوبتی مخلوط‌های آسفالتی سرد بازیافتی می‌باشد.

۴- نتیجه‌گیری

- در این پژوهش، به منظور بررسی تأثیر نوع دانه‌بندی بر خواص مکانیکی مخلوط‌های آسفالتی سرد بازیافتی، پنج طرح اختلاط مختلف مورد بررسی قرار گرفت که در هر طرح، دانه‌بندی نسبت به حدود مجاز نشریه ۳۳۹ تغییر داده شد و نقیصی در آن ایجاد شد. ارزیابی‌ها و آزمایش‌های انجام شده شامل آزمون مقاومت مارشال پس از ۷ روز عمل‌آوری و آزمون کششی غیرمستقیم در سنین ۷ و ۲۸ روز بود. مهم‌ترین نتایج به دست آمده از این تحقیق به شرح زیر ارائه می‌شود:
- مخلوط آسفالتی سرد بازیافتی بدون استفاده از افزودنی و اصلاح دانه‌بندی دوام رطوبتی مناسبی ندارد.
- کاهش فیلر و افزایش درشت‌دانه و درصد فضای خالی مخلوط

¹ Balance Mix Design

² Volumetric Mix Design

است یا تضعیف پیوندهای داخلی.

- پیشنهاد می‌شود در مطالعات آتی آزمون‌های رئولوژی قیر بازیافتی انجام شود تا از عدم بروز رفتار شکننده در مخلوط در این درصدهای بالای قیرآبه اطمینان به دست آید.
- بررسی اثر همزمان تغییرات دانه‌بندی و قیرآبه حاوی افزودنی پلیمری بر رفتار ویسکوالاستیک و مقاومت به خستگی مخلوط آسفالتی سرد بازیافتی.
- تدوین و بررسی شاخص‌های کمی برای ارزیابی کیفیت ظاهری و رابطه میان ویژگی‌های سطحی و خواص مکانیکی مخلوط آسفالتی سرد بازیافتی.
- مطالعه پدیده اختلاط و سازگاری شیمیایی میان قیر بکر حاصل از شکست امولسیون و قیر پیرشده موجود در تراشه آسفالتی.

قدردانی می‌کنند.

تعارض منافع

نویسندگان این مقاله اعلام می‌دارند که هیچ گونه تعارض منافی در ارتباط با انجام این پژوهش وجود ندارد.

سهم نویسندگان

در این پژوهش تهیه مصالح، انجام آزمون‌های آزمایشگاهی، تحلیل نتایج و نگارش مقاله بر عهده علی سرابندی و عبدالحمید بیژن و روش‌شناسی، نظارت بر تحلیل نتایج، مرور، بازبینی و ارزیابی کیفیت مقاله توسط پوریا حاجی‌کریمی و فریدون مقدس-نژاد انجام شده است.

منابع مالی

در نگارش این مقاله از منابع مالی هیچ سازمانی استفاده نشده است.

قدردانی نویسندگان

نویسندگان از «سازمان مهندسی و عمران شهرداری تهران» به دلیل در اختیار قرار دادن تراشه آسفالتی جهت انجام آزمایش‌ها

References

- [1] Zhu, C., Zhang, H., Guo, C., Wu, C. and Wei, C., 2019. Effect of gradations on the final and long-term performance of asphalt emulsion cold recycled mixture. *Journal of Cleaner Production*, 217, pp.95–104.
- [2] Liu, Z., Sun, L., Zhai, J. and Huang, W., 2022. A review of design methods for cold in-place recycling asphalt mixtures: Design processes, key parameters, and evaluation. *Journal of Cleaner Production*, 370, p.133530.
- [3] Han, Z., Ong, G.P., Li, M., Luan, L. and Sun, L., 2025. An innovative stage mixing approach for emulsified asphalt cold recycled mixtures. *Construction and Building Materials*, 494, p.143431.
- [4] Sarabandi, A., Hajikarimi, P. and Moghadas Nejad, F., 2025. Evaluation and Comparison of the Mechanical Properties and Durability of Recycled Cold Asphalt Mixtures Containing Portland Cement, Granulated Blast Furnace Slag, and Glass Fibers. *Journal of Transportation Infrastructure Engineering*, 10(4), pp.1–33.
- [5] Sabouri, M. and Haji Seyed-Nasir, M.H., 2024. An investigation of the effect of rainfall events on the curing period of cold in-situ recycled emulsified asphalt mixtures (CIR). In: *14th National Civil Engineering Congress*. Zanjan, Iran, 2024.
- [6] Sabouri, M. and Sadeghi, M., 2023. Investigation on properties of cold recycled asphalt mixtures reinforced with polypropylene fibers. *Amirkabir Journal of Civil Engineering*, 55(3), pp.583–602.
- [7] Seyed Sadegh, N. and Mohammad Reza, N.G., 2024. Investigating the effect of nanoclay on the mechanical properties of asphalt cold recycling using bitumen emulsions. *Advanced Modeling in Civil Engineering*, 1(2), pp.33–46.
- [8] Nagavi, H.K., Zehni, A., Shamsi, M.A., Abdal, M., Tabar, M. and Nasrollah, A., 2023. Design and Construction of the Cold Recycled Asphalt Layer on Runway 29L Pavement at Mehrabad International Airport. In: *The 15th Bitumen, Asphalt & Machinery Conference & Exhibition*. Tehran, Iran.
- [9] Xiao, F., Yao, S., Wang, J., Li, X. and Amirkhanian, S., 2018. A literature review on cold recycling technology of asphalt pavement. *Construction and Building Materials*, 180, pp.579–604.
- [10] Ziari, H., Tavakoli, H. and Zalnejad, M., 2024. Structural characteristics of cold recycled asphalt mixtures: Microstructure identification. *Civilica*. Available at: <https://civilica.com/doc/2060179>.
- [11] Yan, J., Zhu, H., Zhang, Z., Gao, L. and Charmot, S., 2014. The theoretical analysis of the RAP aged asphalt influence on the performance of asphalt emulsion cold recycled mixes. *Construction and Building Materials*, 71, pp.444–450.
- [12] Al-Qadi, I.L., Elseifi, M. and Carpenter, S.H., 2007. *Reclaimed asphalt pavement—a literature review*. (No. FHWA-ICT-07-001). Illinois Center for Transportation.

- [13] Yan, J., Zhang, Z., Charmot, S., Ding, W. and Li, F., 2015. Investigation and prediction model for the dynamic modulus of asphalt emulsion cold recycled mixtures. *Journal of Materials in Civil Engineering*, 27(1), p.04014113.
- [14] Kuchiishi, A.K., Vasconcelos, K. and Bariani Bernucci, L.L., 2021. Effect of mixture composition on the mechanical behaviour of cold recycled asphalt mixtures. *International Journal of Pavement Engineering*, 22(8), pp.984–994.
- [15] Lei, D., Han, Z., Liu, L., Sun, L. and Li, M., 2025. Grading Optimization of Cold Recycled Mixtures Based on Low-temperature Performance. *Journal of Wuhan University of Technology-Mater. Sci. Ed.*, 40(5), pp.1187–1197.
- [16] Li, Z. et al., 2022. Effect of fine aggregate gradation on macro and micro properties of cold recycling mixture using emulsified asphalt. *Coatings*, 12(5), p.674.
- [17] Zhu, C., Zhang, H., Huang, L. and Wei, C., 2019. Long-term performance and microstructure of asphalt emulsion cold recycled mixture with different gradations. *Journal of Cleaner Production*, 215, pp.944–951.
- [18] Xu, O., Wang, Z. and Wang, R., 2017. Effects of aggregate gradations and binder contents on engineering properties of cement emulsified asphalt mixtures. *Construction and Building Materials*, 135, pp.632–640.
- [19] American Association of State Highway and Transportation Officials (AASHTO), 2014. *Standard Method of Test for Sieve Analysis of Fine and Coarse Aggregates (AASHTO T27)*. Washington, D.C.: AASHTO.
- [20] Ministry of Roads and Transportation of Iran (MRTI), 2006. *Cold mix recycling, general technical specifications (Code 339)*. Tehran: Deputy of Education.
- [21] Niazi, Y. and Jalili, M., 2009. Effect of Portland cement and lime additives on properties of cold in-place recycled mixtures with asphalt emulsion. *Construction and Building Materials*, 23(3), pp.1338–1343.
- [22] Behnood, A., Gharehveran, M.M., Asl, F.G. and Ameri, M., 2015. Effects of copper slag and recycled concrete aggregate on the properties of CIR mixes with bitumen emulsion, rice husk ash, Portland cement and fly ash. *Construction and Building Materials*, 96, pp.172–180.
- [23] American Society for Testing and Materials (ASTM), 2002. *Standard Test Method for Bulk Specific Gravity and Density of Compacted Bituminous Mixtures Using Coated Samples (ASTM D1188)*. West Conshohocken: ASTM.
- [24] American Association of State Highway and Transportation Officials (AASHTO), 2020. *Standard Method of Test for Theoretical Maximum Specific Gravity (Gmm) and Density of Asphalt Mixtures (AASHTO T209)*. Washington, D.C.: AASHTO.
- [25] American Association of State Highway and Transportation Officials (AASHTO), 2018. *Standard Method of Test for Percent Air Voids in Compacted Dense and Open Asphalt Mixtures (AASHTO T269)*. Washington, D.C.: AASHTO.
- [26] American Association of State Highway and Transportation Officials (AASHTO), 2013. *Resistance to Plastic Flow of Asphalt Mixtures Using Marshall Apparatus (AASHTO T245)*. Washington, D.C.: AASHTO.
- [27] American Association of State Highway and Transportation Officials (AASHTO), 2018. *Standard Method of Test for Emulsified Asphalt Content of Cold Recycled Mixture Designs (AASHTO PP86)*. Washington, D.C.: AASHTO.
- [28] Cross, S.A. and Jakatimath, Y., 2007. *Evaluation of cold in-place recycling for rehabilitation of transverse cracking on US 412*. Stillwater: Oklahoma State University.
- [29] American Association of State Highway and Transportation Officials (AASHTO), 2022. *Standard Specification for Materials Used in Cold Recycled Mixtures with Emulsified Asphalt (AASHTO MP31)*. Washington, D.C.: AASHTO.

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم؟

Bezhan, A.H., Hajikarimi, P., Moghadas Nejad, F. and Sarabandi, A., 2026. Evaluation of the Effect of Deviation from Permissible Grading Curve Limits on Mechanical Properties and Moisture Susceptibility of Cold Recycled Asphalt Mixture. *Modares Civil Engineering journal*, 26(3), pp.83-96.



The presence of a block downstream of a type B triangular piano key weir and its effect on increasing flow energy loss

Hamidreza Ahmadi¹, Ali Khoshfetrat^{2*} 

1. M.Sc. student, Department of Civil Engineering, Isf.C., Islamic Azad University, Isfahan, Iran.

2. Assistant Professor, Department of Civil Engineering, Isf.C., Islamic Azad University, Isfahan, Iran.

Abstract

Piano key weirs (PKWs) have rectangular, triangular, and trapezoidal shapes in terms of plan. They are available in four types: A, B, C, and D. Type A weir has an overhang upstream and downstream, type B weir has an overhang upstream, type C weir has an overhang downstream, and type D weir has no overhang. Piano key weirs are non-linear, long-crowned spillways that allow a greater flow capacity (3 to 4 times more) over a given width. The first piano key weir was built on the side channel of the Goulours dam in France. Piano key weirs are used in agricultural canals, drainage canals, and irrigation canals in addition to dams due to their lightweight foundation. Piano key weirs are the evolution of nonlinear weirs with high efficiency; therefore, it is important to investigate the flow energy loss and the solution to increase it. In the present study, for the first time, a block with a different geometry was used downstream of the triangular piano key weir type B. Also, two weirs with a height of 0.20 and 0.18 m were used. The blocks are rectangular and a combination of trapezoidal and circular blocks. Four discharges from 0.02 to 0.05 m³/s were also used. The experiments were conducted in a channel 10 m long, 0.8 m wide, and 1 m high. The slope of the channel is zero. The water temperature also varies between 8 and 13 °C. The flow was fed into the tank by a pump and an underground tank with a volume of 10,000 m³ and a monitor. Two triangular piano key weirs type B with constant geometry but different heights of 0.20 and 0.18 m were used. The width of the weir inlet keys (W_i) is 0.613 m, the width of the weir outlet keys (W_o) is 0 m, the length of the weir side walls (B^*) is 0.425 m, the length of the upstream overhanging edges of the weirs (B_i) is 0.14 m, the length of the weir crest (L) is 3.04 m, and the thickness of the weirs (T_s) is 0.01 m. Blocks with rectangular and trapezoidal cross-sections with a height of 0.06 m (0.3P) were used downstream of the 0.20 m high weir. The cross-sectional area of the blocks is 0.025 x 0.025 m. The height of the blocks was chosen so that they are submerged at the lowest flow rate (0.02 m³/s). The blocks are made of compressed plastic and were installed downstream of the weir with waterproof adhesive. The blocks were installed in three rows downstream of the weir. The distance between the blocks is 10.25 cm. As mentioned, the study of flow energy loss in piano key weirs is important due to their high efficiency in flow passage. Dimensional analysis was also used to extend the results to other weirs and other types of piano key weirs in channels. As the height of the weir increases, the discharge coefficient decreases, and the flow energy loss increases. The blocks downstream of the weir act as a barrier and the flow energy loss increases. The flow around the blocks has weak eddies and hydraulic jumps, which reduces the specific energy downstream. With increasing H_u/P , the flow energy loss decreases. The flow energy loss in the weir with a combination of trapezoidal and circular blocks is higher than that of rectangular blocks. Next, a relationship with a correlation coefficient of 99.92% was presented to calculate the flow energy loss.

Review History

Received: Apr 26, 2025

Revised: Dec 02, 2025

Accepted: Apr 18, 2026

Keywords

Piano key weir

Weir height

Relative flow energy

Block

Type B.

* Corresponding Author Email: ali.khoshfetrat@iau.ac.ir - ORCID: 0000-0002-0113-5287



وجود بلوک در پایین دست سرریز کلیدپیانویی مثلثی نوع B و تأثیر آن بر افزایش اتلاف انرژی جریان

حمیدرضا احمدی^۱، علی خوش فطرت^{۲*} 

۱. دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی عمران، واحد اصفهان (خوراسگان)، دانشگاه آزاد اسلامی، اصفهان، ایران.

۲. استادیار، گروه مهندسی عمران، واحد اصفهان (خوراسگان)، دانشگاه آزاد اسلامی، اصفهان، ایران.

چکیده

تاریخچه داوری

سرریزهای کلیدپیانویی جزء سرریزهای غیر خطی و شکل جدیدی از سرریزهای کنگره‌ای هستند. به دلیل راندمان بالای این سرریزها در عبور جریان، بررسی اتلاف انرژی و راهکار برای افزایش آن حائز اهمیت است. در تحقیق حاضر به بررسی اتلاف انرژی جریان و افزایش آن توسط هندسه متفاوت بلوک در پایین دست سرریز کلیدپیانویی مثلثی نوع B پرداخته شد. آزمایش‌ها در یک کانال به طول ۱۰، عرض ۰/۸ و ارتفاع ۱ متری انجام شدند. سرریز در فاصله ۵/۵ متری از ابتدای کانال نصب شد. همچنین از سه ارتفاع متفاوت سرریز ۰/۲۰، ۰/۱۸ و ۰/۱۵ متری استفاده شد. بلوک‌ها به شکل‌های مستطیلی، دایره‌ای و دوزنقه‌ای هستند. نتایج نشان داد که اتلاف انرژی جریان به ترتیب در سرریزهای با ترکیب بلوک‌های دوزنقه‌ای و دایره‌ای و سپس بلوک‌های مستطیلی بیشتر است. با افزایش ۱/۱۱ و ۱/۳۳ برابری ارتفاع سرریز نسبت به سرریز با ارتفاع کمتر، اتلاف انرژی ۸/۲ و ۲۳/۴ درصد افزایش می‌یابد. همچنین با افزایش ارتفاع سرریز، ضریب دبی کاهش می‌یابد. در آخر از آنالیز ابعادی برای محاسبه اتلاف انرژی جریان در سرریز کلیدپیانویی مثلثی با و بدون بلوک در پایین دست آن و بسط نتایج به طبیعت و دیگر تیپ‌های سرریزهای کلیدپیانویی نوع B استفاده شد.

کلمات کلیدی

سرریز کلیدپیانویی

ارتفاع سرریز

انرژی نسبی جریان

بلوک

نوع B

۱- مقدمه

Goulours در کشور فرانسه ساخته شد [3]. سرریزهای

کلیدپیانویی به دلیل پی و فونداسیون سبک علاوه بر سدها در کانال‌های کشاورزی، کانال‌های زهکشی و کانال‌های آبیاری جای می‌گیرند [4]. به دلیل راندمان بالای این سرریزها در عبور جریان؛ بررسی اتلاف انرژی و راهکارهایی برای افزایش آن از دیدگاه مهندسی، حائز اهمیت است. برخی از محققان تأثیر سرعت و دبی جریان و برخی دیگر تأثیر سازه‌های اضافی و عوامل هندسی را روی اتلاف انرژی جریان مورد بررسی قرار دادند. افرادی مانند خان و همکاران (۲۰۱۱)، پفیستر و همکاران (۲۰۱۷)، پیتو و همکاران (۲۰۱۷) و ترابی و همکاران (۲۰۱۸) جزو اولین افرادی

سرریزهای کلیدپیانویی از لحاظ پلان دارای شکل‌های مستطیلی، مثلثی و دوزنقه‌ای هستند و در چهار تیپ A، B، C و D ارائه می‌شوند. سرریز نوع A دارای لبه آویزان در بالادست و پایین دست، سرریز نوع B دارای لبه آویزان در بالادست، سرریز نوع C دارای لبه آویزان در پایین دست و سرریز نوع D فاقد لبه آویزان است [1]. سرریزهای کلیدپیانویی جزء سرریزهای غیر خطی و با تاج طولانی هستند که در یک عرض معین، ظرفیت بیشتری (۳ تا ۴ برابر بیشتر) از جریان را از روی خود عبور می‌دهند [2]. اولین سرریز کلیدپیانویی روی کانال جانبی سد

* رایانامه نویسنده مسئول: ali.khoshfetrat@iauo.ac.ir - ORCID: 0000-0002-0113-5287

کپی‌رایت © ۲۰۲۶، انتشارات دانشگاه تربیت مدرس (TMU Press). این مقاله به صورت دسترسی آزاد منتشر شده و تحت مجوز بین‌المللی Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 قرار دارد (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0>). بر اساس این مجوز، شما می‌توانید این مطلب را در هر قالب و رسانه‌ای کپی، بازنشر و بازآفرینی کنید و یا آن را ویرایش و بازسازی نمایید، به شرط آنکه نام نویسنده را ذکر کرده و از آن برای مقاصد غیرتجاری استفاده کنید.



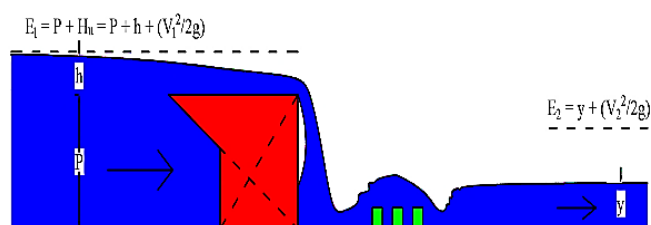
(۲۰۲۵)، به بررسی اتلاف انرژی جریان در سرریز کلیدپیانویی نوع D پرداختند. ایشان بهترین اتلاف انرژی را در نسبت W_i/W_0 برابر $0/6$ و تعداد سه پله در کلیدهای خروجی مشاهده کردند [22]. همانطور که گفته شد سرریزهای کلیدپیانویی تکامل یافته سرریزهای غیر خطی و با راندمانی بالا هستند؛ پس بررسی اتلاف انرژی جریان و راهکار برای افزایش آن حائز اهمیت است. برای اولین بار، در تحقیق حاضر از بلوک با هندسه متفاوت در پایین دست سرریز کلیدپیانویی مثلثی نوع B استفاده شد. همچنین از سه سرریز با ارتفاع $0/20$ ، $0/18$ و $0/15$ متر استفاده شد. بلوکها به شکل های مستطیلی و ترکیبی از بلوکهای دوزنقه ای با دایره ای هستند. از ۴ دبی متفاوت از $0/2$ تا $0/5$ متر مکعب بر ثانیه نیز استفاده گردید. این تحقیق با فرض هایی مانند دائمی بودن جریان و واحد بودن ضریب اصلاح سرعت انجام شده است. همچنین آشغال و گل و لای موجود در جریان در مواقع سیلابی و تأثیر آن بر بلوکها و تراکم آنها، از محدودیت های مطالعه حاضر است که نیاز به تحقیقی جداگانه دارند. در ادامه نیز از آنالیز ابعادی برای بسط نتایج به کانال های زهکشی و کشاورزی موجود در طبیعت و دیگر سرریزهای کلیدپیانویی (مانند A، C و D) استفاده شد.

۲- آنالیز ابعادی

رابطه (۱) و شکل (۱)، پارامترهای تأثیرگذار بر اتلاف انرژی جریان در سرریز کلیدپیانویی مثلثی نوع B همراه با بلوک در پایین دست آن را نشان می دهند. در این رابطه، E_L اتلاف انرژی جریان، H_u هد کل جریان در بالادست سرریز، P ارتفاع سرریز، V_1 سرعت متوسط جریان در بالادست سرریز، μ لزجت دینامیکی، σ ضریب کشش سطحی، ρ چگالی جریان هستند. اتلاف انرژی جریان نیز از رابطه $(E_L = (E_1 - E_2)/E_1)$ به دست می آید [23]. با توجه به شکل (۱) و رابطه اتلاف انرژی جریان، E_1 و E_2 به ترتیب انرژی مخصوص جریان در بالادست و پایین دست سرریز، V_2 سرعت متوسط جریان در پایین دست سرریز، h عمق جریان در بالادست سرریز، y عمق جریان در پایین دست سرریز و g نیروی گرانش هستند. انرژی مخصوص جریان در بالادست سرریز از رابطه $(E_1 = P + h + (V_1^2/2g) = P + H_u)$ و انرژی مخصوص جریان در پایین دست سرریز از رابطه $(E_2 = y + V_2^2/2g)$ محاسبه

بودند که به عوامل هیدرولیکی جریان و تأثیر آن بر اتلاف انرژی در سرریزهای کلیدپیانویی پرداختند [5-8]. الشکور و الخفاجی (۲۰۱۸)، تأثیر شیب های مختلف کلیدهای خروجی سرریز کلیدپیانویی نوع B را بر اتلاف انرژی مورد بررسی قرار دادند [9]. کریمی و همکاران (۲۰۱۸)، به بررسی اتلاف انرژی در سرریز کلیدپیانویی و همچنین افزایش راندمان هوادهی پرداختند [10]. کریمی و همکاران (۲۰۲۰)، یک مطالعه تجربی و عددی را برای بررسی ویژگی های جریان یک سرریز کلیدپیانویی با کلیدهای مورب انجام داد [11]. اسلینگر و کروکستون (۲۰۲۰)، با بررسی تجربی به اتلاف انرژی در سرریزهای کلیدپیانویی نوع A پرداختند. ایشان همچنین دو رابطه تجربی ارائه کردند که در آنها از دو نسبت عرض کلیدهای ورودی به عرض کلیدهای خروجی و نسبت هد کل جریان به ارتفاع سرریز استفاده کردند [12]. سینگ و کومار (۲۰۲۲)، با مطالعه ای تجربی به بررسی اتلاف انرژی در سرریزهای کلیدپیانویی پرداختند [13]. همچنین سینگ و کومار (۲۰۲۳) و بنصل و همکاران (۲۰۲۳) در تحقیقی جداگانه به بررسی اتلاف انرژی و روش هایی برای افزایش آن در سرریزهای کلیدپیانویی پرداختند. ایشان همچنین تأثیر نسبت عرض کلیدهای ورودی به عرض کلیدهای خروجی سرریزهای کلیدپیانویی نوع A را روی اتلاف انرژی جریان مورد بررسی قرار دادند و دو معادله تجربی با ضریب همبستگی بالایی ارائه کردند [14, 15]. شن و اورتل (۲۰۲۱ و ۲۰۲۳)، تأثیر شکل های مختلف تاج سرریز و تغییرات عرض کلیدهای سرریزهای کلیدپیانویی دوزنقه ای و مستطیلی را بر اتلاف انرژی جریان مورد بررسی قرار دادند [16, 17]. رضیوی و همکاران (۲۰۲۴)، با مقایسه سرریزهای کلیدپیانویی نوع B و C دریافتند که اتلاف انرژی در سرریزهای کلیدپیانویی نوع C بیشتر از نوع B است. دلیل بیشتر بودن اتلاف انرژی جریان را وجود لبه آویزان در پایین دست سرریز کلیدپیانویی نوع C دانستند [18]. فتحی و همکاران (۲۰۲۳ و ۲۰۲۴)، با ایجاد پله در کلیدهای خروجی سرریز، دریافتند که اتلاف انرژی جریان در سرریزهای ده پله ای بسیار بیشتر از سرریزهای بدون پله، پنج و پانزده پله ای است [19, 20]. عبدی چوپلو و همکاران (۲۰۲۴)، با ایجاد بافل در کلیدهای سرریزهای کلیدپیانویی مستطیلی و دوزنقه ای نوع A دریافتند که اتلاف انرژی در این حالت بسیار بیشتر از سرریزهای بدون بافل است [21]. میرخورلی و همکاران

برداشت می کنند [14]. سنسور سوم عمق جریان روی تاج سرریز را اندازه گیری می کند. در تمامی آزمایش ها عمق جریان روی تاج سرریز بیشتر 0.03 متر است با بتوان اثر ضریب کشش سطحی را نادیده گرفت [4]. عمق جریان نیز توسط عمق سنج نقطه ای با خطای 0.001 متر اندازه گیری شد. عمق جریان اندازه گیری شده توسط سنسورها و عمق سنج نقطه ای با خطای ناچیزی برابر است. جریان در پایین دست سرریز به صورت آزادانه و بدون استفاده از دریچه انتهایی کانال به داخل مخزن برمی گردد. شکل (۲-الف) کانال آزمایشگاهی، شکل (۲-ب) دستگاه PLC و شکل (۲-ج) سنسورهای آلتراسونیک را نشان می دهند.



شکل ۱. پارامترهای موثر بر اتلاف انرژی جریان در سرریز کلیدپیانویی همراه با بلوک در پایین دست آن

Fig. 1. Parameters affecting flow energy loss in a piano key weir with a block downstream of it



a)



b)



c)

شکل ۲. الف) کانال آزمایشگاهی، ب) دستگاه PLC و ج) سنسورهای آلتراسونیک

Fig. 2. a) Laboratory channel, b) PLC device and c) Ultrasonic sensors

می شود. در رابطه (۱)، پارامتر S نشانگر هندسه و چیدمان متفاوت بلوک ها (مستطیلی و ترکیبی از دوزنقه ای با دایره ای) است. به دلیل وجود نیروی گرانش در پارامتر اتلاف انرژی جریان و هد کل جریان؛ از حضور مستقیم آن در آنالیز ابعادی صرف نظر شده است [19].

$$E_L = f(H_u, P, V_1, \mu, \sigma, \rho, S) \quad (1)$$

با در نظر گرفتن سه پارامتر تکراری هد کل جریان، سرعت متوسط جریان در بالادست سرریز و چگالی جریان و با استفاده از تئوری π باکینگهام، اتلاف انرژی جریان در سرریز کلیدپیانویی همراه با تیغه های جداکننده جریان، تابع رابطه (۲) خواهد شد. در این رابطه Re عدد رینولدز جریان است که از رابطه $(V_1 \rho H_u / \mu)$ و We عدد وبر است که از رابطه $(V_1^2 \rho H_u / \sigma)$ محاسبه می شوند.

$$E_L = f\left(\frac{H_u}{P}, We, Re, S\right) \quad (2)$$

به دلیل اغتشاش زیاد جریان و عدد رینولدز بیشتر 2000 در تحقیق حاضر از عدد رینولدز و به دلیل عمق کافی جریان در بالادست سرریز (بیشتر از 0.03 متر) از عدد وبر صرف نظر خواهد شد [4]. بنابراین، اتلاف انرژی جریان در سرریز کلیدپیانویی مثلثی نوع B همراه با بلوک در پایین دست آن تابع رابطه (۳) خواهد شد.

$$E_L = f\left(\frac{H_u}{P}, S\right) \quad (3)$$

۳- مواد و روش ها

آزمایش ها در یک کانال به طول 10 متر، عرض 0.8 متر و ارتفاع 1 متر انجام شد. شیب کانال صفر است. همچنین دمای آب بین 8 تا 13 درجه سانتی گراد متغیر است. جریان توسط یک پمپ و مخزن زیرزمینی به حجم 10000 متر مکعب و توسط یک مانیتور وارد مخزن می شود. خطای پمپ برابر 0.1 درصد است. پروفیل های سرعت در فاصله $3/5$ ، $4/5$ و 4 متری از ابتدای کانال بر هم منطبق هستند و به همین دلیل سرریز در فاصله $5/5$ متری از ابتدای کانال نصب شد [24]. از 4 دبی متفاوت در آزمایش ها استفاده شد. دبی ها توسط دستگاه PLC و با استفاده از مانیتور قابل تنظیم هستند.

دبی ها بین 0.02 تا 0.05 متر مکعب بر ثانیه متغیر هستند. از سه سنسور آلتراسونیک برای اندازه گیری عمق جریان استفاده شد. سنسور اول در فاصله $2P$ در بالادست سرریز نسبت به مرکز آن و سنسور دوم در فاصله $8P$ در پایین دست سرریز نسبت به مرکز آن عمق جریان را

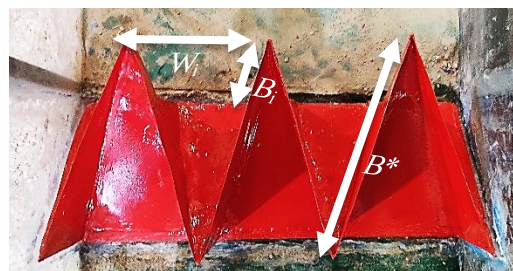
نصب شدند. بلوک‌های مستطیلی در سه و بلوک‌های دوزنقه‌ای و دایره‌ای در چهار ردیف و در پایین‌دست سرریز نصب شدند. فاصله بین بلوک‌ها از هم ۱۰/۲۵ سانتی‌متر است. مطابق شکل (۴-الف)، بلوک‌های مستطیلی به تنهایی و به صورت زیگزاک و مطابق شکل (۴-ب)، بلوک‌های دوزنقه‌ای و دایره‌ای به صورت ترکیبی و زیگزاک در پایین‌دست سرریز و در فاصله‌ی ۰/۱ متری از پنجه سرریز نصب شدند.

با تنظیم دبی جریان توسط دستگاه PLC، با داشتن عمق جریان در بالادست سرریز و با توجه به عرض ثابت کانال و همچنین با استفاده از رابطه ($Q = V_1 Wh$) می‌توان سرعت جریان در بالادست سرریز را محاسبه نمود. در این رابطه Q دبی جریان، W عرض کانال و h یا عرض سرریز و L_e طول تاج سرریز هستند. همچنین با استفاده از معادله پیوستگی و با داشتن عمق جریان در پایین‌دست سرریز، می‌توان سرعت جریان در پایین‌دست سرریز را محاسبه کرد [25, 26].

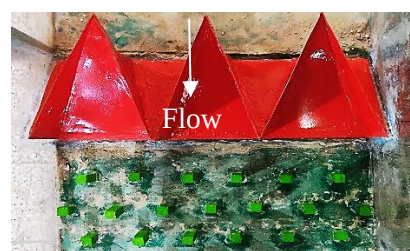
جدول (۱) پارامترهای هیدرولیکی و اتلاف انرژی جریان در سرریز همراه با بلوک را نشان می‌دهد که در آن C_d ضریب آگذری، E_r انرژی نسبی جریان، N سرریزهای بدون بلوک، NR سرریز با بلوک مستطیلی و TC سرریز با ترکیب بلوک‌های دوزنقه‌ای و دایره‌ای هستند. ضریب آگذری از رابطه عمومی سرریزها و انرژی نسبی جریان از تقسیم انرژی مخصوص در پایین‌دست سرریز به انرژی مخصوص جریان در بالادست سرریز محاسبه می‌شود [19]. همانطور که از جدول پیدا است، در نهایت از ۲۰ آزمایش برای اتلاف انرژی جریان در شرایط متفاوت هیدرولیکی و هندسی استفاده شد. فتحی و همکاران (۲۰۲۳) نیز از ۱۶ آزمایش برای بررسی اتلاف انرژی جریان در سرریز کلیدپیانویی دوزنقه‌ای نوع A و با ارتفاع ثابت ۰/۲۰ متری استفاده کردند [19].

۴- نتایج و بحث

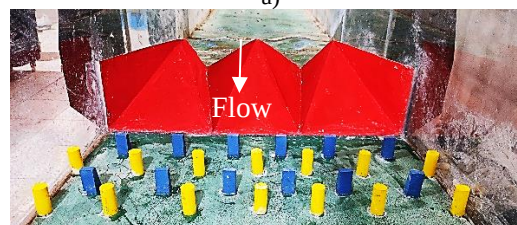
جریان به صورت جت آزاد از روی کلیدهای ورودی سرریز به پایین‌دست و داخل کلیدهای خروجی می‌ریزد. همچنین به صورت جت شیبدار از کلیدهای خروجی به پایین‌دست منتقل می‌شود. جریان عبوری از انتهای کلیدهای ورودی به دلیل عدم نبود لبه آویزان در پایین‌دست سرریز، در نزدیکی پنجه سرریز به پایین‌دست می‌ریزد. جریان در بالادست سرریز در نزدیکی



شکل ۳. سرریز کلیدپیانویی مثلثی نوع B مورد استفاده در تحقیق حاضر
Fig. 3. Type B triangular piano key weir used in the present study



a)



b)

شکل ۴. الف) بلوهای مستطیلی و ب) ترکیب بلوک‌های دوزنقه‌ای با دایره‌ای
Fig. 4. a) Rectangular blocks and b) combination of trapezoidal and circular blocks

از سه سرریز کلیدپیانویی مثلثی نوع B با هندسه ثابت اما ارتفاع متفاوت ۰/۲۰، ۰/۱۸ و ۰/۱۵ متر استفاده شد. عرض کلیدهای ورودی سرریزها (W_i) ۰/۶۱۳ متر، عرض کلیدهای خروجی سرریزها (W_o) ۰ متر، طول دیوارهای جانبی سرریزها (B_i) ۰/۴۲۵ متر، طول لبه‌های آویزان بالادست سرریزها (B_o) ۰/۱۴ متر، طول تاج سرریزها (L) ۲/۵۵ متر و ضخامت سرریزها (T_s) ۰/۰۱ متر هستند (شکل ۳). سرریزها دارای سه کلید خروجی، دو کلید ورودی و دو نیم‌کلید ورودی هستند.

از بلوک‌هایی با مقطع مستطیلی و ترکیبی از دوزنقه‌ای و دایره‌ای با ارتفاع ۰/۰۶ متر (0.3P) در پایین‌دست سرریز با ارتفاع ۰/۲۰ متر استفاده شد. سطح مقطع بلوک‌ها ۰/۰۲۵ در ۰/۰۲۵ متر است. ارتفاع بلوک‌ها به شکلی انتخاب شد که در کمترین دبی جریان (۰/۰۲ متر مکعب بر ثانیه) مستغرق هستند. جنس بلوک‌ها پلاستیک فشرده است و با چسب ضدآب در پایین‌دست سرریز

جدول ۱. پارامترهای هیدرولیکی و هندسی موثر بر اتلاف انرژی جریان

Table 1. Hydraulic and geometric parameters affecting flow energy loss

Row	Q (m ³ /s)	H _u /P	L _e /P	S	Re	C _d	E _r	E _L
1	0.02	0.173	12.75	N	3695	0.333	0.333	0.667
2	0.03	0.206	12.75	N	6444	0.383	0.390	0.610
3	0.04	0.255	12.75	N	10252	0.371	0.424	0.576
4	0.05	0.320	12.75	N	15307	0.331	0.450	0.550
5	0.02	0.173	12.75	NR	3695	0.333	0.326	0.674
6	0.03	0.206	12.75	NR	6444	0.383	0.381	0.619
7	0.04	0.255	12.75	NR	10252	0.371	0.416	0.584
8	0.05	0.320	12.75	NR	15307	0.331	0.444	0.556
9	0.02	0.173	12.75	TC	3695	0.333	0.323	0.677
10	0.03	0.206	12.75	TC	6444	0.383	0.372	0.628
11	0.04	0.255	12.75	TC	10252	0.371	0.409	0.591
12	0.05	0.320	12.75	TC	15307	0.331	0.436	0.564
13	0.02	0.182	14.17	N	3857	0.362	0.397	0.621
14	0.03	0.225	14.17	N	6934	0.394	0.441	0.559
15	0.04	0.275	14.17	N	10897	0.389	0.472	0.528
16	0.05	0.342	14.17	N	16154	0.350	0.502	0.498
17	0.02	0.213	17.00	N	4416	0.598	0.457	0.543
18	0.03	0.254	17.00	N	7676	0.555	0.539	0.461
19	0.04	0.316	17.00	N	12213	0.507	0.571	0.429
20	0.05	0.392	17.00	N	18010	0.463	0.593	0.407

ناحیه مستغرق دارای طول و ارتفاع بیشتری می شود. همچنین جریان ریخته شده از کلیدهای ورودی به داخل کلیدهای خروجی باعث ایجاد گردابه های سطحی در کنار دیواره های کلیدهای خروجی می شود. قدرت دو گردابه کناری ضعیف بوده و به صورت سطحی وارد بستر پایین دست می شوند. یک گردابه پر قدرت نیز در وسط کلیدهای خروجی شکل می گیرد که عامل اصلی آن ناحیه استغراق موضعی است. این گردابه با طول انتشار بیشتری در پایین دست پیشروی می کند [4].

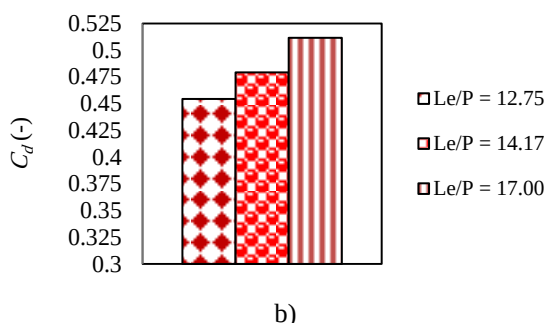
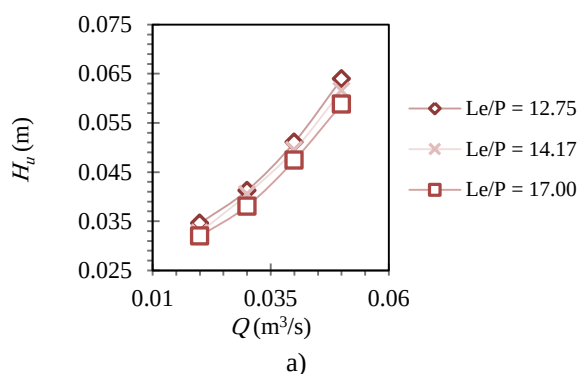
در زیر کلیدهای ورودی و نیم ورودی نیز هوایی محبوس شده شکل می گیرد و جریان به کلیدهای ورودی نمی چسبد و مانند جت آزادانه به پایین دست منتقل می شود. از سرعت جت های خروجی از کلیدهای ورودی و خروجی پس از برخورد با بلوک ها، کاسته شده و جریان پس از طی کردن بلوک ها با سرعت کمتری به پایین دست منتقل می شود. شکل (۶-الف)، جریان اطراف بلوک های مستطیلی و شکل (۶-ب)، جریان اطراف ترکیب بلوک های دوزنقه ای و دایره ای را نشان می دهد. بلوک ها مانند مانع عمل کرده و جریان پس از برخورد با آن ها به عقب بازگشته



شکل ۵. ناحیه استغراق موضعی در کلید خروجی

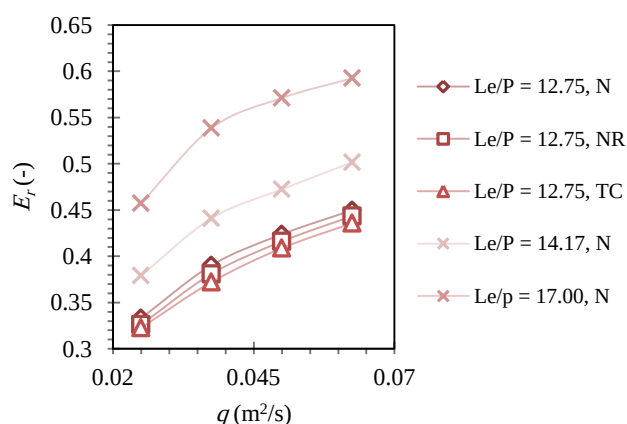
Fig. 5. Local submerged zone in outlet key

کلیدهای خروجی همگرا شده و باعث ایجاد یک ناحیه استغراق موضعی در ابتدای کلیدهای خروجی می شود. به دلیل مثلثی بودن و عرض کلیدهای خروجی برابر صفر سرریز، ارتفاع ناحیه مستغرق موضعی محدود و طول آن زیاد است. شکل (۵) ناحیه استغراق موضعی جریان را نشان می دهد. با افزایش دبی جریان،



شکل ۷-الف. منحنی دبی - ارتفاع جریان و ۷-ب ضریب آبگذری نسبت به پارامتر بدون بعد L_e/P

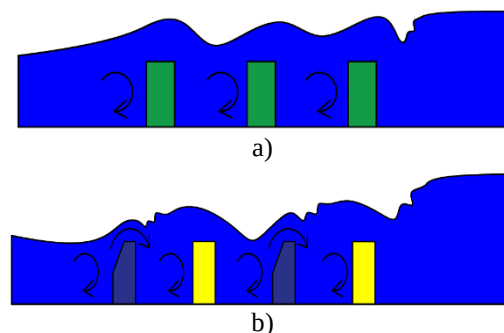
Fig. 7. a) Discharge-stage curve, and b) discharge coefficient relative to dimensionless parameter L_e/P



شکل ۸. انرژی نسبی جریان نسبت به دبی در واحد عرض

Fig. 8. Relative flow energy versus discharge per unit width

جریان در بالادست افزایش می‌یابد و همچنین با افزایش این پارامتر، سرعت جریان افزایش یافته و انرژی مخصوص جریان در پایین‌دست سرریز نیز افزایش بیشتری پیدا می‌کند و همین امر باعث می‌شود تا انرژی نسبی بیشتری را مشاهده‌گر باشیم. در سرریز همراه با بلوک، انرژی نسبی جریان کمتر است و به این معنا است که انرژی مخصوص جریان در پایین‌دست سرریز کمتر بوده و سرعت مخرب در پایین‌دست کاهش می‌یابد. همچنین با کاهش



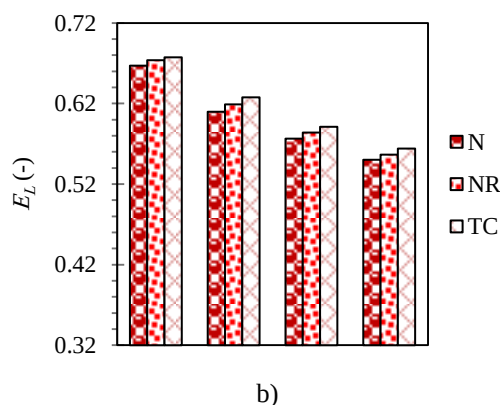
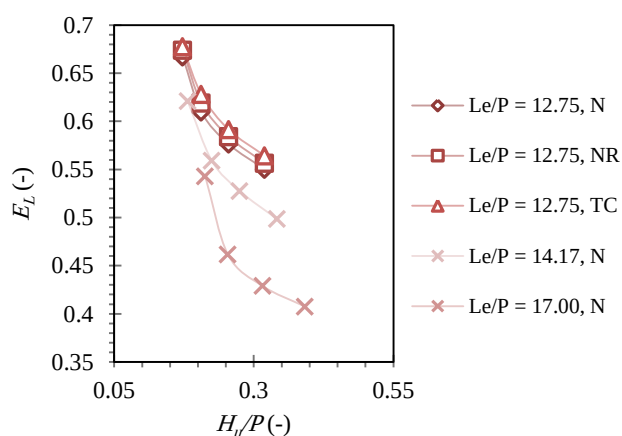
شکل ۶. الف جریان در اطراف بلوک‌های مستطیلی و ۶-ب جریان در اطراف ترکیب بلوک‌های دوزنقه‌ای با دایره‌ای

Fig. 6. a) Flow around rectangular blocks and b) Flow around a combination of trapezoidal and circular blocks

می‌شود. در پشت بلوک‌ها گردابه‌هایی شکل می‌گیرد که باعث اتلاف انرژی بیشتر می‌شوند. به دلیل شیب‌دار بودن بلوک‌های دوزنقه‌ای، جریان از روی شیب بلوک‌ها عبور کرده و در پایین‌دست آن‌ها پرش هیدرولیکی شکل می‌گیرد که باعث اتلاف انرژی بیشتری می‌شود. پرش هیدرولیکی عبور کرده از بلوک‌های دوزنقه‌ای به بلوک‌های دایره‌ای برخورد می‌کند. ترکیب پرش هیدرولیکی و تشکیل گردابه‌ها در اطراف ترکیب بلوک‌های دوزنقه‌ای و دایره‌ای باعث اتلاف انرژی بیشتر جریان می‌شود. جریان در اطراف بلوک‌های مستطیلی نیز دارای گردابه است و پرش هیدرولیکی تنها در پایین‌دست بلوک آخر شکل می‌گیرد. شکل (۷-الف)، منحنی دبی - ارتفاع جریان (اشل) و شکل (۷-ب)، ضریب دبی جریان در سرریز را نسبت به پارامتر بدون بعد L_e/P نشان می‌دهد. همانطور که پیدا است، با افزایش دبی جریان، هد کل جریان نیز افزایش می‌یابد. دلیل آن وجود حجم بیشتر جریان در بالادست سرریز است. با افزایش هد کل جریان، ضریب آبگذری کاهش می‌یابد. همان‌طور که پیدا است، با کاهش ارتفاع سرریز و افزایش پارامتر بدون بعد L_e/P ، هد کل جریان کمتر شده و ضریب آبگذری جریان افزایش می‌یابد و یا به عبارتی دیگر، با کاهش ارتفاع سرریز، جریان راحت‌تر از تاج سرریز عبور می‌کند و به همین امر ظرفیت عبور جریان افزایش می‌یابد. به طور میانگین در سرریز با ارتفاع ۰/۲ متر نسبت به سرریزهای با ارتفاع ۰/۱۸ و ۰/۱۵ متر، ارتفاع جریان ۳/۵ و ۷/۶ درصد افزایش می‌یابد و همین امر باعث می‌شود تا ضریب دبی جریان ۵/۲ و ۱۱/۲ درصد کاهش یابد. لازم به ذکر است که ارتفاع بلوک‌ها به گونه‌ای انتخاب شد تا تأثیری بر ضریب دبی جریان نداشته باشد. همچنین در بچه انتهایی کانال به صورت آزادانه عمل می‌کرد تا سرریز مستغرق نشود.

دیگر داده‌ها با خطای بسیار کمی قابل اعتماد است. ضریب همبستگی در این رابطه ۹۵/۹۴ درصد است. همچنین ضریب K در این رابطه به پارامتر L_e/P و S مرتبط است. مقدار K در L_e/P برابر ۱۲/۷۵، ۱۴/۱۷ و ۱۷/۰۰ (سرریزهای بدون بلوک) به ترتیب ۰/۲۳۵، ۰/۲۱۰ و ۰/۱۸۲ است. همچنین مقدار K در سرریز با بلوک‌های مستطیلی برابر ۰/۲۳۱ و در سرریز با ترکیب بلوک‌های دوزنقه‌ای با دایره‌ای برابر ۰/۲۲۹ است. شکل (۱۰) نیز مقدار اتلاف انرژی مشاهده شده را نسبت به اتلاف انرژی محاسبه شده نشان می‌دهد. همان‌طور که پیدا است، این رابطه با حاشیه خطای ۱۲ درصد برای محاسبه اتلاف انرژی جریان مورد قبول و قابل اعتماد است. حاشیه خطای رابطه (۴) و ضریب همبستگی در آن، مطابق پارامترهای آماری و مطابق تحقیق خوش فطرت و همکاران (۲۰۲۵) محاسبه شدند [26].

$$E_L = K \left(\left(\frac{H_u}{P} \right)^{-0.40} \left(\frac{L_e}{P} \right)^{0.14} \right) \quad (4)$$



شکل ۹. الف. تأثیر پارامتر H_u/P و شکل ۹-ب. تأثیر پارامتر L_e/P بر اتلاف انرژی جریان

Fig. 9. a) The effect of the H_u/P and L_e/P parameters, and b) the effect of the S parameter on the flow energy loss

ارتفاع سرریز، جریان به راحتی انرژی مخرب خود را از دست نمی‌دهد و در پایین دست مقدار بیشتری دارد.

شکل (۹-الف) تأثیر پارامتر H_u/P و پارامتر L_e/P و شکل (۹-ب) تأثیر پارامتر S را بر اتلاف انرژی جریان نشان می‌دهند. همان‌طور که پیدا است با افزایش پارامتر هد کل جریان به ارتفاع سرریز، اتلاف انرژی جریان کاهش می‌یابد و دلیل آن افزایش سرعت جت‌های خروجی از سرریز و افزایش اغتشاش جریان است. همچنین در سرریزهای همراه با بلوک در پایین دست آن‌ها، اتلاف انرژی جریان بیشتر است. دلیل آن کاهش سرعت جت‌های خروجی از کلیدهای ورودی و ایجاد اختلاط بیشتر جریان خروجی از کلیدهای ورودی با جریان خروجی از کلیدهای خروجی و در نهایت کاهش قدرت جت‌ها است. در سرریز با ارتفاع بیشتر و به دلیل ارتفاع بیشتر ریزش جریان و اختلاط پر قدرت تر جریان در نزدیکی پنجه سرریز، اتلاف انرژی جریان بیشتر است و جریان با سرعت کمتری به پایین دست انتقال می‌یابد.

در سرریز با ارتفاع ۰/۲۰ متری نسبت به سرریز با ارتفاع ۰/۱۸ و ۰/۱۵ متری که هر سه بدون بلوک هستند؛ اتلاف انرژی جریان حدود ۸/۲ و ۲۳/۴ درصد کاهش می‌یابد. همچنین در سرریزهای با ارتفاع ۰/۲۰ متری با بلوک‌های مستطیلی و ترکیب بلوک‌های دوزنقه‌ای با دایره‌ای، اتلاف انرژی جریان نسبت به سرریز با همین ارتفاع و بدون بلوک در پایین دست آن، به ترتیب حدود ۱/۲۵ و ۲/۳۴ درصد بیشتر است. دلیل آن مانند مانع عمل کردن بلوک‌ها و ایجاد پرش هیدرولیکی با ارتفاع بیشتر در پشت بلوک‌ها است. اتلاف انرژی جریان در سرریز با ترکیب بلوک‌های دوزنقه‌ای و دایره‌ای نسبت به سرریز با بلوک‌های مستطیلی حدود ۱/۱۱ درصد بیشتر است. همان‌طور که گفته شد، دلیل آن تأثیر همزمان پرش هیدرولیکی و گردابه‌ها در اطراف بلوک‌های دوزنقه‌ای و دایره‌ای است. همان‌طور که پیدا است، اتلاف انرژی در سرریزهای همراه با بلوک نسبت به سرریز بدون بلوک، تفاوت چندانی ندارد. دلیل آن قدرت زیاد گردابه‌ها و مستغرق بودن بلوک‌ها و تراکم کمتر آن‌ها نسبت به سطح واحد است.

رابطه (۴)، برای محاسبه اتلاف انرژی جریان در سرریز با وجود بلوک در پایین دست سرریز کلیدپیانویی مثلثی نوع B ارائه شده است. این رابطه برای ۷۵ درصد داده‌ها ارائه و برای ۲۵ درصد

جریان در سرریز کلیدپیانویی مثلثی نوع B با و بدون بلوک در پایین دست آن پرداخته شد. همچنین از آنالیز ابعادی استفاده شد تا بتوان نتایج را به دیگر سرریزها و تیپ‌های دیگر سرریزهای کلیدپیانویی موجود در کانال‌ها گسترش داد.

۶- یافته‌های کلیدی

- با افزایش ارتفاع سرریز، ضریب آبگذری تا ۱۱/۵۲ کاهش و اتلاف انرژی جریان تا ۲۳/۴۰ درصد افزایش می‌یابد.
- بلوک‌ها در پایین دست سرریز مانند مانع عمل کرده و اتلاف انرژی جریان تا ۲/۳۴ درصد افزایش می‌یابد.
- جریان در اطراف بلوک‌ها دارای گردابه‌های ضعیف و پرش هیدرولیکی است و همین امر باعث کاهش انرژی مخصوص در پایین دست می‌شود.
- با افزایش H_w/P و L_w/P ، اتلاف انرژی جریان کاهش می‌یابد.
- اتلاف انرژی جریان در سرریز با ترکیب بلوک‌های دوزنقه‌ای و دایره‌ای نسبت به بلوک‌های مستطیلی بیشتر است.
- در ادامه نیز رابطه‌ای با ضریب همبستگی ۹۵/۹۴ درصد برای محاسبه اتلاف انرژی جریان ارائه شد.

قدردانی نویسندگان

در انجام این پژوهش حمایت خاصی از شخص یا نهادی صورت نگرفته است.

تعارض منافع

نویسندگان هیچگونه تعارض منافع ندارند.

سهم نویسندگان

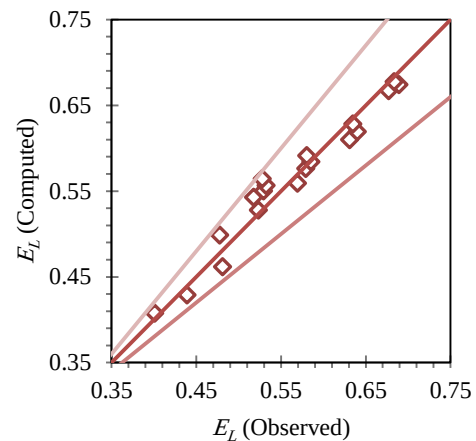
سهم هر یک از نویسندگان باهم برابر است.

منابع مالی

در انجام این پژوهش از منابع مالی هیچ نهاد یا شخص دیگری استفاده نشده است.

References

- [1] Bodaghi, E., Abdi Chooplou, C. and Ghodsian, M., 2024. Experimental investigation of scour downstream of a type A trapezoidal piano key weir under free and submerged flow conditions. *Journal of Hydrology and Hydromechanics*, 71(3), pp.250–262. doi: 10.2478/johh-2023-0041.
- [2] Safarzadeh, A. and Noroozi, B., 2014. Three-dimensional hydrodynamics of arced piano key spillways. *Journal of Hydraulics*, 9(3), pp.61–79. doi:



شکل ۱۰. مقادیر مشاهده شده و محاسبه شده اتلاف انرژی جریان

Fig. 10. Observed and calculated values of flow energy loss

میانگین اتلاف انرژی جریان در تحقیق فتیحی و همکاران (۲۰۲۳) در سرریز کلیدپیانویی دوزنقه‌ای نوع A صفر، پنج، ده و پانزده پله‌ای به ترتیب برابر ۰/۵۰۲، ۰/۵۹۵، ۰/۶۷۱ و ۰/۶۱۷ است [19]. در بهترین حالت تحقیق حاضر (یعنی سرریز همراه با ترکیب بلوک‌های دوزنقه‌ای با دایره‌ای)، اتلاف انرژی جریان نسبت به سرریز صفر پله‌ای حدود ۱۸/۳۹ درصد بیشتر، نسبت به سرریز پنج پله‌ای حدود ۳/۲۷ درصد بیشتر، نسبت به سرریز ده پله‌ای حدود ۸/۳۳ درصد کمتر و نسبت به سرریز پانزده پله‌ای حدود ۰/۳۱ دصد کمتر است. دلیل آن افزایش زبری موجود در کلیدهای خروجی توسط پله‌ها و مستهلک شدن بیشتر جریان است. با این حال، اتلاف انرژی جریان در بهترین حالت تحقیق حاضر نسبت به سرریزهای پنج و پانزده پله‌ای تفاوت چندانی ندارد و دلیل آن افزایش فاصله ریزش جریان در پایین دست سرریز و اختلاط بیشتر جریان و کاهش سرعت جریان مخرب در پایین دست است.

۵- نتیجه‌گیری

همان‌طور که گفته شد بررسی اتلاف انرژی جریان در سرریزهای کلیدپیانویی -به دلیل راندمان بالا در عبور جریان- دارای اهمیت است. در تحقیق حاضر به بررسی اتلاف انرژی

10.30482/JHYD.2014.10176.

- [3] Crookston, B.M., Erpicum, S., Tullis, B.P. and Laugier, F., 2019. Hydraulics of labyrinth and piano key weirs: 100 years of prototype structures, advancements, and future research needs. *Journal of Hydraulic Engineering*, 145(12), p.02519004. doi: 10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0001646.
- [4] Fathi, A., Khoshfetrat, A. and Alavi, S.H., 2025. Downstream Local Scour of PKW with Different Shapes and Numbers of Flow Splitters. *Journal of Hydraulic*

- Engineering, 151(4), p.04025015. doi: 10.1061/JHEND8.HYENG-1414.
- [5] Khanh, M.H.T., Hien, T.C. and Quat, D.S., 2011. *Study and construction of PK Weirs in Vietnam (2004 to 2011)*. Hanoi: Ministry of Agriculture and Rural Development.
- [6] Pfister, M., Jüstrich, S. and Schleiss, A.J., 2017. Toe-scour formation at piano key weirs. In: *Labyrinth and Piano Key Weirs III*. London: CRC Press, pp.147–156.
- [7] Pinto, M., Matos, J.D.S.G. and dos Santos Viseu, M.T.F., 2017. *Energy dissipation on stepped spillways with a piano key weir: experimental study*. Thesis. Instituto Superior Técnico, Lisbon.
- [8] Torabi, H., Parsaie, A., Yonesi, H. and Mozafari, E., 2018. Energy dissipation on rough stepped spillways. *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Civil Engineering*, 42(3), pp.325–330. doi: 10.1007/s40996-018-0092-5.
- [9] Al-Shukur, A.H.K. and Al-Khafaji, G.H., 2018. Experimental study of the hydraulic performance of piano key weir. *International Journal of Energy and Environment*, 9(1), pp.63–70.
- [10] Karimi, M., Attari, J., Saneie, M. and Jalili Ghazizadeh, M.R., 2018. Side weir flow characteristics: comparison of piano key, labyrinth, and linear types. *Journal of Hydraulic Engineering*, 144(12), p.04018075. doi: 10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0001539.
- [11] Karimi, M., Jalili Ghazizadeh, M., Saneie, M. and Attari, J., 2020. Experimental and numerical study of a piano key side weir with oblique keys. *Water and Environment Journal*, 34(3), pp.444–453. doi: 10.1111/wej.12544.
- [12] Eslinger, K.R. and Crookston, B.M., 2020. Energy dissipation of type a piano key weirs. *Water*, 12(5), p.1253. doi: 10.3390/w12051253.
- [13] Singh, D. and Kumar, M., 2022. Energy dissipation of flow over the type-B Piano Key Weir. *Flow Measurement and Instrumentation*, 83, p.102109. doi: 10.1016/j.flowmeasinst.2021.102109.
- [14] Singh, D. and Kumar, M., 2023. Effect of the inlet-to-outlet key width ratio of Piano Key Weir on its hydraulic behaviour. *Flow Measurement and Instrumentation*, 91, p.102342. doi: 10.1016/j.flowmeasinst.2023.102342.
- [15] Bansal, N., Singh, D. and Kumar, M., 2023. Computation of energy across the type-C piano key weir using gene expression programming and extreme gradient boosting (XGBoost) algorithm. *Energy Reports*, 9, pp.310–321. doi: 10.1016/j.egy.2023.04.003.
- [16] Shen, X. and Oertel, M., 2021. Comparative study of nonsymmetrical trapezoidal and rectangular piano key weirs with varying key width ratios. *Journal of Hydraulic Engineering*, 147(11), p.04021045. doi: 10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0001942.
- [17] Shen, X. and Oertel, M., 2023. Influence of piano key weir crest shapes on flow characteristics, scale effects, and energy dissipation for in-channel application. *Journal of Hydraulic Engineering*, 149(6), p.04023010. doi: 10.1061/JHEND8.HYENG-13322.
- [18] Rdhaiwi, A.Q., Khoshfetrat, A. and Fathi, A., 2024. Experimental comparison of flow energy loss in type-B and-C trapezoidal piano key weirs. *Journal of Engineering and Sustainable Development*, 28(1), pp.55–64. doi: 10.31272/jeasd.28.1.4.
- [19] Fathi, A., Abdi Chooiplou, C. and Ghodsian, M., 2023. An Experimental Study of Flow Energy Loss in Trapezoidal Stepped Piano Key Weirs (PKWs). *Modares Civil Engineering Journal*, 23(4), pp.163–174. doi: 10.22034/23.4.163.
- [20] Fathi, A., Abdi Chooiplou, C. and Ghodsian, M., 2024. Local scour downstream of type-A trapezoidal stepped piano key weir in sand and gravel sediments. *ISH Journal of Hydraulic Engineering*, 30(2), pp.1–13. doi: 10.1080/09715010.2024.2353612.
- [21] Abdi Chooiplou, C., Kahrizi, E., Fathi, A., Ghodsian, M. and Latifi, M., 2024. Baffle-Enhanced Scour Mitigation in Rectangular and Trapezoidal Piano Key Weirs: An Experimental and Machine Learning Investigation. *Water*, 16(15), p.2133. doi: 10.3390/w16152133.
- [22] Mirkhorli, P., Ghaderi, A., MohammadNezhad, H., Mohammadi, M. and Kisi, O., 2025. Hydraulic Behavior and Energy Dissipation in Piano Key Weirs vs. Rectangular Labyrinth Weirs: A Comparative Study. *Flow Measurement and Instrumentation*, 98, p.102830. doi: 10.1016/j.flowmeasinst.2025.102830.
- [23] Ehsanifar, A., Ghodsian, M. and Abdi Chooiplou, C., 2023. The experimental study of the effect of splitter on the flow discharge Piano key weir. *Journal of Hydraulics*, 18(2), pp.39–52. doi: 10.30482/jhyd.2022.330734.1591.
- [24] Babakhah, L. and Khoshfetrat, A., 2024. Investigating local scour downstream of Piano key weir with Riprap. *Innovative Infrastructure Solutions*, 9(11), pp.1–15. doi: 10.1007/s41062-024-01759-0.
- [25] Rdhaiwi, A.Q., Khoshfetrat, A. and Fathi, A., 2023. Experimental investigation of scour downstream of a C-Type trapezoidal piano key weir with stilling basin. *Journal of Engineering and Sustainable Development*, 27(6), pp.688–697. doi: 10.31272/jeasd.27.6.2.
- [26] Khoshfetrat, A., Challoor Mshali, K. and Fathi, A., 2025. Experimental study of the effect of jump on the scour downstream of type-C trapezoidal piano key weir. *Amirkabir Journal of Civil Engineering*, 56(11), pp.1353–1368. doi: 10.22060/ceej.2024.22565.7996.

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم؟

Ahmadi, H. and Khoshfetrat, A., 2026. The presence of a block downstream of a type B triangular piano key weir and its effect on increasing flow energy loss. *Modares Civil Engineering journal*, 26(3), pp.97-106.



Content

Article Title and Authors Names	Page
Examination of soil-foundation-structure system response and determination of the optimal target frequency in a substructure method considering soil inhomogeneity with depth 7 <i>Mohammad Shamsi</i>	7
Free Vibration Analysis of Laminated Composite Plate Using Higher Order Haar Wavelet..... 25 <i>Ali Mirahmadi Chenaruiyeh, Mohammad Javad Fadaee Fath Abadi, Hamed Saffari</i>	25
Numerical Investigation of Removing Horizontal Continuity plate in beam to column connection in the box columns in Moment Resisting Frame Systems (MRFs) 43 <i>S.A.Razavi.Tabatabaei, M.R.Rajaiee</i>	43
Using Bayesian theory for leak detection in water network systems 59 <i>Mohammad Ghanbari Vandj, Ali Rahmani Firoozjaee, Alireza Keramat, Amir Zayeri Baghlani nejad</i>	59
Design and Performance Improvement of Metro Feeder Bus Lines Using a Metaheuristic Algorithm: A Case Study of Tehran Metro Line 3..... 69 <i>Alireza Taheriyani, Saeid Sherafatipour, Mahmoud Saffarzadeh</i>	69
Evaluation of the Effect of Deviation from Permissible Grading Curve Limits on Mechanical Properties and Moisture Susceptibility of Cold Recycled Asphalt Mixture 83 <i>Abdul Hamid Bezhan, Pouria Hajikarimi, Fereidoon Moghadas Nejad, Ali Sarabandi</i>	83
The presence of a block downstream of a type B triangular piano key weir and its effect on increasing flow energy loss 97 <i>Hamidreza Ahmadi, Ali Khoshfetrat</i>	97

Guide for authors

Authors are requested to follow the instructions below in the submitted manuscripts.

- 1- It must be noticed that Modares civil journal is officially a Persian journal and manuscripts must be provided in Farsi.
- 2- Manuscripts to be submitted in Modares civil journal include the research papers expressing the authors investigations in civil engineering branches (Structural Engineering, Earthquake Engineering, Hydraulic Structures, Water resource and coastal engineering, Geotechnical Engineering Road construction Transportation Management, water and environmental engineering). The journal is indexed in scientific database of ISC and SID.
- 3- Submission of an article implies that the work described has not been published previously (except in the form of an abstract or as part of a published lecture or academic thesis or as an electronic preprint) or is not under review by another journal. Authors are responsible for the points which are mentioned through the text and the journal has the official right for accepting or rejecting the manuscripts.
- 4- Manuscripts to be published in this journal are of two types:
 - a. Original research papers: preferably no more than 12 pages of journal format including tables and illustrations with minimum and maximum of 2500 and 3500 words, respectively.
 - b. Short communications: no more than 10 pages of journal format including tables and illustrations with maximum of 2500 words.

Note 1: Review papers are accepted if written by experienced authors having special publications on the reviewed topics.

Note 2: Translated papers are not considered in review process.

- 5- Ensure that the following items are provided in your manuscript:
 - a. Title, Abstract, Keywords (4 words), all in Farsi Authors Names. They must be introduced by their full name and their affiliation. One author has been designated as the corresponding author with contact details: E mail address, Full postal address, Telephone and Fax number.
 - b. Body of the manuscript including introduction, description of the applied or proposed research approach, analysis and discussion, conclusion, acknowledgment and references.
 - c. Title, Keywords (4 words), Author names and addresses all in English. English Extended Abstract (maximum of one page and 500 words).
- 6- Please check the following notes in the body of your manuscript:
 - a. Fundamental expressions and terms must be represented by best phrases in Farsi. Abbreviations are to be referenced in footnotes.
 - b. Figures, graphs and tables must be represented by their referred order. Figures are to be sent individually with the resolution of 300 dpi in black and white format. Title of the figures and tables must be presented in both Farsi and English, at the lines up and bottom of the objects, respectively.
 - c. Using grid and border lines are not accepted for tables and graphs.
- 7- Under the "Reference" section, referred publications must be sorted by their appearance through the text. The way in which the references are introduced is as below:
 - a. Books: Last name, First name of the author(s), Title, Translator's name, Publication country (city), Publication company, Year of publication, Number of pages.
 - b. Papers: Last name, First name of the author(s), Title, Journal Name, Series (Volume), Year of publication, page numbers.

- 8- Journal format contains single line, double column (with 1 cm space between) manuscripts written by Narrow B Lotus font (12pt) for Persian contents and Times New Roman (10pt) for English contents in Microsoft Word 2010 and A4 Paper with 1.5cm margins from left and right.
- 9- Papers extracted from the PhD or MSc dissertations, are published with the names of student, supervisor and advisors. In this case, the supervisor is introduced as corresponding author.
- 10- To submit the paper, an author have to:
 - a. Register in journal's web page.
 - b. Follow the step by step procedure of uploading the required information.
 - c. Upload the manuscript and related files.
 - d. Obtain the submission code and save it for further use.

Editorial office of Journal:

Faculty of civil and environmental engineering, Tarbiat Modares University, Jalal e al e Ahmad highway,
Tehran.

Post box: 14115-143

Phone and Fax: +98 21 82884950

Website: <http://civil.journals.modares.ac.ir>

Email: civiljournal@modares.ac.ir

Faculty of Civil and Environmental Engineering, Tarbiat Modares University

Scientific Research Quarterly

Modares Civil Engineering Journal (M.C.E.J)

Founder and Publisher: Tarbiat Modares University
Executive Manager: Farhad Daneshjoo (Prof. of Civil Eng., Tarbiat Modares University)
Editor-in-Chief: Masoud Ghodsian (Prof. of Civil Eng., Tarbiat Modares University)
Assistant Director: Zahra khoiniha

Editorial Board:

Dr. Abas	Afshar	Prof. of Civil Eng. Iran University of Science and Technology
Dr. Ali Akbar	Aghakochak	Prof. of Civil Eng. Tarbiat Modares University
Dr. Mohammad Taghi	Ahmadi	Prof. of Civil Eng. Tarbiat Modares University
Dr. Hamid	Behbahani	Prof. of Civil Eng. Iran University of Science and Technology
Dr. Farhad	Daneshjoo	Prof. of Civil Eng. Tarbiat Modares University
Dr. Hossein	Ganjidoust	Prof. of Civil Eng. Tarbiat Modares University
Dr. GholamReza	Ghodrati Amiri	Prof. of Civil Eng. Iran University of Science and Technology
Dr. Masoud	Ghodsian	Prof. of Civil Eng. Tarbiat Modares University
Dr. Aboalfazl	Hassani	Prof. of Civil Eng. Tarbiat Modares University
Dr. Shahrokh	Malek	Assist.Prof. of Civil Eng. University of Tehran
Dr. Shervin	Maleki	Prof. of Civil Eng. Sharif University of technology
Dr. Seyed Ahmad	MirBagheri	Assoc.Prof. of Civil Eng. K.N.Toosi University of Science and Tech.
Dr. MajdAldin	Hosseini	Assoc.Prof. of Civil Eng. Amirkabir University of Technology
Dr. Mahmood	Safarzadeh	Prof. of Civil Eng. Tarbiat Modares University
Dr. Ali Akbar	Salehi	Prof. of Civil Eng. Tarbiat Modares University
Dr. Masoud	Tajrishi	Assoc.Prof. of Civil Eng. Sharif University of technology
Dr. Shahaboddin	Yasrobi	Assoc.Prof. of Civil Eng. Tarbiat Modares University

Editorial Arbitrators Board:

A.A.	Aghakouchek , Tarbiat Modares University	A.	Fakhimi , Tarbiat Modares University
M.	Ahmadi , Tarbiat Modares University	A.R.	Ghari , Quran University of Isfahan
A.	Pak , Sharif University	Gh.R.	Ghodrati Amiri , Elm O San'at University
N.	Khaji , Tarbiat Modares University	A.H.	Ghazviniyan , Tarbiat Modares University
S.	Dordaei , Tarbiat Modares University	A.	Ghanbari , Kharazmi Univesity
S.M.	Zahraei , Tehran University	A.	Kadousi , Tarbiat Modares University
Sh.	Shahbeik , Tarbiat Modares University	Sh.P.	Kahouni , Amir Kabir University
H.	Shakib , Tarbiat Modares University	M.	Kokabi , Tarbiat Modares University
M.R.	Ameri , University of Shiraz	Sh.	Maleki , Sharif University
A.	Arabzadeh , Tarbiat Modares University	J.	Vaseghi Amiri , Babol Noshirvani University
B.	Asgariyan , Khajeh Nasir Toosi University	M.A.	Hadiyanfard , Shiraz University of Technology
M.N.	Ouliyaei , Tarbiat Modares University	Sh.D.	Yasrebi , Tarbiat Modares University

Technical Editor: Zahra Azizi
English Editor: Fateme Torabi

Executive Expert: Zahra khoiniha
Type and Layout: Masoud Sarvari

Modares Civil Engineering Journal (M.C.E.J)

Faculty of Civil and Environmental Engineering, Tarbiat Modares University

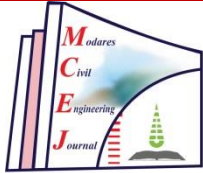
Post Box: 14117-13116.

Tel & Fax: +98 (21) 82884950

Email: civiljournal@modares.ac.ir

This Journal is indexed in the ISC and Scientific Information Database.

www.ISC.ir & www.SID.ir



Modares Civil Engineering Journal



Scientific Journal

Volume 26, Issue 3, 2026 (Serial: 89)

Executive Manager: Farhad Daneshjoo

Owner and Publisher: Tarbiat Modares University

- **Examination of soil-foundation-structure system response and determination of the optimal target frequency in a substructure method considering soil inhomogeneity with depth**
Mohammad Shamsi
- **Free Vibration Analysis of Laminated Composite Plate Using Higher Order Haar Wavelet**
Ali Mirahmadi Chenaruiyeh, Mohammad Javad Fadaee Fath Abadi, Hamed Saffari
- **Numerical Investigation of Removing Horizontal Continuity plate in beam to column connection in the box columns in Moment Resisting Frame Systems (MRFs)**
S.A.Razavi.Tabatabaei, M.R.Rajaiee
- **Using Bayesian theory for leak detection in water network systems**
Mohammad Ghanbari Vandi, Ali Rahmani Firoozjaee, Alireza Keramat, Amir Zayeri Baghlani nejad
- **Design and Performance Improvement of Metro Feeder Bus Lines Using a Metaheuristic Algorithm: A Case Study of Tehran Metro Line 3**
Alireza Taheriyani, Saeid Sherafatipour, Mahmoud Saffarzadeh
- **Evaluation of the Effect of Deviation from Permissible Grading Curve Limits on Mechanical Properties and Moisture Susceptibility of Cold Recycled Asphalt Mixture**
Abdul Hamid Bezhan, Pouria Hajikarimi, Fereidoon Moghadas Nejad, Ali Sarabandi
- **The presence of a block downstream of a type B triangular piano key weir and its effect on increasing flow energy loss**
Hamidreza Ahmadi, Ali Khoshfetrat

Journal Address: Tarbiat Modares University, Shahid Chamran and Jalal-e-Alahmad highways intersection, Tehran, Iran. PO Box 14117-13116.