

Evaluation of the effect of the size and shape of the opening on the punching shear capacity of the waffle panel

Adib Yeganeh¹, Behzad Eftekhari^{2*} 

1. Master student, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, Zand Institute of Higher Education, Shiraz, Iran.
2. Assistant Professor, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, Islamic Azad University of Larestan branch, Lar, Iran.

Abstract

An essential and decisive factor in the performance and design of various structures is their weight. One of the available solutions to reduce the weight of structures is using waffle panels. This slab consists of a grid of ribs regularly distributed in orthogonal directions and a thin concrete slab placed on the ribs. Using a flat waffle slab can put the roof under severe punching shear force. Also, placing the opening near the column can reduce the punching shear capacity of the slab. By reviewing the articles used in the codes, such as ACI 318-19 and also other valid articles about the punching shear capacity, it can be seen that most of the research done on this issue was done for simple concrete slabs and from such results the behavior of waffle panels are predicted. Past research has shown that the numerical methods of calculating the forces applied to concrete with the finite element method are very close to the results obtained from laboratory experiments. For this reason, in this research, to investigate the behavior of waffle panels against punching shear, nine samples of waffle panels have been modeled in ABAQUS software and analyzed using the finite element method. In both groups, for a fixed distance from the edge of the column to the opening, four different sizes of the opening on the slab were considered, and the changes made in the punching shear capacity and the ductility of the slab were calculated. The difference between the first and second group of slabs is in the opening geometry and how to increase their area. In the first group, only one dimension of the opening is increased, and the geometrical shape of the opening is rectangular. Considering the opening to this form, the b_0 value introduced in the ACI Code remains constant. In this case, the punching shear capacity obtained from the equations of the code does not change. In the second group, the shape of the openings is square, but the area of the openings is equal to the first group.

A two-dimensional 2-node truss T3D2 finite element is used for the steel, and a three-dimensional 8-node hexahedral C3D8 finite element is used for the concrete. Also, to simulate the concrete compressive behavior, the Hognestad model is used in this research. The model results have been validated with the laboratory sample, and to provide a complete understanding of this issue, the modeling results have been compared with those obtained from the ACI 318-19 code. The punching capacity is noticeably reduced after placing an opening on the waffle slab. In case of using a rectangular opening at the edge of the column, the punching shear capacity decreases slowly with the increase of the opening area. This result is contrary to the assumption of the code. By using a square opening, with the increase of the area of the opening, the process of decreasing the punching shear capacity is almost uniform and linear. ACI code relations can have up to 25% error in this situation. These relations are more accurate for calculating the punching shear capacity in waffle panels with rectangular openings and slabs without openings. The reduction of punching shear capacity due to square openings is more than rectangular openings of the same area. This result is consistent with the relationships presented in ACI 318-19. Also, with the increase of the opening area, the difference in this value between groups 1 and 2 increases.

Review History

Received: Jan 08, 2024

Revised: May 25, 2024

Accepted: Dec 01, 2024

Keywords

Waffle panels

Optimization of opening dimensions and geometry

Punching shear

Cracking pattern.

* Corresponding Author Email: behzad.eftekhari@iau.ac.ir - Corresponding Author ORCID: 0000-0003-1281-4645



ارزیابی تأثیر اندازه و شکل بازشو در ظرفیت برش دوطرفه سقف وافل

ادیب یگانه^۱، بهزاد افتخار^{۲*} 

۱. دانشجوی کارشناسی ارشد عمران - سازه، دانشکده فنی و مهندسی، موسسه آموزش عالی زند شیراز، شیراز، ایران.

۲. گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد لارستان، لار، ایران.

چکیده

تاریخچه داوری

یکی از عوامل مهم و تعیین کننده در عملکرد و طراحی سازه‌های مختلف وزن آن‌هاست. از راهکارهای موجود برای کاهش وزن سازه‌ها می‌توان به استفاده از سقف‌های وافل اشاره کرد. استفاده از سقف وافل به صورت تخت می‌تواند سقف را تحت نیروی شدید برش دوطرفه قرار داده و قرارگیری بازشو در نزدیکی ستون می‌تواند باعث کاهش ظرفیت برش دوطرفه سقف شود. در این تحقیق به منظور بررسی تأثیر اندازه و شکل بازشو در رفتار برش دوطرفه سقف‌های وافل، ۹ نمونه سقف در نرم‌افزار ABAQUS مدل‌سازی و به روش اجزاء محدود تحلیل شده است. مدل‌ها به دو گروه تقسیم شده‌اند به شکلی که گروه اول بازشوه‌های مستطیلی و گروه دوم بازشوه‌های مربعی شکل را مورد بررسی قرار داده است. نتایج تحلیل و بررسی‌ها نشان‌دهنده آن است که استفاده از بازشوه‌های مربعی می‌تواند ظرفیت برش دوطرفه را ۹ درصد بیشتر از بازشوها مستطیلی کاهش دهد. همچنین هندسه بازشو در تغییر شکل سقف وافل بسیار مؤثر است. به شکلی که در صورت استفاده از بازشوه‌های مربعی، با افزایش مساحت، مقدار تغییر شکل سقف افزایش می‌یابد.

کلمات کلیدی:

سقف وافل

بهینه‌سازی ابعاد و هندسه بازشو

برش دوطرفه

الگوی ترک‌خوردگی

۱- مقدمه

طراحان، سیستم‌های مختلف سقف را بر اساس نوع ساختمان و کاربری آنها انتخاب می‌کنند. تنوع وزنی سقف‌ها موجب تغییر در عملکرد لرزه‌ای ساختمان‌ها شده که این امر باعث تغییر در ضریب رفتار آنها می‌شوند [1]. سقف‌های وافل به دلیل مزایای اقتصادی و سازه‌ای، یکی از سیستم‌های نوین سقفی بوده که از آن‌ها بسیار استفاده می‌شود [2]. این نوع سقف‌ها شامل یک شبکه از تیرچه‌های منظم و متعامد در جهت‌های عمودی و افقی نسبت به هم بوده و یک دال نازک بتنی روی آن قرار می‌گیرد [3]. این نوع سقف می‌تواند به دو صورت سیستم دال تخت و یا همراه با تیر بتنی در سقف مورد استفاده قرار بگیرد. در صورتی که از تیرهای

بتنی با ارتفاع بزرگ‌تر از ضخامت سقف استفاده شود، سقف فقط به عنوان یک سیستم انتقال بار ثقلی عمل کرده و از ظرفیت آن در مقابل بارهای جانبی چشم‌پوشی می‌شود. در این حالت برش دوطرفه اطراف ستون برای سقف حاکم نخواهد بود ولی باید برش یک‌طرفه دال و برش تیر به‌دقت بررسی شود [4].

حذف تیرها از سازه و اعمال بار جانبی به ستون می‌تواند باعث بروز اتفاقاتی مانند شکست برش دوطرفه در محدوده تکیه‌گاهی شود. با توجه به این که پایداری کل دال توسط ستون‌ها تامین می‌شود، باید در محدوده اتصال دال به ستون، دال به‌صورت توپر طراحی شود تا از مقاومت آن در برابر برش در محدوده تکیه‌گاهی اطمینان حاصل شود [5].

* رایانامه نویسنده مسئول: behzad.eftekhar@iau.ac.ir - ORCID: 0000-0003-1281-4645

کپی‌رایت © ۲۰۲۵، انتشارات دانشگاه تربیت مدرس (TMU Press). این مقاله به‌صورت دسترسی آزاد منتشر شده و تحت مجوز بین‌المللی Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 قرار دارد (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0>). بر اساس این مجوز، شما می‌توانید این مطلب را در هر قالب و رسانه‌ای کپی، بازنشر و بازآفرینی کنید و یا آن را ویرایش و بازسازی نمایید، به شرط آنکه نام نویسنده را ذکر کرده و از آن برای مقاصد غیرتجاری استفاده کنید.



مقاومت کافی در برابر برش دوطرفه در اطراف ستون یکی از عوامل تعیین کننده در طراحی سقف های وافل است. شکست برشی دو طرفه در سقف های وافل که به دلیل ایجاد ترک هایی در تارهای بالایی تار ختنی حاصل شده، به دلیل وجود پوشش کف قابل مشاهده نمی باشد [6, 7]. پدیده برش دوطرفه در سازه های دارای دال تخت به معنای حذف یک عضو باربر مهم در آن بوده و موجب بروز پدیده تخریب پیش رونده می شود [8]. بنابراین، برش دوطرفه در این نوع سقف ها باید به دقت مورد بررسی قرار بگیرد. اگرچه مطالعه ها و آزمایش های متعددی در مورد برش دوطرفه در دال های مسطح انجام گرفته، اما بررسی های کمتری در مورد تأثیر آن ها بر سقف های وافل صورت پذیرفته است. نتایج این مطالعه ها در آیین نامه های مختلف مورد استفاده قرار گرفته و روابطی برای محاسبه ظرفیت برش دوطرفه از آن ها استخراج شده است. با توجه به این نتایج به روشنی معلوم می شود که ضخامت دال، محیط بحرانی اطراف ستون، مقاومت فشاری بتن و مقدار آرماتور برشی دوطرفه (در صورت وجود) مهم ترین عوامل تأثیرگذار در ظرفیت برش دوطرفه می باشد [9]. البیاتی^۱ و همکارانش نشان دادند که سازوکار شکست دوطرفه سقف وافل بسیار نزدیک به دال های توپر بوده و روش های پیشنهادی محاسبه ظرفیت برش دوطرفه توسط آیین نامه ها عموماً محافظه کارانه می باشد [5]. میلیگان^۲ و همکارانش با مدل سازی ۸ دال بتنی در نرم افزار ABAQUS نشان دادند که تأثیر ابعاد ستون بر روی مقاومت دوطرفه نه تنها به نسبت اندازه ابعاد بستگی دارد، بلکه به نسبت بعد ستون به عمق موثر دال نیز وابسته است [10]. ویلما^۳ و همکارانش با بررسی چند ساختمان مختلف نتیجه گرفتند که بهبود خواص مکانیکی مصالح مورد استفاده در سقف وافل و یا افزایش محصورشدگی میلگردها، کمک چندانی به بهبود مقاومت برشی دوطرفه این نوع دال ها نمی کند. در این راستا یکی از روش های ممکن برای بهبود عملکرد سازه های دارای سقف وافل، استفاده از تیرهای با ارتفاع بیشتر از ضخامت سقف می باشد [11].

از بازشوها برای عبور انشعابات تأسیسات برقی و مکانیکی به طبقات مختلف یک ساختمان استفاده می شود. با این حال قرارگیری بازشوها در سقف های بتنی، تأثیر قابل توجهی بر رفتار سازه ای آن ها داشته، به طوری که این بازشوها می توانند به طور مستقیم بر ظرفیت

برش دوطرفه آن ها تأثیر گذاشته و توانایی باربری و عملکرد آن ها را تغییر دهند [12]. وجود بازشو در اطراف ستون، ظرفیت برش دوطرفه سقف را کاهش می دهد و این کاهش ظرفیت وابسته به فاصله بازشو از لبه ستون است [13]. الشافیه^۴ و همکارانش دریافتند که استفاده از بازشوها دایروی می تواند باعث بهبود عملکرد برش دوطرفه سقف نسبت به بازشوها مربع شکل شود [7]. الروسان^۵ و النمرای^۶ نشان دادند که محل بازشوها با توجه به موقعیت خروج از مرکزیت نیروی وارده به طور قابل توجهی بر رفتار دال مسطح تأثیر گذاشته، در حالی که تمام آیین نامه های معتبر این موضوع را نادیده گرفته اند [14]. نتایج آزمایش ها و مدل سازی های آگویار^۷ و همکارانش نشان داد که در صورت استفاده از ستون های مربعی، وجود بازشو می تواند تأثیر بسیار زیادتری بر روی ظرفیت برش دوطرفه سقف وافل داشته باشد. همچنین آن ها بیان نمودند که نتایج بدست آمده از آیین نامه Eurocode 2 به نتایج آن ها بسیار نزدیک می باشد. در این تحقیق تمامی بازشوها ایجاد شده در سقف به شکل مستطیل بوده و در محدوده توپر اطراف ستون قرار گرفته اند [9]. ابراهیم^۸ و همکارانش به بررسی رابطه ظرفیت خمشی سقف های وافل با اندازه بازشوها پرداخته و مشاهده کردند که در صورت قرارگیری بازشو در محل برخورد دو نوار ستونی، چنانچه مساحت بازشو کمتر از ۲۰ درصد مساحت کل سقف باشد، تأثیر چندانی بر ظرفیت خمشی این نوع سقف ها ندارد [15]. نتایج تجربی آنیل^۹ و همکارانش روی دال های بتن مسلح نشان داد که مقاومت برشی دوطرفه با افزایش اندازه بازشو و افزایش فاصله بازشو از لبه ستون کاهش پیدا می یابد [16].

استفاده زیاد از سقف های وافل توسط طراحان مختلف بر هیچ کس پوشیده نیست. با این حال مطالعاتی که روی اثر اندازه بازشو بر ظرفیت برش دوطرفه دال های بتنی صورت گرفته است بیشتر بر دال های بتنی دوطرفه ساده متمرکز بوده و از چنین نتایجی برای پیش بینی رفتار برش دوطرفه سقف های وافل نیز استفاده شده است. ضعف مطالعات موجود در عملکرد برش دوطرفه سقف های وافل به موارد ذکر شده در بالا منتهی نمی شود. امروزه برای بررسی تأثیر بازشو بر روی مقاومت برشی دوطرفه در سقف های وافل از نتایج تحلیل دال های

⁴ El-Shafiey

⁵ Alrousan

⁶ Alnemrawi

⁷ Aguiar

⁸ Ibrahim

⁹ Anil

¹ Al-Bayati

² Milligan

³ Vielma

تخت استفاده می‌شود. تأثیر بازشو بر روی عملکرد برش دوطرفه به کاهش ظرفیت و یا شکل پذیری دال محدود نشده و عواملی مانند مساحت بازشو و حتی شکل هندسی آن نیز بر عملکرد برش دوطرفه دال تأثیر می‌گذارد. از طرفی با توجه به وجود محدوده توپر در اطراف محل اتصال دال به ستون در این نوع سقف‌ها و تفاوت هندسی زیاد بین دو مقطع توپر و مشبک، باعث می‌شود وجود بازشو در هرکدام از این دو محدوده آثار کاملاً متفاوتی را روی عملکرد برش دوطرفه این نوع سقف‌ها بگذارد. از این رو بررسی این عوامل روی سقف وافل لازم به نظر می‌رسد. پژوهش‌های گذشته نشان داده‌اند که روش‌های عددی محاسبه نیروهای وارده به قطعات بتنی با روش اجزاء محدود، بسیار به نتایج حاصل از اندازه‌گیری‌های آزمایشگاهی نزدیک می‌باشد. به همین دلیل در این پژوهش به بررسی اثر اندازه و شکل بازشوها بر سقف وافل از طریق مدل‌سازی با نرم‌افزار ABAQUS پرداخته شده است. ابتدا نتایج مدل با نمونه آزمایشگاهی مورد درستی‌آزمایی قرار گرفته و در نهایت نتایج مدل‌سازی با ضوابط آیین‌نامه ACI 318-19 مقایسه شده تا درک کاملی از این موضوع به وجود آید.

۲- مدل‌سازی

۲-۱- مدل‌های مورد بررسی

در این پژوهش ۸ سقف وافل با بازشو و ۱ سقف وافل بدون بازشو برای بررسی برش دوطرفه در این نوع سقف‌ها در نرم‌افزار ABAQUS مدل‌سازی شده است. مشخصات این دال‌ها در جدول

(۱) قابل مشاهده می‌باشد. نمونه‌های یادشده به دو گروه تقسیم می‌شوند که از هرکدام از آن‌ها نتایج مشخصی استخراج می‌شود. در گروه اول تأثیر اندازه بازشو روی عملکرد برش دوطرفه در سقف‌های وافل مورد بررسی قرار گرفته است. در این راستا به ازای یک فاصله ثابت از لبه ستون تا لبه بازشو، چهار اندازه مختلف از بازشو در سقف ایجاد شده که مقدار ظرفیت برش دوطرفه و تغییر شکل سقف نسبت به مساحت بازشو محاسبه شده است. تفاوت بین گروه اول و دوم سقف‌ها در هندسه بازشو و نحوه افزایش مساحت آن‌ها می‌باشد. در گروه اول فقط یک بعد بازشو افزایش می‌یابد و شکل هندسی بازشو به صورت مستطیلی است. در این حالت، مقدار محیط مقطع بحرانی (b_0) معرفی شده در آیین‌نامه 318-19 ACI ثابت می‌ماند که در این صورت ظرفیت برش دوطرفه به دست آمده از روابط آیین‌نامه نیز تغییر نمی‌کند [17]. در گروه دوم، شکل بازشوها به صورت مربعی بوده و مساحت بازشوها با گروه اول مساوی است. تصاویری از این دال‌ها در شکل (۱) آورده شده است. نیروهای استاتیکی از طریق ستون به این دال‌ها وارد می‌شوند تا زمانی که نمونه دیگر مقاومتی از خود نشان ندهد. از ۱۶ ورق فولادی به ابعاد ۱۵۰ در ۱۵۰ میلی‌متر و ضخامت ۱۲/۵ میلی‌متر بر روی سطح دال برای ایجاد رفتار مفصلی در تکیه‌گاه‌ها استفاده شده است. مقدار عمق موثر (d) برابر با ۱۲۵ میلی‌متر بوده و سایر جزییات میلگرد گذاری و همچنین چگونگی قرارگیری ورق‌های فولادی به ترتیب در شکل‌های (۲ و ۳) ارائه شده است.

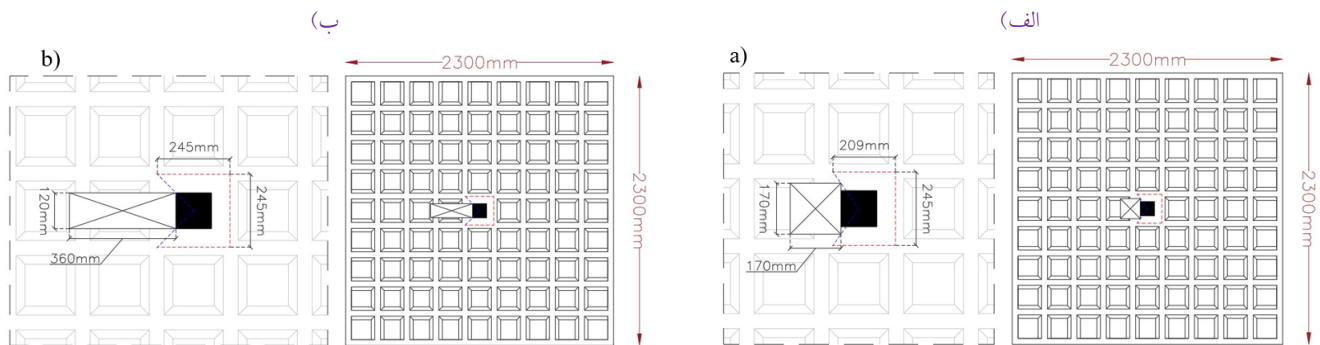
جدول ۱. نام‌گذاری و مشخصات دال‌های شبیه‌سازی شده (* این دو نمونه دارای عنوان متفاوت اما ویژگی‌های یکسان هستند).

Table 1. Specification of simulated slabs (* These two samples have different titles but the same features.)

Group	Sample Name	Opening Dimensions [mm]	Opening Area [mm ²]	Column Dimension [mm]	Slabs Height [mm]
-	S0	-	0	120×120	125
1	SR1*	120×120	14400	120×120	125
1	SR2	240×120	28800	120×120	125
1	SR3	360×120	43200	120×120	125
1	SR4	480×120	57600	120×120	125
2	SS1*	120×120	14400	120×120	125
2	SS2	170×170	28900	120×120	125
2	SS3	208×208	43264	120×120	125
2	SS4	240×240	57600	120×120	125

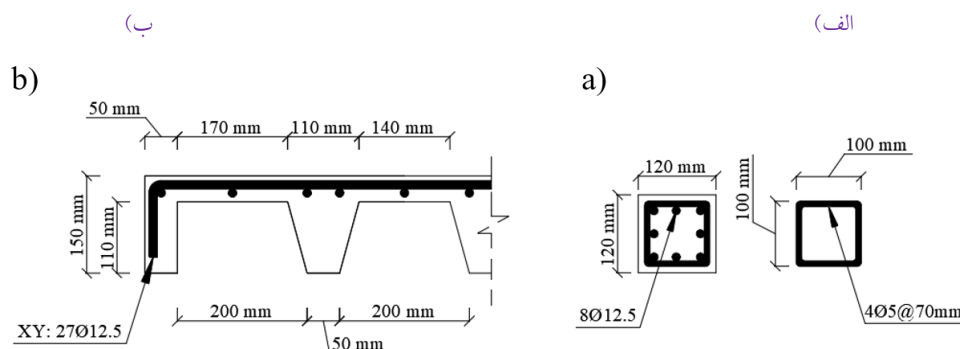
شکل ۱. ابعاد دو نمونه از دال‌های شبیه‌سازی شده: الف) SR3؛ ب) SS2

Fig. 1. Dimensions of two samples of simulated slabs: a) SR3; b) SS2



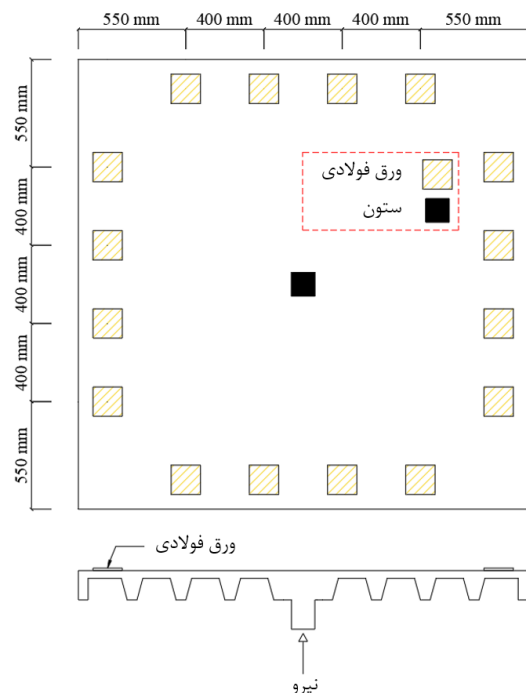
شکل ۲. ابعاد و جزئیات میلگرد گذاری مدل‌ها: الف) ستون، ب) دال

Fig. 2. Dimensions and reinforcement details of the models: a) Column; b) Slab



شکل ۳. موقعیت قرارگیری ورق‌های فولادی

Fig. 3. Placement of steel plates



۲-۲- ویژگی‌های مصالح

مدل‌های زیادی برای شبیه‌سازی رفتار بتن در فشار وجود دارد

که در این تحقیق از مدل مطرح شده توسط هوگنستاد^۱ استفاده شده است [18]. در این مدل، منحنی تنش-کرنش به سه قسمت تقسیم می‌شود. در شرایط σ_{c1} رفتار بتن به صورت خطی الاستیک است. با وارد شدن تنش به محدوده σ_{c2} ، بتن وارد ناحیه غیرخطی می‌شود. بخش سوم منحنی تنش-کرنش پس از تنش فشاری حداکثر اتفاق می‌افتد. در این قسمت پس از رسیدن تنش به مقدار حداکثر، مقاومت فشاری بتن به صورت غیرخطی کاهش می‌یابد. نمودار تنش-کرنش فشاری مفروض در شکل (۴) ارائه شده است. روابط تنش-کرنش در مدل مورد نظر به صورت زیر می‌باشد:

$$\text{if } \varepsilon_c \leq 0.4f'_c E_0 \quad \sigma_{c1} = E_0 \varepsilon_c \quad (1)$$

$$\text{if } \varepsilon_c > 0.4f'_c E_0 \quad \sigma_{c2} = f'_c \left(2 \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right) - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right)^2 \right) \quad (2)$$

در روابط بالا و شکل (۴)، f'_c مقاومت فشاری ۲۸ روزه بتن (مگاپاسکال)، σ_c تنش فشاری (مگاپاسکال)، E_0 مدول الاستیسیته بتن (مگاپاسکال)، ε_c کرنش فشاری، ε_{el} حداکثر کرنش الاستیک بتن، ε_0 کرنش متناظر با f'_c و ε_{max} کرنش نهایی نظیر شکست فشاری بتن است.

¹ Hognestad

قابل مشاهده است. همچنین سایر پارامترهای موجود در این جدول عبارتند از حداکثر تنش تسلیم میلگرد (F_y)، مدول الاستیسیته میلگرد (E_r) و ضریب پواسون (γ). در هنگام اعمال بارگذاری استاتیکی (چرخه‌ای) یا دینامیکی بر مدل‌های مواد شبه شکننده مانند بتن، باید علاوه بر پدیده ترک خوردگی، اثر بسته شدن ترک را نیز در نظر گرفت. مدل پلاستیسیته آسیب بتن (CDP^1)، یکی از روش‌های متداول مدل‌سازی رفتار بتن هست. در این مدل ترک‌های کششی و خرد شدن فشاری بتن به‌عنوان دو فرایند اصلی شکست در نظر گرفته شده است. این روش توسط لابلینر² [20] ارائه و به وسیله لی³ و فنوز⁴ [21] بهبود داده شده است.

جدول ۲. خواص فیزیکی بتن و میلگرد (*بر اساس استاندارد CEB-FIB- MODEL CODE 1990 برای حداکثر اندازه سنگ‌دانه ۱۹ میلی‌متر انتخاب شده است [22].)

Table 2. Physical properties of concrete and rebar (*Selected for the maximum aggregate size of 19 mm based on CEB-FIB- MODEL CODE 1990 [22].)

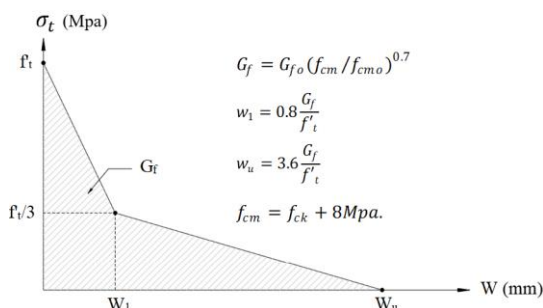
G_f (N/mm)	G_{fo}^* (N/mm)	E_0 (MPa)	f'_c (MPa)	γ	E_R (GPa)	F_y (MPa)
0.086	0.035	24870	28	0.2	200	565

۲-۳- مدل اجزاء محدود

در این تحقیق از نسخه ۲۰۲۲ نرم‌افزار ABAQUS استفاده شده است. این نرم‌افزار یکی از دقیق‌ترین نرم‌افزارهای المان محدود می‌باشد که برای شبیه‌سازی مسائل مهندسی استفاده می‌شود [23]. مدل دال‌های بتنی مورد مطالعه در این تحقیق از به هم پیوستن ۶ نوع از اجزاء شامل ستون، دال، میلگردهای طولی دال، میلگردهای

شکل ۶. نمودار تنش کششی - عرض ترک

Fig. 6. Tensile stress – crack width diagram



¹ Concrete Damage Plasticity

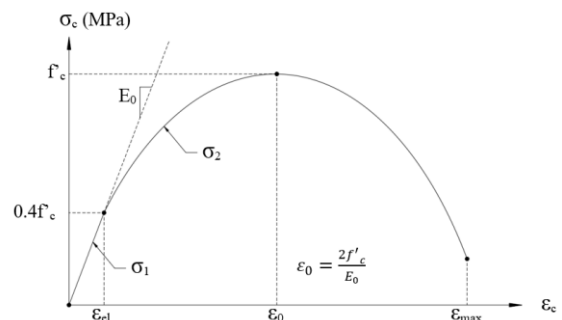
² Lubliner

³ Lee

⁴ Fenves

شکل ۴. نمودار رفتار بتن در فشار

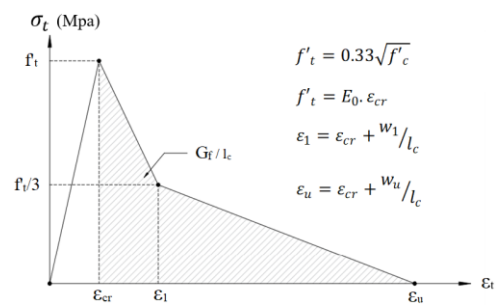
Fig. 4. Diagram of concrete behavior under pressure



مطابق شکل (۵) پاسخ تنش-کرنش تک‌محوری بتن در کشش نیز مانند رفتار فشاری به سه قسمت تقسیم می‌شود، با این تفاوت که رفتار کششی کاملاً خطی است [19]. در این نوع رفتار، مقدار تنش از صفر تا حداکثر مقاومت کششی بتن (f'_t) به‌صورت الاستیک خطی است که پس از ترک خوردگی، شاخه نزولی با فرآیند نرم شدن مدل‌سازی می‌شود. در نهایت با رسیدن کرنش به مقدار بیشینه ϵ_{II} ، مقدار تنش به صفر می‌رسد. رفتار شکننده بتن از طریق روابط موجود در شکل‌های (۵ و ۶) در مدل تعریف شده است. در این روابط σ_t تنش کششی، ϵ_t کرنش کششی، f'_t حداکثر مقاومت کششی بتن (مگاپاسکال)، G_f انرژی شکست بتن (مگاپاسکال)، G_{fo} انرژی پایه شکست بتن (نیوتن متر/متری)، l_c طول مشخصه المان و برابر با ۲۰ میلی‌متر، ϵ_{cr} کرنش متناظر با f'_{cm} ، f'_{cm} میانگین مقاومت فشاری بتن و برابر ۱۰ مگاپاسکال، f_{ck} مقاومت فشاری مشخصه بتن (مگاپاسکال)، W_1 عرض ترک بتن به ازای تنش $f'_t/3$ (میلی‌متر) و W_u نشان‌دهنده حداکثر عرض ترک بتن (میلی‌متر) است. خواص فیزیکی کامل بتن و میلگرد در جدول (۲)

شکل ۵. نمودار رفتار بتن در کشش

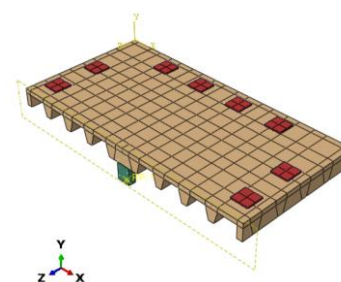
Fig. 5. Diagram of concrete behavior in tension



طولی ستون، میلگردهای عرضی ستون و ورق‌های فولادی تشکیل شده است. مدل نهایی دال در شکل (۷) قابل مشاهده است. المان مورد استفاده برای اجزاء بتنی و ورق‌های فولادی از نوع Solid هستند و برای مدل‌سازی آن‌ها از روش Extrusion استفاده شده است. همچنین برای میلگردها، المان نوع Wire مورد استفاده قرار گرفته است. با توجه به مقارن بودن تمامی نمونه‌ها، به منظور کاهش حجم و زمان محاسبات، تنها نیمی از سطح سقف‌های وافل مدل‌سازی شده است که این روش تغییری در نتیجه نهایی نرم افزار ایجاد نمی‌کند [19]. در این مدل مقدار زاویه اتساع (Ψ) برابر با ۳۶ درجه در نظر گرفته شده است [24]. مقدار خروج از مرکزیت (ϵ) بر اساس نسبت بین مقاومت کششی و فشاری تک‌محوری در بتن برابر ۰/۱ تعریف شده است [25]. عامل دیگر برای مدل‌سازی آسیب پلاستیک، نسبت بین حداکثر تنش‌ها در آزمون فشاری دوجداره و در آزمون فشاری تک‌محوری (σ_{bo}/σ_c) است که می‌توان مقدار ۱/۱۶ را برای آن در نظر گرفت [10]. همچنین برای ضریب K_c مقدار ۰/۶۷ و پارامتر ویسکوزیته (μ) مقدار ۰/۰۵ لحاظ شده است [9]. در مدل‌سازی نمونه‌ها از دو نوع المان اجزا محدود استفاده شده است. برای بتن و ورق فولادی از المان هشت گرهی شش‌وجهی (C3D8) با ابعاد حداکثر ۲۵ میلی‌متر و برای میلگردها از المان خربایی دو گرهی (T3D2) با حداکثر ابعاد ۱۵ میلی‌متر در نظر گرفته شده تا دقت لازم برای مش‌بندی و تحلیل دقیق‌تر را فراهم نماید.

شکل ۷. شکل نهایی نمونه دال بتنی S0

Fig. 7. The final view of the S0 slab sample

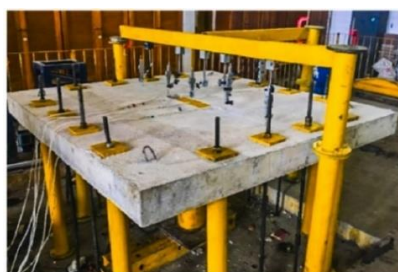


۳- صحت‌سنجی نتایج

به منظور ارزیابی رفتار نمونه‌های مدل شده در نرم‌افزار، ابتدا نتایج آزمایشگاهی یکی از دال‌ها در نرم‌افزار ABAQUS مدل‌سازی شده تا نتایج ارزیابی و کارایی و دقت مدل‌ها مشخص گردد. نتایج حاصل از تحلیل با مقادیر بدست آمده از روابط آیین‌نامه‌ای

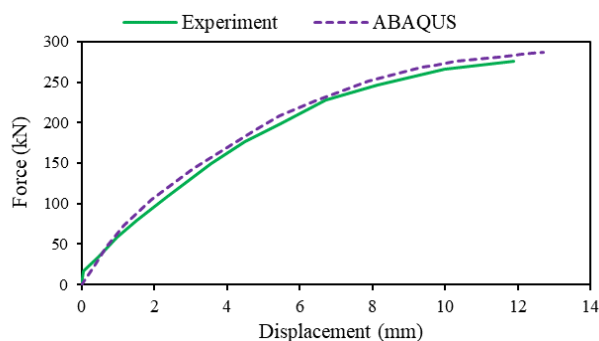
شکل ۸. مدل آزمایشگاهی آگویار و همکاران [9]

Fig. 8. Aguiar's experimental model [9]



شکل ۹. نتایج درستی آزمایشی

Fig. 9. Validation results



۴- نتایج

خلاصه نتایج به دست آمده از تحلیل نرم‌افزاری و روابط ACI 318-19 در جدول (۲) ارائه شده است. همچنین در شکل (۱۰) چگونگی تغییر شکل دال در مرکز سطح آن تا لحظه رسیدن به شکست برشی دوطرفه در شرایط مختلف نشان داده شده است. به منظور اطمینان از بروز شکست برشی دوطرفه در مدل‌ها، مقدار نیروی مورد نیاز برای شکست خمشی سقف بر اساس نظریه خط تسلیم (Yield-Line Theory) تحت عنوان V_{flex} محاسبه می‌شود [26].

نسبت به V_{flex} برابر با ۶۵ درصد بوده و مربوط به نمونه S0 هست. بنابراین می‌توان از بروز شکست برشی دوطرفه در تمامی مدل‌های نرم‌افزاری اطمینان حاصل نمود.

نتایج جدول (۳) نشان می‌دهد که اختلاف دو مقدار نیروی مورد نیاز برای شکست خمشی و مقدار ظرفیت به دست آمده از طریق مدل‌سازی قابل توجه است. کمترین اختلاف میان این دو مقدار

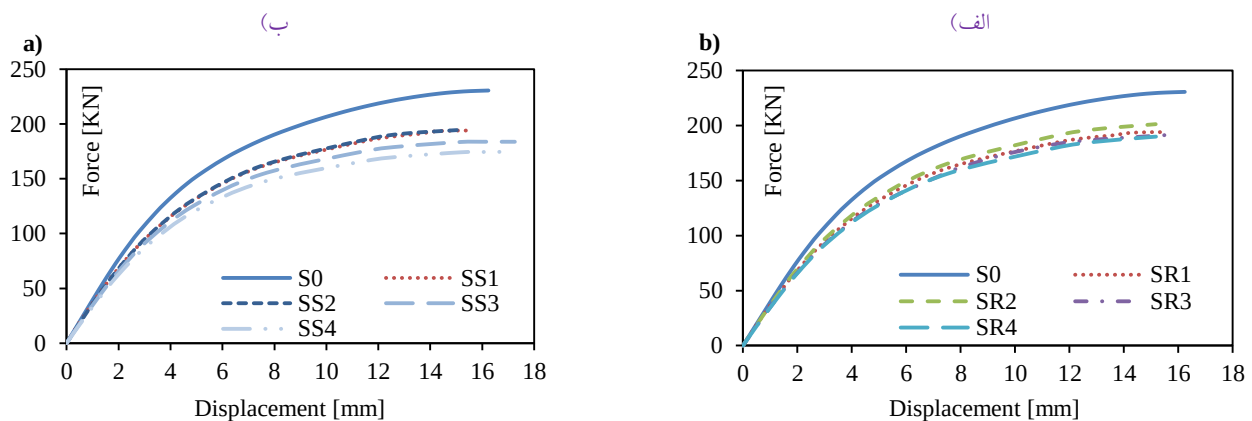
جدول ۳. خلاصه نتایج نرم‌افزاری و آیین‌نامه‌ای

Table 3. Summary of software and ACI code results

Sample Name	ACI 318-19	ABAQUS		V_c (ABAQUS) V_{flex}	V_c (ACI) V_c (ABAQUS)
	V_c kN	V_c kN	Displacement mm		
S0	213.91	230.60	16.23	0.351	0.928
SR1	160.43	194.06	15.60	0.295	0.827
SR2	160.43	201.24	15.17	0.306	0.797
SR3	160.43	191.33	15.53	0.291	0.838
SR4	160.43	189.95	15.17	0.302	0.845
SS1	160.43	194.06	15.60	0.295	0.827
SS2	144.71	194.72	15.21	0.296	0.743
SS3	137.73	183.82	16.00	0.279	0.749
SS4	133.36	174.66	17.25	0.265	0.764

شکل ۱۰. نمودار نیرو-جابجایی مدل‌ها تا لحظه شکست برشی دوطرفه: الف) گروه یک، ب) گروه دو

Fig. 10. Force-displacement diagram of the models until the moment of punching failure: a) group 2; b) group 1



غیریکنواخت سطح مقطع و یا چگونگی خاص میلگرد گذاری در این تحقیق باشد. با توجه به نتایج بدست آمده می‌توان به وضوح مشاهده کرد که کاهش ملایم ظرفیت برش دوطرفه دال با افزایش مساحت بازشو انجام پذیرفته که در فرضیات آیین‌نامه ACI 318-19 این مسئله لحاظ نشده‌است. در گروه دو کاهش ناگهانی ظرفیت برش دوطرفه پس از ایجاد بازشو رخ داده که در نمودار شکل (۱۱) نیز قابل مشاهده است. اما با توجه به مربعی بودن بازشوها و افزایش ابعاد آن، روند کاهش ظرفیت برش دوطرفه شکل منظم‌تری به خود گرفته و به صورت خطی کاهش پیدا می‌کند. نکته حائز اهمیت در نمودار فوق، ثابت ماندن مقدار ظرفیت برش دوطرفه با توجه به افزایش مساحت بازشو در دو نمونه SS1 و SS2 است که برخلاف انتظارات قبلی و رفتار برش دوطرفه دال ساده توپر می‌باشد. بیشترین ظرفیت برش دوطرفه در

۱-۴- بررسی ظرفیت برش دوطرفه

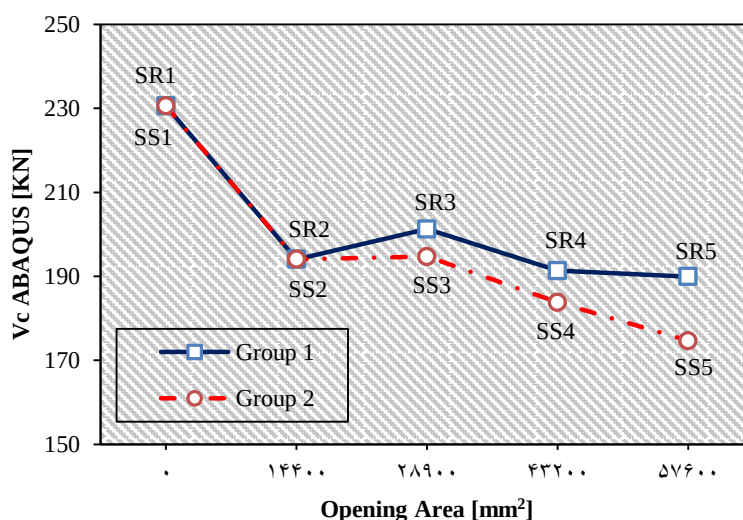
آثار بازشوهای مستطیلی در گروه اول و تأثیر بازشوهای مربعی در گروه دوم در شرایطی که مساحت متناظر میان دو گروه برابر باشد، مورد بررسی قرار می‌گیرد. روند تغییر ظرفیت برش دوطرفه در دو گروه ۱ و ۲ در شکل (۱۱) ارائه شده است. در گروه یک مقاومت برش دوطرفه دال پس از ایجاد بازشو، به طور محسوسی کاهش می‌یابد. به شکلی که در نمونه بدون بازشو، مقدار ظرفیت برش دوطرفه برابر با $230/6$ کیلونیوتن بوده که پس از ایجاد بازشو روی مدل، این مقدار با ۱۶٪ کاهش به $194/06$ کیلونیوتن رسیده است. اما پس از افزایش مساحت بازشو، مقدار مقاومت برش دوطرفه در نمونه SR2 به $201/24$ کیلونیوتن رسیده که به میزان ۳/۷ درصد افزایش می‌یابد. این نامنظمی می‌تواند ناشی از هندسه

نظیر با بازشو مربعی، $\frac{3}{3}$ ٪ اختلاف داشته که این مقدار اختلاف در نمونه SR4 با مساحت بازشو ۵۷۶۰۰ میلی متر مربع به ۹٪ رسیده است. بنابراین می توان گفت با افزایش مساحت بازشو و همچنین افزایش اختلاف ابعاد بازشوهای مربعی و مستطیلی به ازای مساحت یکسان، عملکرد برشی دوطرفه مدل نیز متفاوت می شود. علاوه بر اختلاف مقاومت برش دوطرفه در دو گروه ۱ و ۲، می توان مشاهده کرد که روند کاهش مقاومت در گروه ۲ بسیار منظم تر و قابل پیش بینی تر نسبت به گروه ۱ است.

این گروه متعلق به نمونه بدون بازشو S0 است. همچنین کمترین ظرفیت برش دوطرفه با ۲۴٪ کاهش نسبت به نمونه بدون بازشو، برابر است با ۱۷۴/۶۶ کیلو نیوتن که متعلق به نمونه SS4 است. به طور کلی می توان نتیجه گرفت که شکل هندسی بازشو می تواند بر ظرفیت برش دوطرفه سقف وافل تأثیرگذار باشد. همچنین با افزایش مساحت بازشو، اختلاف بین ظرفیت برش دوطرفه در دو حالت بازشو مربعی و مستطیلی افزایش می یابد. این افزایش به شکلی است که در نمونه با بازشو مستطیلی SR2 که دارای مساحت بازشو ۱۴۴۰۰ میلی متر مربع می باشد، نسبت به نمونه هم

شکل ۱۱. روند تغییر ظرفیت برش دوطرفه با افزایش مساحت بازشو

Fig. 11. Variation of punching shear capacities according to the opening area



کاهش بوده، اما پس از آن با شیب قابل ملاحظه ای افزایش پیدا می کند. مطابق با شکل (۱۲) به خوبی مشاهده می شود که در نمونه SS4، جابه جایی مرکز دال از نمونه بدون بازشو S0 بیشتر است. با بررسی مدل های SS3 و SS4، می توان دریافت که پس از عبور بازشو از تیرچه های سقف، مقدار تغییر شکل مرکز دال روند افزایشی به خود گرفته و با بزرگ شدن ابعاد بازشو، این مقدار نیز افزایش پیدا می کند. بیشترین و کمترین مقدار جابه جایی به ترتیب مربوط به نمونه های SS4 و SS2 بوده که مقدار آن به ترتیب برابر با ۱۷/۲۵ میلی متر و ۱۵/۲۱ میلی متر می باشد. به عبارت دیگر میزان اختلاف حداکثر جابه جایی در این گروه برابر با ۲/۰۴ میلی متر است. به طور کلی شکل هندسی بازشو تأثیر زیادی در حداکثر تغییر شکل مرکز دال دارد. در گروه ۱، مقدار این تغییر شکل پس از کاهش، روندی تقریباً ثابت را در پیش می گیرد. اما در گروه ۲ پس از رسیدن مساحت بازشوها به ۲۸۹۰۰ میلی متر مربع، حداکثر

۲-۴- بررسی تغییر شکل

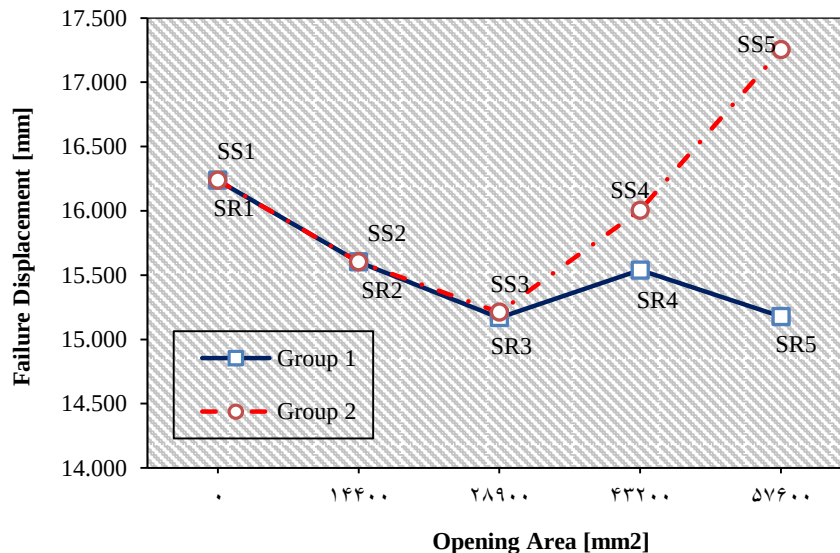
تغییرات حداکثر جابه جایی مرکز دال با افزایش مساحت بازشو در لحظه شکست برشی دوطرفه برای گروه های یک و دو در شکل (۱۲) مشخص شده است. در گروه یک روند تغییر در سه نمونه اول به صورت خطی و یکنواخت بوده و در نمونه SR4 این مقدار افزایش می یابد. در نمونه SR4، بازشو وارد محدوده یکی از تیرچه های دال می شود و تیرچه را قطع می کند. این امر می تواند باعث کاهش سختی شده و تغییر شکل دال را افزایش دهد. بیشترین مقدار جابه جایی مربوط به نمونه بدون بازشو S0 است. در این نمونه مقدار جابه جایی حداکثر برابر با ۱۶/۲۳ میلی متر و کمترین میزان این پارامتر متعلق به نمونه SR2 بوده که مقدار آن برابر با ۱۵/۱۷ میلی متر می باشد. به عبارت دیگر میزان اختلاف حداکثر جابه جایی در این گروه ۱/۰۷ میلی متر است. میزان حداکثر جابه جایی در گروه ۲ از مدل S0 تا SS2 به صورت خطی رو به

۵۷۶۰۰ میلی‌متر مربع به ترتیب برابر با ۰/۰۴، ۰/۴۶۵ و ۲/۰۸ میلی‌متر است.

جابه‌جایی آن‌ها روند افزایشی می‌یابد. اختلاف تغییر شکل بین گروه ۱ و ۲ برای نمونه‌های دارای مساحت ۲۸۹۰۰، ۴۳۲۰۰ و

شکل ۱۲. روند تغییر جابه‌جایی مرکز دال با افزایش مساحت بازشو

Fig. 12. Variation of slab center displacements according to the opening area



در نظر گرفت. در هر دو گروه، با افزایش مساحت بازشو تشابه میان مقدار آیین‌نامه‌ای و تحلیلی کاهش پیدا می‌کند. اما در گروه ۲ کاهش این تشابه نه تنها بیشتر است بلکه دارای یکنواختی و نظم بیشتری نیز می‌باشد. علاوه بر این می‌توان دریافت که تشابه میان مقدار آیین‌نامه‌ای و تحلیلی ظرفیت برش دوطرفه برای نمونه دارای بازشو مستطیلی بیشتر از نمونه دارای بازشو مربعی است.

۴-۴- بررسی الگوهای ترک‌خوردگی

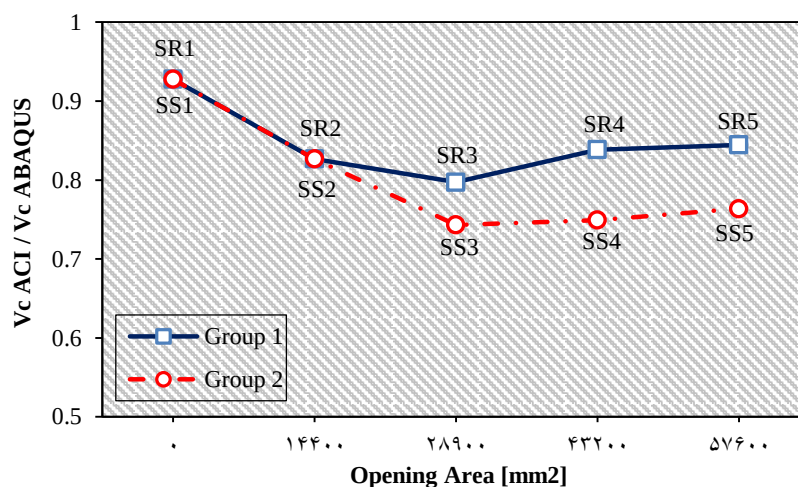
الگوهای ترک‌خوردگی در لحظه شکست برش دوطرفه برای نمونه‌های SR1، SS1، SS4 و SR4 در شکل (۱۴) نشان داده شده است. با توجه به این شکل می‌توان دریافت که در تمام نمونه‌ها، ترک‌خوردگی از نزدیک‌ترین گوشه بازشو به ستون شروع شده و به سمت سایر نقاط دال گسترش می‌یابد. این الگو به الگوهای ترک‌خوردگی دال‌های ساده بتنی دارای بازشو بسیار شبیه است [13]. با افزایش مساحت بازشو مربع شکل، مساحت ترک‌خوردگی دال نیز افزایش می‌یابد. علاوه بر این، تمرکز ترک در نقاط گوشه بازشو به ویژه گوشه نزدیک‌تر به ستون افزایش می‌یابد. این در حالی است که در نمونه‌های دارای بازشو مستطیلی با مساحت یکسان، سطح کمتری از سقف در معرض ترک‌خوردگی قرار

۳-۴- مقایسه نتایج نرم‌افزار و آیین‌نامه

تشابه مقدار آیین‌نامه‌ای با مقادیر تحلیلی ظرفیت برش دوطرفه در شکل (۱۳) قابل مشاهده است. این مقدار در نمونه بدون بازشو، بیش از ۹۰ درصد است. اما با ایجاد بازشو این مقدار کاهش یافته و با افزایش مساحت بازشو تا نمونه SR2، این مقدار همواره در حال کاهش است. از نمونه SR2 تا SR4، مقدار آیین‌نامه‌ای به مقدار تحلیلی نزدیک شده که از دلایل این امر، ثابت ماندن مقدار ظرفیت برش دوطرفه آیین‌نامه‌ای در مقایسه با کاهش مقدار تحلیلی و نیز هندسه غیریکنواخت مقطع سقف وافل می‌باشد. تشابه مقدار آیین‌نامه‌ای و تحلیلی در گروه دو پس از ایجاد بازشو روی مدل روند کاهشی دارد. این روند تا نمونه SS2 ادامه یافته و پس از آن تقریباً ثابت می‌ماند. بیشترین و کمترین تشابه میان مقدار آیین‌نامه‌ای و تحلیلی ظرفیت برش دوطرفه به ترتیب متعلق به نمونه S0 و SS2 با درصدهای تشابه ۹۳ درصد و ۷۴ درصد می‌باشد. لازم به ذکر است که پس از نمونه SS2 مقدار تشابه اندکی افزایش می‌یابد که برای SS3 و SS4 به ترتیب برابر با ۷۵ درصد و ۷۶ درصد بوده و اختلاف آن‌ها نسبت به نمونه SS2 قابل چشم‌پوشی است و می‌توان پس از نمونه SS2 روند را ثابت

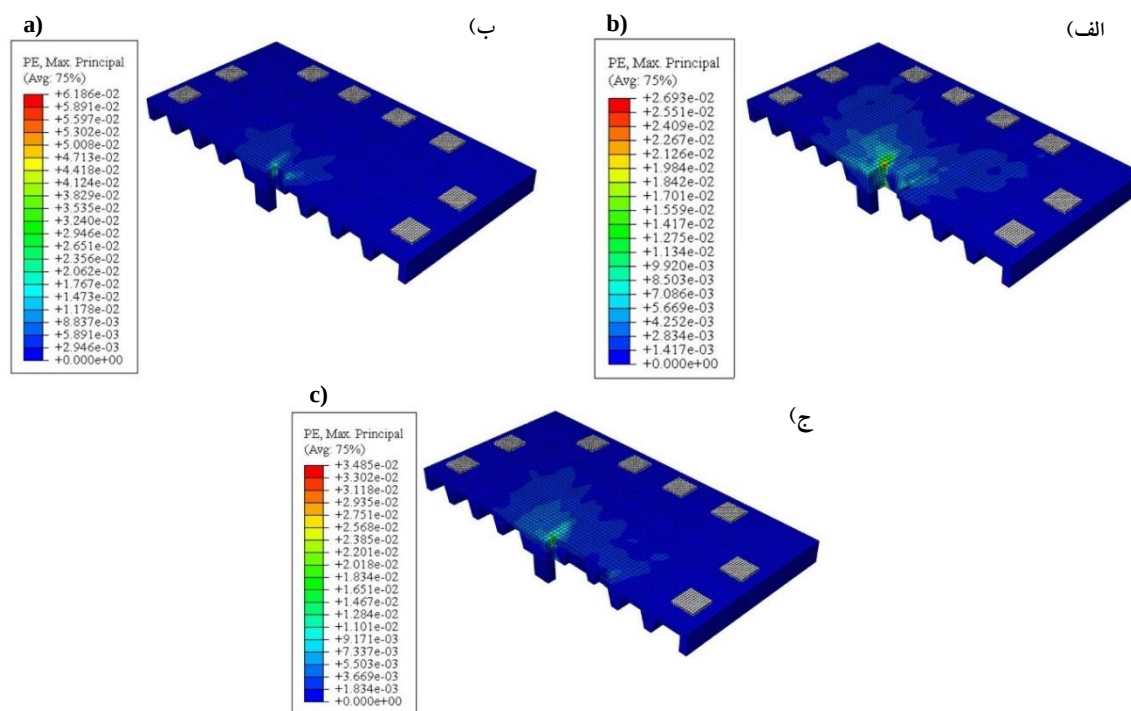
شکل ۱۳. تشابه مقدار آیین‌نامه‌ای با مقدار تحلیلی در گروه ۱ و ۲

Fig. 13. The similarity of ACI code value with the analytical value in groups 1 and 2



شکل ۱۴. الگوی ترک خوردگی در لحظه شکست برشی دوطرفه برای نمونه‌های: الف) SS4، ب) SS1 و SR1، ج) SR4

Fig. 14. Cracking pattern at punching failure moment for specimens: a) SS1 and SR1; b) SS4; c) SR4



آن‌ها با آیین‌نامه ACI 318-19، موارد به شرح زیر بیان می‌شود:

- در سقف‌های وافل به دلیل غیریکنواخت بودن مقطع سقف، روند تغییرات ظرفیت برش دوطرفه و جابه‌جایی مرکز دال تا حدی نامنظم و غیرقابل پیش‌بینی است.
- پس از ایجاد بازشو روی سقف وافل، ظرفیت برش دوطرفه به طور محسوسی کاهش می‌یابد. در صورت استفاده از بازشوی مستطیلی در لبه ستون، به شرط ثابت ماندن اندازه بعد مماسی

گرفته است. همچنین تمرکز ترک در گوشه‌های دال به شدت کاهش یافته به شکلی که در گوشه دورتر از ستون اثری از ترک خوردگی مشاهده نمی‌شود. بنابراین نمونه دارای بازشو مستطیلی عملکرد مناسب‌تری در ترک خوردگی از خود نشان می‌دهد.

۵- نتیجه‌گیری

با بررسی رفتار و نتایج سقف‌های وافل دارای بازشو و مقایسه

- ۴- روابط آیین‌نامه ACI 318-19 برای محاسبه ظرفیت برش دوطرفه در صورت عدم وجود بازشو تشابه بیشتری با مقادیر تحلیلی دارند. همچنین کمترین تشابه میان مقدار آیین‌نامه‌ای و تحلیلی ظرفیت برش دوطرفه در سقف‌های وافل دارای بازشو مستطیلی حدوداً به ۸۰ درصد می‌رسد.
- ۵- کاهش ظرفیت برش دوطرفه ناشی از بازشوهای مربعی نسبت به بازشوهای مستطیلی هم مساحت با آن‌ها بیشتر بوده که این میزان کاهش با روابط ارائه‌شده در ACI 318-19 همخوانی دارد. همچنین با افزایش مساحت بازشو، اختلاف ظرفیت برش دوطرفه بین گروه ۱ و ۲ زیادتر می‌شود.
- ۶- الگوی ترک‌خوردگی در سقف‌های وافل دارای بازشو، به الگوی موجود در دال‌های بتنی ساده بسیار نزدیک می‌باشد. استفاده از بازشوهای مستطیلی، می‌تواند الگوی ترک‌خوردگی سقف‌های وافل را بهبود بخشد.

- بازشو بر لبه ستون، با افزایش مساحت بازشو، ظرفیت برش دوطرفه به آرامی کاهش پیدا می‌کند. این نتیجه حاصل‌شده انطباق زیادی با نتایج آیین‌نامه‌ای ندارد. در صورت استفاده از بازشوی مربعی، با افزایش مساحت بازشو، روند کاهش ظرفیت برش دوطرفه تقریباً یکنواخت و خطی است. در این شرایط نتایج آیین‌نامه‌ای و تحلیلی حداکثر تا ۲۵٪ اختلاف دارد.
- ۳- هندسه بازشو در تغییر شکل سقف وافل بسیار مؤثر است. بازشوهای مربعی با افزایش مساحت، مقدار تغییر شکل سقف را افزایش می‌دهند. این در حالی است که بازشوهای مستطیلی با افزایش مساحت، پس از مقدار اندکی کاهش اولیه، تغییر چندانی در تغییر شکل سقف به وجود نمی‌آورند. به طور کلی در صورت استفاده از بازشوی مستطیلی در محل لبه ستون، به شرط ثابت ماندن اندازه بعد مماسی بازشو بر لبه ستون، با افزایش مساحت بازشو، جابه‌جایی مرکز دال روندی کاهشی دارد.

References

- [1] Annan, C.D., Youssef, M.A. and El Naggar, M.H., 2009. Seismic vulnerability assessment of modular steel buildings. *Journal of Earthquake Engineering*, 13(8), pp.1065-1088.
- [2] Kaveh, A. and Behnam, A.F., 2012. Cost optimization of a composite floor system, one-way waffle slab, and concrete slab formwork using a charged system search algorithm. *Scientia Iranica*, 19(3), pp.410-416.
- [3] Maheri, M.R., 2005. Performance of building roofs in the 2003 Bam, Iran, earthquake. *Earthquake Spectra*, 21(1_suppl), pp.411-424.
- [4] BECK, H. and KÖNIG, G., 1967. Restraining forces (Festhaltekräfte) in the analysis of tall buildings. In *Tall Buildings*, pp. 513-536.
- [5] Al-Bayati, A.F., Lau, T.L. and Clark, L.A., 2023. Edge punching shear of waffle slabs subjected to moment parallel to the slab's free edge. *Magazine of Concrete Research*, 75(2), pp.55-65.
- [6] Sarvari, S. and Esfahani, M.R., 2020, October. An experimental study on post-punching behavior of flat slabs. In *Structures*, 27, pp. 894-902.
- [7] El-Shafiey, T.F., Atta, A.M., Hassan, A. and Elnasharty, M., 2022, October. Effect of opening shape, size and location on the punching shear behaviour of RC flat slabs. In *Structures*, 44, pp. 1138-1151.
- [8] Panahi, S. and Zahrai, S.M., 2021, June. Performance of typical plan concrete buildings under progressive collapse. In *Structures*, 31, pp. 1163-1172.
- [9] Aguiar, A., Oliveira, D., Reis, L. and Nzambi, A., 2021. Punching shear strength of waffle flat slabs with opening adjacent to elongated columns. *Engineering Structures*, 243, p.112641.
- [10] Milligan, G.J., Polak, M.A. and Zurell, C., 2020. Finite element analysis of punching shear behaviour of concrete slabs supported on rectangular columns. *Engineering Structures*, 224, p.111189.
- [11] Vielma, J., Barbat, A.H. and Oller, S., 2009. Seismic performance of waffled-slab floor buildings. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Structures and Buildings*, 162(3), pp.169-182.
- [12] Balomenos, G.P., Genikomsou, A.S. and Polak, M.A., 2018. Investigation of the effect of openings of interior reinforced concrete flat slabs. *Structural Concrete*, 19(6), pp.1672-1681.
- [13] Genikomsou, A.S. and Polak, M.A., 2017. Effect of openings on punching shear strength of reinforced concrete slabs-finite element investigation. *ACI Structural Journal*, 114(5), p.1249.
- [14] Alrousan, R.Z. and Bara'a, R.A., 2022, October. The influence of concrete compressive strength on the punching shear capacity of reinforced concrete flat slabs under different opening configurations and loading conditions. In *Structures*, 44, pp. 101-119.
- [15] Ibrahim, A., Salim, H. and El-Din, H.S., 2011. Moment coefficients for design of waffle slabs with and without openings. *Engineering structures*, 33(9), pp.2644-2652.
- [16] Ibrahim, A., Salim, H. and El-Din, H.S., 2011.

- Moment coefficients for design of waffle slabs with and without openings. *Engineering structures*, 33(9), pp.2644-2652.
- [17] ACI Committee, 3., 2008. Building code requirements for structural concrete (ACI 318-08) and commentary. American Concrete Institute.
- [18] Hognestad, E., Hanson, N.W. and McHenry, D., 1955, December. Concrete stress distribution in ultimate strength design. In *Journal Proceedings*, 52(12), pp. 455-480.
- [19] Genikomsou, A.S. and Polak, M.A., 2015. Finite element analysis of punching shear of concrete slabs using damaged plasticity model in ABAQUS. *Engineering structures*, 98, pp.38-48.
- [20] Lubliner J, Oliver J, Oller S, Oñate E. A plastic-damage model for concrete. *International Journal of Solids and Structures*. 1989;25(3):299-326.
- [21] Lee, J. and Fenves, G.L., 1998. Plastic-damage model for cyclic loading of concrete structures. *Journal of engineering mechanics*, 124(8), pp.892-900.
- [22] Comité Euro-International du Béton. 1990. CEB-FIB-model Code 1990. *Design code*.
- [23] Franus, A., Jemioło, S. and Antoni, M., 2020. A slightly compressible hyperelastic material model implementation in ABAQUS. *Engineering Solid Mechanics*, 8(4), pp.365-380.
- [24] Malm, R., 2009. *Predicting shear type crack initiation and growth in concrete with non-linear finite element method* (Doctoral dissertation, KTH).
- [25] Jankowiak, I., Kakol, W. and Madaj, A., 2005. Identification of a continuous composite beam numerical model, based on experimental tests. In *7th conference on composite structures*, Zielona Góra, pp. 163-178.
- [26] Oliveira, D.R.C., Regan, P.E. and Melo, G.S.S.A., 2004. Punching resistance of RC slabs with rectangular columns. *Magazine of Concrete Research*, 56(3), pp.123-138.

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم؟

Yeganeh, A. and Eftekhari, B., 2025. Evaluation of the effect of the size and shape of the opening on the punching shear capacity of the waffle panel. *Modares Civil Engineering journal*, 25(2), pp.7-19.

DOI: 10.22034/25.2.7

