

بررسی اثر توزیع اولیه ذرات در مدل‌سازی پدیده بالاروی و پایین روی سطح آب ناشی از لغزش جسم روی سطح شیب دار به روش هیدرودینامیک ذرات هموار تراکم‌پذیر

مهیار پورلک^۱ و احسان جباری^{۲*} و حسن اکبری^۳

۱ دانش آموخته دوره دکتری مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه قم

۲ دانشیار گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه قم

۳ دانشیار دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه تربیت مدرس

Email: *e.jabbari@qom.ac.ir

پذیرش: [۱۴۰۲/۱۲/۰۹]

دریافت: [۱۴۰۲/۰۵/۲۸]

چکیده

موقعیت اولیه ذرات در روش هیدرودینامیک ذرات هموار SPH می‌تواند نقش مهمی در کاهش خطاهای عددی و کارایی آن داشته باشد. در این پژوهش با مینا قراردادن مدل‌سازی بالاروی سطح آب، و استفاده از تجارب مدل‌سازی‌های پیشین با روش هیدرودینامیک ذرات هموار، شش توزیع متداول توزیع ذرات شامل: توزیع مربعی SC، توزیع مثلثی Triangular، توزیع بر اساس الگوریتم WVT، توزیع بر اساس الگوریتم Greedy یا حریص، توزیع شش ضلعی Hexagonal و توزیع بر اساس الگوریتم فیبوناچی Fibonacci، مورد بررسی قرار گرفته است. بر اساس نتایج حاصل از بررسی فشار، سرعت و تراز سطح آزاد بالاروی سطح آب در زمان‌های متفاوت مطابق با مدل فیزیکی، میانگین کل خطای مدل‌سازی برای هریک از مدل‌ها (اختلاف مقادیر به دست آمده از مدل‌سازی با نتایج مدل آزمایشگاهی)، ارائه شده است. با توجه به نتایج به دست آمده مشخص شد که دو مدل توزیع ذرات شش ضلعی و توزیع فیبوناچی دارای کمترین میزان میانگین خطای مدل‌سازی (به ترتیب ۱۰.۲٪ و ۱۱.۱٪) هستند. علاوه بر این بر اساس نتایج به دست آمده، مدل WVT دارای خطای مدل‌سازی کمتری (حدوداً ۱۴٪) نسبت به سه مدل با توزیع مربعی، مثلثی و Greedy است. پس از آنجایی که در این پدیده دو توزیع اولیه ذرات شش ضلعی و فیبوناچی دارای خطای مدل‌سازی کمتری نسبت به توزیع‌های دیگر هستند، برای مدل‌سازی پدیده بالاروی سطح آب به روش SPH بهره‌گیری از این دو توزیع اولیه قابل توصیه می‌باشد.

واژگان کلیدی: روش‌های بدون شبکه، روش هیدرودینامیک ذرات هموار، توزیع اولیه ذرات، مدل‌سازی بالاروی سطح آب، شرایط اولیه.

۱- مقدمه

روش هیدرودینامیک ذرات هموار SPH یکی از رویکردهای شبیه‌سازی عددی بدون شبکه است که با توجه به پژوهش‌های انجام شده دارای نتایج مناسبی در مدل‌سازی مسائل هیدرولیک است. در این روش ذرات در میدان محاسباتی پخش و ویژگی‌های سیال (سرعت، فشار، جابه‌جایی و غیره) در هر نقطه به عنوان پارامتری برای هر ذره با درونیابی با کمک تابع کرنل از ذرات موجود در همسایگی هر ذره محاسبه می‌شود. پس روش SPH بر پایه بکارگیری نقاطی به عنوان ذرات سیال و یافتن ویژگی‌های سیال در آن نقاط (ذرات) استوار است. روش هیدرودینامیک ذرات هموار (SPH) یک روش کاملاً لاگرانژی و مبتنی بر ذرات متحرک است که در دهه‌های اخیر با توجه به مزیت‌هایش نسبت به روش‌های مبتنی بر شبکه (حجم محدود، تفاضل محدود)، مورد اقبال پژوهشگران قرار گرفته است. اساس این روش در سال ۲۰۰۵ توسط موناگان به عنوان روشی برای شبیه‌سازی سیال با جایگزینی ذرات که ویژگی‌های سیال را پیش‌بینی می‌نماید، معرفی شد [1-3].

روش هیدرودینامیک ذرات هموار (SPH) به دو دسته کلی بر اساس ویژگی تراکم پذیری یا تراکم ناپذیری سیال قابل تقسیم‌بندی است:

- روش $CSPH^1$ یا $WCSPH^2$ که ویژگی تراکم پذیری سیال یا تراکم پذیری کم را در حل مساله در نظر می‌گیرد. در این روش برای محاسبه میزان فشار از «معادله حالت»^۳ استفاده می‌شود [4].

- روش $ISPH^4$ که در آن سیال تراکم ناپذیر در نظر گرفته شده و با اعمال روابطی در روش حل معادلات حاکم، تراکم‌ناپذیری سیال ارضا می‌شود. در این روش از یک الگوریتم نیمه‌ضمنی برای اعمال تراکم‌ناپذیری و برای محاسبه فشار از «معادله پواسون»^۵ استفاده می‌شود. به علاوه در این روش، معادلات اندازه حرکت و پیوستگی با نگرش لاگرانژی حل می‌شوند [5].

به منظور افزایش کارایی روش SPH، موضوع توزیع اولیه ذرات مورد توجه قرار گرفته است که پژوهشگران مطالعاتی را مبنی بر تأیید تأثیرگذاری این پارامتر بر دقت شبیه‌سازی انجام داده‌اند که از این جمله می‌توان به پژوهش دیهل و همکاران، اشاره نمود. در پژوهش مذکور توزیع بهینه ذرات و ارتقای روش SPH در مسائل اختریف‌یک و اجرام آسمانی مورد ارزیابی قرار گرفته است [6]. یکی از موارد مهم در مدل‌سازی‌ها مسایل مرتبط با خطاهای حل عددی و روش‌های درونیابی بوده است، که منجر به بی‌نظمی و ورود اغتشاشات در موقعیت ذرات در فرایند حل عددی می‌شود. بنابراین با بروز خطاهای مذکور دقت مدل‌سازی کاهش یافته و نیاز است تا با تمهیداتی، دقت و کارآمدی روش SPH برای انجام مدل‌سازی ارتقا یابد. در این میان اصلی‌ترین موضوع که به تبع آن بروز خطاهای حل عددی در روش SPH رخ می‌دهد عبارت است از خطاهای ناشی از درونیابی. برای حل این مشکل پژوهشگران روش‌های متنوعی را با به کارگیری تکنیک‌های مختلف ارائه کرده‌اند [7-16] که در این تکنیک‌ها هدف اصلی افزایش دقت و کارایی روش SPH در مدل‌سازی جریان سیال تحت شرایط متفاوت بوده است. روش‌های مختلف ارائه شده، هر یک دارای مزایا و معایبی است که اصلی‌ترین معایب این روش‌ها شامل: پیچیدگی عددی در فرایند پیاده سازی دقیق در مدل، عدم کنترل بی‌نظمی‌ها و اغتشاشات برای کلیه ذرات و در نهایت افزایش زمان محاسبات عددی در مدل‌سازی بوده است. همچنین مزایای اصلی این روش‌ها افزایش دقت مدل‌سازی با اعمال جابجایی در محل قرارگیری ذرات بوده است [14, 16].

در پژوهش دیگری توسط پورلک و همکاران در خصوص چگونگی توزیع ذرات در مدل‌سازی شکست سد - به عنوان یکی از مسائل کلاسیک و متعارف در مطالعه مدل‌های عددی - اقدام به بررسی ویژگی‌های سیال و مدل با در نظر گرفتن توزیع‌های متفاوت ذرات شده است که با توجه به تحت تأثیر قرارگرفتن نتایج در آن مدل‌سازی‌ها، توزیع‌های دارای آرایش

4 Incompressible SPH
5 Poisson Equation

1 Compressible SPH
2 Weekly Compressible SPH
3 Equation of State

مجموعه محدودی از ذرات نشان داده می‌شود و ویژگی‌های فیزیکی سیال همچون: فشار، سرعت، جابه‌جایی و غیره توسط هر ذره از ذرات همسایه نزدیکش با استفاده از یک تابع درونیابی به نام تابع کرنل به دست می‌آید. به این ترتیب ذرات اجازه می‌یابند تا در این فاصله هموارسازی مشخص با یکدیگر تعامل کنند. به بیان دیگر ویژگی‌های سیال تنها در موقعیت خود ذره تعریف شده و به عنوان خصوصیتی با ذره حمل می‌شود. حرکت جمعی حاصل از ذرات SPH، قابلیت شبیه‌سازی جریان یک سیال را دارد و می‌تواند حرکت سیال را با استفاده از معادلات کلاسیک هیدرودینامیک توصیف نماید. در این پژوهش با بهره‌گیری از رویکرد WCSPH که ویژگی تراکم پذیری ناچیز سیال را در حل مسائل اعمال می‌نماید، اقدام به مدل‌سازی‌ها و دریافت نتایج مدنظر با مشخصات مدل مندرج در بخش‌های آتی، شده است. همچنین برای شبیه‌سازی شرایط مرز جامد، از روش نیروی دافعه ذرات مرزی و برای شبیه‌سازی سطح آزاد از کاهش چگالی ذرات در مرز سطح آزاد استفاده شده است.

۳- مواد و روش‌ها

۳-۱- توزیع‌های اولیه ذرات

با هدف مقایسه انواع توزیع‌های اولیه و دستیابی به توزیع اولیه بهینه، شش توزیع زیر برای آرایش اولیه ذرات مورد مطالعه قرار گرفته است:

- توزیع مربعی SC
 - توزیع مثلثی BCC یا Triangular
 - توزیع بر اساس الگوریتم WVT
 - توزیع بر اساس الگوریتم حریص یا Greedy
 - توزیع شش ضلعی یا Hexagonal
 - توزیع بر اساس الگوریتم فیبوناچی یا Fibonacci
- توزیع مربعی (Simple Cubic): ساده‌ترین توزیع اولیه ذرات، توزیع مربعی و شطرنجی است که در پژوهش‌های مختلف بیشتر از این توزیع اولیه برای مدل‌سازی بر اساس روش SPH استفاده می‌شود. این توزیع دارای پیچیدگی خاصی در

نامنظم (توزیع‌های فیبوناچی و ورونوی) نتایج قابل قبول‌تری را ارائه نموده است [17-18].

با توجه به پیشینه پژوهش‌ها مشخص می‌شود که در مطالعات انجام شده، توزیع اولیه و اصلاح موقعیت ذرات در گام‌های زمانی حل عددی روش SPH از جمله موثرترین پارامترها در بهبود روش مورد نظر بوده است. بر این اساس در این پژوهش با هدف ارتقای کارایی روش هیدرودینامیک ذرات هموار و بهبود دقت نتایج محاسبات روش مذکور، توزیع اولیه برای شبیه‌سازی بالاروی سطح آب مورد ارزیابی قرار گرفته است.

۲- معادلات حاکم و اصول روش هیدرودینامیک ذرات هموار

فرم لاگرانژی معادلات حاکم بر سیال شامل پیوستگی و اندازه حرکت به صورت زیر است:

$$\frac{1}{\rho_w} \frac{D\rho_w}{Dt} + \nabla \cdot \vec{U}_{fluid} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{D\vec{U}_{fluid}}{Dt} = -\frac{1}{\rho_w} \nabla P + \nu_e \nabla^2 \vec{U}_{fluid} + \vec{g} \quad (2)$$

که در آن ρ_w ، \vec{U}_{fluid} ، P و \vec{g} به ترتیب بیانگر چگالی، سرعت سیال، فشار و شتاب ثقل زمین است. جملات سمت راست معادله ۲ نیز به ترتیب بیانگر نیروی فشاری، نیروی گرانشی و نیروی گرانش هستند. علاوه بر این ν_e ویسکوزیته موثر است که همان مجموع ویسکوزیته سینماتیکی سیال (ν_{water}) و ویسکوزیته ناشی از آشفتگی جریان (ν_T) است. در این پژوهش، با توجه به مطالعات پیشین، برای محاسبه ν_T از رابطه اسماکورینسکی با ضریب ثابت ۰.۱۲ استفاده می‌شود. از طرفی تقریب انتگرالی برای کرنل W در روش SPH به شکل زیر است:

$$\langle f(x) \rangle = \int_{\Omega} W(x-x', h) f(x') d\Omega_{x'} \quad (3)$$

به صورت کلی W تابع کرنلی است که در Ω تعریف شده است و مقدار آن به فاصله بین ذرات $r=|x-x'|$ و h (طول هموارسازی) بستگی دارد. در این روش وضعیت سیال با

اصلی: ۱. انتخاب، ۲. امکان‌سنجی و افزودن و ۳. بررسی اتمام الگوریتم است. به صورت خلاصه الگوریتم حریص با انتخاب جواب در هر مرحله آغاز می‌شود و پس از بررسی انتخاب انجام شده در همان مرحله، اگر شرایط اولیه مساله را نقض نکند به عنوان جواب به مجموعه جواب‌ها افزوده می‌شود و اگر نقض کند همان دیگری انتخاب و مورد ارزیابی قرار می‌گیرد و در پایان پس از بررسی تمام جواب‌های ممکن، الگوریتم خاتمه می‌یابد [18].

توزیع شش ضلعی (Hexagonal): از دیگر توزیع‌های بکارگیری شده به عنوان توزیع اولیه ذرات در این پژوهش، توزیع شش ضلعی بوده است. اساس این توزیع بر پایه تقسیم‌بندی سطح به شش ضلعی‌های منتظم است. برای پیاده‌سازی توزیع ذرات به فرم شش ضلعی منتظم، ابتدا با در نظر گرفتن دامنه و با تعیین اندازه ضلع شش ضلعی مبنا، کل صفحه به ناحیه‌هایی با فرمت شش ضلعی با ابعاد مشخص شده تقسیم‌بندی می‌شود، سپس رئوس هر یک از شش ضلعی‌ها به عنوان موقعیت قرارگیری ذرات تعیین شده و توزیع ذرات بر اساس شش ضلعی پیاده‌سازی می‌شود.

شکل ۱. نمایش شش توزیع اولیه برای ذرات.

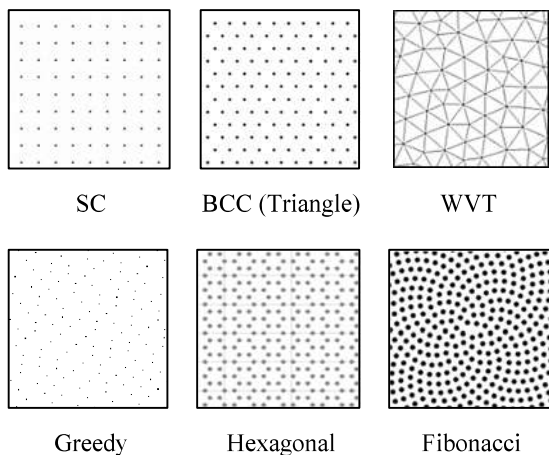


Fig. 1. Different initial particle distributions.

توزیع بر اساس الگوریتم فیبوناچی (Fibonacci): این توزیع بر اساس دنباله فیبوناچی و بیان هندسی ماریچچ فیبوناچی تعریف شده است. بر اساس سری فیبوناچی مجموعه‌ای از نقاط بر ماریچچ فیبوناچی تعریف می‌شود که بر این اساس با در نظر

تعیین موقعیت ذرات در صفحه (دو بعد) نبوده و تنها پارامتر مورد نیاز برای به‌کارگیری این توزیع فاصله ذرات از یکدیگر است. در این توزیع فاصله تمامی ذرات از یکدیگر برابر بوده و ذرات به صورت منظم و با فاصله یکسان در راستای طول و عرض هندسه مدل توزیع می‌شوند.

توزیع مثلثی (Body-Centered Cubic): دومین توزیع متداول ذرات در پیش‌پردازش اجرای روش SPH، توزیع مثلثی یا لوزی‌گون بوده است، در این توزیع فاصله ذرات از یکدیگر کاملاً یکسان بوده و ذرات به صورت یکنواخت در صفحه پخش می‌شوند. تفاوت اصلی این توزیع نسبت به توزیع مربعی در موقعیت قرارگیری ذرات نسبت به یکدیگر است به گونه‌ای که در توزیع مربعی، ذرات در رئوس یک مربع به اندازه ضلع dx نسبت به یکدیگر، مستقر می‌شوند ولی در توزیع مثلثی ذرات بر رئوس یک مثلث متساوی الاضلاع قرار گرفته و در صفحه گسترش می‌یابند.

توزیع بر اساس الگوریتم WVT: این توزیع بر اساس روش ارائه شده توسط دیهل و همکاران [6]، که برای نخستین بار در توزیع ذرات در روش SPH برای مباحث اخترشناسی ارائه شد، تعریف شده است. روش WVT بر پایه دیاگرام ورونوئی، روشی برای تقسیم فضا به تعدادی ناحیه مشخص می‌باشد. بر اساس این روش در دیاگرام ورونوئی به هر مجموعه‌ای از نقاط (که دامنه‌ها، سایت‌ها و یا مولدها نامیده می‌شوند) ناحیه‌ای اختصاص داده می‌شود، که این نواحی سلول‌های ورونوئی خوانده می‌شوند [6].

توزیع بر اساس الگوریتم حریص (Greedy): یکی از الگوریتم‌های عددی که بیشتر برای حل مسائل بهینه‌سازی استفاده می‌شود، الگوریتم حریص است. در حالت کلی این روش سرعت اجرایی بهتری نسبت به روش‌های مشابه خود دارد اما متناسب با مسئله ممکن است به یک جواب بهینه جامع منجر نشود. در این الگوریتم رسیدن به هدف در هر گام، مستقل از گام قبلی و بعدی است، به این شکل که در هر مرحله برای رسیدن به هدف نهایی، مستقل از انتخاب‌ها و نتایج مراحل پیشین، بهترین انتخاب صورت می‌پذیرد و علت اصلی نام‌گذاری این روش همین مساله بوده است. این الگوریتم دارای سه گام

Fig. 2. Scheme and geometry of the experimental model of the sliding body motion in water [19].

جدول ۱. مشخصات و پارامترهای مدل SPH در مدل‌سازی تراز سطح آب.

SPH Type	WCSPH
Kernel Function	Wendland
Time-stepping algorithm	Predictor-Corrector
Density Filter	MLS
Equation of State	Tait's equation
dx	0.01m
dt	0.0001 sec
Simulation Time	4 sec

Table 1. SPH model parameters for water level variation modelling.

مقادیر پارامترهای مدل SPH شبیه‌سازی شده در جدول (۱) آورده شده است.

۳-۳- روش مدل‌سازی و تحلیل نتایج

در این تحقیق به منظور مدل‌سازی سناریوهای مفروض از مدل مرجع باز SPHysics که در حوزه‌های مورد مطالعه توانایی مدل‌سازی با بهره‌گیری از روش SPH را دارد، به ترتیب نمودار شکل (۳) استفاده شده است. ابتدا ارزیابی توزیع‌های مختلف ریاضی و انتخاب شش توزیع برای توزیع اولیه ذرات در روش SPH صورت گرفت. سپس مدل‌سازی بالاروی سطح آب بر اساس هر یک از شش توزیع مدنظر برای توزیع اولیه ذرات و در نهایت ارزیابی نتایج حاصل از مدل SPH با خروجی‌های تست آزمایشگاهی و استخراج توزیع مناسب‌تر انجام شد. همچنین برای توسعه این مدل در راستای استفاده و بهره‌برداری از تمامی توزیع‌های ذرات از برنامه‌نویسی در بستر MATLAB و FORTRAN استفاده شده است. به منظور تحلیل و ارزیابی نتایج حاصل از مدل‌سازی که بر اساس مدل SPHysics توسعه یافته است، از نرم‌افزار MATLAB برای ارائه نتایج، مقایسه و تجزیه و تحلیل مقایسه‌ای نتایج حاصل از مدل‌سازی، استفاده شده است.

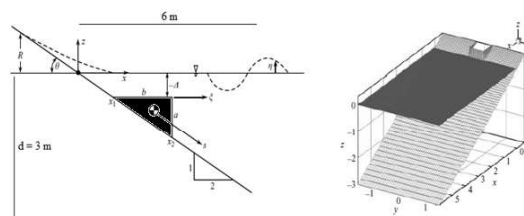
گرفتن موقعیت نقاط موجود بر ماریچ فیوناجی، می‌توان توزیعی از نقاط را به عنوان توزیع اولیه ذرات ارائه نمود.

در این پژوهش برای ارزیابی تاثیر توزیع اولیه ذرات بر مدل‌سازی پدیده بالاروی سطح آب در ساحل با بررسی توزیع‌های مختلف ریاضی (الگوریتم‌های توزیع ذرات در صفحه)، مدل‌سازی پدیده مذکور تحت هر یک از توزیع‌های اولیه شش‌گانه اشاره شده، مورد مطالعه قرار گرفت. در ادامه شش توزیع مذکور در شکل (۱) به صورت شماتیک نشان داده شده است.

۳-۲- مشخصات مدل آزمایشگاهی بالاروی سطح آب

مدل‌سازی آزمایشگاهی و عددی حرکت گوه لغزان بیشتر به منظور شبیه‌سازی زمین لغزش در مخازن سدها و نیز پدیده بالاروی و پایین‌روی موج در سواحل صورت می‌گیرد [20, 21]. برای تعریف و پیاده‌سازی مدل‌های عددی با شرایط متغیر توزیع اولیه ذرات، از مدل آزمایشگاهی لیو و همکاران (۲۰۰۵) استفاده شده است [22]. این مطالعه متشکل از مخزنی بزرگ مقیاس به طول ۱۰۴ متر، عرض ۳/۷ متر و عمق ۴/۶ متر با شیب صفحه ۱:۲ در یک انتهای مخزن و عمق آب در مخزن ۲/۴۴ متر بوده است. این مدل‌سازی با دو جسم کره و گوه‌ای شکل صورت گرفته است. گوه دارای طول ۹۱/۴۴، ارتفاع ۴۵/۷۲ و عرض ۶۵/۲۵ سانتی‌متر، از جنس آلومینیوم و وزن ۴۷۵/۵ کیلوگرم بوده است. در این آزمایش یکبار هم گوه با وجوه مورب ساخته شده که در مطالعه حاضر مدنظر نیست. مدل‌های عددی ایجاد شده دارای ابعاد هندسی و ویژگی‌های برابر با مدل آزمایشگاهی می‌باشد. شماتیک مدل آزمایشگاهی و مدل سه بعدی عددی در پژوهش مذکور در شکل (۲) نشان داده شده است.

شکل ۲. مشخصات هندسی و شماتیک مدل آزمایشگاهی حرکت جسم لغزان در آب [19].



شکل ۳. ترتیب انجام شبیه‌سازی‌ها.

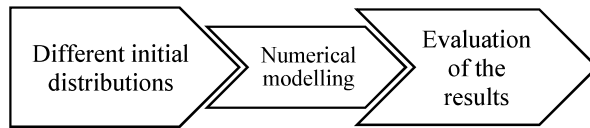


Fig. 3. Order of the simulation's procedure.

۴- بحث و بررسی نتایج

در این بخش نتایج حاصل از مدل‌سازی عددی بالاروی سطح آب با بهره‌گیری از روش هیدرودینامیک ذرات هموار (SPH) و بر اساس شش توزیع اولیه متفاوت ذرات ارائه می‌شود. با توجه به توضیحات ارائه شده در بخش پیشین، مدل عددی بر اساس ویژگی‌های، جزئیات هندسی، شرایط اولیه و شرایط مرزی مدل آزمایشگاهی ایجاد و با توجه به جدول (۱) پارامترهای مدل عددی روش SPH تعیین می‌شود. نمونه‌ای از نتایج مدل حل شده در شکل (۴) نشان داده شده است. در این شکل کانتورهای موقعیت، سرعت و فشار ذرات در گام زمانی نمونه $T = 2.235$ sec با توجه به ورود کامل گوهی لغزان به دامنه‌ی ذرات) برای توزیع شش ضلعی و فیبوناچی به عنوان نمونه ارائه شده است.

۴-۱- ارزیابی نتایج مدل‌سازی بالاروی سطح آب بر اساس توزیع‌های اولیه

به منظور ارزیابی نتایج حاصل از مدل‌سازی بالاروی سطح آب و بررسی میزان دقت هریک از مدل‌های عددی، مقایسه‌ای بین نتایج حاصل از مدل‌سازی آزمایشگاهی با نتایج عددی صورت گرفته است. به این منظور میزان تغییرات سطح آب بر اثر حرکت گوه لغزان در مدل‌های عددی و آزمایشگاهی با یکدیگر مورد مقایسه قرار گرفته است.

شکل ۴. نتایج حاصل از مدل‌سازی تراز سطح آب بر اساس توزیع اولیه (a) شش ضلعی و (b) فیبوناچی در $T = 2.235$ sec.

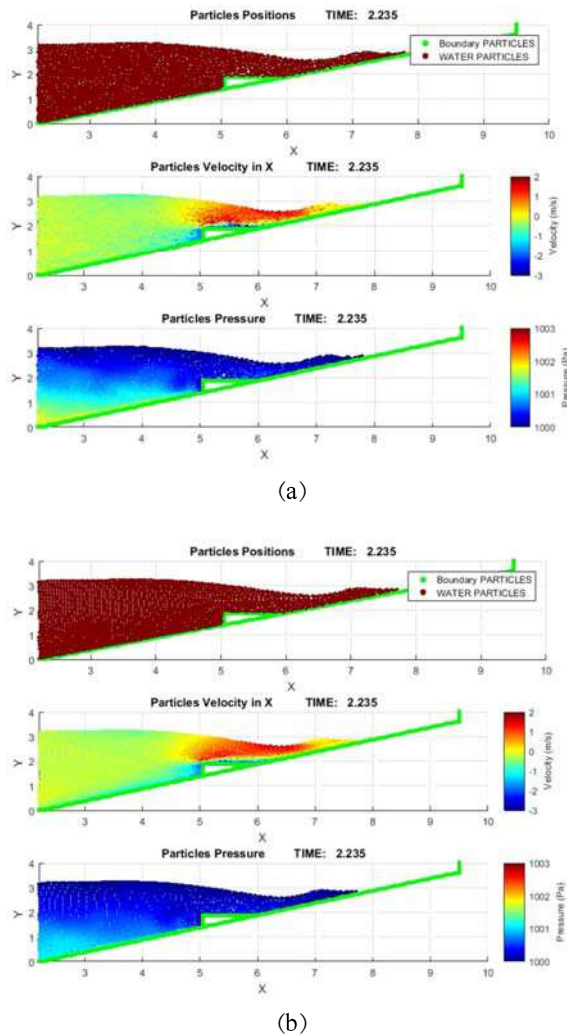


Fig. 4. Water level variations modeling results in $T=2.235$ sec for (a) Fibonacci and (b) Hexagonal initial particle distributions.

بر اساس نتایج حاصل از مدل آزمایشگاهی میزان تغییرات تراز سطح آب در گام‌های زمانی مختلف اندازه‌گیری شده است. در شکل‌های (۵ و ۶) نتایج حاصل از مدل‌های آزمایشگاهی و عددی (توزیع مربعی) بالاروی سطح آب، بردارهای سرعت نشان داده شده است. همان‌گونه که ملاحظه می‌شود الگوی جریان در مدل‌های آزمایشگاهی و عددی از جنبه کیفی بسیار شبیه است. به طور خاص روی سطوح افقی و عمودی و در راس گوه الگوی جریان در مدل‌های فیزیکی و عددی یکسان است. همچنین گودی سطح آب در همه مدل‌ها تقریباً در محل تلاقی سطح افقی گوه با بستر جریان رخ داده است. همچنین

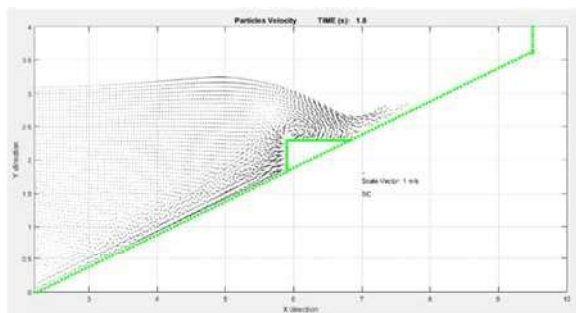


Fig. 6. Water level variations in SPH model (SC).

در ادامه به نتایج به دست آمده برای تراز سطح آب بر اساس هریک از شش توزیع معرفی شده در قالب شکل (۶) در گام زمانی $T=1.8 \text{ sec}$ ، پرداخته می‌شود.

جهت سرعت در نقاط مختلف سطح، اگرچه در جزئیات تفاوت‌هایی نیز دیده می‌شود. لازم به ذکر است الگوی بردارهای سرعت در سایر توزیع‌های مدل عددی تقریباً مشابه است.

شکل ۵. نتایج حاصل از مدل آزمایشگاهی برای تغییرات تراز سطح آب در گام زمانی $T=1.8 \text{ sec}$ [22].

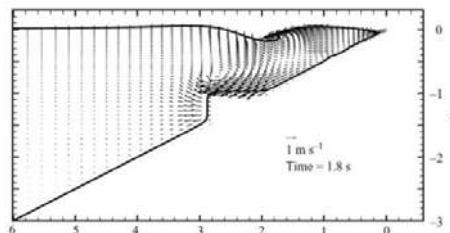


Fig. 5. Water level variations experimental model results in $T=1.8 \text{ sec}$ [22].

شکل ۶. نتایج حاصل از مدل عددی توزیع مربعی برای تغییرات تراز سطح آب در گام زمانی $T=1.8 \text{ sec}$.

شکل ۷. نتایج حاصل از توزیع‌های اولیه استفاده شده در مدل SPH برای تغییرات تراز سطح آب در گام زمانی $T=1.8 \text{ sec}$.

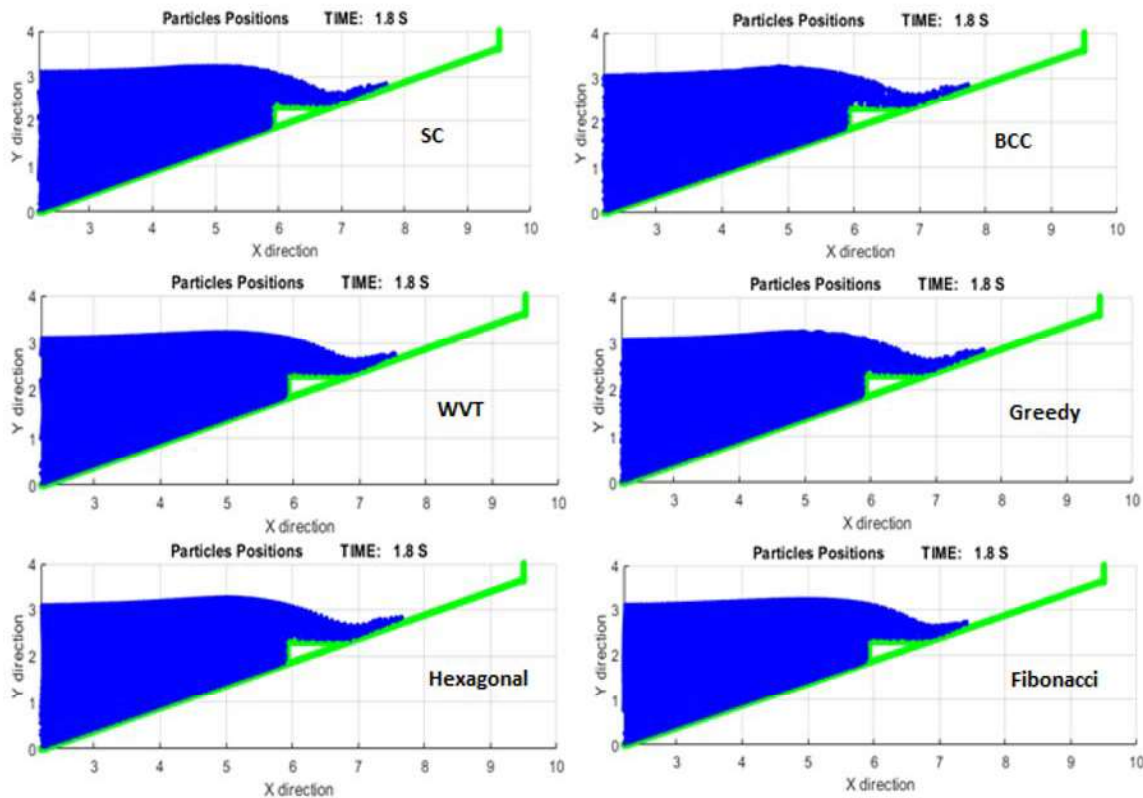


Fig. 7. Water level variations SPH results for different initial particle distributions in $T=1.8 \text{ sec}$.

شکل ۸. نتایج حاصل از توزیع‌های استفاده شده در مدل SPH تراز سطح آب و مدل فیزیکی (آزمایشگاهی) در گام زمانی $T=1.8 \text{ sec}$.

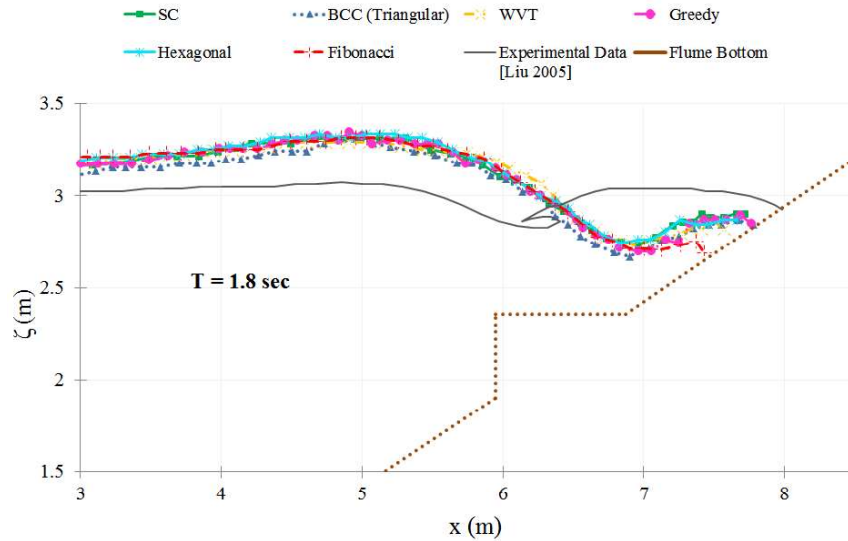


Fig. 8. Water level variation SPH and physical model results in T=1.8 sec.

جدول ۲ ارزیابی نتایج حاصل از مدل‌سازی عددی تراز سطح آب (میانگین و جذر میانگین مربعات خطای مدل‌سازی برحسب درصد)

Type	T = 0.3 S	T = 0.9 S	T = 1.2 S	T = 1.5 S	T = 1.8 S	T = 2.4 S	Mean Error (%)	RMSE (%)
SC	13.097	18.762	14.842	15.226	16.895	20.724	16.591	16.758
Triangular	14.513	16.850	19.640	20.952	17.468	25.533	19.159	19.433
WVT	12.499	10.772	13.617	15.132	15.571	16.603	14.032	14.151
Greedy	15.241	13.850	12.910	15.553	13.472	16.758	14.631	14.683
Hexagonal	8.912	8.056	10.545	10.900	10.589	12.465	10.244	10.329
Fibonacci	9.514	8.922	10.752	10.424	12.379	14.641	11.106	11.246

Table 2 Evaluation of the results of the SPH modeling of the water level variations (ME & RMSE).

اساس میانگین و جذر میانگین مربعات خطای (RMSE) مدل‌سازی تغییرات تراز سطح آب برای هر یک از گام‌های زمانی ارائه شده است. همچنین در شکل (۷) بردارهای سرعت در مدل‌های عددی نشان داده شده است.

به سبب حجم بالای نتایج، نمودارهای تغییرات تراز سطح آب در مدل‌سازی بالاروی سطح آب برای هر یک از شش مدل عددی و در هر یک از شش گام زمانی مدنظر، مورد بررسی قرار گرفته است لکن فقط در گام زمانی T=1.8 sec در شکل (۶) ارائه شده و نتایج مابقی گام‌های زمانی در قالب جدول (۲) قابل مشاهده است. در این جدول مقایسه‌ای بین نتایج حاصل از مدل‌سازی و نتایج مدل آزمایشگاهی بر اساس میانگین و

برای بررسی عملکرد مدل‌های عددی، میزان تغییرات تراز سطح آب در شش گام زمانی (T = 0.3, 0.9, 1.2, 1.5, 1.8, 2.4 sec) مختلف استخراج و با نتایج حاصل از مدل آزمایشگاهی مورد مقایسه و ارزیابی قرار گرفته است. لازم به ذکر است که به سبب حجم بالای نتایج، نمودارهای تغییرات تراز سطح آب در مدل‌سازی بالاروی سطح آب برای هر یک از شش مدل عددی و در هر یک از شش گام زمانی مدنظر، در نظر گرفته شده است، لیکن فقط نتایج گام زمانی T=1.8 sec در شکل (۶) ارائه شده است و نتایج سایر گام‌های زمانی در قالب جدول (۲) قابل مشاهده است. در این جدول مقایسه‌ای بین نتایج حاصل از مدل‌سازی عددی و نتایج مدل آزمایشگاهی بر

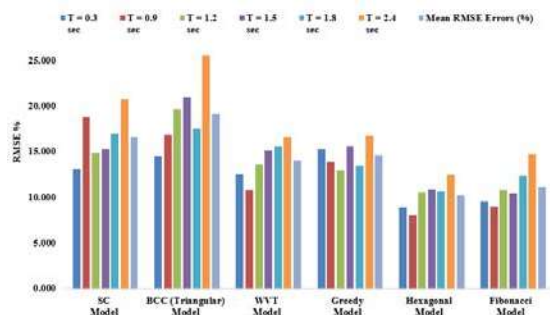


Fig. 9. Error evaluation for water level variations by SPH modeling of different initial particle distributions in different time steps.

با توجه به نتایج، اگرچه تفاوت پاسخ مدل‌های عددی مورد استفاده در این پژوهش با مدل آزمایشگاهی می‌تواند با استفاده از مدل‌های بهبود یافته (با اعمال مدل‌های آشفتنگی متناسب، منظور نمودن زبری بستر، اصلاح تقریب‌های گسسته‌سازی و موارد دیگر) کاهش یابد، اما از آنجایی که همه مدل‌های مورد استفاده در این پژوهش دقت یکسانی داشته‌اند، نتایج با یکدیگر قابل قیاس بوده و می‌توان انتظار داشت که تاثیر چیدمان اولیه ذرات بر نتایج، الگوی نسبتاً مشابهی در سایر مدل‌ها نیز داشته باشد.

۵- نتیجه‌گیری

در این پژوهش ابتدا با توجه به مدل‌های مبنای پژوهش و همچنین با در نظر گرفتن متغیرهای تحقیق، چارچوب انجام مطالعات عددی تدوین شده و سناریوهای انجام مدل‌سازی عددی مشخص شد. سپس نتایج اصلی حاصل از پژوهش با محوریت ارزیابی عملکرد روش SPH در مدل‌سازی پدیده بالاروی سطح آب بر اساس توزیع‌های ششگانه اولیه ذرات مورد بررسی قرار گرفت. نتایج به دست آمده نشان داد که بیشترین میزان خطای مدل‌سازی متعلق به توزیع مثلثی و بهترین عملکرد مدل بر اساس توزیع‌های اولیه شش ضلعی و فیبوناچی بوده است. بر اساس نتایج به دست آمده مدل‌سازی عددی بالاروی سطح آب با توزیع‌های مربعی، مثلثی، WVT، Greedy، شش ضلعی و فیبوناچی به ترتیب دارای خطای مدل‌سازی حدوداً معادل با ۱۷٪، ۱۹٪، ۱۴٪، ۱۵٪، ۱۰٪ و ۱۱٪ بوده است. همچنین با توجه به نتایج حاصل مشخص می‌گردد که دو توزیع

جذر میانگین مربعات خطای (RMSE) خطای مدل‌سازی تغییرات تراز سطح آب برای هر یک از گام‌های زمانی ارائه شده است.

در جدول (۲) نتایج حاصل از مدل‌سازی پدیده بالاروی سطح آب (میانگین و جذر میانگین مربعات خطای (RMSE) مدل‌سازی) بر اساس هر یک از توزیع‌های اولیه ذرات و در شش گام زمانی ارائه شده است. همچنین در ستون آخر میانگین کل و جذر میانگین مربعات خطای (RMSE) خطای مدل‌سازی عددی برای هر یک از مدل‌ها که بیانگر میزان اختلاف مقادیر به دست آمده از مدل‌سازی عددی نسبت به نتایج مدل آزمایشگاهی بوده، ارائه شده است. این میزان اختلاف ناشی از روش عددی مدل‌سازی و اختلاف فاز ذاتی موج موجود در مدل آزمایشگاهی و مدل SPH به ویژه در زمان برخورد به انتهای فلوم می‌باشد؛ که با توجه به نتایج مشخص می‌شود که مدل با توزیع اولیه ذرات مثلثی دارای بیشترین مقدار خطای مدل‌سازی (حدوداً ۱۹٪) بوده است، همچنین دو مدل (توزیع ذرات شش ضلعی و توزیع فیبوناچی) دارای کمترین مقدار خطای مدل‌سازی (به ترتیب ۱۰٪ و ۱۱٪) است. علاوه بر این بر اساس نتایج، مدل WVT دارای خطای مدل‌سازی کمتری (حدوداً ۱۴٪) نسبت به سه مدل با توزیع مربعی، مثلثی و Greedy است.

با توجه به نتایج به دست آمده از مدل‌سازی عددی پدیده بالاروی سطح آب بر اساس روش SPH مشخص شد که دو مدل با توزیع ذرات شش ضلعی و فیبوناچی دارای خطای مدل‌سازی کمتری نسبت به مدل‌های عددی دیگر هستند و برای مدل‌سازی پدیده بالاروی سطح آب به روش SPH بهره‌گیری از این دو توزیع اولیه می‌تواند باعث ارتقا و بهبود کارایی روش هیدرودینامیک ذرات هموار شود. برای ارزیابی دقیق و ارائه پارامترهای آماری در شکل (۸) نمودار میله‌ای تغییرات میانگین و جذر میانگین مربعات خطا در هر گام زمانی و برای هر یک از مدل‌های عددی ارائه شده است.

شکل ۹. ارزیابی خطای مدل‌سازی پدیده تراز سطح آب بر اساس هر یک از توزیع‌های اولیه ذرات در روش SPH در گام‌های زمانی مختلف.

11. Gotoh, H., Khayyer, A., Ikari, H., Arikawa, T., & Shimosako, K. (2014). On enhancement of incompressible SPH method for simulation of violent sloshing flows. *Applied Ocean Research*, 46, 104-115. <https://doi.org/10.1016/j.apor.2014.07.005>

12. Oger, G., Marrone, S., Le Touzé, D., & De Lefte, M. (2016). SPH accuracy improvement through the combination of a quasi-Lagrangian shifting transport velocity and consistent ALE formalisms. *Journal of Computational Physics*, 313, 76-98. <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2016.02.047>

13. Sun, P. N., Colagrossi, A., Marrone, S., & Zhang, A. M. (2016). Detection of Lagrangian coherent structures in the SPH framework. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 305, 849-868. <https://doi.org/10.1016/j.cma.2016.02.012>

14. Monaghan, J. J. (1989). On the problem of penetration in particle methods. *Journal of Computational Physics*, 82(1), 1-15. [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(89\)90067-5](https://doi.org/10.1016/0021-9991(89)90067-5)

15. Monaghan, J. J. (2000). SPH without a tensile instability. *Journal of Computational Physics*, 159(2), 290-311. <https://doi.org/10.1006/jcph.2000.6419>

16. Akbari, H. (2019). An improved particle shifting technique for incompressible smoothed particle hydrodynamics methods. Wiley Online Library. <https://doi.org/10.1002/fld.4755>

17. Poulak, M., Akbari, H., & Jabbari, E. (2023). Importance of Initial Particle Distribution in Modeling Dam Break Analysis with SPH. *KSCE Journal of Civil Engineering*, 27(1), 218-232. <https://doi.org/10.1007/s12205-022-3408-5>

18. Poulak, M., Jabbari, E. & Akbari, H., The effect of initial particles distribution in smoothed particle hydrodynamic method in wave generation modeling based on laboratory model. *Civil Infrastructure Researches*, Accepted for publication. <https://doi.org/10.22091/CER.2023.9003.1451>

19. Cormen, T. H., Leiserson, C. E., Rivest, R. L., & Stein, C. (2009). *Introduction to Algorithms* (3rd ed.). The MIT Press.

20. Zhang G., Chen J., Qia Y., Li J., and Xu Q., "Numerical simulation of landslide generated impulse waves using a δ^+ -LES-SPH model", *Advances in Water Resources*, 151 (2021) 103890.

21. Yeylaghi S., Moa B., Buckham B., Oshkai P., Vasquez J., and Crawford C., "ISPH modelling of landslide generated waves for rigid and deformable slides in Newtonian and non-Newtonian reservoir fluids", *Advances in Water Resources*, 107 (2017) 212-232.

22. Liu, P. F., Wu, T. R., Raichlen, F., Synolakis, C. E., & Borrero, J. C. (2005). Runup and rundown generated by three-dimensional sliding masses. *Journal of Fluid Mechanics*, 536, 107-144. <https://doi.org/10.1017/S0022112005004508>

اولیه شش ضلعی و فیبوناچی دارای خطای مدل‌سازی حدودا ۱۰٪ بوده است.

مراجع

1. Monaghan, J. J. (1992). Smoothed Particle Hydrodynamics. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 30(1), 543-574. <https://doi.org/10.1146/annurev.aa.30.090192.002551>

2. Monaghan, J. J. (2012). Smoothed particle hydrodynamics and its diverse applications. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 44, 323-346. <https://doi.org/10.1146/annurev-fluid-120710-101220>

3. Liu, M. B., & Liu, G. R. (2010). Smoothed particle hydrodynamics (SPH): An overview and recent developments. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 17(1), 25-76. <https://doi.org/10.1007/s11831-010-9043-2>

4. Lee, E. S., Violeau, D., Issa, R., & Ploix, S. (2010). Application of weakly compressible and truly incompressible SPH to 3-D water collapse in waterworks. *Journal of Hydraulic Research*, 48 (Suppl.1), 50-60. <https://doi.org/10.1080/00221686.2010.9641269>

5. Morris, J. P., Fox, P. J., & Zhu, Y. (1997). Modeling low Reynolds number incompressible flows using SPH. *Journal of Computational Physics*, 136(1), 214-226. <https://doi.org/10.1006/jcph.1997.5745>

6. Diehl, S., Rockefeller, G., Fryer, C. L., Riethmiller, D., & Statler, T. S. (2015). Generating optimal initial conditions for smoothed particle hydrodynamics simulations. *arXiv preprint arXiv:1511.04256*. <https://arxiv.org/abs/1511.04256>

7. Belytschko, T., Krongauz, Y., Dolbow, J., & Gerlach, C. (1998). On the completeness of meshfree particle methods. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 43(5), 785-819. [https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1097-0207\(19981115\)43:5%3C785::AID-NME413%3E3.0.CO;2-R](https://doi.org/10.1002/(SICI)1097-0207(19981115)43:5%3C785::AID-NME413%3E3.0.CO;2-R)

8. Khayyer, A., Gotoh, H., & Shao, S. D. (2008). Corrected incompressible SPH method for accurate water-surface tracking in breaking waves. *Coastal Engineering*, 55(3), 236-250. <https://doi.org/10.1016/j.coastaleng.2007.09.005>

9. Antuono, M., Colagrossi, A., & Marrone, S. (2012). Numerical diffusive terms in weakly-compressible SPH schemes. *Computer Physics Communications*, 183(12), 2570-2580. <https://doi.org/10.1016/j.cpc.2012.06.009>

10. Gui, Q., Dong, P., & Shao, S. (2015). Numerical study of PPE source term errors in the incompressible SPH models. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 77(6), 358-379. <https://doi.org/10.1002/fld>

Investigating the effect of the initial distribution of particles in modeling the water level variations caused by the motion of a sliding object on a sloped surface using SPH method.

Mahyar Pourlak¹ and Ehsan Jabbari^{*2} and Hasan Akbari³

1 PhD Graduate in Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Qom

2 Associate Professor in Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Qom

3 Associate Professor in Faculty of Civil and Environmental Engineering, Tarbiat Modares University

Email: *e.jabbari@qom.ac.ir

Abstract

The initial position of particles plays an important role in reducing numerical errors and its efficiency in all meshless numerical methods in which scattered nodes are employed for the definition of the approximate solution function. The Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) method is one of the interesting and powerful numerical methods in simulating fluid motion. The accuracy of this method which uses distributed nodes for different purposes is significantly affected by the distribution of points. Indeed, there is numerous research in which the effects of the distributions of the points are studied for some special types of meshless methods, but few concern the initial distributions. In all meshless methods, the initial distribution of particles or nodes can affect both the accuracy and the rate of convergence.

In this research, considering water level variations modeling, and using previous modeling experiences with the SPH method using SPHysics numerical model, six common particle distributions including SC square distribution, Triangular distribution, distribution based on WVT algorithm, distribution based on Greedy algorithm, hexagonal distribution, and distribution based on Fibonacci algorithm have been investigated. Square distribution (Simple Cubic) is mainly used in various research. In this distribution, the distance of all particles is equal. In triangular distribution (Body-Centered Cubic) the particles are located at the vertices of an equilateral triangle. The WVT method based on the Voronoi diagram divide the space into a certain number of areas. Based on this method, a region is assigned to each set of points in the Voronoi diagram, called Voronoi cells.

The distribution based on the greedy algorithm is mainly used to solve optimization problems. In this algorithm, reaching the goal in each step is independent of the previous and next steps, in such a way that the best choice is made in each step to reach the final goal, independent of the choices and results of the previous steps. Hexagonal distribution is based on dividing the surface into regular hexagons. Distribution of the Fibonacci algorithm is defined based on the Fibonacci sequence and the geometric expression of the Fibonacci spiral. Different hydraulic parameters were evaluated using all initial particle distributions. Based on the results of the pressure, velocity, and free surface level at different time steps in comparison with those of the physical model, the adopted error criteria for each of the models have been computed for all distributions.

For evaluation of the solutions, RMSE and MAE of the results are evaluated. According to the error criteria, it was determined that the two hexagonal and Fibonacci particle distributions have the lowest average error (10.2% and 11.1%, respectively). In addition, the WVT model has a lower modeling error (about 14%) than the remaining three models, i.e., square, triangular, and Greedy distributions.

Therefore, since in this phenomenon, the two initial distributions of hexagonal and Fibonacci particles have less modeling error than other distributions, it is recommended to use these distributions in modeling the water level variation phenomenon using the SPH method. For other phenomena, similar studies may be performed as well for the best distribution of the particles to be found.

Keywords: Meshfree methods, Smoothed Particle Hydrodynamics, Initial particle distribution, Water level variation modeling, Initial conditions.