مجله علمی- پژوهشی
«عمـران مـــدرس»
دوره دهم، شماره ۴، زمستان ۱۳۸۹

مطالعه اثر انحنای اولیه تصادفی اعضا بر قابلیت اعتماد قاب‌های فولادی

محمدعلی لطف‌اللهی یقین[۱]*، مسعود نگین[۲]

۱- دانشیار، دانشکده عمران، دانشگاه تبریز
۲- کارشناس ارشد مهندسی عمران- سازه

lotfollahi@tabrizu.ac.ir

تاریخ دریافت: ۱۳۸۷/۰۵/۲۱ تاریخ پذیرش: ۱۳۸۷/۱۱/۲۱

چکیده- در این مقاله دو نوع اثر ناکاملی هندسی اولیه در قاب‌های فولادی بر ظرفیت باربری و قابلیت اعتماد این سیستم‌ها مطالعه شده است. ناکاملی هندسی موجود در مختصات گره‌های اتصالی اعضای سازه به یک‌دیگر و ناکاملی هندسی ناشی از وجود انحنا در راستای اولیه و تئوری اعضای مختلف سازه که در مطالعات گذشته کم‌تر به‌صورت متغیرهایی تصادفی در تحلیل‌ها وارد شده است. به این منظور با انجام تحلیل استاتیکی و غیرخطی پوش‌اُور و با استفاده از روش‌های مرتبه‌ی اول قابلیت اعتماد و شبیه‌سازی مونت‌کارلو، قابلیت اعتماد سیستم‌های مورد نظر محاسبه می‌شود. علاوه بر این، با به‌کارگیری تحلیل حساسیت به روش مشتق‌گیری مستقیم که در ساختار شیء‌گرای نرم‌افزار OpenSees پیاده‌سازی شده، اهمیت هر یک از متغیرهای تصادفی مذکور از نظر میزان تأثیری که در رفتار سیستم دارند ارزیابی می‌شود. نتایج به‌دست آمده نشان می‌دهند که برخی از ناکاملی‌های هندسی مذکور از اهمیت ویژه‌ای در قابلیت اعتماد این سیستم‌ها برخوردارند که نشان‌دهنده اهمیت تغییرات هرچند کوچک این پارامترها در احتمال خرابی قاب‌های فولادی است.

کلیدواژگان: قاب‌های فولادی، ناکاملی‌های هندسی، قابلیت اعتماد، حساسیت، نرم افزار OpenSees

۱- مقدمه

در دو دهه اخیر نظریه‌ی قابلیت اعتماد سازه‌ای[1]، مقالات و تحقیقات بسیاری را به خود اختصاص داده است. در حقیقت توصیف رفتار سیستم‌های سازه‌ای واقعی به‌طور اجتناب‌ناپذیری وابسته به برخی منابع عدم قطعیت یا پارامترهای تصادفی است. به‌ویژه در مورد سازه‌های مهندسی، این عدم قطعیت‌ها ممکن است به‌صورت تغییرات و پراکندگی در نیروهای خارجی، شرایط محیطی، شرایط مرزی، پارامترهای هندسی یا مشخصات مصالح ظاهر شوند. در نتیجه واکنش سازه‌ها نیز اساساً دارای رفتاری تصادفی خواهد بود. بنابراین ضروری است در براورد رفتار واقعی سازه‌ها این عدم قطعیت در پارامترهای سیستم در نظر گرفته شود.

---

[1] Structural Reliability

از طرفی در سال‌های اخیر با توسعه و پیشرفت سریع کامپیوترهای دیجیتالی، تکنیک‌های متنوعی در مسائل مهندسی برای دست یافتن به طراحی بهینه‌ی سازه‌ها به کار رفته است. در این میان روش المان محدود، ابزار موفقی در تحلیل مسائل مهندسی در زمینه‌های مختلف بوده است. ترکیب این روش با شیوه‌های جدید و پیشرفته تحلیل قابلیت اعتماد سازه‌ای، باعث ایجاد روش المان‌های محدود مبتنی بر قابلیت اعتماد[1] (RFEM) شده است. در این روش در واقع سعی می‌شود که تراز ایمنی تعیین شده برای سازه مورد نظر، برحسب تابع عملکرد مربوط به‌دست آید. در این زمینه برای نمونه می‌توان به روش‌های بسیار متداول و شناخته شده‌ی تحلیل قابلیت اعتماد سازه‌ها، یعنی روش مرتبه‌ی اول قابلیت اعتماد[2] (FORM) و یا روش‌های دقیق‌تری مانند روش شبیه‌سازی مونت کارلو[3] (MC) اشاره کرد.

در این راستا مقاله‌ی حاضر نیز در زمینه تحلیل سازه‌ای سیستم قاب فولادی است که مشخصات مصالح فولادی مصرفی و نیروهای جانبی وارد شده به سازه و هم‌چنین ناکاملی‌های هندسی اولیه، به‌عنوان متغیرهایی تصادفی در نظر گرفته شده است. لازم است ذکر شود این ناکاملی‌ها به دو شکل، یعنی ناکاملی هندسی موجود در مختصات گره‌های اتصالی اعضای سازه به یک‌دیگر و ناکاملی هندسی ناشی از وجود انحنا در راستای اولیه و تئوریک اعضای مختلف سازه ـ که در مطالعات گذشته کم‌تر به‌صورت متغیرهایی تصادفی در تحلیل اعمال شده‌اند مدل‌سازی شده است. برای محاسبه‌ی قابلیت اعتماد سیستم مذکور نیز از آنالیز استاتیکی و غیرخطی پوش‌اُور در قالب تحلیل‌های مرتبه‌ی اول قابلیت اعتماد و شبیه‌سازی مونت‌کارلو استفاده شده است. علاوه بر این، میزان حساسیت این سیستم‌ها نسبت به پراکندگی‌های موجود در هر یک از متغیرهای تصادفی مسئله و تأثیر آن در رفتار سازه ارزیابی شده است.

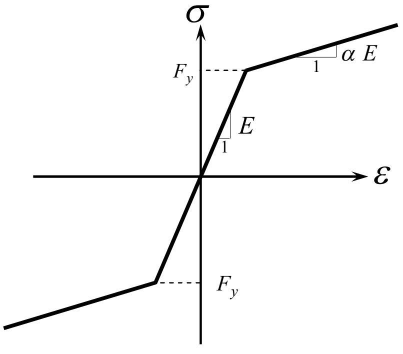
۲- مُدل تحلیلی

مطالعات ما روی قاب فولادی دو طبقه‌ای با یک دهنه انجام شده است. رفتار تنش-کرنش فولاد مصرفی مطابق شکل (۱) با سه پارامتر مدول الاستیسیته (E)، تنش تسلیم (F_y) و ضریب سختی ثانویه (α) فولاد مشخص شده است. مشخصات هندسی این قاب در شکل (۲) نشان داده شده‌است. شماره‌ی گره‌های اتصالی اعضا و هم‌چنین شماره مربوط به هر کدام از تیرها و ستون‌های قاب که در تحلیل‌های سازه‌ای استفاده شده، در شکل مشخص شده است. لازم است ذکر شود که هر یک از اعضای قاب فولادی در نرم‌افزار OpenSees به‌صورت المانی غیرخطی از نوع تیر-ستون در نظر گرفته شده که در چهار نقطه انتگرال‌گیری می‌شود. انتگرال‌گیری در طول عضو براساس قانون گوس-لاگرانژ انجام شده و فرضیات تیر برنولی برقرار است [۱]. سطح مقطع ستون‌های طبقه‌ی اول و دوم به‌ترتیب از پروفیل‌های فولادی بال‌پهن W14x53 و W14x43 و سطح مقطع تیرهای طبقهٔ اول و دوم نیز به‌ترتیب از پروفیل‌های فولادی بال‌پهن W21x50 و W18x40 انتخاب شده است.

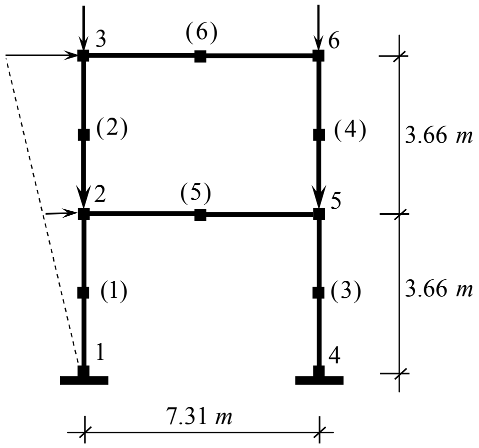
مقدار بار قائم وارد به گره‌های اتصالی اعضا در طبقات اول و دوم، به‌ترتیب برابر ۱۰۰kN و ۵۰kN در نظر گرفته شده است. نیروهای متمرکز جانبی نیز به‌صورت خطی در ارتفاع قاب از مقدار صفر در تراز پایه شروع شده و تا مقدار بیشینه‌ی آن برابر ۲۰۰kN در تراز بام تغییر می‌کند.

---

1. Reliability-based Finite Element Method
2. First Order Reliability Method
3. Monte Carlo Simulation Method



شکل (۱) نمودار تنش-کرنش فولاد مصرفی



شکل (۲) مشخصات هندسی و شماره‌گذاری مربوط به گره‌ها و اعضای قاب فولادی مورد مطالعه

۳- روش المان محدود مبتنی بر قابلیت اعتماد

در میان شیوه‌های امروزی تحلیل سازه‌ای، بدون شک روش المان محدود یکی از قوی‌ترین و موفق‌ترین ابزارهای به‌وجود آمده در زمینه‌ی حل مسائل گوناگون مهندسی و از جمله در مهندسی سازه بوده است. با وجود روش مزبور، محدودیت‌هایی در زمینه‌ی اعمال پارامترهای تصادفی مسئله از جمله تغییرات و پراکندگی موجود در مقاومت‌های مصالح مصرفی یا شکل و ابعاد هندسی سازه‌ها یا ناکاملی‌های موجود در آن‌ها و نیز طبیعت تصادفی بارهایی نظیر بار باد یا زلزله و بارهای زنده دارد. از این‌رو روش‌های جدیدتری برای غلبه بر این محدودیت‌ها گسترش پیدا کرده است. این روش‌ها که بیش‌تر با عنوان روش‌های المان‌های محدود تصادفی[1] (SFEM) شناخته شده‌اند، با به‌کارگیری تئوری احتمالات و در نظر گرفتن طبیعت تصادفی متغیرهای مسئله در تحلیل‌ها و پیش‌گویی رفتار واقعی سازه‌ها، افق‌های جدیدتری را پیشِ روی مهندسان و محققان قرار داده است. در این میان ترکیب روش‌های المان‌های محدود با الگوریتم‌های پیشرفته‌ی تحلیل قابلیت اعتماد، به پیدایش روش المان‌های محدود تصادفی مبتنی بر قابلیت اعتماد، منجر شده است. به بیان دیگر اصطلاح المان‌های محدود مبتنی بر قابلیت اعتماد به روش‌هایی گفته می‌شود که با ایجاد ارتباط متقابل بین روش‌های پیشرفته‌ی تحلیل قابلیت اعتماد مانند روش‌های مرتبه‌ی اول قابلیت اعتماد یا روش‌های شبیه‌سازی، با روش‌های تحلیل المان‌های محدود، به پیش‌بینی رفتار تصادفی سیستم‌های سازه‌ای واقعی می‌پردازند. لازم است ذکر شود که چون خرابی سازه‌ها بیش‌تر در محدوده‌ی رفتار غیرخطی آن‌ها اتفاق می‌افتد، پس ضروری است رفتار غیرالاستیک مصالح و اثر غیرخطی هندسی مسئله در این تحلیل‌ها در نظر گرفته شود. برای نخستین بار پیوند بین روش تحلیل المان‌های محدود و روش تحلیل قابلیت اعتماد مرتبه‌ی اول (FORM) در سال ۱۹۸۳ توسط دورکیورگیان و تیلور به‌وجود آمده است [۲]. از آن زمان به بعد به‌طور پیوسته روش‌های جدیدتر و پیشرفته‌تری به‌وسیله‌ی محققان مختلف و بیش‌تر خود دورکیورگیان و همکارانش توسعه یافته است [۳].

در حالت کلی هدف اصلی انواع مختلف تحلیل‌های قابلیت اعتماد، براورد احتمال خرابی سیستم‌های سازه‌ای از طریق حل انتگرال زیر است:

$$P_f = \iint \underset{g(X)\le 0}{\cdots} \int f_X(x)dx \tag{۱}$$

---

[1] Stochastic Finite Element Methods

که در آن X بردار متغیرهای تصادفی و $g(X)$ تابع خرابی یا تابع حالت حدی سیستم موردنظر است. بنابراین $g(X)\leq 0$ ناحیه‌ی خرابی را مشخص می‌کند. هم‌چنین $f_X(x)$ تابع چگالی توأم متغیرهای تصادفی بالا است [٤].

نکته‌ی بسیار مهمی که لازم است در این قسمت به آن اشاره شود آن است که در حالت کلی، تابع خرابی نه فقط برحسب متغیرهای اصلی مسئله بلکه ممکن است برحسب کمیت‌های واکنش سیستم مورد مطالعه تعریف شده باشد. این کمیت‌ها شامل کمیت‌هایی مانند کرنش‌ها، تنش‌ها، تغییرمکان‌های گرهی یا عکس‌العمل‌های سازه‌ی موردنظر است که از تحلیل المان محدود انجام شده به‌دست آمده‌اند. این گفته به این معنا است که در هر مرحله برای ارزیابی تابع خرابی سیستم، لازم است که یک تحلیل المان محدود انجام شود؛ از طرفی در تحلیل المان‌های محدود در هر مرحله نیز باید از مقادیر متغیرهای تصادفی به‌روز شده استفاده شود. در واقع در این روش همواره تقابل دوطرفه‌ای بین قسمت تحلیل المان‌های محدود و ارزیابی قابلیت اعتماد وجود دارد و به همین دلیل به آن روش المان محدود مبتنی بر قابلیت اعتماد گفته شده است.

۳-۱- روش‌های تقریبی

توابع خرابی در عمل معمولاً به‌صورت غیرخطی ظاهر می‌شوند. در این وضعیت‌ها مسئله به‌سادگی حالت خطی نیست و محققان اغلب مجبور به استفاده از روش‌های تقریبی می‌شوند. برای این منظور می‌توان از سری تیلور استفاده کرده و تابعِ غیرخطی خرابی را به‌عنوان مثال در نقطه‌ی میانگین متغیرهای تصادفی بسط داد. در مباحث تحلیل‌های قابلیت اعتماد، این روش معمولاً روش مرتبه‌ی اول-لنگر دوم[1] (FOSM) نامیده می‌شود. برای این منظور اگر فرض شود X بردار متغیرهای تصادفی و اصلی مسئله و $g(X)$ تابع حالت حدی یا تابع خرابی سیستم مورد مطالعه باشد، با استفاده از بسط سری تیلور در نقطه‌ی میانگین متغیرهای تصادفی، تابعِ خرابی غیرخطی به‌صورت زیر تقریب زده می‌شود:

$$g(X) \approx g(\mu) + \nabla g\,(X-\mu) \tag{٢}$$

که μ و ∇g به‌ترتیب بردار میانگین و بردار ردیفی شیب‌ها تابع خرابی سیستم نسبت به متغیرهای تصادفی اصلی مسئله است. یعنی $\nabla g = \left[\frac{\partial g}{x_1}\frac{\partial g}{x_2}\dots\frac{\partial g}{x_n}\right]$. در نتیجه امید ریاضی و واریانس تابع خرابی نیز به‌ترتیب با استفاده از روابط زیر قابل محاسبه می‌شوند.

$$E[g] = \mu_g \approx g(\mu) \tag{٣}$$

$$\mathrm{Var}[g] = \sigma_g^2 \approx \nabla g \cdot \Sigma \cdot \nabla g^T \tag{٤}$$

که در آن Σ ماتریس کوواریانس متغیرهای تصادفی است. در نتیجه شاخص قابلیت اعتماد β برای این حالت از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$\beta = \frac{g(\mu)}{\sqrt{\nabla g \cdot \Sigma \cdot \nabla g^T}} \tag{٥}$$

بنابراین احتمال خرابی متناظر را می‌توان همواره از رابطه‌ی زیر محاسبه کرد [٥].

$$P_f = \Phi(-\beta) \tag{٦}$$

این روش با وجود سادگی معایب مهمی نیز دارد. برای مثال وقتی تابع خرابی حول نقطه‌ی میانگین متغیرهای تصادفی، خطی‌سازی می‌شود، این روش می‌تواند برحسب انتخاب توابع مختلف، مقادیر متفاوتی را برای شاخص قابلیت اعتماد برای همان مسئله نتیجه بدهد [٦]. برای حل

---

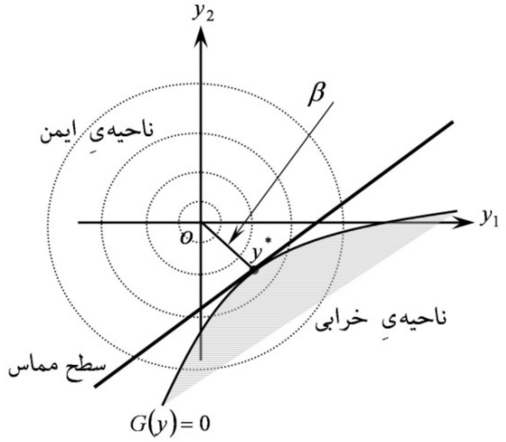
[1] First Order Second Moment

این مشکل هاسوفر و لیند کوتاه‌ترین فاصله بین مبدأ مختصات تا سطح خرابی در دستگاه مختصات نرمال استاندارد را به‌عنوان شاخص قابلیت اعتماد β تعریف کرده و پیشنهاد کردند که از تقریب خطی تابع خرابی در نقطه‌ی طراحی استفاده شود [۷]. نقطه‌ی طراحی که با y^* نشان داده می‌شود، روی سطح خرابی قرار گرفته و با کوتاه‌ترین فاصله از مبدأ مختصات، نشان‌دهنده‌ی محتمل‌ترین نقطه‌ی خرابی سیستم مورد نظر است. شکل (۳) این تقریب‌سازی خطی در نقطه‌ی طراحی و فضای نرمال استاندارد را برای حالتی نشان می‌دهد که فقط دو متغیر تصادفی وجود دارد. در این روش متداول است که بردار α به‌شکل زیر از نرمالیزه کردن بردار شیب‌های تابع خرابی در نقطه‌ی طراحی محاسبه شود. یعنی:

$$\alpha = -\frac{\nabla G}{\left\| \nabla G \right\|} \tag{۷}$$

که در آن $\nabla G = \left[\frac{\partial G}{y_1} \frac{\partial G}{y_2} \cdots \frac{\partial G}{y_n} \right]$. در این صورت شاخص قابلیت اعتماد از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$\beta = \alpha \cdot y^* \tag{۸}$$



شکل (۳) تقریب خطی تابع خرابی در روش هاسوفر- لیند

در نتیجه این روش نهایتاً به یک مسئله مینیمم‌سازی ریاضی تقلیل خواهد یافت. یعنی:

$$y^* = \min \{ \left\| y \right\| \ \mid \ G(y) \le 0 \} \tag{۹}$$

در این حالت نیز در صورت لزوم می‌توان احتمال خرابی سیستم را از رابطه‌ی تقریبی $P_f \approx \Phi(-\beta)$ به‌دست آورد. این روش با عنوان روش مرتبه‌ی اول قابلیت اعتماد (FORM) در مباحث آنالیزهای قابلیت اعتماد شناخته می‌شود [۳].

۳-۲- روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو

در روند پیش‌گویی رفتار پدیده‌های فیزیکی یا سیستم‌های سازه‌ای، موقعیت‌هایی وجود دارند که به دلیل طبیعت تصادفی و پیچیدگی فرمول‌بندی مسئله، توصیف رفتار مورد مطالعه را نمی‌توان به‌صورت ریاضی ارائه کرد، یا اگر مدلی ریاضی بتواند رفتار سیستم مورد نظر را توصیف کند، به‌دست آوردن راه تحلیلی مستقیم برای مدل ریاضی مربوط ممکن نیست. در چنین حالت‌هایی به‌علت دشواری فرمول‌بندی ریاضی مسئله، شبیه‌سازی تنها ابزاری است که برای به‌دست آوردن جواب‌های مورد نظر به کار می‌رود. شبیه‌سازی درواقع روشی ویژه است که با استفاده از آن می‌توان برخی از نتایج عددی مربوط به رفتار فیزیکی مورد مطالعه را بدون انجام آزمایش‌های لازم به‌دست آورد. در میان روش‌هایی که در شبیه‌سازی مطرح است روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو یکی از متداول‌ترین و پرکاربردترین روش‌ها در حل مسائل پیچیده مهندسی در زمینه‌های مختلف به شمار می‌رود.

در روش مونت‌کارلو، در حالت کلی با ایجاد اعدادی تصادفی با توزیع مورد نظر و با انجام تعداد تحلیل تعیین شده برای حالتی که تابع خرابی $g(X) \le 0$ باشد، احتمال خرابی سیستم محاسبه می‌شود. این مطلب از نظر ریاضی به

شکل زیر نوشته می‌شود:

$$P_f = \int_{-\infty}^{+\infty} I\left[g(X) \le 0\right] f_X(x)\,dx \qquad (۱۰)$$

که در آن $I\left[g(X) \le 0\right]$ تـابع مشـخص سیسـتم اسـت کـه مقدار آن برای زمانی که آرگومان مربوط درست باشد، برابر یک و در غیر این صورت برابر صفر در نظر گرفته می‌شود. در عمل، احتمال خرابی بـا ایجـاد تعـداد محـدودی اعـداد تصادفی به‌دست می‌آید، پس احتمال خرابی محاسـبه شـده، تنها بـراوردی از احتمـال خرابـی واقعـی اسـت. در نتیجـه احتمال خرابی در عمل از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود [۸].

$$\overline{P}_f \approx E\left[P_f\right] = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n} I\left[g(X_i) \le 0\right] \qquad (۱۱)$$

البته با افزایش تعداد دفعات شبیه‌سازی، این براورد به مقدار واقعی آن نزدیک‌تر می‌شـود. اگرچـه ایـن روش در حالـت کلی پرهزینه و وقت‌گیر است، با توجـه بـه افـزایش سـریع ظرفیت محاسباتی رایانه و نیز بهبود الگوریتم‌هـای تحلیلـی در روش‌های شبیه‌سازی، به‌خاطر ویژگی‌ها و قابلیـت‌هـای خاص آن‌ها، کـاربرد گسـترده‌ای در حـل مسـائل مهندسـی دارد.

۴- مفاهیم اساسی

۴-۱- تابع خرابی

در آنالیزهای قابلیت اعتماد، از مفهـوم حالـت حـدی بـرای تعریف خرابی سیستم استفاده می‌شود. به بیان دیگر حالـت حـدی مـرز بـین عملکـرد مطلـوب و نـامطلوب سـازه را مشخص می‌سازد. این مرز اغلب به‌صورت ریاضی بـا تـابع حالت حدی[1] یـا تـابع خرابـی نشـان داده مـی‌شـود. تأکیـد می‌شود که عبارت خرابی یا شکست در این‌جا ممکن است به معنای خرابی کلی سازه یا سیستم مـورد نظـر نباشـد. در واقع چنان‌چه سازه عملکـرد مـورد نظـر مسئله را نداشـته باشد، اصطلاح خرابی به‌کار برده می‌شود.

در حالت کلی در مباحـث آنالیزهـای تصـادفی دو نـوع تابع حالت حدی شامل توابع حالت حدی بهـره‌بـرداری[2] و توابع حالت حدی استحکام[3] سازه‌ها متداول است. هر گروه از حالت‌های حدی مذکور بایـد بـه‌طـور جداگانـه در نظـر گرفته شود، زیرا برای مثال یک سازه ممکـن اسـت بـر اثـر خیز جانبی کلی یا رانش نسبی طبقات آن خـراب شـود یـا ممکن است تشکیل مفصل پلاستیک و ایجاد سـازوکارهای گسیختگی مختلف، باعث شکست کلی یا موضعی آن شوند [۹]. اما از آن‌جاکـه در ایـن مقالـه ظرفیـت بـاربری نهـایی قاب‌های فولادی مورد نظـر اسـت، فقـط گـروه دوم یعنـی توابع حالت حدی استحکام استفاده خواهد شد.

امروزه در طراحی‌های پیشـرفته مهندسـی زلزلـه تأکیـد می‌شود که سازه‌های ساختمانی باید در مقابل زلزله‌هایی بـا شـدت متوسـط، بـدون آسیب‌دیـدگی کلـی بـاقی بماننـد. هم‌چنین در مقابل زلزله‌هایی با شدت زیاد، سازه‌هـا بایـد از شکل‌پذیری و نرمی کافی بـرای جـذب و مسـتهلک کـردن انرژی برخوردار باشند؛ به‌طوری‌کـه از خرابـی و فروریـزی ساختمان جلوگیری شود. بدین ترتیب در آنالیزهای قابلیـت اعتماد نیز ضروری است که حالت‌های حـدی یـا در واقـع معیارهای آسیب و خرابی سازه‌هـای مـورد بحـث بـه‌طـور روشن تعریف شوند. در این میان اگرچه مباحث اسـتهلاک انرژی و آسیب‌هـای سـاختمانی مقولـه‌ی بسـیار مفصـل و پیچیده‌ای است، با وجود این برای مقاصد آنالیزهای قابلیت اعتماد، تعریف حالت‌های حدی برحسب تغییر شـکل‌هـای غیرالاستیک سازه‌ها نظیر بیشینه‌ی رانش نسـبی طبقـات یـا خیز کلی سیستم‌های ساختمانی، در بسیاری از آیین‌نامه‌های

---

[1] Limit State Function

[2] Serviceability Limit State Functions

[3] Importance Measures

مهندسی، کافی و مورد پذیرش است. برخی از مراجع، به‌عنوان نمونه شرایط حدی استحکام سازه‌های ساختمانی را برای رانش نسبی طبقات و هم‌چنین خیز جانبی کلی در ساختمان، به‌ترتیب برابر ۲ درصد ارتفاع طبقات متوالی ساختمان و ۲ درصد ارتفاع کلی سازه توصیه کرده‌اند [۱۰].

۴-۲- شاخص‌های اهمیت[1]

نرم‌افزار OpenSees هم‌چنین می‌تواند در قالب آنالیز مرتبه‌ی اول (FORM) شیب‌های واکنش یا پاسخ سیستم را نسبت به پارامترها یا متغیرهای تصادفی مسئله محاسبه کند. پیامد بسیار مهم این محاسبات، معرفی شاخص‌هایی برای اندازه‌گیری میزان اهمیت متغیرهای تصادفی سیستم مورد مطالعه است که در نتیجه‌ی آن، امکان آرایش این پارامترها برحسب شدت اثری که بر رفتار یا واکنش سیستم و نهایتاً در قابلیت اعتماد آن خواهند داشت، فراهم می‌شود.

برای این منظور، نرم‌افزار OpenSees به‌طور استاندارد چهار بردار اهمیت متغیرهای تصادفی را معرفی می‌کند. اولین بردار، α نامیده می‌شود که در رابطه‌ی (۷) تعریف شد. هوکاس نشان داده که عناصر این بردار میزان تأثیر متغیرهای تصادفی نرمال استاندارد شده در واریانس تابع خرابی سیستم مورد مطالعه را که در نقطه‌ی طراحی، خطی‌سازی شده، نشان می‌دهند [۳].

لازم است ذکر شود که بردار α فقط برای متغیرهای تصادفی غیرهمبسته اعتبار دارد و کاربرد محدودتری دارد؛ پس در سیستم قاب فولادی مورد بحث نیز که متغیرهای تصادفی در آن به‌صورت همبسته تعریف شده‌اند، از این بردار استفاده نمی‌شود.

دومین بردار یا معیار اهمیت، بردار γ است که به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$\gamma = \frac{\alpha J_{y,x}\hat{D}}{\left\| \alpha J_{y,x}\hat{D} \right\|} \qquad (۱۲)$$

که $\hat{D}$ نشان‌دهنده‌ی ماتریس قطری انحراف معیارهای استاندارد بوده و $J_{y,x}$ ژاکوپین تبدیل در نقطه‌ی طراحی است. عناصر بردار γ نیز مانند بردار α مقدار تأثیر یا میزان مشارکت متغیرهای تصادفی اصلی را در واریانس تابع خرابی خطی‌سازی شده اما در فضای اصلی متغیرهای مذکور نشان می‌دهند. هم‌چنین ثابت می‌شود که چنان‌چه متغیرهای تصادفی مسئله مستقل باشند، بردار γ برابر با بردار α خواهد شد [۳].

سومین بردار که δ نامیده می‌شود به‌شکل زیر تعریف شده است:

$$\delta = \nabla_{\mu}\beta\hat{D} \qquad (۱۳)$$

که $\hat{D}$ نشان‌دهنده‌ی ماتریس قطری انحراف معیار استاندارد و $\nabla_{\mu}\beta$ بردار ردیفی شیب‌های شاخص قابلیت اعتماد β نسبت به میانگین متغیرهای تصادفی مسئله با انحراف معیارهای ثابت است. عناصر بدون بُعد این بردار در واقع حساسیت شاخص قابلیت اعتماد β را نسبت به مقدار میانگین متغیرهای تصادفی نشان می‌دهند.

چهارمین و آخرین بردار، η است که از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید:

$$\eta = \nabla_{\sigma}\beta\hat{D} \qquad (۱٤)$$

در این رابطه $\nabla_{\sigma}\beta$ بردار ردیفی شیب‌های شاخص قابلیت اعتماد β نسبت به انحراف معیار متغیرهای تصادفی مسئله با میانگین ثابت است. به‌طوری که ملاحظه می‌شود درحالی‌که عناصر بردار δ اهمیت نسبی متغیرهای تصادفی مسئله را نسبت به تغییرات موجود در میانگین آن‌ها نشان می‌دهند، عناصر بردار η نیز اهمیت نسبی آن‌ها را نسبت

---

[1] Strength Limit State Functions

به تغییرات موجود در انحراف معیار متغیرهای تصادفی اصلی مسئله آشکار می‌کند [۳].

بدین ترتیب سه بردار γ و δ و η تعریف شد که دیدگاه‌های با ارزش و تعابیر فیزیکی مهمی را در مسائل قابلیت اعتماد مطرح می‌کنند. در ادامه‌ی مطالعه نیز از این شاخص‌ها برای ارزیابی اهمیت متغیرهای تصادفی مسئله استفاده خواهد شد.

۵- نتایج عددی

برای بررسی ظرفیت نهایی قاب فولادی بالا از آنالیز استاتیکی غیرخطی پوش‌اُور استفاده شده و تمامی پارامترهای مربوط به مصالح و هندسه‌ی سازه و نیز نیروهای جانبی، به‌صورت متغیرهایی تصادفی در نظر گرفته می‌شوند. مدول الاستیسیته‌ی E برای هر یک از اعضا به‌صورت متغیری تصادفی با توزیع لوگ- نرمال با میانگین ۲۱۰۰۰۰MPa و ضریب تغییرات ۵٪ مدل‌سازی می‌شود به‌طوری که ضریب همبستگی اعضای مختلف برابر ۰/۳ فرض می‌شود. تنش تسلیم فولاد (F_y) هریک از اعضا به‌صورت متغیری تصادفی با توزیع لوگ-نرمال با میانگین ۲۴۰MPa و ضریب تغییرات ۱۰٪ و با ضریب همبستگی بین اعضای ۰/۳ فرض می‌شود. ضریب سختی ثانویه α برای هر یک از اعضا به‌صورت متغیری تصادفی با توزیع لوگ-نرمال و با میانگین و ضریب تغییرات و ضریب همبستگی بین اعضای مختلف به‌ترتیب برابر ۰/۰۲ و ۱۰٪ و ۰/۳ در نظر گرفته می‌شود.

ناکاملی‌های هندسی اولیه در قاب فولادی مورد بحث به‌صورت تغییراتی تصادفی اعمال شده در مختصات گرهی در دو جهت افقی و عمودی مدل‌سازی می‌شوند. لازم است ذکر شود که ناکاملی‌های هندسی اولیه در حالت کلی ممکن است به دو شکل مختلف به‌وجود آمده باشند. نوع اول ناکاملی‌های هندسی ایجاد شده در مختصات گره‌های اتصالی اعضای مختلف به یک‌دیگر است که معمولاً به‌علت خطا در عملیات ساخت و نصب سازه‌ها به‌وجود می‌آیند. نوع دوم ناکاملی‌های هندسی، ناکاملی‌های ایجاد شده بر اثر وجود انحنا درراستای اولیه و تئوری اعضای مختلف سازه است. برای مدل‌سازی ناکاملی هندسی نوع اول، مختصات x و y هر یک از گره‌های اتصالی اعضای مختلف قاب فولادی، به‌صورت متغیرهایی تصادفی غیرهمبسته با توزیع نرمال در نظر گرفته می‌شوند. انحراف معیار مختصات عمودی گره‌ها برابر ۱۰mm فرض شده است. در حالی که انحراف معیار مختصات افقی هر یک از گره‌ها به‌دلیل احتمال ایجاد خطاهای بیش‌تری در جهت افقی در طبقات بالاتر بر اثر حرکت جانبی سازه، از مقدار ۱۰mm در تراز پایه شروع و تا مقدار ۲۰mm در تراز بام تغییر می‌کند. از طرف دیگر برای مدل‌سازی ناکاملی‌های نوع دوم یعنی ناکاملی‌های هندسی موجود بر اثر وجود انحنا در راستای اولیه‌ی اعضا - همان‌طور که در شکل (۲) نیز دیده می‌شود- وسط تمامی ستون‌ها و تیرهای قاب، یک گره در نظر گرفته شده است. هر یک از مختصات x این گره‌ها در ستون‌ها و نیز هر یک از مختصات y این گره‌ها در تیرهای قاب فولادی به‌صورت متغیرهایی تصادفی غیرهمبسته با توزیع نرمال با انحراف معیار ۱۰mm در نظر گرفته شده است. هم‌چنین برای مطالعه‌ی اهمیت و اثر احتمالات ناکاملی‌های هندسی و مصالح مصرفی در رفتار قاب‌های فولادی نسبت به سایر پارامترهای تصادفی یا عدم قطعیت‌های سازه‌ای موجود، نیروهای قائم وارد شده به سازه، به‌صورت مقادیر معین و ثابتی در نظر گرفته شده در حالی که نیروهای جانبی به‌صورت متغیرهای تصادفی با توزیع لوگ-نرمال و با ضریب تغییراتی برابر ۲۰٪ مدل‌سازی شده است به‌طوری که ضریب همبستگی بین

نیروهای جانبی در طبقات اول و دوم قاب فولادی مذکور برابر ۰/٦ فرض می‌شود. قابلیت اعتماد سیستم با در نظر گرفتن فرض‌های بالا بر اساس توابع حالت حدی یا توابع خرابی زیر ارزیابی خواهد شد:

$$g_1 = 2\% \times h_0 - u_3 \tag{۱۵}$$

$$g_2 = 2\% \times h - (u_3 - u_2) \tag{١٦}$$

$$g_3 = 2\% \times h - u_2 \tag{۱۷}$$

در تابع اول h_0 ارتفاع کل قاب است و در این‌جا برابر ۷/۳۱ متر است u_3 تغییرمکان افقی سازه در گره شماره‌ی ۳ یا در تراز بام را نشان می‌دهد. در توابع دوم و سوم، h ارتفاع طبقات قاب فولادی است و در این‌جا برابر ۳/٦٦ متر است و داخل پارانتزها نیز به‌ترتیب رانش نسبی طبقات قاب را از بالا به پایین نشان می‌دهند. شاخص قابلیت اعتماد و احتمال خرابی متناظر آن برای هر یک از توابع خرابی بالا با استفاده از آنالیز قابلیت اعتماد مرتبه‌ی اول (FORM) و با انجام ۱۰۰۰۰ شبیه‌سازی مونت‌کارلو (MC) محاسبه شده است. جدول (۱) خلاصه‌ی نتایج به‌دست آمده را برای تمامی حالت‌های بالا نشان می‌دهد.

همان‌طور که ملاحظه می‌شود، تابع خرابی اول در این سازه، شاخص قابلیت اعتماد کم‌تری داشته و از وضعیت بحرانی‌تری نسبت به سایر توابع خرابی برخوردار است.

جدول (۱) شاخص قابلیت اعتماد و احتمال خرابی متناظر برای قاب فولادی فرضی

	FORM		**MC**	
	β	P_f	β	P_f
g_1	۲/۰۳۵۹	۰/۰۲۰۸۸	۲/۰۱٦۳	۰/۰۲۱۹
g_2	۲/۰۳۹٦۱	۰/۰۲۰٦۹	۲/۰۲۳۷	۰/۰۲۱۵
g_3	۲/۰۳۸۹	۰/۰۲۰۷۳	۲/۰۱۷۹	۰/۰۲۱۸

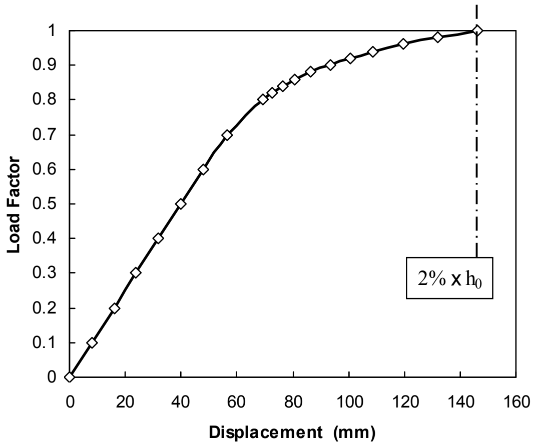
در واقع این تابع احتمال خرابی سیستم را برای حالتی که تغییرمکان افقی سازه در تراز بام از ۲ درصد ارتفاع کل سازه بیش‌تر شود، ارائه می‌کند. پس در ادامه‌ی مطالعه، این تابع را به‌عنوان تابع خرابی سیستم در نظر خواهیم گرفت. رفتار بار-جابه‌جایی غیرخطی سیستم، برحسب تغییرمکان افقی گره شماره‌ی ۳ در تراز بام از طریق آنالیز مرتبهٔ اول (FORM) به‌دست آمده که مانند منحنی نشان داده شده در شکل (٤) است. همان‌طور که گفته شد در این آنالیز از نقطه‌ی طراحی یعنی محتمل‌ترین نقطه‌ی خرابی به‌جای نقطه‌ی میانگین متغیرهای تصادفی استفاده شده است.

مشخصات آماری کمیت‌های واکنش سیستم مورد مطالعه برای قاب فولادی مذکور که عملکرد آن با تابع خرابی فوق تعریف شده، شامل میانگین و انحراف معیار کمیت‌های واکنش سیستم-که در این‌جا به‌صورت تغییرمکان افقی گره شماره‌ی ۳، یعنی خیز جانبی قاب فولادی در تراز بام تعریف شده به‌ترتیب برابر μ=٥٦/٧mm و σ=۱۲/٥mm از طریق آنالیز FOSM به‌دست آمده است.

همان‌طور که اشاره شد، یکی از مهم‌ترین قابلیت‌های آنالیز قابلیت اعتماد که در قالب نرم‌افزار OpenSees پیاده‌سازی شده، به‌دست آوردن معیارهایی برای ارزیابی اهمیت هر یک از متغیرهای تصادفی مسئله در رفتار سیستم مورد نظر است. سه بردار γ و δ و η مهم‌ترین این شاخص‌ها بودند که به همراه سایر نتایج و اطلاعات خروجی آنالیز FORM ایجاد می‌شوند. مقادیر این شاخص‌ها برای هر یک از متغیرهای تصادفی قاب فولادی مورد بحث محاسبه شده و جدول (۲) ۲۰ پارامتر تصادفی مهم مسئله را به‌ترتیب اهمیت آن‌ها در رفتار سیستم، برحسب مقادیر γ و δ و η مربوط نشان می‌دهد.

همان‌طور که جدول ۲ نشان می‌دهد، پارامترهای تصادفی مربوط به تغییرات موجود در نیروهای جانبی وارد شده به

سیستم که در جدول با P مشخص شده و هم‌چنین تغییرات موجود در پارامترهای تصادفی مربوط به مشخصات مصالح سیستم و بیش‌تر تنش تسلیم فولاد از نظر اهمیت، جزء اولین پارامترهای مهم این سیستم است. پارامترهای تصادفی مربوط به ناکاملی‌های هندسی اولیه‌ی موجود در قاب فولادی نیز -که به‌صورت تغییرات اعمال شده در مختصات گره‌های اتصالی اعضا و انحنای اولیه در وسط آن‌ها مدل‌سازی شد- از اهمیت قابل‌ملاحظه‌ای در قابلیت اعتماد این سیستم برخوردارند و بسیاری از این پارامترها جزء پارامترهای مهم و اولیه‌ی سیستم محسوب می‌شوند. در این میان تغییر مکان‌های افقی گره‌های شماره‌ی ٥ و ٤ و ٦ و ٢ و نیز تغییر مکان‌های عمودی گره‌های شماره‌ی ٤ و ١ و ٣ و ٦ در بین این ٢٠ پارامتر مهم سیستم قرار دارند. نکته‌ی قابل توجه دیگر آن است که تغییرات تصادفی مربوط به گره‌های تکیه‌گاهی یعنی تغییر مکان‌های افقی و عمودی گره‌های ١ و ٤ نیز مهم‌ترین پارامترها هستند. به بیان دیگر ناکاملی‌های هندسی موجود در تکیه‌گاه‌های سیستم، اهمیت زیادی در قابلیت اعتماد آن دارند.

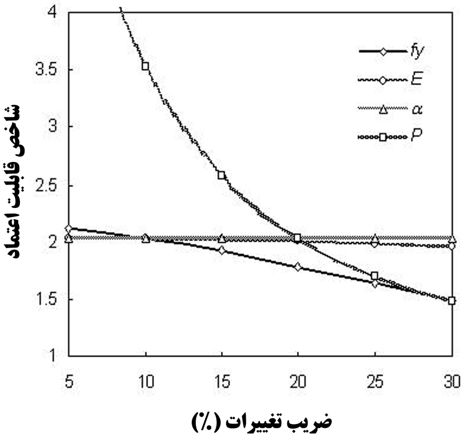


شکل (٤) رفتار بار- جابه‌جایی قاب فولادی در نقطه‌ی طراحی

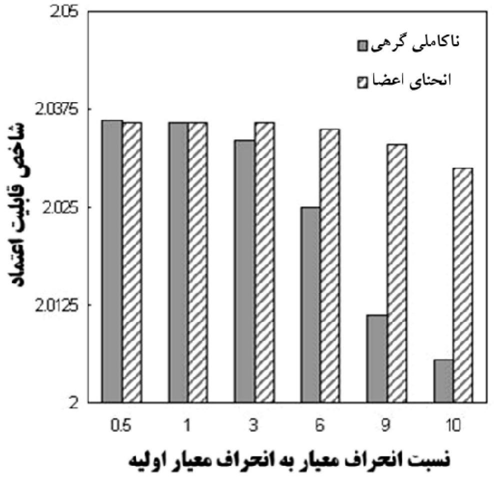
برای بررسی‌های کامل‌تر می‌توان میزان حساسیت قاب فولادی مذکور را نسبت به تغییرات هر یک از پارامترهای تصادفی مسئله، برحسب تأثیر آن‌ها در قابلیت اعتماد سیستم، به‌دست آورد. این کار از طریق آنالیزهای قابلیت اعتماد مربوط، برای مقادیر مختلف ضریب تغییرات پارامترهای تصادفی یا مقادیر مختلف ناکاملی‌های هندسی اولیه، امکان‌پذیر است. نتایج حاصل در شکل‌های ٥ و ٦ نشان داده شده است. در واقع برای هر یک از نقاط نشان داده شده روی منحنی‌های مذکور، بر حسب مقادیر مختلف ضرایب تغییرات متغیرهای تصادفی مسئله یا ناکاملی‌های هندسی اولیه، یک آنالیز FORM انجام شده است.

جدول (٢) بیست پارامتر مهم اول قاب فولادی

	FORM					
	γ		δ		η	
١	گره ٣	P	گره ٣	P	گره ٣	P
٢	گره ٢	P	گره ٢	P	گره ٢	P
٣	عضو ٥	Fy	عضو ٥	Fy	عضو ٥	Fy
٤	عضو ١	Fy	عضو ١	Fy	عضو ١	Fy
٥	عضو ٣	Fy	عضو ٣	Fy	عضو ٣	Fy
٦	عضو ٢	Fy	عضو ٢	Fy	عضو ٢	Fy
٧	عضو ٤	Fy	عضو ٤	Fy	عضو ٤	Fy
٨	گره ٥	x	گره ٥	x	عضو ٦	Fy
٩	عضو ٥	E	عضو ٥	E	عضو ٥	E
١٠	گره ٤	x	گره ٤	x	عضو ٣	E
١١	گره ٦	x	گره ٦	x	عضو ١	E
١٢	عضو ٣	E	عضو ٣	E	عضو ٤	E
١٣	گره ٤	y	گره ٤	y	عضو ٥	a
١٤	گره ١	y	گره ١	y	عضو ١	a
١٥	عضو ١	E	عضو ١	E	عضو ٣	a
١٦	عضو ٤	E	عضو ٤	E	عضو ٢	E
١٧	عضو ٦	Fy	عضو ٦	Fy	عضو ٦	E
١٨	گره ٢	x	گره ٢	x	گره ٥	x
١٩	گره ٣	y	گره ٣	y	گره ٤	x
٢٠	گره ٦	y	عضو ٢	E	عضو ٣	a



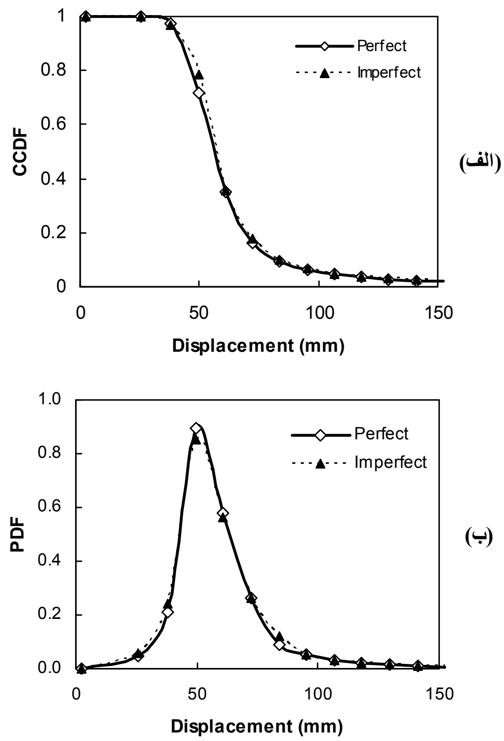
شکل (٥) حساسیت سیستم نسبت به متغیرهای تصادفی مربوط به نیروهای جانبی و مصالح مصرفی



شکل (٦) حساسیت سیستم نسبت به متغیرهای تصادفی مربوط به ناکاملی‌های هندسی

این شکل‌ها نشان می‌دهند که قاب‌های فولادی نسبت به تغییرات تصادفی موجود در نیروهای جانبی و تنش تسلیم فولاد حساسیت بسیاری دارد و قابلیت اعتماد آن‌ها به‌صورت غیرخطی با افزایش تغییرات این پارامترها کاهش پیدا می‌کند. ولی قابلیت اعتماد این قاب‌ها نسبت به تغییرات تصادفی موجود در مدول الاستیسیته و نیز ضریب سختی ثانویه‌ی فولاد حساسیت کم‌تری دارد و به‌صورت تقریباً خطی کاهش پیدا می‌کند. ضمناً ناکاملی‌های هندسی از نوع تغییرات موجود در مختصات گرهی، از ناکاملی‌های هندسی به‌صورت انحنای اولیه در راستای اعضاء تأثیر بیش‌تری در ظرفیت و نهایتاً در قابلیت اعتماد آن دارد.

هم‌چنین برای تکمیل اطلاعات آماری واکنش سیستم، توزیع احتمال خیز جانبی قاب فولادی در تراز بام را-که مربوط به تغییرمکان افقی گره ٣ است- می‌توان از طریق آنالیزهای پی‌درپی مرتبه‌ی اول قابلیت اعتماد FORM یا با انجام مطالعات پارامتری سیستم به‌دست آورد. در این راستا برای ارزیابی تأثیر جداگانه‌ی متغیرهای تصادفی مربوط به ناکاملی‌های هندسی، قابلیت اعتماد سیستم، یک بار با وجود ناکاملی‌های هندسی و یک بار دیگر بدون وجود این ناکاملی‌ها محاسبه می‌شود.

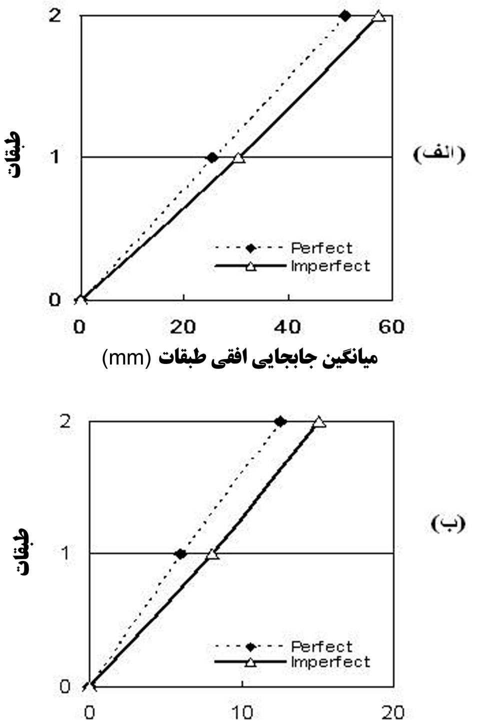


شکل (٧) متمم توزیع تجمعی (الف) و چگالی احتمال (ب) برای تغییرمکان افقی سازه در تراز بام

برای این منظور دو حالت زیر در نظر گرفته می‌شود: الف) تمامی متغیرهای سیستم، تصادفی در نظر گرفته می‌شوند. ب) تمامی متغیرها بجز متغیرهای مربوط به ناکاملی‌های هندسی،

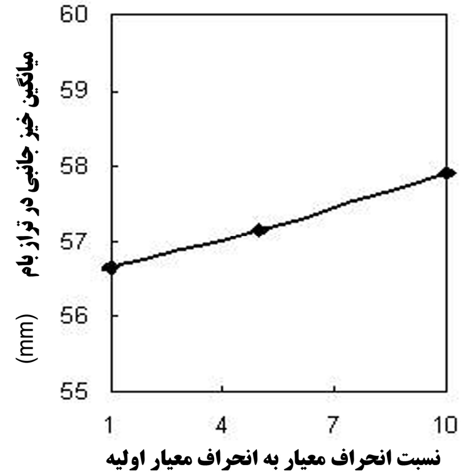
تصادفی در نظر گرفته می‌شوند. نتایج حاصل در شکل (۷) به‌صورت نمودارهای چگالی احتمال PDF و متمم توزیع تجمعی CCDF مربوط، برای تغییرمکان جانبی سازه در تراز بام ترسیم شده است. در واقع برای هر نقطه از منحنی CCDF یک آنالیز قابلیت اعتماد انجام شده است.

این نمودارها اطلاعات کاملی را درباره نحوه‌ی توزیع احتمال تغییرمکان جانبی سازه در تراز بام-که از اهمیت ویژه‌ای در طراحی برخوردار است- ارائه می‌کنند. برای نمونه این تغییرمکان با احتمال ۷۴ درصد همواره بزرگ‌تر از ۵۰mm است؛ یا با احتمال ۶۱ درصد بین دو مقدار ۴۰mm و ۶۰mm قرار خواهد داشت. هم‌چنین این اطلاعات آماری به شکل کامل‌تری شامل میانگین و انحراف معیار جابه‌جایی افقی سازه در ترازهای مختلف قاب در شکل (۸) آورده شده است.



شکل (۸) میانگین (الف) انحراف معیار (ب) خیز افقی سازه در ترازهای مختلف قاب

به بیان دیگر، این شکل میانگین و انحراف معیار، خیز جانبی سازه را به ترتیب در ترازهای طبقه‌ی اول و دوم قاب-که از طریق ۱۰۰۰۰ شبیه‌سازی به روش آنالیز مونت‌کارلو به‌دست آمده- در دو حالت مختلف یعنی برای حالتی که سازه از نظر هندسی به‌صورت کامل در نظر گرفته شده است و سپس در حضور ناکاملی‌های هندسی اولیه، به‌طور شماتیک نشان می‌دهد. شکل (۹) تأثیر مقدار ناکاملی‌های هندسی را بر رفتار مورد نظر سیستم مذکور نشان می‌دهد. این شکل در واقع تغییرات میانگین جابه‌جایی جانبی سازه در تراز بام را با افزایش ناکاملی‌های هندسی نشان می‌دهد.



شکل (۹) تأثیر ناکاملی هندسی اولیه در خیز جانبی قاب

۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله اثر ناکاملی‌های هندسی اولیه در قاب‌های فولادی، به‌صورت تغییرات موجود در مختصات گره‌های اتصالی اعضای سازه به یک‌دیگر و ناکاملی هندسی ناشی از وجود انحنا در راستای اولیه‌ی اعضای مختلف سازه-که به‌صورت متغیرهای تصادفی در آنالیزهای مربوط اعمال شده- در قابلیت اعتماد این سیستم‌ها مطالعه شده است.

نتایج زیر استخراج می‌شود:

۱- پارامترهای تصادفی مربوط به ناکاملی‌های هندسی موجود در قاب‌های فولادی، از اهمیت قابل توجهی در قابلیت اعتماد این سیستم‌ها برخوردار است و بسیاری از این پارامترها جزء پارامترهای مهم و اولیه‌ی این سیستم‌ها بودند. در این میان تغییرات تصادفی موجود در مختصات گره‌های تکیه‌گاهی سازه نیز نقش مهمی دارند.

۲- پارامترهای تصادفی مربوط به ناکاملی‌های هندسی اولیه، از نوع تغییرات موجود در مختصات گرهی سازه تأثیر و اهمیت بیش‌تری نسبت به پارامترهای تصادفی مربوط به ناکاملی‌های هندسی – به‌شکل انحنای اولیه در راستای اعضای آن در ظرفیت باربری نهایی سازه و نیز در قابلیت اعتماد آن– دارند.

۳- پارامترهای تصادفی مربوط به تغییرات موجود در نیروهای جانبی، از نظر اهمیت، جزو اولین پارامترهای مهم سیستم‌های قاب فولادی است. بنابراین با توجه به طبیعت تصادفی ذاتی و تغییرات گسترده و غیرقابل پیش‌بینی موجود در نیروهای جانبی وارد شده–مانند نیروهای زلزله یا نیروی باد ـ این پارامترها نقش زیادی در ارزیابی قابلیت اعتماد قاب‌های فولادی دارند.

٤- قاب‌های فولادی نسبت به تغییرات موجود در متغیرهای تصادفی تنش تسلیم فولاد و نیروهای جانبی، حساسیت بسیاری داشته و قابلیت اعتماد آن‌ها بلافاصله به‌صورت غیرخطی، با افزایش تغییرات این پارامترها، کاهش پیدا می‌کند. ولی تأثیر پارامترهای تصادفی مربوط به مدول الاستیسیته و ضریب سختی ثانویه‌ی فولاد به‌صورت تقریباً خطی و از حساسیت نسبتاً کم‌تری برخوردار است.

۷- منابع

[1] Mazzoni S., Mckenna F., Fenves G. L., “The OpenSees Command Language Manual”, Department of Civil and Environmental Engineering, University of California, Berkeley, 2005.

[2] Der Kiureghian A., Taylor R. L., “Numerical methods in structural reliability”, Proceedings of the ICASP4, Florence, Italy, 1983.

[3] Haukaas T., “Finite Element Reliability and Sensitivity Methods for Performance-Based Engineering”, Ph.D. thesis, University of California, Berkeley, 2003.

[4] Haukaas T., Der Kiureghian A., “A Computer Program for Nonlinear Finite Element Reliability Analysis”, 8th International Conference on Structural Safety and Reliability, California, USA, 2001.

[5] Sudret B., Der Kiureghian A., “Stochastic Finite Element Methods and Reliability”, A State-of-the-Art Report, http://opensees.berkeley.edu.

[6] Nowak A. S., Collins K. R., “Reliability of Structures”, McGrawHill, 2000.

[7] Hasofer A. M., Lind N. C., “Basic Notes on Load Models”, The Joint Committee on Structural Safety, 2000.

[8] Schueremans L., “Structural Reliability in Design and Analysis”, State of the Art Report, Katholieke Universiteit Leuven, 2003.

[9] Jungwon H., Achintya H., “Seismic reliability of non-linear frames with PR connections using systematic RSM”, Probabilistic Engineering Mechanics, 17, 2002, pp 177-190.

[10] Ellingwood B. R., “Earthquake risk assessment of building structures”, Reliability Engineering and System Safety, 74, 2001, pp 251-262.