

# بررسی برخی محدودیت‌های روش مودال در مقابل حل دالامبر در تحلیل تیر برشی تحت بارهای ضربه ای

سید رسول نعیمی<sup>۱</sup>، رضا صالح جلالی<sup>۲\*</sup>

۱. کارشناسی ارشد سازه، گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی، دانشگاه گیلان

۲. استادیار گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی، دانشگاه گیلان

saleh@guilan.ac.ir\*

تاریخ پذیرش ۱۴۰۰/۱۲/۰۳

تاریخ دریافت ۱۴۰۰/۰۷/۲۳

## چکیده

روش تحلیل مودال روشی ساده و پرکاربرد در بین مهندسیین است پس پاسخ به این سوال که حداقل تعداد مودهای لازم در این روش چند باید باشد تا پاسخ‌های حاصل از آن دارای دقت کافی نسبت به روش‌های دقیق همچون روش انتشار موج یا حل دالامبر باشد دارای اهمیت است. در این راستا از نسبت زمان تناوب غالب زلزله به زمان تناوب اصلی سازه به عنوان معیاری برای انتخاب تعداد مودهای لازم در تحلیل مودال استفاده شده است. از طرفی اگر چه بیشترین جابه‌جایی سازه همواره در بالای آن رخ می‌دهد لیکن وقتی زمان تناوب پالس جابه‌جایی ورودی به سازه کوچکتر از زمان تناوب اصلی سازه باشد آنگاه به دلیل انتشار موج در طول سازه، حداکثر تغییر شکل نسبی آن می‌تواند نه فقط در پای سازه بلکه در نقاط دیگری نیز اتفاق افتد. در این مقاله به بررسی برخی محدودیت‌های روش مودال در مقابل حل دالامبر در تحلیل تیرهای برشی تحت بارهای ضربه‌ای پرداخته شده است. بدین منظور یک تیر برشی با فرض رفتار خطی و میرایی صفر به روش مودال و حل دالامبر تحلیل شده است. روش مودال بر اساس جداسازی متغیرها و پاسخ زمانی آن نیز به روش رانگ-کوتای مرتبه چهار حل شده است. حل دالامبر نیز بر اساس انتشار پالس ورودی در تیر برشی و تداخل امواج رفت و برگشتی در طول آن انجام شده است. در این تحقیق با در نظر گرفتن پالس‌های جابه‌جایی نیم سینوسی با زمان تناوب‌های کوتاه، متوسط و بلند، نسبت به زمان تناوب اصلی تیر برشی، و نیز دو زلزله حوزه نزدیک دارای پالس مشخص، و مقایسه پوش حداکثر جابه‌جایی و تغییر شکل نسبی ایجاد شده در طول تیر به روش تحلیل مودال و حل دالامبر و محاسبه میزان خطا، تعداد مودهای لازم در روش مودال برای دست‌یابی به پاسخ قابل قبول ارائه شده است. برای تیر برشی با رفتار خطی و میرایی صفر نتایج نشان می‌دهد که درصد خطای حداکثر جابه‌جایی و حداکثر کرنش برشی ایجاد شده در طول تیر حاصل از روش مودال نسبت به حل دالامبر تحت پالس کوتاه  $\left(\frac{T_s}{T} \leq 0.5\right)$  بترتیب با انتخاب ۲۰ و ۵۰ مود، تحت پالس متوسط  $\left(0.5 < \frac{T_s}{T} \leq 1.0\right)$  بترتیب با انتخاب ۵ و ۲۰ مود، و نیز تحت پالس بلند  $\left(\frac{T_s}{T} > 1.0\right)$  بترتیب با انتخاب ۱ و ۵ مود کمتر از ۱۰ درصد خواهد بود.

واژگان کلیدی: تحلیل مودال، انتشار موج، حل دالامبر، بار ضربه ای، تیر برشی

## ۱. مقدمه

در سال ۱۹۴۱ برای اولین بار بایوت با استفاده از روش تحلیل مودال طیف پاسخ را بررسی و ساختارمند نمود [1]. به دنبال آن در سال ۱۹۵۳ هاووزنر از این طیف بدست آوردن تقاضای لرزه‌ای نیروها و تغییر مکان‌ها استفاده نمود [2]. از آن زمان تاکنون مهندسان برای تحلیل دینامیکی ساختمان‌ها از همین روش یعنی مدل سازی سازه با یک سیستم یک درجه آزادی استفاده می‌کنند. با پیشرفت تکنولوژی و بکارگیری هرچه بیشتر شتاب نگارها و ثبت شتاب زلزله‌های حوزه نزدیک و بررسی خرابی‌های ایجاد شده در ساختمان‌ها تحت حرکات زمین در حوزه نزدیک، دیده شده که جابه‌جایی نسبی بین طبقه‌ای عامل اصلی ایجاد خسارت در ساختمان‌ها تحت زلزله‌های حوزه نزدیک است [3, 4]. اگرچه برای محاسبه تغییر مکان استفاده از طیف پاسخ بسیار مفید است اما نظر به اینکه توزیع جابه‌جایی نسبی در ساختمان‌های بلند یکنواخت نیست پس استفاده از طیف پاسخ برای محاسبه آن منطقی به نظر نمی‌رسد. مازاد بر آن طیف پاسخ بر اساس سیستم یک درجه آزادی محاسبه شده و نمی‌تواند تاثیر موده‌های بالاتر، که در زلزله‌های حوزه نزدیک مشخصا تاثیر گذارند، را نمایندگی کند [5]. بنابراین در سال ۱۹۹۴ ایوان ایده شیوه ای جایگزین را برای محاسبه جابه‌جایی نسبی بین طبقه‌ای پیشنهاد نمود. ایشان در سال ۱۹۹۷ این ایده را کاملتر نموده و یک روش جدید برای محاسبه طیف جابه‌جایی نسبی بین طبقات پیشنهاد داد و آن را طیف تغییر مکان نسبی نامید [6]. با توجه به اینکه استفاده از روش انتشار موج در طراحی لرزه‌ای ساختمان‌ها چندان مرسوم نیست میراندا در سال ۱۹۹۹ بر آن شد تا یک روش ساده تقریبی، که در واقع همان حل دینامیکی سازه به شیوه تحلیل مودال با در نظر گرفتن یک مود است، را برای محاسبه بیشینه تغییر مکان نسبی ارائه دهد [7]. وی بیان داشت که با افزایش تعداد طبقات فاصله دو روش افزایش می‌یابد. پژوهشگرانی چون چوپرا و چینتاناپاکدی تلاش کردند تا دو روش تحلیل مودال و انتشار موج را مقایسه کنند و تعداد موده‌های لازم برای رسیدن به دقت قابل قبول در استفاده از روش تحلیل مودال را بررسی نمایند [8]. آنها نشان دادند که میزان مشارکت

پاسخ مودی ناشی از موده‌های بالاتر علاوه بر ضریب مشارکت مودی به مشخصه‌های حرکت زمین نیز بستگی دارد. آنها متوجه شدند که در ساختمان‌هایی که تحت زلزله حوزه نزدیک قرار دارند تاثیر موده‌های بالاتر قابل چشم‌پوشی نبوده و برای دستیابی به جابه‌جایی نسبی صحیح تعداد موده‌های بیشتری را نسبت به تحلیل ساختمان‌ها تحت زلزله‌های حوزه دور باید در نظر گرفت. آنها با بررسی و مقایسه نتایج حاصل از یک زلزله حوزه دور و یک زلزله حوزه نزدیک به این نتیجه رسیدند که استفاده از پنج مود برای رسیدن به خطای زیر پنج درصد کافی است.

تحقیقات روی مقایسه دو روش تحلیل مودال و انتشار موج ادامه پیدا کرد و در سال ۲۰۰۳ رابرتز و لوتر مطالعه‌ای بر رفتار اتصالات تحت زلزله نورث‌ریچ، با در نظر گرفتن رکوردهای ثبت شده در یازده ایستگاه حوزه نزدیک، انجام دادند و مشاهده نمودند که استفاده از روش تحلیل مودال با در نظر گرفتن یک مود مشخصا جابه‌جایی نسبی بسیار کوچکتری نسبت به روش انتشار موج بدست می‌دهد و این اختلاف تا ۵۷ درصد نیز می‌رسد [9].

در سال ۲۰۰۵ آکار و همکاران در مدل خود تغییر شکل های برشی و خمشی را توامان در نظر گرفته و نشان دادند که جابه‌جایی نسبی نسبت به رفتار برشی و یا خمشی بسیار حساس بوده و استفاده از تیر برشی پاسخ‌های محافظه کارانه ای ارائه می‌دهد [10].

در سال ۲۰۰۶ آکار و میراندا با در نظر گرفتن تغییر شکل های برشی و خمشی، طیفی جامع تر از طیف ایوان ارائه نمودند. آنها همچنین پیشنهاد دادند که برای ساختمان‌های با پرپود اصلی کوچکتر از ۵/۰ ثانیه استفاده از مود اول کافی بوده لیکن در صورتیکه پرپود اصلی ساختمان بزرگتر از ۵/۰ ثانیه باشد، استفاده از ۵ یا ۶ مود برای دستیابی به بیشینه جابه‌جایی نسبی مورد نیاز است [11].

در سال ۲۰۰۶ ساسانی و همکاران نشان دادند که در مدل ایوان دو مشکل عمده وجود دارد. مشکل اول اضافه کردن بخشی از سختی خارجی به تیر برشی است که از لحاظ فیزیکی قابلیت توجیه ندارد. مشکل دوم روش مدلسازی میرائی است که سبب می‌شود تا در مدل ایوان در موده‌های بالاتر میرائی زیاد شود.

ساسانی و همکاران در این مطالعه تایید کردند که برای زلزله‌های حوزه نزدیک دارای پالس مشخص، که تاثیر مودهای بالاتر مهم است، تنها تحلیل مودال کافی نیست [12].

در سال ۲۰۰۸ ژو و ون تلاش کردند تا طیف تغییر مکان نسبی را با در نظر گرفتن ساختمان به عنوان یک تیر پیوسته تیموشنکو ارائه کنند. آنان در این تحقیق به بررسی تاثیر نسبت ارتفاع به پهنای تیر پرداختند و متوجه شدند که طیف بدست آمده به شدت متأثر از این نسبت است. آنها نشان دادند که هر چه تیر لاغرتر باشد احتمال ایجاد تغییر شکل‌های جانبی بزرگ در آن بیشتر بوده و خسارات ناشی از آن نیز به تبع آن بیشتر است. آنها همچنین دو نتیجه‌گیری دیگر ارائه کردند. اول آنکه تاثیر میرایی روی طیف تغییر مکان نسبی قابل توجه بوده و دوم آنکه برای سازه‌هایی با دوره اصلی بالای ۲ ثانیه، استفاده از روش تحلیل مودال با یک مود نه تنها نمی‌تواند تغییر مکان نسبی را به صورت قابل قبولی محاسبه کند بلکه این پاسخ‌ها می‌تواند بسیار غیرواقعی باشد [13].

در سال ۲۰۱۰ سیچوویز سعی کرد تا در بحث مقایسه دو روش تحلیل مودال و انتشار موج، به بررسی زلزله‌های حوزه نزدیک دارای پالس مشخص بپردازد و نشان داد که استفاده از طیف پاسخ برای بدست آوردن تغییر مکان جانبی نسبی تنها برای ساختمان‌هایی قابل قبول است که پریود اصلی آنها بسیار کوچکتر از پریود پالس غالب زلزله حوزه نزدیک باشد [14].

در سال ۲۰۱۱ روباکتی و سیبجورنسون با بررسی پاسخ ساختمان‌های بلند تحت پالس‌های شبیه‌سازی شده زلزله‌های حوزه نزدیک و دارای جهت پذیری پیش رونده، نشان دادند که تاثیر مودهای بالاتر در بیشینه تغییر مکان نسبی بین طبقات در قسمت بالایی ساختمان بسیار مشخص بوده و میزان این تاثیر با افزایش ارتفاع ساختمان افزایش می‌یابد. آنها همچنین بیان داشتند که مدلسازی زلزله حوزه نزدیک دارای پالس مشخص با یک مود سبب می‌شود تا تغییر مکان نسبی بام تا  $1/4$  برابر کوچکتر بدست آید [15].

رئوفی و شجاع در سال ۲۰۱۳ روشی ساده بر اساس تحلیل مودال تیرهای غیریکنواخت با جرم متمرکز برای محاسبه طیف تغییر مکان نسبی در یک ساختمان برشی ارائه نمودند. آنها در

تحقیق خود متغیرهای مختلفی شامل سیستم سازه‌ای، تغییرات سختی، ارتفاع سازه و درصد میرایی را بررسی نمودند. آنها متوجه شدند که اگر تغییر سختی در طول سازه قابل توجه باشد برای طراحی به بیش از یک طیف تغییر مکان نسبی نیاز است [16]. در سال ۲۰۱۵، قنبری و همکاران به بررسی تاثیر زلزله‌های دارای پالس مشخص بر ساختمان‌های با رفتار برشی و خمشی پرداختند. آنها بیان داشتند که زلزله‌های دارای پالس مشخص برای ساختمان‌های بلند دارای رفتار خمشی بسیار خطر آفرین ترند. همچنین بین متغیرهای بررسی شده از زلزله‌های حوزه نزدیک آنها متوجه شدند که تاثیر سرعت زمین بسیار بیشتر از سایر متغیرها است [17].

در سال ۲۰۱۶ لیوساتو و فردیس با بررسی تغییر مکان ماندگار در ساختمان بتن آرمه تحت زلزله‌های حوزه نزدیک با پالس مشخص، به این نتیجه رسیدند در صورتی که نسبت زمان تناوب پالس به زمان تناوب سازه کوچک باشد بیشینه تغییر مکان پلاستیک افزایش چشمگیری پیدا می‌کند. همچنین تاثیر سرعت زمین بر تغییر مکان پلاستیک بسیار بالا است [18].

جیشو و همکاران در سال ۲۰۱۹ با مدل کردن سازه به شکل صفحه برشی دو بعدی واقع بر پی مدفون در خاک نشان دادند که تحت موج SH انعطاف پذیری پی سبب افزایش برش پایه و نیز کرنش برشی افقی سازه می‌شود [19].

تودوروسکا و همکاران در سال ۲۰۲۱ و بر اساس توابع بسل کروی، معادله انتشار موج یک بعدی را برای تیرهای برشی مخروطی شکل دو طرفه بسط داده و از این مدل برای پالایش سلامت سازه برج فولادی مخروطی شکل ۴۸ طبقه در سانفرانسیسکو استفاده نمودند [20].

همچنین تودوروسکا و همکاران در سال ۲۰۲۰ سازه یک آسمان‌خراش ۴۸ طبقه در چین را توسط تیر تیموشنکو مدل نموده و با در نظر گرفتن اندرکنش خاک-سازه و استفاده از اندازه گیری‌های میدانی، سلامت سازه را مورد ارزیابی قرار دادند [21].

بیشتر تحقیقات انجام شده روش‌های تحلیل مودال و انتشار موج را به ازای بیشترین تغییر شکل نسبی ایجاد شده در پای سازه تحت رکوردهای زلزله حوزه دور و نزدیک مقایسه نموده و از

منظور بررسی برخی محدودیت‌های روش مودال در مقابل روش انتشار موج (حل دالامبر) در تحلیل تیرهای برشی تحت بارهای ضربه‌ای، یک تیر برشی با فرض رفتار خطی و میرایی صفر، تحت پالس‌های نیم سینوسی با زمان تناوب‌های کوتاه، متوسط و بلند، نسبت به زمان تناوب اصلی تیر برشی، و نیز تحت دو زلزله حوزه نزدیک دارای پالس مشخص در نظر گرفته شده و به روش مودال و حل دالامبر تحلیل شده است. پاسخ مودال بر اساس اشکال مودی و پاسخ زمانی مربوط به هر مود، که به روش رانگ-کوتای مرتبه چهار حل می‌شود، بدست آمده و تابعی از تعداد مودهای بکار گرفته شده است. حل دالامبر نیز بر اساس انتشار پالس ورودی در تیر برشی و تداخل امواج رفت و برگشتی در طول آن بدست می‌آید. پوش بیشترین جابه‌جایی و بیشترین کرنش برشی (دریافت) بوجود آمده در طول تیر برشی حاصل از دو روش با یکدیگر مقایسه شده و تعداد مودها در روش مودال طوری تعیین می‌شود که اختلاف بین پاسخ‌ها در محدوده قابل قبولی قرار گیرد. برای ساده سازی از اندرکنش خاک و تیر برشی چشم پوشی شده است.

## ۲-۱. روش تحلیل مودال

مدل تیر برشی در شکل (۱) نشان داده شده است که در آن  $U_g$  جابه‌جایی حرکت زمین،  $u_t = u_{abs}$  جابه‌جایی مطلق تیر برشی،  $U$  جابه‌جایی نسبی تیر برشی و  $H$  نیز ارتفاع یا طول تیر برشی است. با توجه به نیروهای وارد شده معادله تعادل به صورت زیر خواهد بود [16]:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow \rho A \frac{\partial^2 u_{abs}}{\partial z^2} dz + \tau A = \left( \tau + \frac{\partial \tau}{\partial z} dz \right) A \quad (1)$$

که در آن  $\rho$  چگالی مصالح بکار رفته،  $\tau$  تنش برشی در هر مقطع از تیر،  $A$  سطح مقطع تیر یکنواخت و  $u_{abs}$  جابه‌جایی مطلق تیر است. با ساده سازی رابطه ۱ خواهیم داشت:

$$\rho \frac{\partial^2 u_{abs}(z,t)}{\partial z^2} = \frac{\partial \tau(z,t)}{\partial z} \quad (2)$$

نسبت زمان تناوب غالب زلزله به زمان تناوب اصلی سازه به عنوان معیاری برای انتخاب تعداد مودهای لازم در تحلیل مودال استفاده نموده‌اند و به این نتیجه رسیده‌اند که استفاده از پنج مود برای رسیدن به خطای زیر پنج درصد کافی است [8]. از طرفی وقتی طول موج پالس جابه‌جایی ورودی به سازه کوچکتر از طول سازه باشد آنگاه به دلیل انتشار موج در طول سازه، بیشترین تغییر شکل نسبی آن می‌تواند نه فقط در پای سازه بلکه در نقاط دیگری نیز اتفاق افتد [5]. همچنین بیشترین جابه‌جایی سازه، که در بالای آن رخ می‌دهد، یکی دیگر از فاکتورهای طراحی است که باید در مقایسه دو روش تحلیل مد نظر قرار گیرد. بنابراین در این مقاله با در نظر گرفتن پالس‌های جابه‌جایی نیم سینوسی با زمان تناوب‌های کوتاه، متوسط و بلند، نسبت به زمان تناوب اصلی سازه، و مقایسه پوش بیشترین جابه‌جایی و تغییر شکل نسبی ایجاد شده در طول تیر به دو روش تحلیل مودال و انتشار موج (حل دالامبر) و محاسبه میزان خطا، تعداد مودهای لازم در روش مودال برای دست‌یابی به پاسخ قابل قبول ارائه شده است. بدین منظور سازه به صورت یک تیر برشی با رفتار خطی مدل شده و از میرایی چشم‌پوشی شده است.

## ۲. چگونگی مدلسازی

تحقیقات نشان داده که سازه‌های قابی شکل یا ساختمان‌های معمولی با ارتفاع متوسط که اغلب دارای کف‌های نسبتاً صلبی هستند دارای رفتار برشی می‌باشند یعنی تغییر شکل محوری ستون‌ها و در نتیجه دوران کف‌ها در آنها ناچیز بوده طوریکه جابه‌جایی نسبی طبقات عمدتاً ناشی از جابه‌جایی حاصل از خمش ستون‌ها است که این رفتار مشابه رفتار تیر برشی است و بر این اساس پژوهشگران [6, 8] از مدل تیر برشی برای بدست آوردن طیف جابه‌جایی نسبی ساختمان‌ها استفاده نموده‌اند. البته با افزایش ارتفاع ساختمان رفتار آن به صورت برشی-خمشی خواهد بود که در آن صورت باید از تیر تیموشنکو برای مدل کردن رفتار ساختمان استفاده نمود [21]. در این تحقیق با فرض ساختمان معمولی با ارتفاع متوسط ( $H=50m$ )، رفتار آن به صورت تیر برشی مدل شده است. به

همچنین جرم و سختی مودال از روابط زیر بدست می آیند:

$$L_n^h = \int_0^H \rho A \Phi_n(z) dz \quad (10)$$

$$M_n = \int_0^H \rho A [\Phi_n(z)]^2 dz \quad (11)$$

$$K_n = \int_0^H k' GA \Phi_n''(z) \Phi_n(z) dz \quad (12)$$

$$K_n = \omega_n^2 M_n \quad (13)$$

که در آن  $k'$  ضریب شکل مقطع است. بنابراین در نهایت معادله دیفرانسیل بخش زمانی به صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{\partial^2 q_n(t)}{\partial t^2} + \omega_n^2 q_n(t) = \left[ \frac{\int_0^H \rho A \Phi_n(z) dz}{\int_0^H \rho A \Phi_n^2(z) dz} \right] \frac{\partial^2 u_g(t)}{\partial t^2} \quad (14)$$

این معادله دیفرانسیل با استفاده از روش عددی رانگ-کوتای مرتبه چهارم در محیط نرم افزار متلب حل خواهد شد. در روش رانگ-کوتای مرتبه چهارم که روشی پایدار است دامنه زمان  $t$  به  $n$  قسمت مساوی تقسیم می شود. مقدار  $n$  باید برابر حداقل  $\frac{1}{20}$  زمان تناوب تحریک و یا  $\frac{1}{20}$  زمان تناوب سازه باشد. هر کدام از بازه ها به  $2^r$  زیر بازه تقسیم می شود و مقدار  $r$  نیز بسته به دقت مورد نظر بین ۱ تا ۹ تغییر میکند. مقدار  $r$  طوری تعیین می شود که درصد خطای حاصل از دو مقدار  $n$  کمتر از یک درصد باشد. سپس بزرگترین مقدار  $n$  برای محاسبات بکار گرفته می شود.

## ۲-۲. روش انتشار موج (حل دالامبر)

ارتباط سرعت موج برشی در تیر با مشخصات مصالح طبق رابطه زیر است:

$$c = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (15)$$

معادله موج را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\frac{\partial^2 u_{abs}}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u_{abs}}{\partial t^2} \quad (16)$$

با تعریف  $\beta = z/H$  و سرعت موج برشی در سازه بصورت  $c = 4H/T$ ، که  $T$  زمان تناوب اصلی و  $H$  ارتفاع تیر است، پاسخ معادله فوق از حل دالامبر به صورت زیر خواهد بود [12]:

$$u_{abs}(z, t) = u_g(t - z/c) \quad (17)$$

$$u(z, t) = u_g(t - z/c) - u_g(t) \quad (18)$$

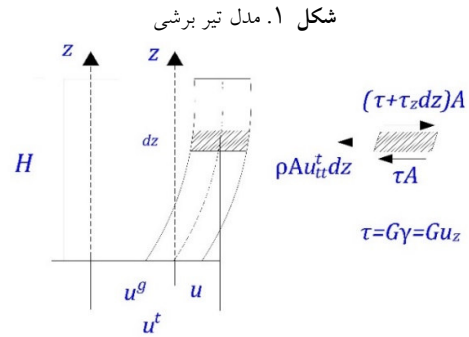


Fig. 1. Shear Beam Model

از تئوری الاستیسیته، تنش برشی به صورت زیر است:

$$\tau = G \frac{\partial u}{\partial z} \quad (3)$$

که در آن  $G$  مدول برشی و  $u$  جابه جایی نسبی تیر است. اکنون با اضافه و کم کردن جابه جایی زمین به جابه جایی مطلق تیر، روابط زیر حاصل می شوند:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( G \frac{\partial u(z,t)}{\partial z} \right) = \rho \frac{\partial^2 (u_{abs}(z,t) - u_g(t))}{\partial t^2} + \rho \frac{\partial^2 u_g(t)}{\partial t^2} \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( G \frac{\partial u(z,t)}{\partial z} \right) = \rho \frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial t^2} + \rho \frac{\partial^2 u_g(t)}{\partial t^2} \quad (5)$$

همان گونه که از رابطه ۵ بر می آید این معادله در دسته معادلات دیفرانسیل جزئی طبقه بندی می شود که از روش جداسازی متغیرها حل خواهد شد. بنابراین پاسخ آن به صورت زیر خواهد بود:

$$u(z, t) = \sum_{n=1}^N \Phi_n(z) q_n(t) \quad (6)$$

که در آن  $\Phi_n(z)$  شکل مودی و  $q_n(t)$  نیز پاسخ زمانی معادله موج به ازای مود  $n$  ام است. با حل بخش مکانی معادله فوق و با استفاده از خاصیت تعامد مودها، تابع شکل تیر برشی به صورت زیر خواهد شد:

$$\Phi_n(z) = \sin \left( \frac{(2n-1)\pi z}{2H} \right) \quad (7)$$

پاسخ تیر از جمع آثار تمام مودها بدست می آید و پاسخ زمانی به ازای هر مود به صورت زیر است [17]:

$$M_n \ddot{q}_n(t) + K_n q_n(t) = P_n(t) \quad (8)$$

که در آن  $M_n$  جرم مودال،  $K_n$  سختی مودال و  $P_n(t)$  نیروی موثر مودال هستند که به شکل زیر خواهد بود:

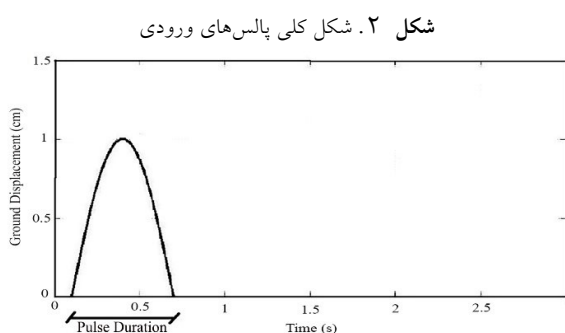
$$P_n(t) = -L_n^h \ddot{u}_g(t) \quad (9)$$

(ب) پالس متوسط که نسبت زمان تناوب آن به زمان تناوب اصلی تیر بزرگتر از  $0.5$  و کوچکتر از  $1$  است

$$\left(0.5 < \frac{T_s}{T} \leq 1.0\right)$$

(ج) پالس بلند که نسبت زمان تناوب آن به زمان تناوب اصلی تیر بزرگتر از  $1$  است  $\left(\frac{T_s}{T} > 1.0\right)$ .

شکل کلی پالس‌ها و مشخصات آنها در شکل (۲) و جدول (۱) آورده شده است. ردیف‌های جدول (۱) به ترتیب زمان تداوم پالس ( $t_d$ )، زمان تناوب پالس ( $T_s$ )، دامنه پالس، نسبت زمان تناوب پالس به زمان تناوب اصلی تیر برشی  $\left(\frac{T_s}{T}\right)$ ، و نسبت طول موج پالس به ارتفاع تیر برشی  $\left(\frac{\lambda}{H} = \frac{cT_s}{H}\right)$  است.



شکل ۲. شکل کلی پالس‌های ورودی

جدول ۱. مشخصات پالس‌های ورودی

Pulse Name	Short Pulse	Medium Pulse	Long Pulse
Pulse Duration- $t_d$ (s)	0.083	0.6	1.5
Pulse Period- $T_s$ (s)	0.166	1.2	3
Pulse Amplitude (cm)	1	1	1
The Ratio of the Pulse Period to Main Period of the Beam $\left(\frac{T_s}{T}\right)$	0.083	0.6	1.5
The Ratio of the Pulse Wavelength to Beam Length	0.332	2.4	6

Table 1. Details of Input Pulses

$$u_{abs}(\beta, t) = u_g \left( t - \frac{\beta T}{4} \right) + \sum_{n=1}^{2t/T+\beta/2} (-1)^{n+1} u_g \left( t - \frac{(2n-\beta)T}{4} \right) + \sum_{n=1}^{2t/T-\beta/2} (-1)^n u_g \left( t - \frac{(2n+\beta)T}{4} \right) \quad (19)$$

که در معادله فوق  $u_g$  پالس جابه‌جایی نیم سینوسی ورودی است. کرنش برشی در تیر نیز مطابق زیر خواهد بود:

$$\varepsilon(\beta, t) = \frac{\partial u_{abs}(\beta, t)}{\partial z} = \frac{\partial u(\beta, t)}{\partial z} = -\frac{T}{4H} \left[ \frac{\partial u_g \left( t - \frac{\beta T}{4} \right)}{\partial t} \right] + \sum_{n=1}^{2t/T+\beta/2} (-1)^{n+1} \frac{\partial u_g \left( t - \frac{(2n-\beta)T}{4} \right)}{\partial t} + \sum_{n=1}^{2t/T-\beta/2} (-1)^n \frac{\partial u_g \left( t - \frac{(2n+\beta)T}{4} \right)}{\partial t} \quad (20)$$

#### پالس‌های استفاده شده:

بر اساس آزمایش‌های میدانی انجام شده در مرجع [22]، سرعت موج برشی در دال کف حدوداً  $2000$  متر بر ثانیه و در بین طبقات از  $75$  تا  $150$  متر بر ثانیه متغیر است. همچنین فرض تیر برشی یکنواخت با سرعت موج برشی تقریباً  $100$  متر بر ثانیه در مقالات متعددی از جمله مرجع [23] استفاده شده است. به منظور مقایسه دو روش تحلیل مودال و انتشار موج (حل دالامبر)، تیر برشی به ارتفاع  $50$  متر و سرعت موج برشی در آن برابر با  $100$  متر بر ثانیه در نظر گرفته شده است. زمان تناوب‌های طبیعی تیر برشی از رابطه زیر بدست می‌آیند:

$$T_n = \frac{4H}{(2n-1)c} \quad (21)$$

که زمان تناوب اصلی تیر برابر  $T = T_1 = \frac{4H}{c} = 2sec$  خواهد بود. با فرض زمان تناوب اصلی و ارتفاع تیر برشی، سه نوع پالس جابه‌جایی نیم سینوسی ورودی ( $u_g$ ) با دامنه یک سانتی‌متر و زمان تداوم  $t_d$ ، که نصف زمان تناوب پالس بوده و تحت آن تیر برشی در محدوده خطی است و پوش بیشترین کرنش برشی در آن کمتر از یک درصد است [24, 25]، در نظر گرفته شده‌اند که به شکل زیر تعریف می‌شود:

(الف) پالس کوتاه که نسبت زمان تناوب آن  $(T_s = 2t_d)$  به زمان تناوب اصلی تیر  $(T)$  کوچکتر از  $0.5$  است  $\left(\frac{T_s}{T} \leq 0.5\right)$



مقایسه پاسخ های حاصل از دو روش آنالیز مودال و انتشار موج:

تیر برشی در پای خود تحت تاثیر پالس جابه جایی نیم سینوسی با زمان تداوم  $t_d = T_s/2$  قرار گرفته و پس از سپری شدن مدت زمان تحریک ( $t > t_d$ ) جابه جایی پای سازه همواره صفر بوده و هیچگونه تحریکی وجود نخواهد داشت لیکن موج وارد شده به تیر برشی به سمت بالا حرکت کرده و پس از انعکاس از سطح آزاد تیر دوباره به سمت پایین حرکت می کند. در واقع با گذر زمان تغییر شکل ایجاد شده در تیر ناشی از برهم کنش امواج رفت و برگشتی است. با توجه به سرعت موج برشی و ارتفاع تیر، پالس مورد نظر پس از ورود به تیر نیم ثانیه طول می کشد تا تیر را طی کرده و به بالای آن برسد. با توجه به طول پالس، زمان برهم کنش و نقاطی از تیر که تحت اثر برهم کنش امواج رفت و برگشتی قرار دارند متفاوت خواهند بود. زمان های انتخابی مورد نظر برای مقایسه دو روش عبارتند از: الف)  $t = 0.2$  (s) یا زمانی که موج در اولین مسیر رفت است (ب)  $t = 0.57$  (s) ثانیه یا زمانی کوتاه  $t = 0.07$  (ثانیه) پس از انعکاس موج در بالای تیر و در مسیر برگشت (پ)  $t = 1.02$  (s) ثانیه یا زمانی کوتاه  $t = 0.02$  (ثانیه) پس از انعکاس موج در پائین تیر.

شکل ۵. جابه جایی تیر برشی تحت پالس کوتاه در لحظه ۱/۰۲ ثانیه

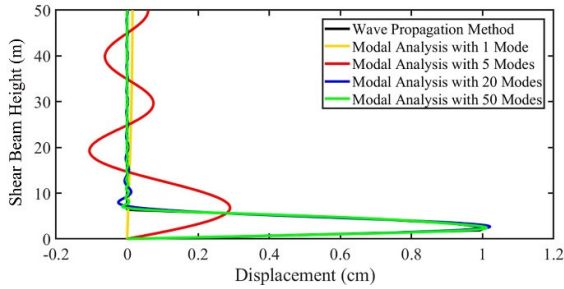


Fig. 5. Displacement under Short Pulse at 1.02 (s)

شکل ۶. کرنش برشی تیر تحت پالس کوتاه در لحظه ۰/۲ ثانیه

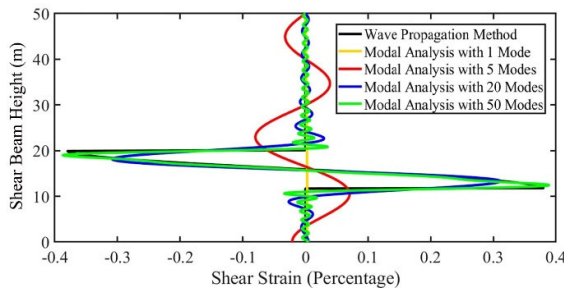


Fig. 6. Shear Strain under Short Pulse at 0.2 (s)

شکل ۷. کرنش برشی تیر تحت پالس کوتاه در لحظه ۰/۵۷ ثانیه

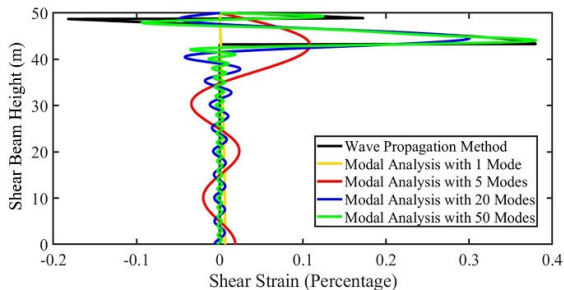


Fig. 7. Shear Strain under Short Pulse at 0.57 (s)

شکل ۸. کرنش برشی تیر تحت پالس کوتاه در لحظه ۱/۰۲ ثانیه

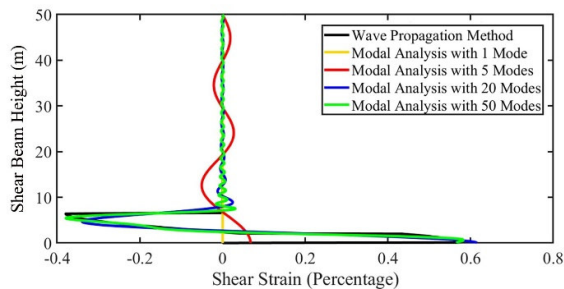


Fig. 8. Shear Strain under Short Pulse at 1.02 (s)

شکل ۳. جابه جایی تیر برشی تحت پالس کوتاه در لحظه ۰/۲ ثانیه

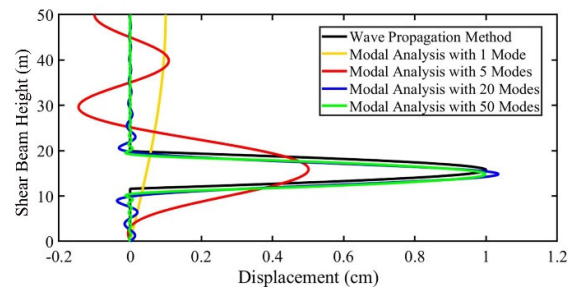


Fig. 3. Displacement under Short Pulse at 0.2 (s)

شکل ۴. جابه جایی تیر برشی تحت پالس کوتاه در لحظه ۰/۵۷ ثانیه

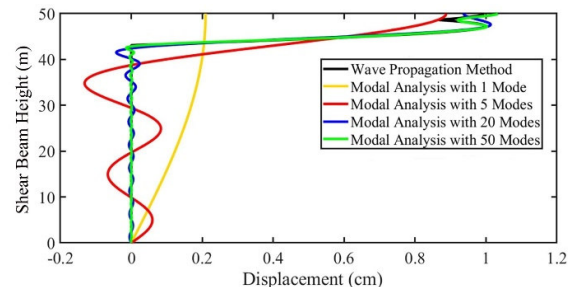


Fig. 4. Displacement under Short Pulse at 0.57 (s)

### ۳. بررسی و مقایسه جابه‌جایی و کرنش برشی تیر تحت پالس‌های کوتاه، متوسط و بلند

در شکل‌های (۳ تا ۸) چگونگی تغییرات جابه‌جایی و کرنش برشی در ارتفاع تیر تحت پالس کوتاه و در زمان‌های خاص نشان داده شده‌اند. در این شکل‌ها منحنی سیاه رنگ پاسخ تیر برشی به روش انتشار موج یا حل دالامبر و از حل معادلات (۱۹ و ۲۰) و دیگر منحنی‌های رنگی نیز پاسخ تیر به روش تحلیل مودال و از حل معادلات (۳، ۶، ۷، ۱۴) بدست آمده‌اند. مطابق این شکل‌ها به روش انتشار موج، حرکت موج در طول تیر برشی در سه زمان مختلف کاملاً نمایان است. در لحظه  $0/2$  ثانیه و مطابق شکل (۳)، جابه‌جایی ایجاد شده در طول تیر حاصل از روش انتشار موج، بشکل پالس ورودی است که وارد تیر شده و در فاصله ۱۵ متری از پای آن قرار دارد. همان‌گونه که قبلاً نیز نشان داده شده میزان مشارکت پاسخ مودی ناشی از مودهای بالاتر علاوه بر ضریب مشارکت مودی، که فقط تابعی از مشخصه‌های دینامیکی سازه است، به مشخصه‌های حرکت زمین نیز بستگی دارد [8]. در این راستا نسبت زمان تناوب غالب زلزله به زمان تناوب اصلی سازه نقش بسزایی در میزان مشارکت پاسخ مودی ناشی از مودهای بالاتر ایفا می‌کند. در چنین حالتی که زمان تناوب موج ورودی خیلی کوچکتر از زمان تناوب اصلی تیر است مودهای ارتعاشی بالای تیر تحریک شده به شکلی که با در نظر گرفتن ۵ مود در تحلیل مودال، اگر چه مجموع ضرایب مشارکت مودی بالای ۹۰ درصد است لیکن اختلاف فاحش بین پاسخ دو روش انتشار موج (حل دالامبر) و مودال کاملاً مشهود است اما با افزایش مودها تا ۲۰ مود این اختلاف کاهش می‌یابد و همین روند در شکل‌های (۴ و ۵) و در زمان‌های  $0/57$  و  $1/02$  ثانیه، وقتی که پالس ورودی به بالای تیر رسیده و سپس به پای تیر برمی‌گردد، مشاهده می‌شود. در شکل‌های (۶ تا ۸) چگونگی تغییرات کرنش برشی در طول تیر در زمان‌های مختلف به دو روش انتشار موج و مودال نشان داده شده است. بر اساس روش انتشار موج، کرنش ایجاد شده در طول تیر به صورت تابع کسینوسی بوده و حتی با در نظر گرفتن ۲۰ مود در تحلیل مودال نیز اختلاف بین کرنش برشی حاصل از دو روش مشهود است لیکن با در نظر گرفتن ۵۰ مود این اختلاف کاهش می‌یابد.

در شکل‌های (۹ تا ۱۲) چگونگی تغییرات جابه‌جایی و کرنش برشی در ارتفاع تیر و در زمان‌های خاص تحت پالس‌های متوسط و بلند نشان داده شده‌اند. در چنین حالتی که طول موج ورودی تقریباً برابر یا بزرگتر از طول تیر است نیز مودهای ارتعاشی بالای تیر تحریک شده لیکن نسبت به پالس‌های کوتاه، با در نظر گرفتن تعداد مودهای کمتری در روش مودال می‌توان به پاسخ‌های نسبتاً دقیق دست یافت طوری که مطابق شکل‌های نشان داده شده تحت پالس‌های متوسط و بلند، تعداد مودهای لازم در روش مودال برای محاسبه قابل قبول کرنش برشی و جابه‌جایی در طول تیر به ترتیب ۲۰ و ۵ مود است.

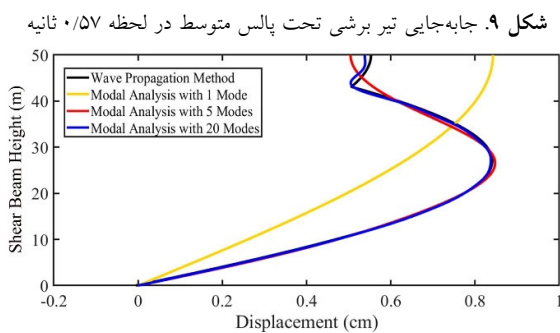


Fig. 9. Displacement under Medium Pulse at 0.57 (s)

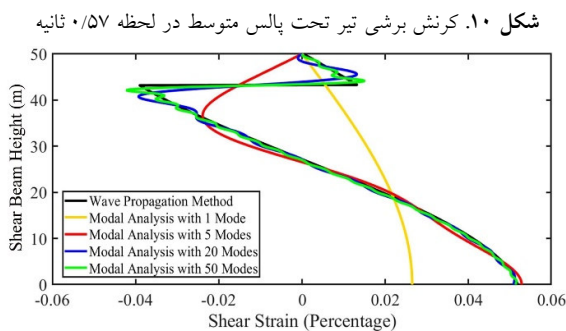


Fig. 10. Shear Strain under Medium Pulse at 0.57 (s)

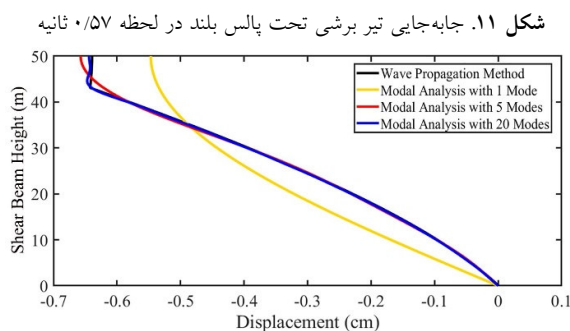


Fig. 11. Displacement under Long Pulse at 0.57 (s)



با انتخاب حتی پنج مود میزان اختلاف بین پوش حداکثر جابه جایی حاصل از روش های مودال و انتشار موج (حل دالامبر) در بالای تیر، که دارای بیشترین جابه جایی است و اهمیت زیادی در طراحی دارد، به ۵۰ درصد و در پای تیر، که دارای جابه جایی کوچکی است و اهمیت کمی در طراحی دارد، به ۷۵ درصد می رسد لیکن با انتخاب ۲۰ مود تقریباً در تمام نقاط تیر بجز پای آن، این اختلاف به کمتر از ۱۰ درصد کاهش می یابد. در شکل های ۱۵ و ۱۶ و تحت پالس متوسط، با انتخاب ۵ مود در تمام نقاط تیر خطای بیشترین جابه جایی حاصل از آنالیز مودال نسبت به روش انتشار موج (حل دالامبر) به کمتر از ۱۰ درصد کاهش می یابد. در شکل های (۱۷ و ۱۸) تحت پالس بلند، این میزان خطا حتی با انتخاب یک مود تقریباً در تمام نقاط تیر کمتر از ۱۰ درصد است.

شکل ۱۳. پوش بیشترین جابه جایی ایجاد شده در تیر برشی تحت پالس کوتاه

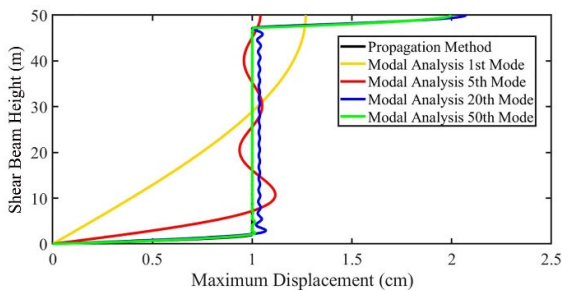


Fig. 13. Envelope of Maximum Displacement under Short Pulse

شکل ۱۴. درصد خطای پوش بیشترین جابه جایی تحت پالس کوتاه

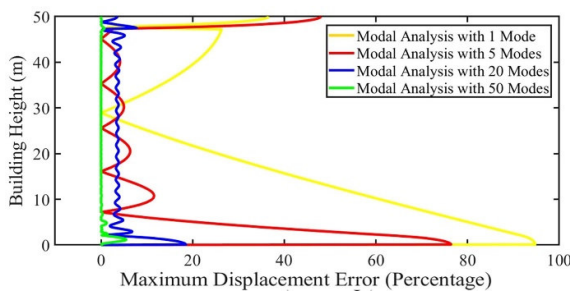


Fig. 14. Error percentage of Envelope of Maximum Displacement under Short Pulse

شکل ۱۲. کرنش برشی تیر برشی تحت پالس بلند در لحظه ۰/۵۷ ثانیه

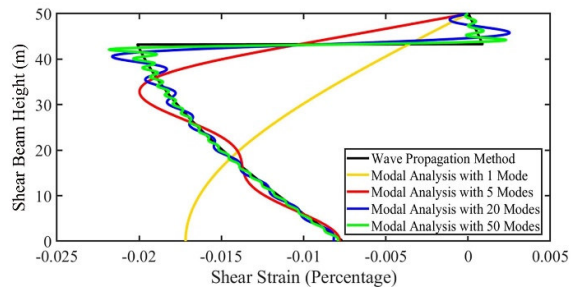


Fig. 12. Shear Strain under Long Pulse at 0.57 (s)

#### ۴. بررسی و مقایسه پوش حداکثر جابه جایی و پوش حداکثر کرنش برشی تیر تحت پالس های کوتاه، متوسط و بلند

وقتی پیوند پالس جابه جایی ورودی به سازه کوچکتر از پیوند اصلی سازه باشد آنگاه به دلیل انتشار موج در طول سازه بیشترین تغییر شکل نسبی آن می تواند نه فقط در پای سازه بلکه در نقاط دیگری نیز اتفاق افتد [5]. پس در این مقاله با در نظر گرفتن پوش بیشترین پاسخ در طول تیر به دو روش تحلیل مودال و انتشار موج (حل دالامبر) و محاسبه میزان خطا، تعداد مودهای لازم در تحلیل مودال برای دستیابی به پاسخ قابل قبول با خطای مشخص ارائه شده است. منظور از پوش بیشترین پاسخ در نقطه ای از تیر، بیشترین قدمطلق پاسخ تیر در آن نقطه در هنگام زمان تحریک تیر برشی و پس از آن است و بیشترین پاسخ ها در نقاط مختلف تیر لزوماً در یک زمان رخ نمی دهند. شکل های (۱۳، ۱۵ و ۱۷) به ترتیب پوش حداکثر جابه جایی در طول تیر برشی تحت پالس های کوتاه، متوسط و بلند را نشان می دهند. همان گونه که ملاحظه می شود تحت پالس های کوتاه و متوسط بیشترین دامنه جابه جایی در قسمت های میانی تیر برابر یک سانتی متر (دامنه پالس ورودی) است لیکن تحت تمام پالس ها بیشترین دامنه جابه جایی در بالای تیر همواره برابر ۲ سانتی متر (دو برابر دامنه پالس ورودی) بوده که ناشی از برهم کش امواج برخوردی و انعکاس یافته از سطح آزاد تیر است. شکل های (۱۴، ۱۶ و ۱۸) به ترتیب درصد خطای پوش بیشترین جابه جایی در طول تیر حاصل از روش مودال را نسبت به روش انتشار موج (حل دالامبر) تحت پالس های کوتاه، متوسط و بلند نشان می دهند. مطابق شکل های (۱۳ و ۱۴) و تحت پالس کوتاه،

دالامبر) با یکدیگر مقایسه شده‌اند. در این حالت که طول موج تحریک کوچکتر از طول تیر است بیشترین کرنش برشی به میزان ۰/۷۵ درصد در دو نقطه از تیر برشی، یکی در پای تیر و دیگری در ارتفاع ۴۵ متری از آن رخ داده است که به علت برهم کنش امواج رفت و برگشتی است. شکل (۲۰) نیز درصد خطای پوش حداکثر کرنش برشی در طول تیر تحت پالس کوتاه و حاصل از روش تحلیل مودال را نسبت به روش انتشار موج (حل دالامبر) نشان می‌دهد. اگرچه در این شکل بیشترین درصد خطا در نزدیکی سطح آزاد تیر رخ داده است اما از آنجایی که کرنش برشی در این نقاط بسیار کوچک است پس از نظر طراحی اهمیت کمتری خواهند داشت. مطابق شکل (۲۰) و با انتخاب ۵ مود در روش مودال، بیشترین کرنش برشی حاصل از آن در طول تیر بیش از ۷۰ درصد کمتر از مقدار واقعی آن در روش انتشار موج (حل دالامبر) خواهد بود. حتی با در نظر گرفتن ۲۰ مود، میزان اختلاف دو روش در اکثر نقاط تیر به ۲۰ درصد می‌رسد. پس با افزایش تعداد مود به ۵۰، در بیشتر نقاط تیر، به جز نقاطی که در آن برهم کنش امواج رفت و برگشتی رخ می‌دهد، این اختلاف به زیر ۱۰ درصد کاهش می‌یابد. در شکل‌های (۲۱) تا (۲۴) نیز پوش بیشترین کرنش برشی و درصد خطای آن در طول تیر حاصل از دو روش مودال و انتشار موج (حل دالامبر) تحت پالس‌های متوسط و بلند نشان داده شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود برای تیر تحت پالس‌های متوسط و بلند به ترتیب با انتخاب ۲۰ و ۵ مود درصد خطای بیشترین کرنش برشی حاصل از روش تحلیل مودال نسبت به روش انتشار موج (حل دالامبر) در بیشترین نقاط تیر، به جز نقاط برهم کنش امواج رفت و برگشتی، کمتر از ۱۰ درصد است.

شکل ۱۹. پوش بیشترین کرنش برشی ایجاد شده در تیر تحت پالس کوتاه

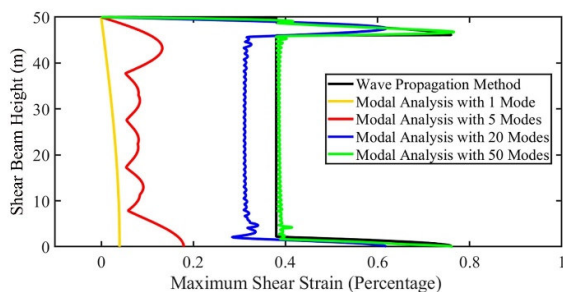


Fig. 19. Envelope of Maximum Shear Strain under Short Pulse

شکل ۱۵. پوش بیشترین جابه‌جایی ایجاد شده تحت پالس متوسط

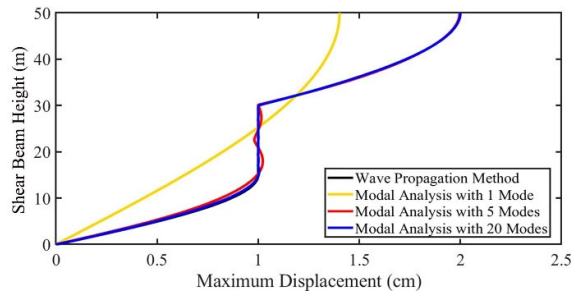


Fig. 15. Envelope of Maximum Displacement under Medium Pulse

شکل ۱۶. درصد خطای پوش بیشترین جابه‌جایی تحت پالس متوسط

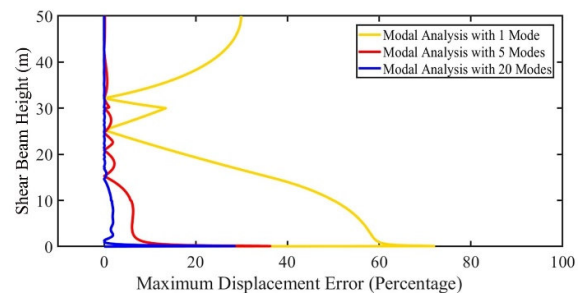


Fig. 16. Error percentage of Envelope of Maximum Displacement under Short Pulse

شکل ۱۷. پوش بیشترین جابه‌جایی ایجاد شده تحت پالس بلند

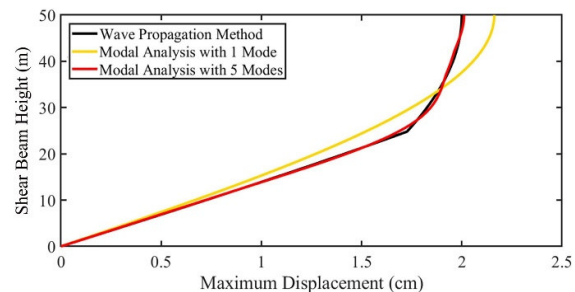


Fig. 17. Envelope of Maximum Displacement under Long Pulse

شکل ۱۸. درصد خطای پوش بیشترین جابه‌جایی تحت پالس بلند

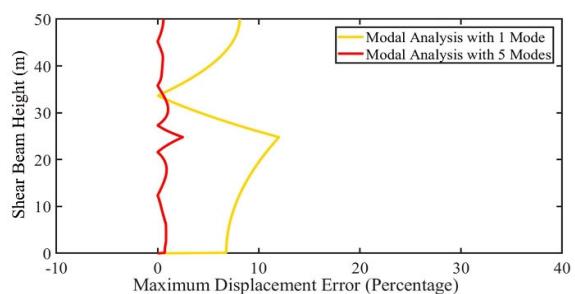


Fig. 18. Error percentage of Envelope of Maximum Displacement under Short Pulse

در شکل (۱۹) پوش بیشترین کرنش برشی در طول تیر تحت پالس کوتاه حاصل از دو روش تحلیل مودال و انتشار موج (حل

شکل ۲۴. درصد خطای پوش بیشترین کرنش برشی تحت پالس بلند

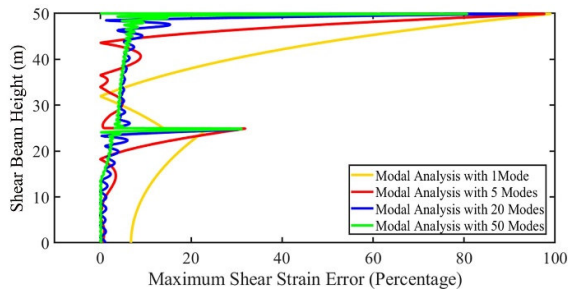


Fig. 24. Error percentage of Envelope of Maximum Shear Strain under Long Pulse

شکل ۲۰. درصد خطای پوش بیشترین کرنش برشی تحت پالس کوتاه

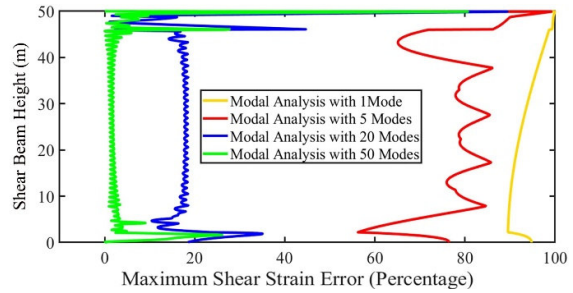


Fig. 20. Error percentage of Envelope of Maximum Shear Strain under Short Pulse

### ۵. مقایسه پاسخ های تیر تحت زلزله های حوزه نزدیک حاصل از دو روش آنالیز مودال و انتشار موج:

در این قسمت پاسخ تیر برشی تحت دو زلزله حوزه نزدیک دارای پالس مشخص، به دو روش تحلیل مودال و انتشار موج (حل دالامبر) محاسبه و مورد بررسی و مقایسه قرار گرفته اند. مشخصات دو زلزله انتخابی در جدول (۲) آورده شده اند [18].

رکوردهای شتاب، سرعت، و جابه جایی زلزله های کالاماتا و پارکفیلد به همراه پالس مشخص زلزله در شکل های (۲۵ و ۲۶) نشان داده شده اند. زمان تناوب غالب زلزله  $(T_s = 2 \times t_d)$  طبق تعریف برابر زمان تناوبی است که تحت آن بیشترین دامنه شتاب طیفی یا طیف پاسخ شتاب به ازای میرایی ۵ درصد اتفاق می افتد [26]. در جدول (۲)،  $t_d$  زمان تداوم پالس غالب زلزله است. نسبت زمان تناوب غالب دو زلزله به زمان تناوب اصلی تیر برشی به صورت زیر هستند:

$$\frac{T_s}{T} = \frac{0.79}{2} = 0.395 < 0.5 \quad (22)$$

زلزله پارکفیلد:

$$\frac{T_s}{T} = \frac{0.52}{2} = 0.26 < 0.5 \quad (23)$$

بنابراین زلزله های کالاماتا و پارکفیلد را، اگر چه نه بصورت تک پالس بلکه دارای محتوای فرکانسی نوار-باریک هستند، می توان در زمره پالس کوتاه ارزیابی نمود.

شکل ۲۱. پوش بیشترین کرنش برشی ایجاد شده تحت پالس متوسط

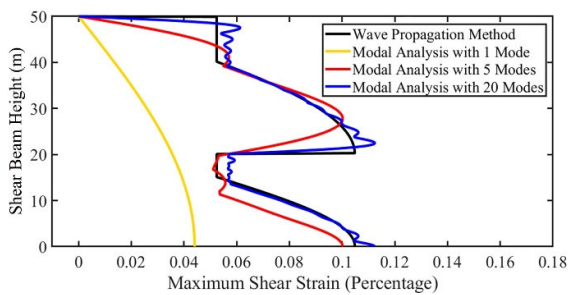


Fig. 21. Envelope of Maximum Shear Strain under Medium Pulse

شکل ۲۲. درصد خطای پوش بیشترین کرنش برشی تحت پالس متوسط

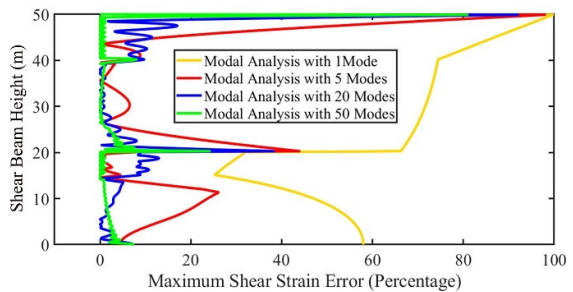


Fig. 22. Error percentage of Envelope of Maximum Shear Strain under Medium Pulse

شکل ۲۳. پوش بیشترین کرنش برشی ایجاد شده تحت پالس بلند

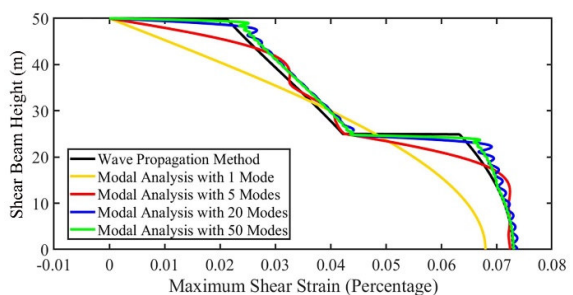


Fig. 23. Envelope of Maximum Shear Strain under Long Pulse

شکل ۲۵. رکوردهای شتاب، سرعت و جابه‌جایی زلزله کالاماتا

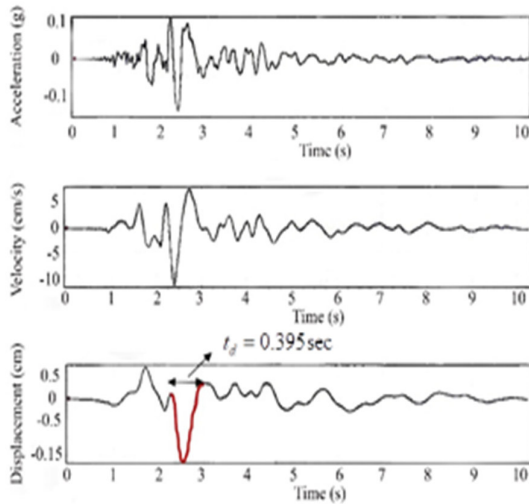


Fig. 25. Acceleration, Velocity and Displacement Records in Kalamata Earthquake

شکل ۲۶. رکوردهای شتاب، سرعت و جابه‌جایی در زلزله پارکفیلد

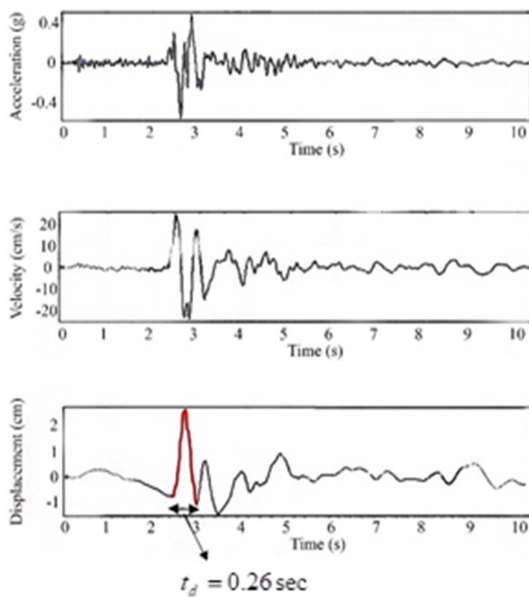


Fig. 26. Acceleration, Velocity and Displacement Records in Parkfield Earthquake

پوش بیشترین جابه‌جایی ایجاد شده در طول تیر برشی تحت زلزله‌های کالاماتا و پارکفیلد در شکل‌های (۲۷ و ۲۸) و نیز پوش بیشترین کرنش برشی ایجاد شده در طول تیر در شکل‌های (۲۹ و ۳۰) نشان داده شده‌اند. درصد خطای پوش بیشترین جابه‌جایی تیر تحت زلزله‌های کالاماتا و پارکفیلد حاصل از روش مودال نسبت به روش انتشار موج (حل دالامبر) در شکل‌های (۳۱ و ۳۲) و درصد خطای پوش بیشترین کرنش برشی تیر در شکل‌های (۳۳ و ۳۴) نشان داده شده‌اند. همان‌گونه که مشاهده می‌شود برای هر دو زلزله مشخصاً استفاده از یک مود در تحلیل مودال منجر به پاسخ‌های غیرواقعی می‌شود. مطابق شکل‌های (۲۷، ۲۸، ۳۱ و ۳۲) استفاده از ۵ مود در تحلیل مودال برای محاسبه بیشترین جابه‌جایی تیر کافی بوده و درصد خطای آن در طول تیر نسبت به روش انتشار موج (حل دالامبر) کمتر از ۱۰ درصد است. لیکن بر اساس شکل‌های (۲۹، ۳۰، ۳۳ و ۳۴)، برای زلزله کالاماتا که دارای زمان تناوب غالب بزرگ‌تری است استفاده از ۲۰ مود و برای زلزله پارکفیلد که دارای زمان تناوب غالب کوچک‌تری است استفاده از ۵۰ مود در تحلیل مودال برای محاسبه بیشترین کرنش برشی تیر کافی بوده و درصد خطای آن نسبت به روش انتشار موج (حل دالامبر) در تمام نقاط تیر بجز نقاط فوقانی، که دارای کرنش برشی کوچکی بوده و از نظر طراحی اهمیت کمتری دارند، کمتر از ۱۰ درصد است.

جدول ۲. مشخصات زلزله‌های حوزه نزدیک

Earthquake Name and its Location	Kalamata-Greece	Parkfield-America
Year of Occurrence	1986	2004
Station	BSMT (2nd trigger)	Cholame-3E
Component	N-S	N-S
Magnitude (Richter)	5.4	6
Earthquake Distinct Pulse Duration [t <sub>d</sub> (s)]	0.395	0.26
PGD (cm)	1.31	3.15
PGV ( $\frac{cm}{s}$ )	12.79	23.42
PGA ( $\frac{cm}{s^2}$ )	157.94	509.14

Table.2. Two Near-field Earthquake Details



شکل ۳۱. درصد خطای پوش حداکثر جابه‌جایی تیر تحت زلزله کالاماتا

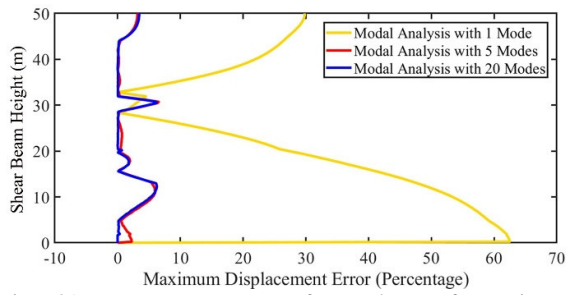


Fig. 31. Error percentage of Envelope of Maximum Displacement under Kalamata Earthquake

شکل ۲۷. پوش بیشترین جابه‌جایی ایجاد شده تحت زلزله کالاماتا

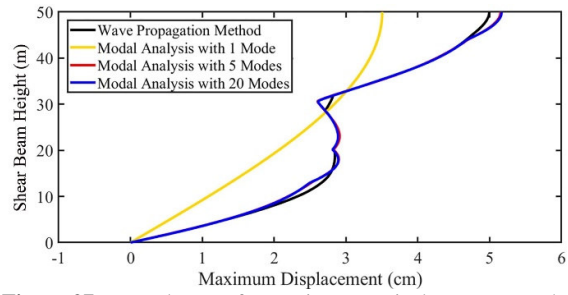


Figure.27. Envelope of Maximum Displacement under Kalamata Earthquake

شکل ۳۲. درصد خطای پوش حداکثر جابه‌جایی تیر تحت زلزله پارکفیلد

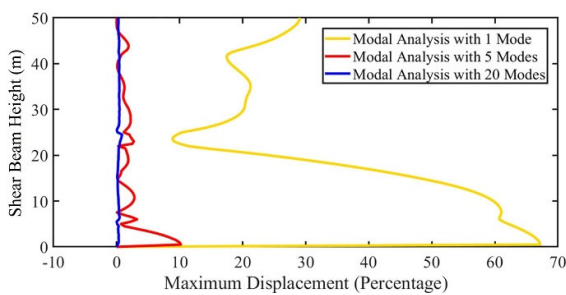


Fig. 32. Error percentage of Envelope of Maximum Displacement under Parkfield Earthquake

شکل ۲۸. پوش حداکثر جابه‌جایی ایجاد شده تحت زلزله پارکفیلد

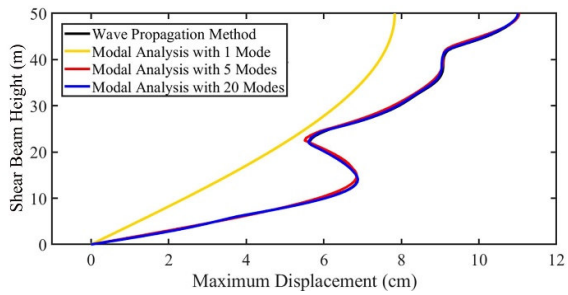


Fig. 28. Envelope of Maximum Displacement under Parkfield Earthquake

شکل ۳۳. درصد خطای پوش حداکثر کرنش برشی تحت زلزله کالاماتا

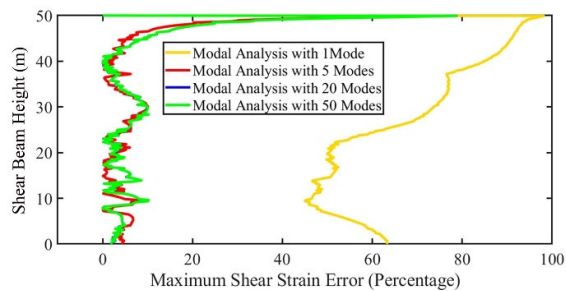


Fig. 33. Error percentage of Envelope of Maximum Shear Strain under Kalamata Earthquake

شکل ۲۹. پوش بیشترین کرنش برشی ایجاد شده تحت زلزله کالاماتا

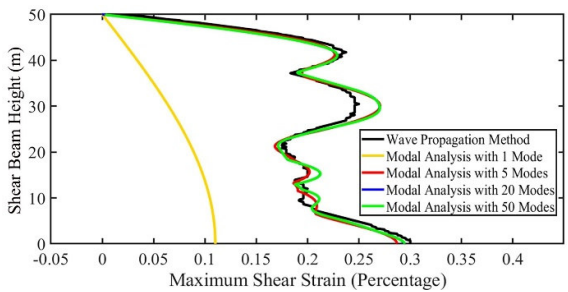


Fig. 29. Envelope of Maximum Shear Strain under Kalamata Earthquake

شکل ۳۴. درصد خطای پوش حداکثر کرنش برشی تحت زلزله پارکفیلد

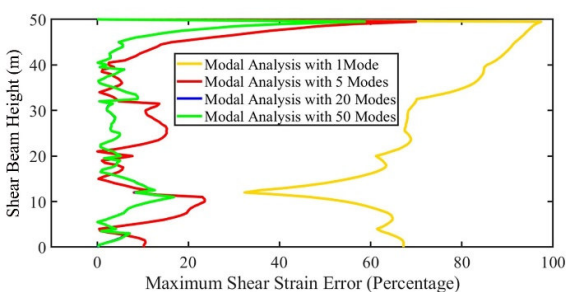


Fig.34. Error percentage of Envelope of Maximum Shear Strain under Parkfield Earthquake

شکل ۳۰. پوش بیشترین کرنش برشی ایجاد شده تحت زلزله پارکفیلد

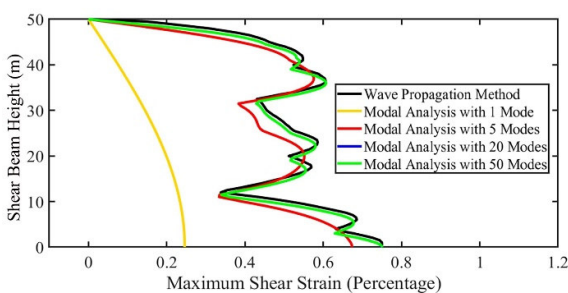


Fig. 30. Envelope of Maximum Shear Strain under Parkfield Earthquake

## ۶. نتیجه گیری

با توجه به اینکه نشان داده شده که میزان مشارکت پاسخ مودی ناشی از مودهای بالاتر علاوه بر ضریب مشارکت مودی به مشخصه های حرکت زمین نیز بستگی داشته [8] و نظر به اینکه نسبت زمان تناوب غالب زلزله به زمان تناوب اصلی سازه نقش بسزایی در میزان مشارکت پاسخ مودی ناشی از مودهای بالاتر ایفا می کند پس در این مقاله با در نظر گرفتن پالس های جابه جایی نیم سینوسی با زمان تناوب های کوتاه، متوسط و بلند، نسبت به زمان تناوب اصلی تیر برشی، و مقایسه پوش بیشترین جابه جایی و تغییر شکل نسبی ایجاد شده در طول تیر به دو روش تحلیل مودال و انتشار موج (حل دالامبر) و محاسبه میزان خطا، تعداد مودهای لازم در روش مودال برای دست یابی به پاسخ قابل قبول ارائه شده است. برای تیر برشی با رفتار خطی و میرایی صفر نتایج نشان می دهد:

۱- وقتی نسبت زمان تناوب پالس یا زمان تناوب غالب زلزله به زمان تناوب اصلی تیر برشی کوچکتر از ۰/۵ باشد آنگاه جهت تعیین بیشترین جابه جایی و بیشترین کرنش برشی در طول تیر بروش تحلیل مودال، به ترتیب با انتخاب ۲۰ و ۵۰ مود درصد خطای آن نسبت به روش دقیق انتشار موج (حل دالامبر) کمتر از ۱۰ درصد خواهد بود.

۲- وقتی نسبت زمان تناوب پالس یا زمان تناوب غالب زلزله به زمان تناوب اصلی تیر برشی بزرگتر از ۰/۵ و کوچکتر از ۱/۰ باشد آنگاه جهت تعیین بیشترین جابه جایی و حداکثر کرنش برشی در طول تیر بروش تحلیل مودال، به ترتیب با انتخاب ۵ و ۲۰ مود درصد خطای آن نسبت به روش دقیق انتشار موج (حل دالامبر) کمتر از ۱۰ درصد خواهد بود.

۳- وقتی نسبت زمان تناوب پالس یا زمان تناوب غالب زلزله به زمان تناوب اصلی تیر برشی بزرگتر از ۱/۰ باشد آنگاه جهت تعیین بیشترین جابه جایی و حداکثر کرنش برشی در طول تیر بروش تحلیل مودال، به ترتیب با انتخاب ۱ و ۵ مود درصد خطای آن نسبت به روش دقیق انتشار موج (حل دالامبر) کمتر از ۱۰ درصد خواهد بود.

## ۷. منابع

- [1] Biot, M. "A Mechanical Analyzer for the Prediction of Earthquake Stresses", *Bull. Seismol. Soc. Am*, vol. 31, pp. 151-171, (1941).
- [2] Housner, G. "Spectrum Analysis of Strong Motion Earthquakes", *Bull. Seismol. Soc. Am*, vol. 43, pp. 97-119, (1953).
- [3] Algan, B. "Drift and Damage Considerations in Earthquake Resistant Design of Reinforced Concrete Buildings", Ph.D. Thesis, University of Illinois, Urbana Champaign, (1982).
- [4] Moehle, J. "Strong Monitor Drift Estimate for R/C Structures", *Journal of Structural Engineering*, (1984).
- [5] Gicev, V. and Trifunac, M. "Amplification of linear strain in a layer excited by a shear-wave Earthquake Pulse," *Journal of Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, vol. 30, pp. 1073-1081, (2010).
- [6] Iwan, W. "Drift Spectrum: measure of demand for earthquake ground motions," *Structural Engineering, ASCE*, vol. 123(4), pp. 397-404, 123(4)(1997).
- [7] Miranda, E. "Approximate Seismic Lateral Deformation Demands in Multistory Buildings", *Structural Engineering*, vol. 125, no. 4, pp. 417-425, (1999).
- [8] Chopra, A. K. and Chintanapakdee, C. "Drift Spectrum vs. Modal Analysis of Structural Response to Near-Fault Ground Motion", *Earthquake Spectra*, vol. 17, pp. 221-234, (2001).
- [9] Roberts, M. and Lutes, L. D. "Potential for Structural Failure in the Seismic Near Field", *journal of Engineering Mechanics*, vol. 129, pp. 927-934, (2003).
- [10] Akkar, S. and Yazgan, U. and Gülkan, P. "Drift Estimates in Frame Buildings Subjected to Near-Fault Ground Motions", *Structural Engineering*, vol. 131, no. 7, pp. 1014-1024, (2005).
- [11] E. Miranda and S. D. Akkar, "Generalized Interstory Drift Spectrum", *Structural Engineering*, vol. 132, no. 6, pp. 840-852, (2006).
- [12] Sasani, M. and Makris, N. and Bolt, B. A. "Damping in Shear Beam Structures and Estimation of Drift Response",



- Control Health Monit. 2020.  
<https://doi.org/10.1002/stc.2545>
- [22] Todorovska, M.I., and Trifunac, M.D. (2006). Impulse response analysis of the Van Nuys 7-story hotel during 11 earthquakes (1971-1994): one-dimensional wave propagation and inferences on global and local reduction of stiffness due to earthquake damage, Report CE 06-01, Dept. of Civil Eng., University of Southern California, Los Angeles, California.
- [23] Gicev, V. and Trifunac, M. " Permanent deformations and strains in a shear building excited by a strong motion pulse," *Journal of Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, vol. 27, pp. 774-792, (2007)
- [24] Trifunac, M.D. "POWER DESIGN METHOD", *Proceeding of Earthquake Engineering in the 21th Century*, Skopje-Ohrid, Macedonia, August 27-September 1, 2005.
- [25] Gicev, V., and Trifunac, M.D. (2006). ROTATIONS IN THE TRANSIENT RESPONSE OF NONLINEAR SHEAR BEAM, Report CE 06-02, Dept. of Civil Eng., University of Southern California, Los Angeles, California.
- [26] Rathje, E.M, Abrahamson, N.A, Bray, J.D., " SIMPLIFIED FREQUENCY CONTENT ESTIMATES OF EARTHQUAKE GROUND MOTIONS," *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 1998. 124: 150-159.
- Engineering Mechanics*, vol. 132, no. 8, pp. 851-858, (2006).
- [13] Xie, J. and Wen, Z. "A Measure of Drift Demand for Earthquake Ground Motions Based on Timoshenko Beam Model", *The 14th Proceeding of World Conference on Earthquake Engineering*, Beijing, (2008)
- [14] Cichowicz, A. "Near-field Ground Motion Modal Versus Wave Propagation Analysis", *Shock and Vibration Journal* , vol. 17, pp. 611-617, (2010)
- [15] Rupakhty, R. Sigbjornsonn, R. "Can Simple Pulses Adequately Represent Near-Fault Ground Motions?" *Journal of earthquake engineering*, vol 11, pp. 1260-1272, (2011)
- [16] Raoofi, F. R. and Shodja, A. H. "Comparison of the Drift Spectra Generated Using Continuous and Lumped-mass Beam Models", *Journal of Scientia Iranica*, vol. 20, pp. 1337-1348, (2013)
- [17] Ghanbari, B. and Khosravi, S. and Akhaveissy, A. "Effect of Pulse-like Ground Motions Parameters on Inter-story Drift Spectra", *International Journal of Earthquake Engineering and Hazard Mitigation*, vol. 3, No. 2, (2015)
- [18] Lioussatou, E. and Fardis, M. N. "Near-Fault Effects on Residual Displacements of RC Structures", *Journal of Earthquake Engineering and Soil Dynamics*, vol. 45, Issue 9, pp. 1391-1409, (2016)
- [19] Gicev, V., Kisomi, H.B., Trifunac, M.D., Jalali, R.S., Flexibility of foundation increases the base shear and horizontal strains during an out-of-plane response to an SH pulse in linear and nonlinear soil. *Soil Dyn Earthq Eng*. 2019;127: 17.105837. <https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2019.105837>
- [20] Todorovska, M.I., Girmay, E.A., Wang, F., and Rahmani, M. " Wave propagation in a doubly tapered shear beam: Model and application to a pyramid-shaped skyscraper," *Journal of Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, pp. 1-29, (2021)
- [21] Todorovska, M.I., Niu, B., Lin, G., Cao, C., Wang, D., Cui, J., Wang, F., Trifunac, M.D., Liang, J., A new full-scale testbed for structural health monitoring and soil-structure interaction studies: Kunming 48-story office building in Yunnan province, China. *Struct*

# Studying of some limitations of modal analysis versus D'Alembert solution in analysis of shear beam under impulsive loads

Seyyed Rasoul Naeemi<sup>1</sup>, Reza Saleh Jalali<sup>2\*</sup>

1.Master of Structural Engineering, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Guilan

2.Assistant Professor, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Guilan

saleh@guilan.ac.ir

## Abstract

Using modal analysis is a lot easier and more widespread among structures, but the important question is about the number of modes should be considered in the modal analysis method to reach an answer with an inevitable error but in logical tolerance. In this regard, the ratio of the dominant period of the earthquake to the main period of the structure is used as a criterion for selecting the number of modes in the modal analysis method. On the other hand, although the maximum displacement of the structure occurs above it, but when the period of the pulse is less than the main period of the structure, due to wave motion along the structure, the maximum shear strain can occur not only at the base but also in other places along the structure. In this paper, some limitations of modal analysis versus D'Alembert solution have been studied in analysis of shear beam under impulsive loads. For this purpose, the structure is modeled with a shear beam with linear material and zero damping, and it is analyzed by discrete (modal analysis) and continuous (D'Alembert solution) methods. The time response of modal analysis has been done by the fourth-order Runge-Kutta method. The shear beam is subjected to short, medium, and long period half-sine pulses, relative to the main period of the structure, as well as two near-field earthquakes with distinct pulse. The envelope of maximum induced displacement and shear strain (drift) along the beam have been selected to compare the two methods. The necessary number of modes in modal analysis are determined in such a way that its difference with the exact method (D'Alembert solution) would be in acceptable range. For shear beam with linear material and zero damping, as it is expected, the results indicate that for convergence of shear strain (drift) response to the exact solution more number of modes are needed than convergence of displacement response in the modal analysis. Under short period pulse ( $\frac{T_s}{T} \leq 0.5$ ), when the ratio of the period of the pulse or the predominant period of earthquake to the main period of the beam is less than 0.5, if the minimum number of modes in modal analysis would be 20 and 50 modes for displacement and shear strain, respectively, then the percentage of error of envelope of maximum induced displacement and shear strain (drift) in beam, calculated by modal analysis, would be less than 10 percent, respect to D'Alembert solution. Under medium period pulse ( $0.5 < \frac{T_s}{T} \leq 1.0$ ), when the ratio of the period of the pulse or the predominant period of earthquake to the main period of the beam is greater than 0.5 and less than 1.0, for having ten percent difference between two methods of analyses, the necessary number of modes in modal analysis of beam would be 5 and 20 modes for displacement and shear strain, respectively. For the beam under long period pulse ( $\frac{T_s}{T} > 1.0$ ), when the ratio of the period of the pulse or the predominant period of earthquake to the main period of the beam is greater than 1.0, the necessary number of modes in modal analysis would be 1 and 5 modes for displacement and shear strain, respectively.

**Keywords:** Modal analysis, Wave propagation, D'Alembert solution, Impulsive load, Shear beam.