

# Investigation of Finite Element Model Updating Process Using POD Mode Shapes and Modal Flexibility Criterion

Salman Rahimian<sup>1</sup>, Mousa Mahmoudi Sahebi<sup>2\*</sup> , Mojtaba Kerimaei Tabarestani<sup>3</sup>, Ali Nabizadeh<sup>4</sup>

1. Ph.D. Student in Civil Engineering, Shahid Rajaee Teacher Training University Tehran
2. Professor, Faculty of Civil Engineering, Shahid Rajaee Teacher Training University Tehran
3. Associate Professor, Faculty of Civil Engineering, Shahid Rajaee Teacher Training University Tehran
4. Assistant Professor, Faculty of Civil Engineering, Shahid Rajaee Teacher Training University Tehran

## Abstract

Finite element model updating (FEMU) plays a crucial role in structural health monitoring by improving the accuracy of numerical models in representing real structures. Traditional model updating methods typically rely on experimental modal analysis (EMA), where natural frequencies and ordinary mode shapes are extracted and compared with numerical predictions. However, recent advancements in modal identification techniques have introduced alternative approaches, such as the Proper Orthogonal Decomposition (POD), which has shown promise in reducing data dimensionality and extracting dominant modal characteristics. Despite its advantages, the effectiveness of POD mode shapes in finite element model updating has not been extensively evaluated, particularly in terms of their impact on convergence speed, accuracy, and robustness against noise.

This study investigates the efficiency of POD mode shapes in FEMU compared to conventional mode shapes by considering three different damage scenarios in a steel bridge with a concrete deck. The bridge model was developed in SAP2000, where both undamaged and damaged states were simulated. Damage scenarios included (1) a 20% reduction in the height of a main girder, (2) a 20% reduction in the flange and web thickness of the same girder, and (3) a 20% reduction in the elastic modulus of the main girders. The dynamic response of the bridge was obtained through numerical simulations, and both ordinary mode shapes (OMS) and POD mode shapes were extracted. The optimization process was conducted using the Particle Swarm Optimization (PSO) algorithm, with two different objective functions: the flexibility-based objective function and the Modal Assurance Criterion (MAC)-based objective function.

The results demonstrated that the use of POD mode shapes significantly improved the convergence rate of the optimization process. Specifically, in all three damage scenarios, the number of iterations required for convergence was considerably lower when using POD mode shapes compared to conventional mode shapes. Additionally, the accuracy of the estimated parameters was enhanced, particularly when using flexibility as the objective function. It was also observed that the first two POD modes provided results comparable to the first five ordinary modes, indicating that fewer mode shapes were required for achieving the same level of accuracy.

Furthermore, the influence of measurement noise was examined to assess the robustness of POD mode shapes in FEMU. Different levels of Gaussian white noise (1%, 5%, and 10%) were introduced to the acceleration responses before extracting the POD mode shapes. The analysis revealed that the first two natural frequencies remained stable under low noise levels (1% and 5%), whereas higher mode frequencies exhibited increased variations as noise intensity increased. However, even under 10% noise, the first two modes retained their reliability, demonstrating the resilience of POD mode shapes against noise effects. The impact of noise on the optimization process was also evaluated, and while higher noise levels led to an increased number of iterations for convergence, the final updated parameters remained close to the actual values.

Overall, this study highlights the advantages of employing POD mode shapes in FEMU, particularly in reducing computational costs and improving model accuracy. The results suggest that incorporating POD-based modal information into FEMU frameworks can enhance the reliability and efficiency of structural model updating. Moreover, the flexibility-based objective function, when combined with POD mode shapes, proved to be a more effective criterion for damage detection compared to the MAC-based objective function. These findings contribute to the growing body of research advocating for the adoption of advanced modal identification techniques in structural health monitoring and numerical model updating.

## Review History

Received: May 7, 2025

Revised: Oct 11, 2025

Accepted: Dec 10, 2025

## Keywords

Finite element model updating

POD mode shapes

Ordinary mode shapes

Modal flexibility

Structural damage detection

PSO optimization

\* Corresponding Author Email: [m.mahmoudi@srut.ac.ir](mailto:m.mahmoudi@srut.ac.ir) - ORCID: 0000-0002-9533-9597

## بررسی فرایند به‌روزرسانی مدل اجزای محدود با استفاده از شکل مودهای POD و معیار انعطاف‌پذیری

سلمان رحیمیان<sup>۱</sup>، موسی محمودی صاحبی<sup>۲\*</sup> , مجتبی کریمایی طبرستانی<sup>۳</sup>، علی نبی زاده<sup>۴</sup>

۱. دانشجوی دکتری عمران، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران، ایران.

۲. استاد، دانشکده عمران، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران، ایران.

۳. دانشیار، دانشکده عمران، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران، ایران.

۴. استادیار، دانشکده عمران، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران، ایران.

### چکیده

### تاریخچه داوری

در این پژوهش، فرایند به‌روزرسانی مدل اجزای محدود یک پل فولادی با عرشه بتنی با استفاده از شکل مودهای معمولی و شکل مودهای حاصل از تجزیه متعامد مناسب (POD) مورد بررسی قرار گرفته است. هدف اصلی، مقایسه دقت و کارایی این دو روش در سه سناریوی مختلف آسیب، شامل کاهش ارتفاع تیر اصلی، کاهش ضخامت بال و جان تیر، و کاهش مدول الاستیسیته، است. برای این منظور، دو مدل عددی از پل، یکی در حالت سالم و دیگری در شرایط آسیب‌دیده، در نرم‌افزار SAP2000 ایجاد شده و داده‌های دینامیکی هر دو مدل استخراج شده‌اند. سپس، الگوریتم ازدحام ذرات (PSO) برای بهینه‌سازی پارامترهای مدل آسیب‌دیده بر اساس تطابق با مدل مرجع به کار گرفته شده است. در این فرایند، دو تابع هدف مبتنی بر معیار انعطاف‌پذیری و معیار اطمینان مودال (MAC) مورد ارزیابی قرار گرفته‌اند. علاوه بر این، تأثیر تعداد مودها در فرایند به‌روزرسانی و اثر نویز بر استخراج فرکانس‌های طبیعی نیز بررسی شده است. نتایج نشان داد که استفاده از شکل مودهای POD باعث بهبود همگرایی الگوریتم بهینه‌سازی و کاهش خطای محاسباتی می‌شود. همچنین، دو مود اول در روش POD عملکردی معادل پنج مود اول در روش معمولی ارائه می‌دهند. معیار انعطاف‌پذیری، به ویژه در ترکیب با شکل مودهای POD، دقت بالاتری در به‌روزرسانی مدل نشان داد. علاوه بر این، تحلیل اثر نویز نشان داد که افزایش نویز تأثیر بیشتری بر مودهای بالاتر دارد، درحالی‌که دو مود اول پایداری بیشتری دارند. هرچند افزایش نویز منجر به افزایش گام‌های همگرایی می‌شود، اما مقدار بهینه پارامترهای مدل همچنان به مقدار واقعی نزدیک خواهد شد.

### کلمات کلیدی

به‌روزرسانی مدل اجزای محدود  
شکل مودهای POD  
معیار انعطاف‌پذیری  
تحلیل دینامیکی سازه‌ها  
الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات

### ۱- مقدمه

فرکانس‌های طبیعی و شکل مودهای سازه را ارائه می‌دهند که در طراحی، بهینه‌سازی، و شناسایی آسیب‌های سازه‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرند [1]. شکل مودهای معمولی که از تحلیل‌های مودال استخراج می‌شوند، نقشی کلیدی در شناسایی آسیب‌های سازه‌ای

تحلیل دینامیکی سازه‌ها یکی از ابزارهای مهم مهندسی عمران است که برای شناسایی رفتار سازه‌ها در مواجهه با بارهای دینامیکی به کار گرفته می‌شود. این تحلیل‌ها اطلاعاتی مانند

\* رایانامه نویسنده مسئول: m.mahmoudi@sru.ac.ir - ORCID: 0000-0002-9533-9597

کپی‌رایت © ۲۰۲۶، انتشارات دانشگاه تربیت مدرس (TMU Press). این مقاله به‌صورت دسترسی آزاد منتشر شده و تحت مجوز بین‌المللی Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 قرار دارد (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0>). بر اساس این مجوز، شما می‌توانید این مطلب را در هر قالب و رسانه‌ای کپی، بازنشر و بازآفرینی کنید و یا آن را ویرایش و بازسازی نمایید، به شرط آنکه نام نویسنده را ذکر کرده و از آن برای مقاصد غیرتجاری استفاده کنید.



در تحقیقات اخیر، استفاده از شکل مودهای POD در به‌روزرسانی مدل‌های عددی مورد بررسی قرار گرفته است. در این روش‌ها، تابع هدف بر اساس اختلاف شکل مودهای POD عددی و آزمایشگاهی تعریف شده است، با این وجود نیاز به بهبود تعریف تابع هدف و افزایش دقت به‌روزرسانی مدل احساس شده است [9].

گالوانتو و ویولاریس [10] یک روش مبتنی بر POD برای تعیین موقعیت آسیب در سازه‌ها ارائه نمودند. آن‌ها با استفاده از اختلاف شکل مود POM در دو حالت سالم و آسیب‌دیده، محل تقریبی آسیب را در مدل‌های عددی شناسایی کردند. طبق نظر این پژوهشگران دقت بالای روش ممکن است به دلیل استفاده از سازه‌های ساده باشد و برای سازه‌های پیچیده‌تر نیاز به بررسی بیشتری دارد.

زایری و محمودی [9] در تحقیق دیگری اقدام به ارائه یک روش جدید مبتنی بر POD برای به‌روزرسانی مدل‌های اجزای محدود (FEM) نمودند. تابع هدف در این روش بر اساس چگالی طیفی توان (PSD) داده‌های لرزه‌ای در مختصات مودال مناسب تعریف شد. آنها نشان دادند که استفاده از این تابع هدف، که اطلاعات فرکانس‌ها، نسبت‌های میرایی و مودهای متعامد مناسب را ادغام می‌کند، نسبت به روش‌های پیشین عملکرد بهتری، به‌ویژه در شرایط داده‌های دارا نویز دارد.

در پژوهش حاضر از تابع هدف مبتنی بر انعطاف‌پذیری مودال برای به‌روزرسانی مدل اجزای محدود استفاده شد. طبق بررسی‌های انجام شده توسط پژوهشگران حاضر این موضوع برای اولین بار انجام می‌شود. در این تحقیق، سه سناریوی مختلف از آسیب‌های محتمل در یک مدل عددی پل بررسی شده و نتایج به دست آمده با روش‌های مرسوم مقایسه شده است. درواقع، رویکرد این پژوهش که ترکیب شکل مودهای POD و تحلیل انعطاف‌پذیری است، به عنوان گامی نوآورانه در به‌روزرسانی مدل‌های عددی و شناسایی رفتار واقعی سازه‌ها ارائه می‌شود. این روش نه تنها دقت شناسایی پارامترهای مدل را افزایش می‌دهد، بلکه پتانسیل بالایی در کاهش حساسیت به داده‌های حاوی نویز و غیردقیق دارد که در تحقیقات پیشین کمتر موردتوجه قرار گرفته است.

## ۲- روش تحقیق

روش تحقیق مورد استفاده در این پژوهش باهدف بررسی

ایفا می‌کنند. این شکل مودها، که از داده‌های شتاب‌نگاری یا پاسخ‌های دیگر سازه به دست می‌آیند، امکان بررسی دقت مدل‌های عددی را فراهم می‌کنند [2]. جایشی و همکاران [3]، انعطاف‌پذیری مودال را به‌عنوان یک معیار قدرتمند در به‌روزرسانی مدل‌های اجزای محدود سازه‌های واقعی معرفی کردند. در پژوهش ایشان، یک پل واقعی بررسی شد و با استفاده از شکل مودهای معمولی و معیار انعطاف‌پذیری مودال، یک مدل عددی به‌روز و دقیق ارائه شد و نشان داد این رویکرد می‌تواند تطابق بهتری بین مدل عددی و نتایج آزمایشگاهی ایجاد کند. ژانگ و همکاران [4] اهمیت معیار انعطاف‌پذیری شکل مود را در به‌روزرسانی مدل‌های اجزای محدود نشان دادند. آنها نشان دادند که استفاده از این معیار به عنوان تابع هدف، می‌تواند برای شناسایی آسیب در سازه‌های واقعی به کار رود. با این حال، مکان‌یابی آسیب‌های کوچک در سازه‌های بزرگ همچنان نیازمند تحقیقات بیشتری است.

روش تجزیه مودهای مناسب ( $POD^1$ ) به عنوان ابزاری کارآمد برای کاهش ابعاد داده‌ها معرفی شده است که توانایی استخراج اطلاعات غالب را از سیگنال‌های پیچیده دارد. این روش با استفاده از تجزیه مقادیر منفرد ( $SVD^2$ ) شکل مودهای غالب را شناسایی می‌کند که تنها مودهای مهم را نگه می‌دارد که کاربردهای گسترده‌ای در حوزه‌های مهندسی سازه، دینامیک سیالات و سایر زمینه‌های مرتبط داشته است [5-8]. زایری و محمودی [8] به بررسی قابلیت مودهای متعامد مناسب ( $POM^3$ ) در تعیین فرکانس‌های طبیعی و نسبت‌های میرایی سامانه‌های خطی پرداختند. آنها نشان دادند که استفاده از شکل مودهای POM می‌تواند فرکانس‌های طبیعی و نسبت‌های میرایی را حتی در شرایط داده‌های آلوده به نویز به دقت شناسایی کند. آنها همچنین بر کاهش مرتبه مدل با استفاده از POD و تحلیل فرکانس مبتنی بر چگالی طیفی توان (PSD) تمرکز کردند.

اگرچه تحقیقات زیادی درباره کاربرد روش POD در زمینه دینامیک سازه‌ها صورت گرفته است، بیشتر این مطالعات از این روش برای شناسایی شکل مودها و کاهش ابعاد داده‌ها استفاده کرده‌اند و به ندرت به بررسی تطابق آن‌ها با داده‌های آزمایشگاهی یا عددی پرداختند.

<sup>1</sup> Proper Orthogonal Decomposition

<sup>2</sup> Singular Value Decomposition

<sup>3</sup> Proper Orthogonal Modes

- انتخاب متغیرهای بهینه‌سازی: پارامترهایی مانند سختی، جرم، یا هندسه سازه به‌عنوان متغیرهای بهینه‌سازی انتخاب می‌شوند. این متغیرها باید حساسیت بالایی به رفتار دینامیکی سازه داشته باشند [3].
- استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌سازی: برای کمینه‌کردن تابع هدف و یافتن مقادیر بهینه متغیرها، از الگوریتم‌های بهینه‌سازی نظیر الگوریتم ازدحام ذرات (PSO) و ... استفاده می‌شود [12].

## ۲-۲- معیارهای مورد استفاده در به‌روزرسانی مدل

در به‌روزرسانی مدل اجزای محدود با تعریف معیارهایی به عنوان تابع هدف، اقدام به مقایسه مقادیر به‌دست‌آمده از مدل عددی سازه از یک طرف و نتایج اندازه‌گیری‌شده از طرف دیگر می‌شود به‌این‌ترتیب با استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌سازی، پارامترهای مدل اصلاح می‌شود.

در این پژوهش، دو معیار اصلی برای به‌روزرسانی مدل مورد استفاده قرار گرفته است: معیار انعطاف‌پذیری شکل مودها و معیار  $MAC^2$ . معیار انعطاف‌پذیری شکل مودها بر اساس ماتریس انعطاف‌پذیری که از شکل مودها و فرکانس‌های طبیعی استخراج می‌شود، اختلاف بین رفتار مدل بدون آسیب و مدل آسیب‌دیده را ارزیابی می‌کند. برای تبدیل ماتریس‌های انعطاف‌پذیری به یک مقدار عددی قابل مقایسه، از فریبیوس نرم استفاده شده است. این روش با اندازه‌گیری تفاوت کل بین ماتریس‌های انعطاف‌پذیری مدل بدون آسیب و مدل آسیب‌دیده، امکان ارزیابی دقت به‌روزرسانی را فراهم می‌کند [3].

از سوی دیگر، معیار  $MAC$  به مقایسه مستقیم بردارهای مودال در مدل بدون آسیب و مدل آسیب‌دیده می‌پردازد. این معیار با ارائه مقداری بین صفر و یک، میزان تطابق شکل مودها را به‌طور مستقیم ارزیابی می‌کند. مقدار  $MAC$  نزدیک به یک، نشان‌دهنده تطابق بالای شکل مودها است.

- ترکیب دو معیار بالا دیدگاهی جامع نسبت به دقت و کارایی به‌روزرسانی مدل ارائه می‌دهد. در ادامه، جزئیات مربوط به محاسبه و استفاده از این معیارها در فرایند به‌روزرسانی شرح داده می‌شود.
- **معیار  $MAC$ :** این معیار برای مقایسه شکل مودهای مدل عددی سازه بدون آسیب و سازه آسیب‌دیده استفاده می‌شود و تطابق

دقت و کارایی روش‌های مختلف به‌روزرسانی مدل اجزای محدود، شامل شکل مودهای معمولی و شکل مودهای حاصل از تجزیه متعامد مناسب (POD)، تدوین شده است. در این راستا ابتدا مدل عددی یک پل در نرم‌افزار SAP2000 ایجاد شد و با اعمال سناریوهای مختلف آسیب‌پذیری، شتاب‌های سازه تحت بارگذاری محیطی استخراج شد. در این پژوهش، داده‌های استخراج‌شده از مدل اولیه (بدون آسیب) به‌عنوان مبنای مقایسه و مرجع برای تحلیل‌های بعدی در نظر گرفته شده‌اند. این داده‌ها برای استخراج شکل مودها و فرکانس‌های طبیعی و ارزیابی دقت فرایند به‌روزرسانی مدل مورد استفاده قرار گرفتند در ادامه، با استفاده از روش تجزیه مقادیر منفرد (SVD)، شکل مودهای POD از داده‌های شتاب استخراج شدند و فرکانس‌های متناظر آن‌ها با بهره‌گیری از روش طیفی Welch تعیین شدند. سپس، برای به‌روزرسانی مدل اجزای محدود، از دو تابع هدف مجزا استفاده شد: معیار انعطاف‌پذیری شکل مودها و معیار  $MAC$ . الگوریتم ازدحام ذرات (PSO) به عنوان ابزار بهینه‌سازی برای حداقل‌سازی اختلاف بین داده‌های سازه آسیب‌دیده و بدون آسیب به کار گرفته شد.

به منظور ارزیابی جامع، سه سناریوی آسیب شامل کاهش ارتفاع تیر اصلی، کاهش ضخامت تیر، و کاهش مدول الاستیسیته تیرها در مدل عددی تعریف شدند. اثر بارگذاری محیطی و نویز بر دقت شناسایی نیز در این تحقیق بررسی شد تا نتایج حاصل از شکل مودهای معمولی و POD با یکدیگر مقایسه شوند.

## ۲-۱- به‌روزرسانی مدل اجزای محدود

به‌روزرسانی مدل اجزای محدود<sup>۱</sup> یکی از ابزارهای کلیدی برای بهبود دقت مدل‌های عددی در مهندسی سازه به شمار می‌آید. این روش تلاش می‌کند تا تفاوت‌های میان پاسخ‌های دینامیکی مدل عددی و داده‌های تجربی را به حداقل برساند و از این طریق، مدل عددی را به رفتار واقعی سازه نزدیک‌تر کند. فرایند به‌روزرسانی مدل اجزای محدود شامل مراحل زیر است:

- **تعریف تابع هدف:** تابع هدف معمولاً بر اساس اختلاف پارامترهای دینامیکی مانند فرکانس‌ها، شکل مودها، یا ماتریس انعطاف‌پذیری میان مدل عددی و داده‌های آزمایشگاهی تعریف می‌شود [11].

<sup>2</sup> Modal Assurance Criterion

<sup>1</sup> Finite Element Model Updating - FEMU

(SVD) استوار است. در این روش، ماتریس  $A$  که شامل داده‌های پاسخ یک سازه مانند شتاب است، مورد تجزیه قرار می‌گیرد. هر ستون این ماتریس نشان‌دهنده داده‌های ثبت‌شده توسط یک حسگر در طول زمان است. برای استخراج شکل مدهای POD، فرایند تجزیه مقادیر منفرد ماتریس  $A$  بر اساس رابطه زیر انجام می‌شود:

$$USV^T = A \quad (4)$$

که در آن  $U$  نشان‌دهنده شکل مدهای POD است،  $S$  ماتریس قطری مقادیر منفرد است که اطلاعات انرژی مدها و اهمیت هر مود را نشان می‌دهد و  $V$  ماتریس ضرایب زمانی است که میزان مشارکت هر مود را در بازسازی داده‌ها نشان می‌دهد.

یکی از ویژگی‌های کلیدی روش POD این است که شکل مدهای استخراج‌شده سامانه به ترتیب کاهش سهم انرژی آن‌ها مرتب می‌شوند، به طوری که مدهای اولیه بیشترین سهم از انرژی سیستم را دارند. به عبارت دیگر، شکل مود اول POD بیشترین مقدار انرژی را دارد و مدهای بعدی به ترتیب سهم کمتری دارند. این ویژگی موجب می‌شود که در تحلیل‌های مهندسی، با در نظر گرفتن تنها چند مود اول، رفتار دینامیکی سازه را با دقت قابل قبولی توصیف کرد، بدون آنکه نیاز به پردازش تمامی داده‌های اندازه‌گیری شده باشد.

روش POD در تحلیل دینامیکی سازه‌ها دارای مزایای زیر است [14]:

- کاهش ابعاد داده‌ها: این روش با فیلتر کردن مدهای کم‌انرژی، داده‌های پیچیده را به مدلی ساده‌تر و قابل‌مدیریت تبدیل می‌کند.
  - شناسایی مدهای غالب: مدهای غالب استخراج‌شده از POD، ویژگی‌های مهم سازه را نمایش می‌دهد و اطلاعات ارزشمندی درباره رفتار دینامیکی سامانه فراهم می‌کند.
  - حساسیت بالا به تغییرات سازه‌ای: روش POD تغییرات کوچک در رفتار دینامیکی سازه را شناسایی کرده و به عنوان ابزاری برای شناسایی آسیب به کار گرفته می‌شود.
- به طور کلی، روش POD به دلیل قابلیت‌های منحصر به فرد خود در کاهش حساسیت به نویز و استخراج ویژگی‌های غالب، به عنوان ابزاری کارآمد در تحلیل‌های عددی و آزمایشگاهی شناخته شده است.

کلی آن‌ها را بررسی می‌کند [13]. رابطه زیر چگونگی محاسبه پارامتر MAC را نشان می‌دهد:

$$MAC(\phi_i, \phi_j) = \frac{(\phi_i \times \phi_j^T)^2}{(\phi_i \times \phi_i^T) \times (\phi_j \times \phi_j^T)} \quad (1)$$

که در آن  $\phi_i$  شکل مود  $i$  ام سازه آسیب‌دیده و  $\phi_j$  شکل مود  $j$  ام سازه بدون آسیب است. MAC عددی بین ۰ و ۱ است که مقدار ۱ نشان‌دهنده تطابق کامل است.

- معیار Frobenius Norm: این معیار برای مقایسه دو ماتریس انعطاف‌پذیری استفاده می‌شود و حساسیت کمتری نسبت به تغییرات کوچک دارد. رابطه زیر چگونگی محاسبه فربنیوس نرم را نشان می‌دهد:

$$\sqrt{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (F_{exp}(i, j) - F_{num}(i, j))^2} = \|F_{exp} - F_{num}\| \quad (2)$$

که در آن  $F_{exp}$  ماتریس انعطاف‌پذیری آزمایشگاهی و  $F_{num}$  ماتریس انعطاف‌پذیری عددی است.

برای محاسبه ماتریس انعطاف‌پذیری از شکل مدها و فرکانس‌های طبیعی به صورت زیر استفاده می‌شود:

$$[F] = \sum_{j=1}^{N_m} \frac{1}{\omega_j^2} \{\phi_j\} \{\phi_j\}^T \quad (3)$$

که در آن  $\omega_j^2$  فرکانس طبیعی متناظر با  $\phi_j$  شکل مود،  $\{\phi_j\}$  ماتریس شکل مود  $j$  ام و  $N_m$  تعداد کل شکل مدها است.

ماتریس انعطاف‌پذیری شکل مود ابزاری حساس و کارآمد برای شناسایی آسیب‌ها و به‌روزرسانی مدل است [3].

## ۲-۳- تجزیه متعامد مناسب POD<sup>۱</sup>

تجزیه متعامد مناسب (POD) به عنوان یکی از روش‌های تحلیل داده‌های دینامیکی و کاهش ابعاد سامانه‌ها، کاربردهای گسترده‌ای در مهندسی سازه، دینامیک شاره‌ها و سازه‌ها یافته است. این روش بر اساس اصل کاهش ابعاد و شناسایی مدهای غالب عمل می‌کند و در بسیاری از مسائل مهندسی، مانند شناسایی آسیب و به‌روزرسانی مدل‌های عددی، مورد استفاده قرار گرفته است [14]. روش تجزیه متعامد مناسب (POD) بر پایه تجزیه مقادیر منفرد

<sup>1</sup> Proper Orthogonal Decomposition



## ۴-۲- مدل‌سازی عددی سازه

مدل‌سازی عددی به‌عنوان یکی از ابزارهای مهم در تحلیل و شبیه‌سازی رفتار سازه‌ها، نقش اساسی در تحقیقات مهندسی سازه ایفا می‌کند. این فرایند امکان بررسی ویژگی‌های دینامیکی سازه‌ها و پیش‌بینی رفتار آن‌ها تحت شرایط مختلف را فراهم می‌سازد. در این پژوهش، روند مدل‌سازی عددی با استفاده از نرم‌افزار SAP2000 به‌گونه‌ای طراحی شده است که بتواند شرایط واقعی سازه و تأثیر تغییرات سازه‌ای را به‌دقت شبیه‌سازی کند. در این بخش، فرایند مدل‌سازی شامل ایجاد مدل اجزای محدود سازه، تعریف شرایط مرزی و بارگذاری، و محاسبه پاسخ دینامیکی سازه ارائه می‌شود. همچنین چگونگی به‌دست‌آوردن داده‌های لازم برای استخراج شکل مودهای معمولی و POD و همچنین چگونگی استفاده از این داده‌ها در به‌روزرسانی مدل بررسی می‌شود.

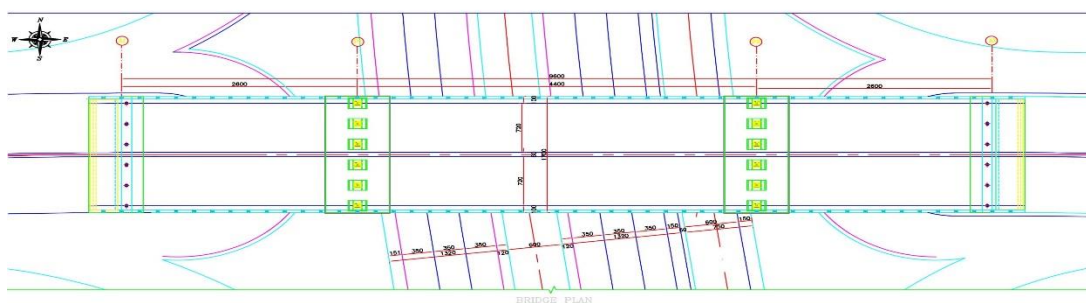
## ۴-۲-۱- مشخصات پل مورد مطالعه

پل مورد مطالعه یک پل فولادی با عرشه بتنی است که در تقاطع بزرگراه بابایی و بلوار حجازی در شهر تهران قرار دارد.

اطلاعات مربوط به طراحی و مشخصات هندسی این پل از نقشه‌های ارائه‌شده توسط شهرداری شهر تهران تهیه شده است. طول این پل ۹۶ متر و عرض آن ۱۷ متر است. عرشه پل به‌طور متوسط دارای ضخامت بتنی ۲۰ سانتی‌متر است و توسط ۶ تیر اصلی با مقطع I شکل پشتیبانی می‌شود.

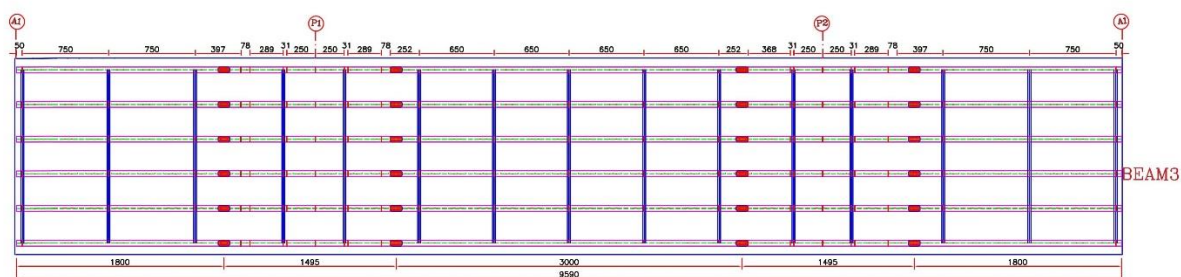
پل در فواصل ۲۶ متری ابتدا و انتها دارای ۶ ستون فلزی است و دو انتهای آن روی کوله‌هایی مستقر شده‌اند که وظیفه انتقال بار به زمین را بر عهده دارند. همچنین دیافراگم‌های کف عرشه که از تیرآهن‌های I شکل تشکیل شده‌اند، پایداری سازه را در برابر بارهای جانبی و ارتعاشات تأمین می‌کنند.

در شکل (۱)، پلان کلی پل و در شکل (۲) موقعیت تیرهای اصلی و دیافراگم‌های کف عرشه پل و در شکل (۳) تصویر واقعی پل ارائه شده‌اند. با توجه به شکل (۲) موقعیت تیر BEAM3 مشخص است که در این تحقیق پارامترهای این تیر به‌روزرسانی خواهد شد.



شکل ۱. نمای کلی از پلان هندسی پل مطابق با نقشه‌های اجرایی

Fig. 1. Overview of the bridge geometric plan based on the construction drawings.



شکل ۲. موقعیت تیرهای اصلی و تیر BEAM3 و دیافراگم‌های کف عرشه پل

Fig. 2. Location of the main girders, BEAM3, and deck diaphragms of the bridge.

سانتی متر مربع است. فولاد مصرفی در کلیه قطعات تیرها و ستون‌ها از نوع GRADE50 معادل ST52-3 است.

### ۲-۴-۳- بارگذاری و استخراج شکل مودهای دینامیکی سازه

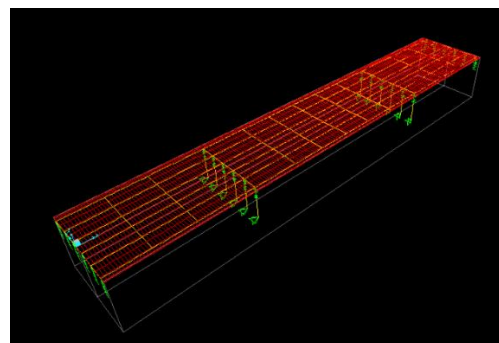
با توجه به اینکه هدف از انجام این تحقیق مقایسه شکل مودهای معمولی و شکل مودهای POD در به‌روزرسانی پل است، در ابتدا، مدل سالم سازه بر اساس مشخصات هندسی و مصالح موجود ایجاد شد و سپس با تحلیل مودال، شکل مودها و فرکانس‌های طبیعی پل در نرم‌افزار SAP2000 استخراج شدند. در مرحله بعد برای استخراج شکل مودهای POD ابتدا شتاب‌ها در ۱۴ گره از عرشه پل استخراج شدند. این گره‌ها متناظر با موقعیت‌های حسگرهای فرضی هستند که به صورت یکنواخت در طول عرشه توزیع شده‌اند. در این مرحله، از بار گوسی سفید برای شبیه‌سازی بارگذاری محیطی استفاده شد. این بارگذاری با استفاده از فرکانس نمونه‌برداری ۱۰ هرتز و گام زمانی ۰/۱ ثانیه در نرم‌افزار متلب ساخته شد و در ادامه با فایل متنی حاوی داده‌های گوسی سفید در نرم‌افزار SAP2000 وارد شد. در مرحله بعد به کمک تحلیل تاریخچه زمانی شتاب‌های حاصل در ۱۴ نقطه از عرشه ثبت و به نرم‌افزار متلب منتقل شد. سپس ماتریس شتاب با ابعاد  $101 \times 14$  برای تحلیل‌های بعدی تهیه شد. داده‌ها در این ماتریس به ترتیب در ستون‌ها متناظر با هر حسگر و در سطرها متناظر با گام‌های زمانی ذخیره شدند. پس از استخراج ماتریس شتاب از نقاط مختلف سازه، از روش تجزیه مقادیر منفرد (SVD) برای تعیین شکل مودهای POD استفاده شد. از میان مودهای استخراج‌شده، تعداد محدودی از مودها انتخاب شدند که بخش اعظم انرژی سیستم را در بردارند. در این پژوهش، پنج مود اول به‌عنوان شکل مودهای POD برای تحلیل‌های بعدی انتخاب شدند. این فرایند امکان کاهش ابعاد داده‌ها و استخراج ویژگی‌های غالب دینامیکی سامانه را فراهم می‌آورد که در نهایت به کاهش حساسیت تحلیل‌ها به نویز و اطلاعات نامطمئن کمک می‌کند.

پس از استخراج شکل مودهای POD، برای تعیین فرکانس‌های طبیعی متناظر، از روش [15] Welch استفاده شد. این روش که بر پایه تحلیل چگالی توان طیفی یا PSD<sup>۱</sup> است، ابزار قدرتمندی برای شناسایی فرکانس‌های غالب در سیگنال‌های دینامیکی محسوب می‌شود.



شکل ۳. تصویر واقعی پل

Fig. 3. Actual image of the bridge.



شکل ۴. مدل اجزای محدود پل در SAP2000

Fig. 4. Finite element model of the bridge in SAP2000.

### ۲-۴-۲- مدل‌سازی عددی پل در SAP2000

در این پژوهش، مدل‌سازی عددی پل مورد مطالعه با استفاده از نسخه ۱۴ نرم‌افزار SAP2000 انجام شده است. این نسخه به دلیل دارا بودن زبانه اختصاصی BRIDGE، امکانات جامعی برای مدل‌سازی پل‌های فولادی با عرشه بتنی ارائه می‌دهد و امکان تعریف دقیق المان‌ها و شرایط مرزی را فراهم می‌کند. شکل (۴) نمایی از مدل ساخته شده در نرم‌افزار شامل تیرهای اصلی، دیافراگم‌های کف عرشه، ستون‌ها، کوله‌ها و عرشه بتنی را نشان می‌دهد. در این مدل تیرها و ستون‌ها به صورت المان‌های خطی مدل‌سازی شدند و تکیه‌گاه‌ها به صورت فنرهای الاستیک با در نظر گرفتن شرایط مرزی واقعی پل تعریف شدند. در این مدل اندازه مش‌های عرشه ۰/۵ متر انتخاب شده است تا تعادل مناسبی میان دقت تحلیل و زمان محاسبات ایجاد شود. با کوچکتر کردن ابعاد مش‌های عرشه پل به ۰/۳ متر، زمان محاسبات ۳۶ درصد افزایش می‌یابد در صورتی که دقت محاسبات فقط ۰/۶۸ درصد بهتر می‌شود. مشخصات مصالح مصرفی شامل بتن و فولاد مطابق با نقشه‌های اجرایی و استانداردهای مربوطه است. سیمان مصرفی در دال، کوله‌ها و شالوده از تیپ ۲ و با عیار ۳۵۰ کیلوگرم بر مترمکعب است. و مقاومت فشاری نمونه ۲۸ روزه برابر با ۳۰۰ کیلوگرم بر

<sup>1</sup> Power Spectral Density

هدف از بررسی این سناریوها، ارزیابی دقت روش به‌روزرسانی مدل عددی در شناسایی پارامترهای سازه‌ای آسیب‌دیده و مقایسه شکل مودهای POD و معمولی است همچنین توابع هدف مبتنی بر انعطاف‌پذیری شکل مود و MAC در شناسایی آسیب و به‌روزرسانی مدل مورد بررسی و ارزیابی قرار می‌گیرد. در این تحقیق سه سناریوی زیر برای بررسی تأثیر آسیب‌ها و به‌روزرسانی مدل تعریف شدند:

- **سناریوی ۱- کاهش ارتفاع تیر اصلی:** در این سناریو، ارتفاع تیر BEAM3 در عرشه پل به میزان ۲۰ درصد کاهش داده شد. سپس شتاب‌ها در ۱۴ گره استخراج و شکل مودهای معمولی و فرکانس‌های طبیعی مجدداً محاسبه شدند.
- **سناریوی ۲- کاهش ضخامت بال و جان تیر:** در سناریوی دوم، ضخامت بال و جان تیر BEAM3 به میزان ۲۰ درصد کاهش داده شد و شکل مودها و فرکانس‌های طبیعی جدید محاسبه شدند.
- **سناریوی ۳- کاهش مدول الاستیسیته:** در این سناریو، مدول الاستیسیته تیر BEAM3 به میزان ۲۰ درصد کاهش یافت و مقادیر جدید شتاب‌ها، شکل مودها و فرکانس‌های طبیعی محاسبه شدند.

## ۲-۵- الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات PSO<sup>۲</sup>

الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات یک روش بهینه‌سازی فراابتکاری است که بر پایه رفتار اجتماعی گروهی از موجودات زنده مانند پرندگان یا ماهی‌ها طراحی شده است. این الگوریتم توسط ابره‌ارت<sup>۳</sup> و کندی<sup>۴</sup> [16] در سال ۱۹۹۵ ارائه شد و به دلیل سادگی، سرعت محاسباتی بالا و توانایی جستجوی بهینه در فضاهای چندبعدی، به‌طور گسترده در مسائل مختلف بهینه‌سازی استفاده شده است.

در PSO، هر راه‌حل بالقوه به عنوان یک‌ذره در نظر گرفته می‌شود که در فضای جستجو حرکت می‌کند. هر ذره دارای دو ویژگی مهم است: موقعیت (نمایانگر راه‌حل فعلی) و سرعت. ذرات با تبادل اطلاعات بین یکدیگر و بهره‌گیری از بهترین موقعیت‌های فردی و گروهی خود، به سمت جواب بهینه حرکت

برای هر شکل مود POD، ابتدا سیگنال مودال متناظر در حوزه زمان به‌عنوان ورودی روش Welch در نظر گرفته شد. چگالی طیفی توان به‌صورت رابطه زیر محاسبه شد.

$$P_{welch} = \left( x(t) \text{ و } \dots \text{ و } N \text{ و } F_s \right) = PSD(f) \quad (5)$$

که در آن  $x(t)$  سیگنال شکل مود POD در حوزه زمان و  $F_s$  فرکانس نمونه‌برداری سیگنال است.

در نمودار PSD حاصل، قله‌های اصلی نمایانگر فرکانس‌های طبیعی متناظر با هر شکل مود POD هستند. این قله‌ها با استفاده از الگوریتم یافتن پیک‌ها (Peak Detection) شناسایی شدند. این روش به دلیل کاهش حساسیت به نویز و استفاده بهینه از داده‌ها، به‌طور گسترده در تحلیل سیگنال‌های دینامیکی به کار گرفته شده و امکان شناسایی دقیق فرکانس‌های طبیعی را فراهم کرده است.

در این پژوهش، برای استخراج داده‌های دینامیکی از مدل اجزای محدود و انجام تحلیل‌های لازم، از قابلیت API<sup>۱</sup> نرم‌افزار SAP2000 استفاده شده است. API امکان تعامل مستقیم بین MATLAB و SAP2000 را فراهم می‌کند و فرایندهایی مانند اجرای تحلیل، استخراج شتاب‌ها، و به‌روزرسانی پارامترهای مدل را به صورت خودکار و دقیق ممکن می‌سازد. با استفاده از کتابخانه COM API ارائه شده توسط SAP2000، دستورات از طریق MATLAB به مدل ارسال و داده‌ها پس از تحلیل، دریافت و پردازش می‌شوند. این روش علاوه بر افزایش سرعت در انجام محاسبات، امکان بهینه‌سازی پارامترهای مدل را نیز فراهم می‌کند.

## ۲-۴-۴- ایجاد سناریوهای آسیب در به‌روزرسانی مدل

سناریوهای آسیب در این پژوهش به منظور شبیه‌سازی شرایط واقعی و ارزیابی کارایی روش‌های پیشنهادی در شناسایی و اصلاح پارامترهای مدل عددی تدوین شده‌اند. هر سناریو بازتاب‌دهنده نوعی خاص از تغییرات سازه‌ای در پل مورد مطالعه است که ممکن است در شرایط عملیاتی یا در طول عمر سازه رخ دهد. این تغییرات می‌تواند شامل تغییرات هندسی، کاهش سختی و تغییر مشخصات مواد باشد که به عنوان شاخص‌هایی از آسیب‌های احتمالی سازه در نظر گرفته شوند.

<sup>2</sup> Particle Swarm Optimization

<sup>3</sup> Eberhart

<sup>4</sup> Kennedy

<sup>1</sup> Application Programming Interface



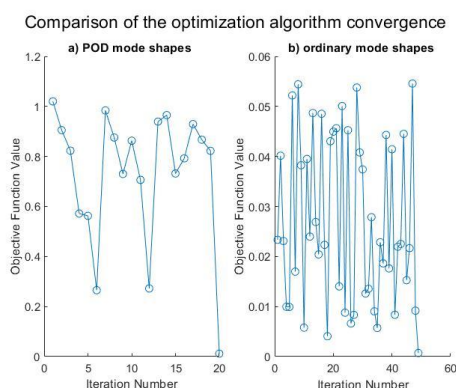
مودهای معمولی تغییرات در طول مراحل به روزرسانی نوسان زیادی دارند. در این حالت نیاز به ۵۰ تکرار در فرایند به روزرسانی برای دستیابی به مقدار بهینه برای تابع هدف وجود دارد. در شکل مود POD این نمودار روند همگرایی بسیار پایدارتر و سریع‌تری را نشان می‌دهد و مقدار اختلاف تابع هدف به سرعت کاهش می‌یابد و تابع هدف در تعداد گام‌های به روزرسانی کمتری به همگرایی می‌رسد. در این حالت با ۲۰ تکرار در فرایند به روزرسانی، تابع هدف به مقدار بهینه می‌رسد. به این ترتیب می‌توان نتیجه گرفت که شکل مودهای POD عملکرد بهتر و پایدارتر در کاهش اختلاف تابع هدف دارند، که می‌تواند ناشی از توانایی POD در فشرده‌سازی داده‌ها و استخراج اطلاعات اصلی باشد.

جدول (۱) ارتفاع تیر عرشه پل را قبل و بعد از به روزرسانی مدل در سناریوی اول آسیب، ارائه می‌دهد. از این جدول مشخص است که مقادیر ارتفاع تیر در هر دو روش به روزرسانی برابر با ۱/۲۷۶۸ متر بدست آمد که بسیار به مقدار واقعی یعنی ۱/۲۸ متر نزدیک است. به طور کلی نتایج این بخش نشان داد که با وجود دستیابی به نتایج یکسان، استفاده از شکل مودهای POD به وضوح زمان و منابع محاسباتی را کاهش می‌دهد.

جدول ۱. ارتفاع تیر عرشه پل قبل و بعد از به روزرسانی در سناریوی اول آسیب

Table 1. Girder height of the bridge deck before and after updating in the first damage scenario

| real model (m) | After updating (m) | Before updating (m) | Model update method  |
|----------------|--------------------|---------------------|----------------------|
| 1.28           | 1.2768             | 1.024               | Ordinary mode shapes |
| 1.28           | 1.2768             | 1.024               | POD mode shapes      |



شکل ۵. مقایسه همگرایی الگوریتم بهینه‌سازی

(الف) شکل مودهای POD، (ب) شکل مودهای معمولی در سناریوی اول آسیب

Fig. 5. Comparison of the optimization algorithm convergence a) POD mode shapes, b) ordinary mode shapes in the first damage scenario.

می‌کنند. رابطه به روزرسانی سرعت و موقعیت ذرات به صورت رابطه ۶ و ۷ تعریف می‌شود.

$$v(t+1) = v(t) + c_1 \times rand(t) \quad (6)$$

$$\times (pbest(t) - position(t)) + c_2 \times rand(t) \times (gbest(t) - position(t))$$

$$position(t+1) = position(t) + v(t+1) \quad (7)$$

در این رابطه‌ها،  $v$  سرعت و ضرایب شتاب  $c_1$  و  $c_2$  دو عدد ثابت مثبت موسوم به ضرایب یادگیری هستند و به ترتیب ضریب یادگیری شناختی و ضریب یادگیری اجتماعی نام دارند.  $r_1$  و  $r_2$  اعداد تصادفی،  $pbest$  بهترین موقعیت هر ذره و  $gbest$  بهترین موقعیت کل است.

### ۳- نتایج

در این بخش، نتایج حاصل از به روزرسانی مدل اجزای محدود پل با استفاده از شکل مودهای معمولی و شکل مودهای استخراج شده از روش POD ارائه و تحلیل می‌شود. هدف اصلی این تحلیل، ارزیابی عملکرد این دو روش در به روزرسانی مدل عددی برای سه سناریوی مختلف آسیب است.

نتایج این بخش در چهار محور زیر ارائه می‌شوند:

- مقایسه شکل مودهای معمولی و POD در به روزرسانی مدل و عملکرد آن‌ها در سه سناریوی آسیب.
- بررسی تأثیر تعداد مودهای در نظر گرفته شده بر دقت به روزرسانی مدل.
- مقایسه نتایج به روزرسانی برای توابع هدف انعطاف‌پذیری و MAC در سه سناریوی مختلف آسیب.
- ارزیابی تأثیر نویز بر همگرایی و دقت الگوریتم بهینه‌سازی.

### ۳-۱- مقایسه شکل مودهای معمولی و POD در به روزرسانی

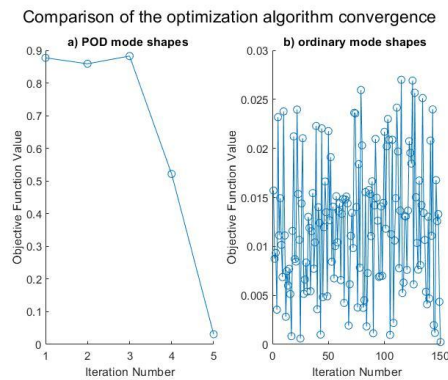
#### مدل و عملکرد آن‌ها در سه سناریوی آسیب

برای ارزیابی به روزرسانی مدل در هر سناریو، مقادیر متغیرهای مدل قبل و بعد از به روزرسانی با مقادیر واقعی مقایسه شده‌اند.

### ۳-۱-۱- سناریوی اول آسیب: کاهش ارتفاع تیر BEAM3

#### عرشه پل

شکل (۵) مقایسه همگرایی الگوریتم بهینه‌سازی بر اساس شکل مودهای POD و شکل مودهای معمولی را در سناریوی اول آسیب نشان می‌دهد. از این شکل مشخص است که در شکل



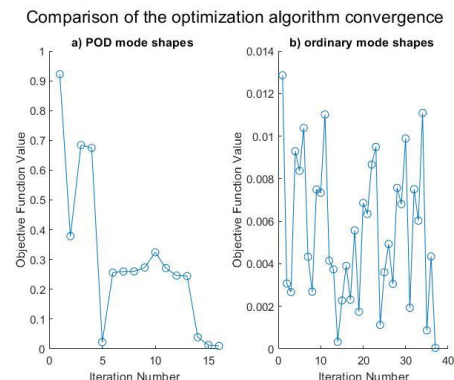
شکل ۷. مقایسه همگرایی الگوریتم بهینه‌سازی (الف) شکل مودهای معمولی و (ب) شکل مودهای POD در سناریوی سوم آسیب

Fig. 7. Comparison of the convergence of the optimization algorithm a) POD mode shapes and b) ordinary mode shapes in the third damage scenario

معمولی در ۳۷ تکرار تابع هدف به مقدار بهینه همگرا می‌شود. جدول (۲) ضخامت بال و جان تیر عرشه پل را قبل و بعد از به‌روزرسانی مدل در سناریوی دوم آسیب، ارائه می‌دهد. از این جدول مشخص است که در روش شکل مودهای POD، بعد از به‌روزرسانی ضخامت بال تیر ۳ درصد با مقادیر واقعی اختلاف دارد در صورتی که در شکل مودهای معمولی ضخامت بال تیر به ۶ درصد با مقادیر واقعی اختلاف دارد. همچنین ضخامت جان بعد از به‌روزرسانی در روش شکل مودهای POD، تقریباً ۶ درصد با مقادیر واقعی اختلاف دارد و ضخامت جان در شکل مودهای معمولی ۱۵ درصد با مقادیر واقعی اختلاف دارد. به طور کلی نتایج این بخش نشان داد که استفاده از شکل مودهای POD به وضوح زمان و منابع محاسباتی را کاهش می‌دهد و همچنین نتایج به مراتب بهتری به دست می‌آید.

### ۳-۱-۳- سناریوی سوم آسیب: کاهش مدول الاستیسیته تیر BEAM3 در عرشه پل

شکل (۷) مقایسه همگرایی الگوریتم بهینه‌سازی بر اساس شکل مودهای POD و شکل مودهای معمولی را در سناریوی سوم آسیب نشان می‌دهد. از شکل (۷) مشخص است تابع هدف در به‌روزرسانی مدول الاستیسیته در شکل مودهای POD در ۵ تکرار به همگرایی رسیده است ولی در شکل مودهای معمولی در ۱۵۰ تکرار همگرایی به دست آمده است. جدول (۳) مدول الاستیسیته تیر عرشه پل را قبل و بعد از به‌روزرسانی مدل در سناریوی سوم



شکل ۶. مقایسه همگرایی الگوریتم بهینه‌سازی (الف) شکل مودهای معمولی و (ب) شکل مودهای POD در سناریوی دوم آسیب

Fig. 6. Comparison of the convergence of the optimization algorithm a) POD mode shapes and b) ordinary mode shapes in the second damage scenario

جدول ۲. ضخامت بال و جان تیر عرشه پل قبل و بعد از به‌روزرسانی در سناریوی دوم آسیب

Table 2. Flange and web thickness of the bridge deck girder before and after updating in the second damage scenario

| real model (m) | After updating (m) | Before updating (m) | Model update method |
|----------------|--------------------|---------------------|---------------------|
| 0.03           | 0.032              | 0.024               | Flange thickness    |
| 0.012          | 0.0101             | 0.096               | Web thickness       |
| 0.03           | 0.031              | 0.024               | Flange thickness    |
| 0.012          | 0.0113             | 0.096               | Web thickness       |

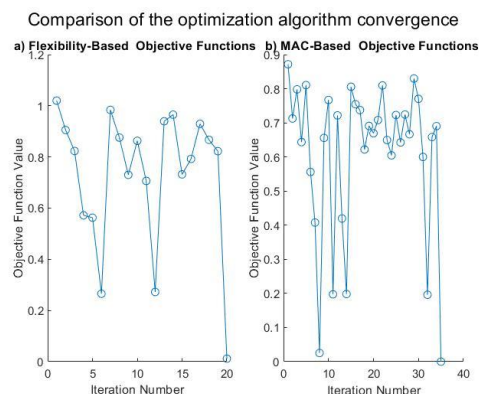
جدول ۳. مدول الاستیسیته تیر عرشه پل قبل و بعد از به‌روزرسانی در سناریوی سوم آسیب

Table 3. Elastic modulus of the deck girder before and after updating in the third damage scenario

| real model (kg/m <sup>2</sup> ) | After updating (kg/m <sup>2</sup> ) | Before updating (kg/m <sup>2</sup> ) | Model update method  |
|---------------------------------|-------------------------------------|--------------------------------------|----------------------|
| 2.039e+10                       | 2.0424e+10                          | 1.6312e+10                           | Ordinary mode shapes |
| 2.039e+10                       | 2.0439e+10                          | 1.6312e+10                           | POD mode shapes      |

### ۳-۱-۲- سناریوی دوم آسیب: کاهش ضخامت بال و جان تیر BEAM3 در عرشه پل

شکل (۶) مقایسه همگرایی الگوریتم بهینه‌سازی بر اساس شکل مودهای POD و شکل مودهای معمولی را در سناریوی دوم آسیب نشان می‌دهد. همانطور که از این شکل مشخص است با ۱۶ تکرار در فرایند به‌روزرسانی در شکل مودهای POD تابع هدف به مقدار بهینه همگرا می‌شود در صورتی که در شکل مودهای



شکل ۸. مقایسه همگرایی الگوریتم بهینه‌سازی (الف) توابع هدف انعطاف‌پذیری

(ب) توابع هدف MAC برای شکل مودهای POD در سناریوی اول آسیب.

**Fig. 8.** Comparison of Optimization Algorithm Convergence a) Flexibility-Based Objective Functions b) MAC-Based Objective Functions for POD Mode Shapes in the First Damage Scenario

جدول ۴. مقایسه ارتفاع تیر BEAM3 در عرشه پل قبل و بعد از به‌روزرسانی

در سناریوی اول آسیب با توابع هدف انعطاف‌پذیری و MAC

**Table 4.** Comparison of the height of BEAM3 in the bridge deck before and after updating in the first damage scenario using flexibility and MAC objective functions.

| real model (m) | After updating (m) | Before updating (m) | Model update method            |
|----------------|--------------------|---------------------|--------------------------------|
| 1.28           | 1.2768             | 1.024               | Flexibility objective function |
| 1.28           | 1.284              | 1.024               | MAC objective function         |

### ۲-۲-۳- سناریوی دوم آسیب: کاهش ضخامت بال و جان تیر

#### BEAM3 در عرشه پل

شکل (۹) مقایسه همگرایی الگوریتم بهینه‌سازی برای شکل مودهای POD با تابع هدف انعطاف‌پذیری و MAC در سناریوی دوم آسیب را ارائه می‌دهد. از این شکل مشخص است که نمودار همگرایی با تابع هدف انعطاف‌پذیری ۱۶ تکرار و با تابع هدف در ۱۷ تکرار همگرا شده‌اند.

جدول (۵) ضخامت بال و جان تیر عرشه پل قبل و بعد از به‌روزرسانی در سناریوی دوم آسیب با توابع هدف انعطاف‌پذیری و MAC را ارائه می‌دهد. از این جدول مشخص است که در تابع هدف مبتنی بر انعطاف‌پذیری بعد از به‌روزرسانی، ضخامت بال تیر ۳ درصد با مقادیر واقعی اختلاف دارد و در تابع هدف MAC ضخامت بال تیر ۲ درصد با مقادیر واقعی اختلاف دارد. همچنین ضخامت جان بعد از به‌روزرسانی در تابع هدف مبتنی بر انعطاف‌پذیری، تقریباً ۶ درصد با مقادیر واقعی اختلاف دارد و ضخامت جان در تابع هدف MAC به

آسیب، ارائه می‌دهد. از این جدول مشخص است که در روش شکل مودهای POD، بعد از به‌روزرسانی مدول الاستیسیته برابر با  $2.0439 \times 10^{10}$  کیلوگرم بر متر مربع و در شکل مودهای معمولی  $2.04424 \times 10^{10}$  کیلوگرم بر متر مربع به دست آمده است که به مقدار واقعی یعنی  $2.039 \times 10^{10}$  کیلوگرم بر متر مربع نزدیک هستند. به طور کلی نسبت به دو سناریوی دیگر آسیب، در به‌روزرسانی مدول الاستیسیته تیر عرشه پل، در شکل مودهای POD نمودار همگرایی روند بسیار بهتر را نشان می‌دهد و همچنین هر دو روش در نهایت به مقدار واقعی نزدیک شده‌اند.

### ۲-۳- مقایسه نتایج به‌روزرسانی برای توابع هدف انعطاف‌پذیری

#### و MAC در سه سناریوی مختلف آسیب

در این بخش، عملکرد دو تابع هدف انعطاف‌پذیری و MAC در فرایند به‌روزرسانی مدل اجزای محدود پل برای سه سناریوی مختلف آسیب مقایسه می‌شود. هدف اصلی این تحلیل، بررسی تأثیر انتخاب تابع هدف بر دقت بازسازی متغیرهای مدل و همگرایی الگوریتم بهینه‌سازی است.

### ۱-۲-۳- سناریوی اول آسیب: کاهش ارتفاع تیر BEAM3

#### عرشه پل

شکل (۸) مقایسه همگرایی الگوریتم بهینه‌سازی برای شکل مودهای POD با تابع هدف انعطاف‌پذیری و MAC را در سناریوی اول آسیب ارائه می‌دهد. از شکل (۸) مشخص است که نمودار همگرایی الگوریتم بهینه‌سازی با تابع هدف انعطاف‌پذیری در ۲۰ تکرار و با تابع هدف MAC در ۳۵ تکرار به همگرایی رسیده است. جدول (۴) مقایسه ارتفاع تیر عرشه پل، قبل و بعد از به‌روزرسانی با توابع هدف انعطاف‌پذیری و MAC را ارائه می‌دهد. از این جدول مشخص است که مقادیر ارتفاع تیر با تابع هدف انعطاف‌پذیری برابر با  $2768/1$  متر و با تابع هدف MAC برابر با  $1/284$  بدست آمد که به مقدار واقعی یعنی  $1/28$  متر نزدیک هستند.

به طور کلی نتایج این بخش نشان داد که باوجود دستیابی به نتایج مشابه، استفاده از تابع هدف انعطاف‌پذیری به‌وضوح زمان و منابع محاسباتی را کاهش می‌دهد.

جدول ۶. مقایسه مدول الاستیسیته تیر BEAM3 در عرشه پل قبل و بعد از به‌روزرسانی در سناریوی سوم آسیب با توابع هدف انعطاف‌پذیری و MAC

**Table 6.** Comparison of the elastic modulus of BEAM3 in the bridge deck before and after updating in the third damage scenario using flexibility and MAC objective functions.

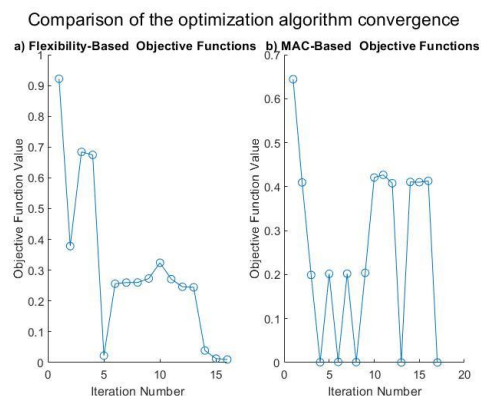
| real model (kg/m <sup>2</sup> ) | After updating (kg/m <sup>2</sup> ) | Before updating (kg/m <sup>2</sup> ) | objective function |
|---------------------------------|-------------------------------------|--------------------------------------|--------------------|
| 2.039e+10                       | 2.0439e+10                          | 1.6312e+10                           | Flexibility        |
| 2.039e+10                       | 2.0415e+10                          | 1.6312e+10                           | MAC                |

مقادیر واقعی رسیده است. به طور کلی نتایج این بخش نشان داد که نمودار همگرایی الگوریتم بهینه‌سازی با تابع هدف انعطاف‌پذیری نسبت به تابع هدف MAC روند همگرایی هموارتر دارد. اگرچه در روش MAC مقادیر ضخامت بال و جان بعد از به‌روزرسانی به مقدار واقعی نزدیکتر است ولی روش انعطاف‌پذیری نیز اختلاف کمی با مقادیر واقعی دارند.

### ۳-۲-۳- سناریوی سوم آسیب: کاهش مدول الاستیسیته تیر BEAM3 در عرشه پل

شکل (۱۰) مقایسه همگرایی الگوریتم بهینه‌سازی بین توابع هدف انعطاف‌پذیری و توابع هدف MAC برای شکل مدهای POD در سناریوی سوم آسیب را ارائه می‌دهد. از این شکل مشخص است که با ۵ بار تکرار در روند به‌روزرسانی تابع هدف مبتنی بر انعطاف‌پذیری به مقدار بهینه رسیده است ولی در تابع هدف مبتنی بر MAC با ۹ بار تکرار تابع هدف به مقدار بهینه رسیده است.

جدول (۶) مقایسه مدول الاستیسیته تیر در عرشه پل قبل و بعد از به‌روزرسانی در سناریوی سوم آسیب با توابع هدف انعطاف‌پذیری و MAC را ارائه می‌دهد. از این جدول مشخص است که بعد از به‌روزرسانی مقدار مدول الاستیسیته در تابع هدف مبتنی بر انعطاف‌پذیری برابر با 2.0439e+10 کیلوگرم بر متر مربع و در تابع هدف مبتنی بر MAC برابر با 2.0415e+10 کیلوگرم بر متر مربع به دست آمده که اختلاف کمی با مقدار واقعی مدول الاستیسیته یعنی 2.039e+10 کیلوگرم بر متر مربع دارد. به طور کلی نمودار همگرایی الگوریتم بهینه‌سازی با تابع هدف انعطاف‌پذیری نسبت به تابع هدف MAC روند همگرایی هموارتر دارد. و هر دو روش مدول الاستیسیته تیر به مقدار واقعی نزدیک شده‌اند.



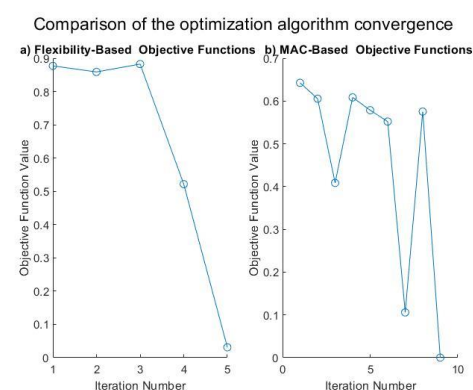
شکل ۹. مقایسه همگرایی الگوریتم بهینه‌سازی (الف) توابع هدف انعطاف‌پذیری (ب) توابع هدف MAC برای شکل مدهای POD در سناریوی دوم آسیب.

**Fig. 9.** Comparison of Optimization Algorithm Convergence a) Flexibility-Based Objective Functions b) MAC-Based Objective Functions for POD Mode Shapes in the second Damage Scenario

جدول ۵. مقایسه ضخامت بال و جان تیر BEAM3 در عرشه پل قبل و بعد از به‌روزرسانی در سناریوی دوم آسیب با توابع هدف انعطاف‌پذیری و MAC

**Table 5.** Comparison of the flange and web thickness of BEAM3 in the bridge deck before and after updating in the second damage scenario using flexibility and MAC objective functions.

| real model (m) | After updating (m) | Before updating (m) | Model update method |
|----------------|--------------------|---------------------|---------------------|
| 0.03           | 0.0311             | 0.024               | Flange thickness    |
| 0.012          | 0.0113             | 0.096               | Web thickness       |
| 0.03           | 0.0294             | 0.024               | Flange thickness    |
| 0.012          | 0.012              | 0.096               | Web thickness       |



شکل ۱۰. مقایسه همگرایی الگوریتم بهینه‌سازی (الف) توابع هدف انعطاف‌پذیری (ب) توابع هدف MAC برای شکل مدهای POD در سناریوی سوم آسیب.

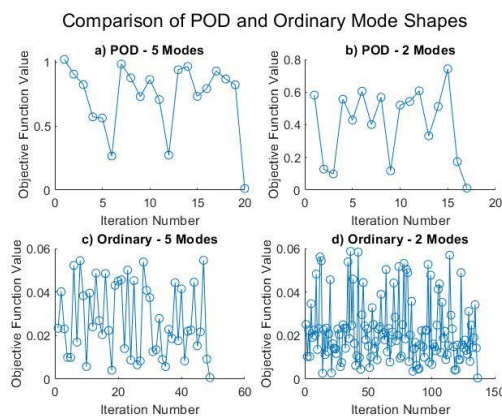
**Fig. 10.** Comparison of Optimization Algorithm Convergence a) Flexibility-Based Objective Functions b) MAC-Based Objective Functions for POD Mode Shapes in the third Damage Scenario

و به مقدار مطلوب‌تری رسیده است. در مقابل، در شکل مودهای معمولی، کاهش تعداد مودها تأثیر منفی داشته است، به‌طوری که مقدار همگرایی در حالت دو مود اول تقریباً سه برابر مقدار همگرایی در حالت پنج مود است. این موضوع نشان می‌دهد که شکل مودهای POD در کاهش تعداد مودهای مورد نیاز برای دستیابی به دقت مناسب عملکرد بهتری داشته و می‌تواند در به‌روزرسانی مدل‌های عددی، به ویژه در شرایطی که تعداد مودهای محدودی در دسترس است، گزینه مناسبی باشد.

### ۳-۴- بررسی تأثیر نویز بر فرکانس‌ها و همگرایی الگوریتم بهینه‌سازی

در این بخش، تأثیر نویز بر استخراج شکل مودهای POD و دقت فرایند به‌روزرسانی مدل اجزای محدود بررسی می‌شود. از آنجاکه روش POD برای کاهش ابعاد داده‌ها و استخراج مودهای غالب به کار می‌رود، بررسی حساسیت آن نسبت به نویز اهمیت ویژه‌ای دارد. در این مطالعه، با اعمال سطوح مختلف نویز به داده‌های شتاب، تغییرات فرکانس‌های طبیعی متناظر از شکل مودهای POD ارزیابی شده است. همچنین، تأثیر نویز بر همگرایی الگوریتم بهینه‌سازی در به‌روزرسانی مدل بررسی شده و میزان پایداری روش مبتنی بر شکل مودهای POD تحلیل شده است.

در جدول (۷) تأثیر سطوح مختلف نویز بر فرکانس‌های طبیعی استخراج شده از شکل مودهای POD ارائه شده است. از این جدول مشخص است که فرکانس‌های استخراج شده تحت نویز ۱ درصد تغییری نداشته‌اند. در سطح نویز ۵ درصد، فرکانس‌های اول، دوم و پنجم بدون تغییر باقی مانده‌اند. فرکانس سوم ۱ درصد و فرکانس چهارم بیش از ۵۰ درصد دچار تغییرات شده‌اند. با افزایش نویز به ۱۰ درصد، فرکانس مود اول ۱/۵ درصد تغییر کرده است. مود دوم بدون تغییر و مود سوم تقریباً ۲ درصد تغییر کرده است. در مود چهارم تغییرات بسیار زیاد است به طوری که فرکانس مود چهارم بیش از ۹۰ درصد تغییر کرده است. فرکانس مود پنجم نیز بیش از ۶۰ درصد تغییر کرده است. به طور کلی از مود سوم به بعد تغییرات قابل توجهی مشاهده می‌شود. این نتایج نشان می‌دهد که در صورت استفاده از روش POD و محدود کردن تحلیل به دو مود اول، می‌توان آثار نویز را حتی در سطوح بالاتر نیز تا حد زیادی نادیده گرفت.



شکل ۱۱. مقایسه همگرایی الگوریتم بهینه‌سازی برای سناریوی اول آسیب در شکل مودهای POD و معمولی برای ۲ و ۵ مود اول

Fig. 11. Comparison of optimization algorithm convergence for the first damage scenario in POD and ordinary mode shapes for the first 2 and 5 modes

### ۳-۳- بررسی تأثیر تعداد مودهای در نظر گرفته‌شده بر دقت به‌روزرسانی مدل

انتخاب تعداد شکل مود در فرایند به‌روزرسانی مدل نقش مهمی در دقت نتایج دارد. در این مطالعه، مقایسه بین شکل مودهای معمولی و شکل مودهای POD نشان می‌دهد که استفاده از شکل مودهای POD حتی با تعداد کمتر، نتایج دقیق‌تری نسبت به شکل مودهای معمولی ارائه می‌دهد. این موضوع به دلیل توانایی روش POD در استخراج الگوهای غالب و حذف نویزهای نامربوط است که باعث بهبود دقت در تخمین پارامترهای مدل می‌شود؛ بنابراین شکل مودهای POD گزینه مناسبی برای کاهش هزینه‌های محاسباتی در عین حفظ دقت بالا هستند.

شکل (۱۱) مقایسه همگرایی الگوریتم بهینه‌سازی برای سناریوی اول آسیب در شکل مودهای POD و معمولی برای ۲ و ۵ مود اول را ارائه می‌کند. از این شکل مشخص است که در شکل مودهای POD با ۵ مود در ۲۰ تکرار در به‌روزرسانی و با ۲ مود در ۱۷ تکرار در به‌روزرسانی، تابع هدف به مقدار همگرایی رسیده است. که نشان می‌دهد در شکل مودهای POD با کاهش مودها روند به‌روزرسانی کمتر نیز شده است. در شکل مودهای معمولی با ۵ مود اول در تقریباً ۵۰ تکرار در به‌روزرسانی و با ۲ مود نزدیک به ۱۵۰ تکرار در به‌روزرسانی، تابع هدف بهینه شده است. در حالت کلی مشخص است که به‌روزرسانی با شکل مودهای POD حتی با در نظر گرفتن تنها دو مود اول، نتیجه همگرایی بهبود یافته



از به‌روزرسانی در سناریوی سوم آسیب برای دو حالت بدون نویز و با نویز ۱۰ درصد را ارائه می‌دهد. از این جدول مشخص است که در شرایط نویز ۱۰ درصد، فرایند همگرایی در تعداد گام‌های بیشتری اتفاق افتاده است. با این حال، مقدار نهایی مدول الاستیسیته در هر دو حالت به مقدار واقعی نزدیک شده است. این امر نشان می‌دهد که اگرچه وجود نویز بر سرعت همگرایی تأثیر دارد، اما روش پیشنهادی قادر است حتی در شرایط نویز ۱۰ درصد نیز مقدار دقیق مدول الاستیسیته را تخمین بزند.

#### ۴- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، فرایند به‌روزرسانی مدل اجزای محدود یک پل فلزی با استفاده از دو نوع شکل مود، یعنی شکل مدهای معمولی و شکل مدهای POD، مورد بررسی قرار گرفت. هدف اصلی، مقایسه دقت و کارایی این دو روش در سه سناریوی مختلف آسیب، شامل تغییر ارتفاع تیر اصلی، تغییر ضخامت بال و جان تیر و کاهش مدول الاستیسیته، بود. همچنین، تأثیر تعداد مدهای انتخابی و اثر نویز بر فرایند به‌روزرسانی مدل نیز تحلیل شد.

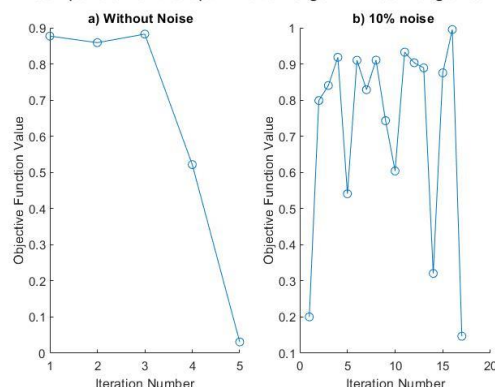
نتایج نشان داد که استفاده از شکل مدهای POD در به‌روزرسانی مدل، نسبت به شکل مدهای معمولی، سرعت همگرایی بیشتری دارد و دقت بالاتری در تخمین پارامترهای مدل ارائه می‌دهد. در سناریوی اول که کاهش ارتفاع تیر اصلی بررسی شد، نتایج نشان داد که شکل مدهای POD توانستند ۲۰ تکرار در فرایند به‌روزرسانی بهینه ارتفاع را به مقدار  $1/2768$  متر که نزدیک به مقدار واقعی یعنی  $1/28$  متر، نزدیک کنند ولی شکل مدهای معمولی ارتفاع تیر را در ۵۰ تکرار به همان مقدار رساندند. در سناریوی دوم، کاهش ضخامت بال و جان تیر اصلی بررسی شد و مجدداً شکل مدهای POD عملکرد بهتری نسبت به شکل مدهای معمولی داشتند به طوری که شکل مدهای POD بعد از به‌روزرسانی ضخامت بال ۳ درصد و ضخامت جان ۶ درصد با مقدار واقعی اختلاف داشتند در صورتی که شکل مدهای معمولی بعد از به‌روزرسانی ضخامت بال ۶ درصد و ضخامت جان ۱۵ درصد با مقدار واقعی اختلاف داشتند همچنین تعداد تکرار در فرایند به‌روزرسانی در شکل مدها POD برابر با ۱۶ و در شکل مدهای معمولی ۳۷ است. در سناریوی سوم، که مدول الاستیسیته تیر اصلی کاهش یافته بود، نتایج نشان دادند که تابع هدف در شکل مدهای POD در ۵ تکرار به همگرایی رسیده است ولی در شکل مدهای معمولی در ۱۵۰ تکرار همگرایی به دست آمده است. در شکل

جدول ۷. تأثیر سطوح مختلف نویز بر فرکانس‌های طبیعی استخراج‌شده از شکل مدهای POD

Table 7. Effect of different noise levels on the natural frequencies extracted from POD mode shapes

| Frequency without Noise (Hz) | Frequency with 0.01 Noise (Hz) | Frequency with 0.05 Noise (Hz) | Frequency with 0.1 Noise (Hz) | Mode Shapes |
|------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|-------------------------------|-------------|
| 2.5                          | 2.5                            | 2.5                            | 2.460938                      | 1           |
| 3.789063                     | 3.789063                       | 3.789063                       | 3.789063                      | 2           |
| 4.296875                     | 4.296875                       | 4.257813                       | 4.21875                       | 3           |
| 4.960938                     | 4.960938                       | 2.148438                       | 0.429688                      | 4           |
| 4.960938                     | 4.960938                       | 4.960938                       | 1.875                         | 5           |

Comparison of the optimization algorithm convergence



شکل ۱۲. مقایسه همگرایی الگوریتم بهینه‌سازی را برای دو حالت الف) بدون نویز و ب) با نویز ۱۰ درصد، در به‌روزرسانی مدول الاستیسیته با استفاده از شکل مدهای POD

Fig. 12. Comparison of the optimization algorithm convergence for two cases: a) Without Noise and b) 10% noise, in updating the elastic modulus using POD mode shapes.

جدول ۸. مقایسه مدول الاستیسیته تیر BEAM3 در عرشه پل قبل و بعد از به‌روزرسانی در سناریوی سوم آسیب برای دو حالت بدون نویز و با نویز

Table 8. Comparison of the elastic modulus of BEAM3 in the bridge deck before and after updating in the third damage scenario for two cases: without noise and with noise

| Real Model (kg/m <sup>2</sup> ) | Before updating (kg/m <sup>2</sup> ) | After updating 10% noise (kg/m <sup>2</sup> ) | After updating without noise (kg/m <sup>2</sup> ) |
|---------------------------------|--------------------------------------|-----------------------------------------------|---------------------------------------------------|
| 2.039e+10                       | 1.6312 e+10                          | 2.034 e+10                                    | 2.039e+10                                         |

شکل (۱۲) مقایسه همگرایی الگوریتم بهینه‌سازی را برای دو حالت بدون نویز و با نویز ۱۰ درصد، در به‌روزرسانی مدول الاستیسیته با استفاده از شکل مود POD را نشان می‌دهد. از این شکل مشخص است که در شرایط بدون نویز در ۵ تکرار و در حالت نویز ۱۰ درصد در ۱۷ تکرار در فرایند به‌روزرسانی، تابع هدف به همگرا شده است.

جدول (۸) مقایسه مدول الاستیسیته تیر در عرشه پل قبل و بعد

ارائه نتایج دقیق تری نسبت به پنج مود اول در روش معمولی است. این امر نشان‌دهنده قابلیت روش POD در کاهش ابعاد داده و حفظ اطلاعات اصلی مودهای سازهای است.

علاوه بر این، بررسی تأثیر نویز بر شکل مودهای POD نشان داد که در سطح نویز ۱ درصد، فرکانس‌های استخراج شده دچار تغییر محسوسی نشده‌اند. با افزایش سطح نویز به ۵ درصد، فرکانس‌های مود اول، دوم و پنجم بدون تغییر باقی مانده‌اند، در حالی که فرکانس مود سوم حدود ۱ درصد و فرکانس مود چهارم بیش از ۵۰ درصد دچار تغییر شده است. با افزایش نویز به ۱۰ درصد، تغییرات فرکانس مود اول حدود ۱/۵ درصد بوده، در حالی که مود دوم همچنان بدون تغییر باقی مانده است. فرکانس مود سوم تقریباً ۲ درصد تغییر کرده، اما در مود چهارم تغییرات بسیار شدید بوده، به طوری که فرکانس آن بیش از ۹۰ درصد دچار انحراف شده است. علاوه بر این، فرکانس مود پنجم نیز بیش از ۶۰ درصد تغییر کرده است. این نتایج نشان می‌دهد که مودهای اول و دوم پایداری بالاتری در برابر نویز دارند، در حالی که مودهای بالاتر حساسیت بیشتری به نویز نشان می‌دهند. در حالت کلی با افزایش سطح نویز، فرکانس‌های طبیعی استخراج‌شده از شکل مودهای POD تا حدی تغییر می‌کنند، اما این تغییرات عمدتاً در مودهای بالاتر رخ می‌دهد و دو مود اول تأثیرپذیری کمتری از نویز دارند. همچنین، بررسی تأثیر نویز در فرایند به‌روزرسانی نشان داد که اگرچه افزایش نویز منجر به افزایش تعداد گام‌های همگرایی می‌شود، اما در نهایت مقدار بهینه پارامترهای مدل به مقدار واقعی نزدیک خواهد شد.

این نتایج نشان می‌دهند که روش POD نه تنها در کاهش ابعاد داده و استخراج اطلاعات مودال مؤثر است، بلکه در به‌روزرسانی مدل اجزای محدود نیز می‌تواند عملکرد بهتری نسبت به روش‌های سنتی ارائه دهد.

### قدردانی نویسندگان

از داوران محترم بابت بررسی مقاله و ارائه نقطه نظرات سازنده تشکر می‌گردد.

### تعارض منافع

در این پژوهش، هیچ تعارض منافی وجود ندارد.

### سهم نویسندگان

سلمان رحیمیان: انجام تحلیل‌ها، نرم افزار، تصویرسازی، نوشتن متن اولیه و ویرایش‌ها.

موسی محمودی صاحبی: ایده و مفهوم، روش‌شناسی، نظارت و مدیریت تحقیق، نوشتن متن اولیه و ویرایش‌ها.

مودهای POD، بعد از به‌روزرسانی، مدول الاستیسیته برابر با  $2.0439e+10$  کیلوگرم بر متر مربع و در شکل مودهای معمولی مدول الاستیسیته  $2.04424e+10$  کیلوگرم بر متر مربع به دست آمده است که به مقدار واقعی یعنی  $2.039e+10$  کیلوگرم بر متر مربع نزدیک هستند. مقایسه دو تابع هدف مبتنی بر انعطاف‌پذیری و MAC نشان داد که در سناریوی اول آسیب نمودار همگرایی الگوریتم بهینه‌سازی با تابع هدف انعطاف‌پذیری در ۲۰ تکرار و با تابع هدف MAC در ۳۵ تکرار به همگرایی رسیده است. همچنین مقادیر ارتفاع تیر با تابع هدف انعطاف‌پذیری برابر با  $1/2768$  متر و با تابع هدف MAC برابر با  $1/284$  بدست آمد که بسیار به مقدار واقعی یعنی  $1/28$  متر نزدیک هستند. در سناریوی دوم آسیب نمودار همگرایی با تابع هدف انعطاف‌پذیری ۱۶ تکرار و با تابع هدف در ۱۷ تکرار همگرا شده‌اند. همچنین در تابع هدف مبتنی بر انعطاف‌پذیری بعد از به‌روزرسانی، ضخامت بال تیر ۳ درصد با مقادیر واقعی اختلاف دارد و در تابع هدف MAC ضخامت بال تیر ۲ درصد با مقادیر واقعی اختلاف دارد. همچنین ضخامت جان بعد از به‌روزرسانی در تابع هدف مبتنی بر انعطاف‌پذیری، تقریباً ۶ درصد با مقادیر واقعی اختلاف دارد و ضخامت جان در تابع هدف MAC به مقادیر واقعی رسیده است. در سناریوی سوم آسیب با ۵ بار تکرار در روند به‌روزرسانی تابع هدف مبتنی بر انعطاف‌پذیری به مقدار بهینه رسیده است ولی در تابع هدف مبتنی بر MAC با ۹ بار تکرار تابع هدف به مقدار بهینه رسیده است. همچنین بعد از به‌روزرسانی مقدار مدول الاستیسیته در تابع هدف مبتنی بر انعطاف‌پذیری برابر با  $2.0439e+10$  کیلوگرم بر متر مربع و در تابع هدف مبتنی بر MAC برابر با  $2.0415e+10$  کیلوگرم بر متر مربع به دست آمده که اختلاف کمی با مقدار واقعی مدول الاستیسیته یعنی  $2.039e+10$  کیلوگرم بر متر مربع دارد. در حالت کلی استفاده از معیار انعطاف‌پذیری در روش POD، دقت بالاتری و همچنین تعداد تکرار کمتری در به‌روزرسانی مدل ارائه می‌دهد و می‌تواند به‌عنوان یک معیار قابل اعتماد برای بهینه‌سازی پارامترهای مدل استفاده شود.

در بررسی تأثیر تعداد مودها نشان داد که شکل مودهای POD با ۵ مود در ۲۰ تکرار و با ۲ مود در ۱۷ تکرار، تابع هدف به مقدار بهینه رسیده است. که نشان می‌دهد در شکل مودهای POD با کاهش مودها روند به‌روزرسانی کمتر نیز شده است. ولی در شکل مودهای معمولی با ۵ مود اول در تقریباً ۵۰ تکرار و با ۲ مود اول نزدیک به ۱۵۰ تکرار، تابع هدف بهینه شده است. در کل شکل مودهای POD حتی با تعداد مود کمتر (مانند دو مود اول) قادر به

برنامه‌ریزی شهر تهران انجام شده است.

### بیانیه هوش مصنوعی

در انجام این تحقیق، نوشتن متن آن و ویرایش‌ها از هیچ ابزار هوش مصنوعی استفاده نشده است.

مجتبی کریمایی طبرستانی: ایده و مفهوم، روش شناسی،

نظارت و مدیریت تحقیق، نوشتن متن اولیه و ویرایش‌ها.

علی نبی زاده: نظارت و مدیریت تحقیق، ویرایش‌ها.

### منابع مالی

این تحقیق با حمایت های مادی و معنوی مرکز مطالعات و

### References

- [1] Humar, J.L., 2012. *Dynamics of Structures*. 3rd ed. Boca Raton, FL: CRC Press.
- [2] Das, S., Saha, P. and Patro, S.K., 2016. Vibration-based damage detection techniques used for health monitoring of structures: a review. *Journal of Civil Structural Health Monitoring*, 6, pp.477-507.
- [3] Jaishi, B., Kim, H.J., Kim, M.K., Ren, W.X. and Lee, S.H., 2007. Finite element model updating of concrete-filled steel tubular arch bridge under operational condition using modal flexibility. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 21(6), pp.2406-2426. doi: 10.1016/j.ymssp.2007.01.003.
- [4] Zhang, M., Peng, X., Li, Y., Wang, Z., Zhu, J. and Zhang, J., 2024. Study on the structural damage detection method using the flexibility matrix. *Latin American Journal of Solids and Structures*, 21(6), p.e548. doi: 10.1590/1679-78257966.
- [5] Kerschen, G., Golinval, J.-C., Vakakis, A.F. and Bergman, L.A., 2005. The method of proper orthogonal decomposition for dynamical characterization and order reduction of mechanical systems: An overview. *Nonlinear Dynamics*, 41(1-3), pp.147-169. doi: 10.1007/s11071-005-2803-2.
- [6] Napolitano, K.L., 2016. Using singular value decomposition to estimate frequency response functions. In: *Topics in Modal Analysis & Testing, Volume 10: Proceedings of the 34th IMAC, A Conference and Exposition on Structural Dynamics*. Springer, pp.27-43. doi: 10.1007/978-3-319-30249-2\_2.
- [7] Astrid, P., 2004. *Reduction of Process Simulation Models: A Proper Orthogonal Decomposition Approach*. PhD thesis. Eindhoven: Technische Universiteit Eindhoven. doi: 10.6100/IR581728.
- [8] Nejad, A.Z.B. and Sahebi, M.M., 2021. An investigation on the capability of proper orthogonal modes in determining the natural frequencies and damping ratios of linear structural systems. *Engineering Structures*, 243, p.112691. doi: 10.1016/j.engstruct.2021.112691.
- [9] Nejad, A.Z.B. and Mahmoudi, M., 2022. A POD-based methodology for structural finite element model updating. *Journal of Sound and Vibration*, 534, p.117045. doi: 10.1016/j.jsv.2022.117045.
- [10] Galvanetto, U. and Violaris, G., 2007. Numerical investigation of a new damage detection method based on proper orthogonal decomposition. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 21(3), pp.1346-1361. doi: 10.1016/j.ymssp.2005.12.007.
- [11] Ming, Z., Guo, Q., Yue, L. and Zhang, B., 2019. Finite element model updating of jointed structure based on modal and strain frequency response function. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 33(11), pp.4583-4593. doi: 10.1007/s12206-019-0902-0.
- [12] Chen, H.-P. and Ni, Y.-Q., 2018. Finite Element Model Updating. In: *Structural Health Monitoring of Large Civil Engineering Structures*. Chapter 6, pp.123-154. Wiley. doi: 10.1002/9781119166641.ch6.
- [13] Allemang, R.J. and Brown, D.L., 1982. A correlation coefficient for modal vector analysis. In: *Proceedings of the 1st International Modal Analysis Conference (IMAC)*.
- [14] Liang, Y.C., Lee, H.P., Lim, S.P., Lin, W.Z., Lee, K.H. and Wu, C.G., 2002. Proper orthogonal decomposition and its applications—Part I: Theory. *Journal of Sound and Vibration*, 252(3), pp.527-544. doi: 10.1006/jsvi.2001.4041.
- [15] Welch, P., 1967. The use of fast Fourier transform for the estimation of power spectra: A method based on time averaging over short, modified periodograms. *IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics*, 15(2), pp.70-73. doi: 10.1109/TAU.1967.1161901.
- [16] Eberhart, R. and Kennedy, J., 1995. A new optimizer using particle swarm theory. In: *MHS'95. Proceedings of the Sixth International Symposium on Micro Machine and Human Science*, Nagoya, Japan, pp.39-43. doi: 10.1109/MHS.1995.494215.

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم؟

Rahimian, S., Mahmoudi Sahebi, M., Kerimaei Tabarestani, M. and Nabizade, A., 2026. Investigation of Finite Element Model Updating Process Using POD Mode Shapes and Modal Flexibility Criterion. *Modares Civil Engineering journal*, 26(5), pp.47-62.

