

Assessing Experimental Relationships and Numerical Modeling for Predicting Discharge Coefficient of Rectangular Piano Key Weirs using Response Surface Methodology

Akbar Safarzadeh^{1*} , Houshang Velayati²

1. Professor, Faculty of Engineering, Department of Civil Engineering, University of Mohaghegh Ardabili, Ardabil, Iran.
2. MSc of Hydraulic Structures, University of Mohaghegh Ardabili, Ardabil, Iran.

Abstract

This study examines the hydraulic relationships provided for piano-key weirs. The hydraulic relationships presented by researchers in various sources include multiple geometric parameters in some cases, while others focus only on a limited number of these parameters. In the first step, using the RSM-CCD method and data from Anderson's study (2011), the discharge coefficient relations were derived in the relative head ranges of 0.1-0.2 and 0.2-0.9, with a total of 18 data points. In the second step, through laboratory and numerical model designs, the derived relationship using the RSM-CCD method was compared and evaluated against other hydraulic relationships for piano-key weirs. This comparison was done using statistical indices and the discharge-head ratio charts. The statistical index values obtained from generalizing the discharge coefficient relation using the RSM-CCD method to Anderson's (2011) 115 laboratory data points were $R^2 = 0.9985$, $MAE = 0.0034$, and $RMSE = 0.0041$, indicating the accuracy of this method, despite using fewer data points. Evaluation of the hydraulic relationships presented for predicting the discharge coefficient of the physical model of the studied piano-key weir, using statistical indices, shows the good performance of the relationships by Liet-Ribeiro et al. (2012) and Michaels (2012). The R^2 , MAPE, and RMSE values for these two relationships are 0.99, 5.05%, 0.063, and 0.96, 6.8%, 0.071, respectively. Comparison of the discharge-head ratio charts derived from the RSM-CCD method and laboratory models shows that the accuracy of this relationship increases with increasing relative flow head. The MAPE values for the relative head ranges of 0.1-0.3 and 0.3-0.8 were 11% and 1.25%, respectively, which can be considered when predicting discharge at high relative heads.

Review History

Received: Mar 25, 2025
Revised: Aug 9, 2025
Accepted: Nov 8, 2025

Keywords

Piano key weir,
Discharge coefficient
RSM-CCD
Experimental model
Numerical model

* Corresponding Author Email: safarzadeh@modares.ac.ir - ORCID: 0000-0003-4515-2078



ارزیابی کارایی روابط تجربی و مدل‌سازی عددی در پیش‌بینی ضریب دبی سرریزهای کلید پیاوویی مستطیلی با استفاده از روش پاسخ سطح

اکبر صفرزاده*^۱، هوشنگ ولایتی^۲

۱. استاد، دانشکده فنی و مهندسی، گروه مهندسی عمران، دانشگاه محقق اردبیلی، اردبیل، ایران.

۲. کارشناس ارشد، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه محقق اردبیلی، اردبیل، ایران.

چکیده

تاریخچه داوری

در این تحقیق روابط هیدرولیکی ارائه شده برای سرریزهای کلید پیاوویی مورد بررسی قرار گرفت. روابط تجربی ارائه شده توسط پژوهشگران در برخی منابع شامل پارامترهای هندسی متعدد بوده و در برخی منابع تنها شامل بررسی تعداد محدودی از این پارامترها می‌باشد. در گام اول با استفاده از روش RSM-CCD و داده‌های مطالعه اندرسون (۲۰۱۱) روابط ضریب دبی در بازه هد نسبی ۰/۱-۰/۲ و ۰/۲-۰/۹ در مجموع با ۱۸ سری داده ارائه شده است. در گام دوم با طراحی مدل‌های آزمایشگاهی و شبیه‌سازی عددی، رابطه استخراج شده با استفاده از روش RSM-CCD با دیگر روابط هیدرولیکی سرریزهای کلید پیاوویی با استفاده از شاخص‌های آماری و در قالب نمودار ضریب دبی-هد نسبی مورد مقایسه و ارزیابی قرار گرفت. مقادیر شاخص‌های آماری حاصل از تعمیم رابطه ضریب دبی به روش RSM-CCD، به ۱۱۵ داده آزمایشگاهی اندرسون (۲۰۱۱) به ترتیب برای R^2 ، RMSE، MAE، ۰/۹۹۸۵، ۰/۰۳۴، و ۰/۰۴۱ می‌باشد که نشان دهنده دقت این روش علی‌رغم استفاده از تعداد داده کمتر است. ارزیابی روابط هیدرولیکی ارائه شده برای پیش‌بینی ضریب دبی مدل فیزیکی سرریز کلید پیاوویی مطالعه شده در این تحقیق با استفاده از شاخص‌های آماری نشان دهنده عملکرد مطلوب روابط لیت ریبرو و همکاران (۲۰۱۲) و میشلز (۲۰۱۲) است. مقادیر R^2 ، RMSE، MAPE، به ترتیب برای دو رابطه ذکر شده عبارتند از ۰/۹۹، ۰/۵/۰۵، ۰/۰۶۳، ۰/۹۶، ۰/۶/۸، ۰/۰۷۱ می‌باشد. مقایسه نمودار ضریب دبی هد نسبی استخراج شده برای روابط ضریب دبی حاصل از روش RSM-CCD و مدل آزمایشگاهی، نشان‌دهنده افزایش دقت این رابطه با افزایش هد نسبی جریان است به گونه‌ای که مقادیر MAPE محاسبه شده برای بازه هد نسبی ۰/۱-۰/۳ و بازه هد نسبی ۰/۸-۰/۳ به ترتیب ۰/۱۱٪ و ۰/۱۲۵٪ است که می‌تواند در پیش‌بینی ضریب دبی در هد نسبی بالا مورد توجه قرار گیرد.

کلمات کلیدی

سرریز کلید پیاوویی

ضریب دبی

RSM-CCD

مدل آزمایشگاهی

مدل عددی

۱- مقدمه

دست و باعث صرفه‌جویی در میزان حجم بتن ریزی و هزینه ساخت سرریز می‌شوند. در این مدل از سرریزها بر خلاف سرریزهای کنگره‌ای، کلیدهای ورودی به صورت سطح شیب‌دار یک در میان به سمت داخل و خارج مخزن می‌باشد (شکل ۱). این

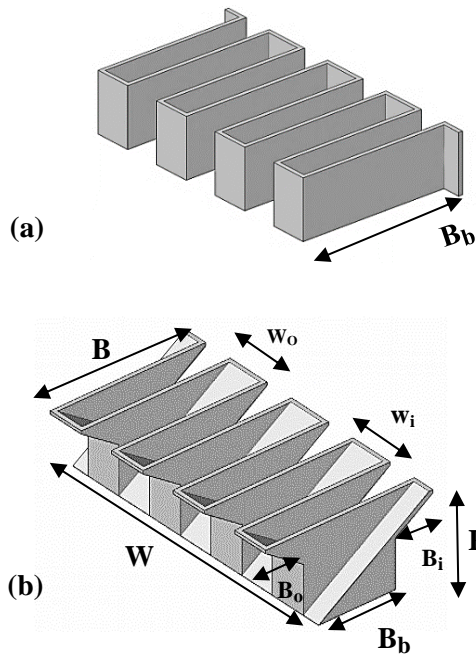
سرریزهای کلید پیاوویی نوع تکامل یافته سرریزهای کنگره‌ای می‌باشند که علی‌رغم کاهش عرض ساختگاه سرریز، طول کلی تاج سرریز را حفظ کرده (بواسطه افزودن شیروانی در بالادست و پایین

* رایانامه نویسنده مسئول: safarzadeh@modares.ac.ir - ORCID: 0000-0003-4515-2078

کپی‌رایت © ۲۰۲۶، انتشارات دانشگاه تربیت مدرس (TMU Press). این مقاله به صورت دسترسی آزاد منتشر شده و تحت مجوز بین‌المللی Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 قرار دارد (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0>). بر اساس این مجوز، شما می‌توانید این



مطلب را در هر قالب و رسانه‌ای کپی، بازنشر و بازآفرینی کنید و یا آن را ویرایش و بازسازی نمایید، به شرط آنکه نام نویسنده را ذکر کرده و از آن برای مقاصد غیرتجاری استفاده کنید.



شکل ۱. پارامترهای هندسی (a) سرریز کنگره‌ای، (b) سرریز کلید پیانویی

Fig. 1. Geometrical parameters of (a) Labyrinth weir, (b) Piano key weir

تعیین رابطه ضریب دبی برای سرریزهای کلید پیانویی همواره از موضوعات مهم پژوهشی در باره این مدل از سرریزها بوده است. کبیری سامانی و جواهری (2012) با استفاده از داده‌های مدل آزمایشگاهی بدست‌آمده از مطالعه هندسه‌های مختلف سرریز کلید پیانویی در محدوده پارامترهای هندسی معین برای محاسبه میزان دبی عبوری، به منظور تعیین ضریب دبی (C_d) برای جریان در حالت رژیم آزاد، رابطه (۱) را پیشنهاد کردند که دقت این رابطه توسط پژوهشگران مذکور ۹۸ درصد گزارش شده است [6]:

$$C_{dw} = 0.121 \left(\frac{H}{P}\right)^{-0.675} \left(\frac{L}{W}\right)^{0.377} \left(\frac{W_i}{W_o}\right)^{0.426} \left(\frac{B}{P}\right)^{0.306} \exp\left(1.504 \frac{B_o}{B} + 0.093 \frac{B_i}{B}\right) + 0.606 \quad (1)$$

لیت ریبرو و همکاران (2012) با بررسی ۴۹ مدل مختلف هندسی سرریز کلید پیانویی نوع A روابطی را برای محاسبه میزان دبی افزایشی ارائه کردند. این رابطه نشان‌دهنده نسبت دبی عبوری از سرریز کلید پیانویی به سرریز لبه تیز خطی است. این روابط به صورت روابط (۲، ۳) در نظر گرفته شده است [7]:

$$r = \frac{Q_{PKW}}{Q_s} = \frac{C_p L \sqrt{2gH_T^3}}{0.42W \sqrt{2gH_T^3}} = f\left(\frac{L}{W}\right) \quad (2)$$

مدل از سرریزها برای اولین بار توسط بلانک از دانشگاه بريسکا الجزایر و لمپیریر در موسسه هایدروکوپ فرانسه در سال ۲۰۰۱ طراحی شد. اولین مدل از سرریزهای کلید پیانویی در سال ۲۰۰۶ و توسط کمپانی EDF، به منظور بهسازی سد گلورس در فرانسه ساخته شد [1]. طبق شکل (b-1)، سرریزهای کلید پیانویی دارای پارامترهای هندسی متعدد می‌باشند که به منظور بررسی تاثیر هر کدام از این پارامترها بر عملکرد سرریز، به صورت پارامترهای بی بعد هندسی مانند هد نسبی ($\frac{H_t}{P}$)، طول نسبی ($\frac{L}{W}$)، نسبت عرض کلیدها ($\frac{W_i}{W_o}$)، نسبت طول شیروانی‌ها ($\frac{B_o}{B_i}$)، در نظر گرفته می‌شوند. لیت ریبرو و همکاران (2013)، مقدار ایده‌آل برای طول نسبی ($\frac{L}{W}$) را ۵ در نظر گرفته‌اند. همچنین بررسی لیت ریبرو و همکاران (2013)، نشان می‌دهد که مقدار $\frac{W_i}{W_o}$ برای سرریزهای کلید پیانویی بهره برداری شده در بازه ۱ تا ۱/۵ می‌باشد [2]. ایریکوم و همکاران (2014) برای جریان با هد پایین و طول نسبی معادل ۵، مقدار $\frac{B_o}{B_i}$ برای حالتی که دارای بیشترین بازده است را ۳ در نظر گرفتند [3].

مطابق با تحقیقات اومانه و لمپیریره (2006)، در سرریزهای کلید پیانویی دو نوع جریان غالب وجود دارد که عبارت است از جریان نزدیک شونده که وارد کلیدهای ورودی شده و جریان از تاج پایین دست مشابه با یک سرریز لبه تیز با بدنه شیب‌دار به صورت ریزشی به سمت پایین تخلیه می‌شود. جریان دوم نیز در کلیدهای خروجی تشکیل شده بدین صورت که جریان از روی تاج بالادست به سمت پایین دست بخش شیب دار تخلیه می‌شود [4].

صفرزاده و نوروزی (2013)، وجود دیوارهای قائم در انتهای کلیدهای سرریزهای کنگره‌ای را باعث ایجاد ناحیه چرخشی جریان و افت انرژی و کاهش راندمان این مدل از سرریزها معرفی کردند. این پژوهشگران همچنین هیدرودینامیک سه بعدی سرریزهای کلید پیانویی، سرریزهای کنگره‌ای و سرریزهای کنگره‌ای با کلیدهای شیب‌دار را مقایسه کردند. نتایج بررسی‌ها نشان داد که ضریب دبی سرریزهای کلید پیانویی به علت حذف فشردگی جریان در کلیدهای ورودی و توزیع بهتر آن روی تاج‌های کناری در مقایسه با دو نوع دیگر بیشتر است [5].

$$C_d = -4.0038 \left(\frac{H}{P}\right) + 0.338 \left(\frac{L}{W}\right) + 0.569$$

$$\frac{H}{P} \leq 0.249, \frac{L}{W} \geq 5.5 \quad (9)$$

$$C_d = -5.1737 \left(\frac{H}{P}\right) + 0.2851 \left(\frac{L}{W}\right) + 1.185$$

$$\frac{H}{P} > 0.249 \quad (10)$$

$$C_d = -2.4112 \left(\frac{H}{P}\right) + 0.1944 \left(\frac{L}{W}\right) + 1.03$$

کروکستون و همکاران (2018)، با استفاده از نتایج مطالعه آزمایشگاهی اندرسون و تالیس (2011)، رابطه (۱۱) را برای پیش‌بینی ضریب دبی سرریزهای کلیدپیانویی ارائه دادند. این رابطه به صورت تابعی از ضرایب معین برای هندسه مشخصی از سرریز و هد نسبی جریان می‌باشد که برای هندسی ۰/۹-۰/۱ و سرریز کلید پیانویی نوع A معتبر می‌باشد [10].

$$C_d = \left(a_1 + b_1 \left(\frac{H}{P}\right) + \frac{C_1 P}{H}\right)^{-1} \quad (11)$$

سی سرو و دلپس (2013) به منظور ارزیابی اثر طول شیروانی بر عملکرد سرریزهای کلید پیانویی مدل‌های نوع A, B, C را به صورت آزمایشگاهی مورد بررسی قرار دادند. سپس با آنالیز داده‌های بدست آمده از بررسی آزمایشگاهی رابطه‌ای را برای سرریزهای کلید پیانویی مدل‌های ذکر شده ارائه دادند. رابطه (۱۲) در محدوده هد نسبی معین تعریف شده است که مقادیر ضرایب برای هر مدل مقدار خاصی است [11].

$$C_d = a_3 + a_4 \frac{H}{P} + a_5 \left(\frac{H}{P}\right)^2 + a_6 \left(\frac{H}{P}\right)^3 + a_7 \left(\frac{H}{P}\right)^4 \quad (12)$$

سنگ سفیدی و همکاران (2017) با استفاده از روش سطح پاسخ به مطالعه جریان سرریزهای انحنادار پرداختند [12]. به علت تعدد پارامترهای هندسی سرریزهای کلید پیانویی، تاکنون رابطه‌ای جامع برای ضریب دبی این نوع از سرریزها ارائه نشده است. در تحقیق حاضر با استفاده از روش سطح پاسخ ضمن ارزیابی عملکرد سرریز کلید پیانویی، رابطه ضریب دبی نیز برای این مدل از سرریز ارائه شده است. در ادامه پژوهش حاضر با استفاده از نتایج مدل‌سازی آزمایشگاهی و عددی، روابط ضریب دبی ارائه شده در این پژوهش و دیگر مراجع با استفاده از شاخص‌های آماری مقایسه و ارزیابی شده است.

$$r = 1 + 0.24 \left(\frac{(L-W)P_i}{WH}\right)^{0.9} w * p * b * a \quad (3)$$

ضرایب a, b, p, w بیان‌کننده تاثیر پارامترهای هندسی مشخصی می‌باشند که به ترتیب به صورت $\left(\frac{P_0}{P_i}\right)^{0.5}$ ، $\left(\frac{W_i}{W_0}\right)^{0.5}$ ، $\left(0.3 + \frac{B_i+B_0}{B}\right)^{-0.5}$ و $1 + \left(\frac{R_0}{P_0}\right)^2$ است.

میشلز در سال (2012)، آزمایش‌های گسترده‌ای را به منظور بررسی اثر چندین پارامتر مؤثر بر عملکرد سرریزهای کلید پیانویی در شرایط جریان آزاد ارائه کرد. او با تحلیل داده‌های بدست آمده از آزمایش، رابطه‌ای را برای مقدار دبی عبوری از واحد عرض سرریزهای کلید پیانویی (رابطه ۴)، ارائه داد. مطابق این رابطه، مقدار دبی عبوری از واحد عرض سرریز کلید پیانویی برابر با مجموع دبی در واحد عرض عبوری از تاج‌های کناری (رابطه ۵)، تاج‌های بالادست (رابطه ۶)، و تاج‌های پایین دست (رابطه ۷) است [8].

$$q = \frac{Q_{PKW}}{W} = q_u \frac{W_0}{W_u} + q_a \frac{W_i}{W_0} + q_s \frac{2B}{W_u} K_{W_i} K_{W_0} \quad (4)$$

$$q_s = 0.41 \left(1 + \frac{1}{833H + 1.6}\right) \left(1 + 0.5 \left(\frac{0.833H}{0.833 + p_e}\right)^2\right) \left(\frac{P_e^\alpha + \beta}{(0.833H + p_e)^\alpha}\right) \sqrt{2gH^3} \quad (5)$$

$$q_u = 0.374 \left(\frac{1}{1000H + 1.6} + 1\right) \left(1 + 0.5 \left(\frac{H}{H + P_T}\right)^2\right) \sqrt{2gH^3} \quad (6)$$

$$q_a = 0.445 \left(1 + \frac{1}{1000H + 1.6}\right) \sqrt{2gH^3} \left(1 + 0.5 \left(\frac{H}{H + P}\right)^2\right) \quad (7)$$

کومار و همکاران (2020) عملکرد سرریزهای کلید پیانویی مستطیلی و ذوزنقه‌ای را با استفاده از روش درخت تصمیم و رگرسیون جنگل تصادفی بررسی کردند. نتایج بررسی‌ها نشان داد که روش رگرسیون جنگل تصادفی دارای دقت بیشتری در مقایسه با دیگر روش بکار گرفته شده می‌باشد. روابط ضریب دبی ارائه شده به روش درخت تصمیم برای سرریز کلید پیانویی مستطیلی به صورت روابط (۸، ۹ و ۱۰) برای دامنه هد نسبی و طول نسبی معین بوده و به صورت یک رابطه خطی می‌باشد [9]:

$$\frac{H}{P} \leq 0.249, \frac{L}{W} \leq 5.5 \quad (8)$$

۲- مواد و روش‌ها

۲-۱- روش سطح پاسخ

روش سطح پاسخ^۱ (RSM)، یک روش آماری معتبر برای طراحی آزمایش، مدل کردن داده‌ها، بهینه‌سازی و تحلیل روابط بین داده‌ها می‌باشد توسط دو روش طراحی مرکب مرکزی^۲ (CCD) و طراحی باکس بنکن^۳ (BBD) قابل انجام است. در بین دو روش مذکور، طراحی مرکب مرکزی از عمومیت بیشتری برخوردار است. این روش بر اساس انجام آزمایش در نقاط خارجی و تکرار در نقطه مرکزی طراحی شده است که باعث افزایش نسبی دقت ارائه شده توسط این روش نسبت به روش‌های دیگر می‌شود. در روش سطح پاسخ برای هر متغیر وابسته، مدلی تعریف شده که آثار اصلی و فاکتورها را روی هر متغیر جداگانه بیان می‌کند. مدل استفاده شده در روش سطح پاسخ عموماً، مدل درجه دوم یا فرم کاهیده آن است. مدل کلی روش سطح پاسخ چند متغیره به صورت رابطه (۱۳) تعریف می‌شود. در این مدل، Y پاسخ پیش‌بینی شده، b_0 ضریب ثابت، b_i اثر خطی، b_{ii} آثار مربعیات، b_{ij} آثار متقابل، و X_i و X_j سطوح (متغیر کد شده)، می‌باشد.

$$Y = b_0 + \sum_{i=1}^n b_i X_i + \sum_{i=1}^n b_{ii} X_i^2 + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=1}^n b_{ij} X_i X_j \quad (13)$$

در تحقیق حاضر به منظور ارزیابی عملکرد سرریز کلید پیانویی از روش طرح مرکب مرکزی در روش سطح پاسخ در محیط نرم‌افزار Design Expert (Version 12) استفاده شده است. طراحی به روش طرح مرکب مرکزی در پنج سطح صورت می‌گیرد. $+1$ ، -1 سطوح بالا و پایین، $-\beta$ ، $+\beta$ حدهای جدید سطوح می‌باشند. صفر نیز به عنوان نقطه مرکزی در نظر گرفته می‌شود. به منظور ارزیابی عملکرد سرریز کلید از داده‌های مطالعه اندرسون (2011) استفاده شده است [13]. بر اساس این مطالعه هد نسبی جریان و نسبت عرض کلیدها به عنوان سطوح اصلی و ضریب دبی جریان به عنوان پاسخ در نظر گرفته شده است. در گام اول پژوهش، بازه هد نسبی جریان به دو بازه $0/1-0/2$ و $0/2-0/9$ تقسیم شده است و سطوح مورد نظر مطابق با جداول (۱) و (۲) تنظیم شده است. در جدول‌های (۳) و (۴)، سطوح به همراه مقادیر واقعی و کدگذاری شده با پاسخ (ضریب دبی) برای استخراج رابطه ضریب دبی جریان به روش طرح مرکب مرکزی لحاظ شده است.

جدول ۱. دامنه و تراز تنظیم شده سطوح

به روش RSM-CCD بازه‌ی هد نسبی $0/1-0/2$

Table 1. Range and levels of the factors in RSM-CCD (H/P=0.1-0.2)

Factors	$-\beta$	-1	0	+1	$+\beta$
$\left(\frac{H}{P}\right)$	0.10	0.1150	0.150	0.1850	0.20
$\left(\frac{W_i}{W_0}\right)$	0.67	0.79	1.09	1.38	1.5

جدول ۲. دامنه و تراز تنظیم شده

به روش RSM-CCD بازه‌ی هد نسبی $0/2-0/9$

Table 2. Range and levels of the factors in RSM-CCD (H/P=0.2-0.9)

Factors	$-\beta$	-1	0	+1	$+\beta$
$\left(\frac{H}{P}\right)$	0.2	0.303	0.55	0.797	0.90
$\left(\frac{W_i}{W_0}\right)$	0.67	0.79	1.09	1.38	1.5

جدول ۳. سطوح تنظیم شده به همراه مقادیر واقعی و کدگذاری شده به روش

RSM-CCD، هد نسبی $0/1-0/2$

Table 3. RSM-CCD plan in actual and coded values along with the response (H/P=0.1-0.2)

	$\left(\frac{H}{P}\right)$		$\left(\frac{W_i}{W_0}\right)$		Cd
	Actual value	Coded value	Actual value	Coded value	
1	0.115	-1	0.79	-1	0.49025
2	0.115	-1	1.38	+1	0.5318
3	0.185	+1	0.79	-1	0.4354
4	0.185	+1	1.38	+1	0.4839
5	0.150	0	0.67	$-\beta$	0.4493
6	0.150	0	1.5	$+\beta$	0.5162
7	0.10	$-\beta$	1.09	0	0.5215
8	0.20	$+\beta$	1.09	0	0.4519
9	0.150	0	1.09	0	0.4959

جدول ۴. سطوح تنظیم شده به همراه مقادیر واقعی و کدگذاری شده به روش

RSM-CCD، هد نسبی $0/2-0/9$

Table 4. RSM-CCD plan in actual and coded values along with the response (H/P=0.2-0.9)

	$\left(\frac{H}{P}\right)$		$\left(\frac{W_i}{W_0}\right)$		Cd
	Actual value	Coded value	Actual value	Coded value	
1	0.303	-1	0.79	-1	0.3524
2	0.303	-1	1.38	+1	0.3975
3	0.797	+1	0.79	-1	0.2233
4	0.797	+1	1.38	+1	0.2322
5	0.55	0	0.67	$-\beta$	0.2530
6	0.55	0	1.5	$+\beta$	0.2848
7	0.20	$-\beta$	1.09	0	0.4429
8	0.90	$+\beta$	1.09	0	0.2267
9	0.55	0	1.09	0	0.2773

¹ Response Surface Methodology

² Central Composite Design

³ Box Behnken Design

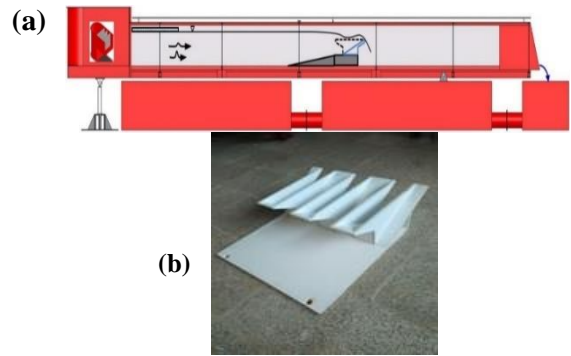
دبی جریان را با در نظر گرفتن معادله عمومی (رابطه ۱۴) دبی جریان استخراج شده است [10]:

$$Q = \frac{2}{3} C_d L \sqrt{2gH^3} \quad (14)$$

۲-۳- مدل‌سازی عددی

در بخش دیگری از مرحله دوم پژوهش به منظور شبیه‌سازی عددی سرریز کلید پیانویی، از نرم‌افزار FLOW3D استفاده شده است. معادلات اساسی حاکم بر روند شبیه‌سازی عددی در این پژوهش معادلات بقای جرم و اندازه حرکت می‌باشد.

در این تحقیق، شبیه‌سازی عددی جریان روی سرریز آزمایشگاهی به دلیل تقارن مسئله با مدل‌سازی یک کلید واحد شامل یک کلید ورودی و دو نیم‌کلید خروجی انجام شده است. از مدل-K-RNG برای شبیه‌سازی لزجت گرداب‌ها و از روش جزء حجمی برای مشخص‌سازی هندسه سرریز و سطح آزاد سیال استفاده شده است. روش جزء سطح/حجم مانع برای هندسه سرریز در روش حجم محدود به کار رفته و موانع در سلول‌های محاسباتی به صورت نسبی (بین ۰ و ۱) در نظر گرفته می‌شوند. همچنین، الگوریتم جزء حجم سیال برای تعیین سطح آزاد سیال استفاده شده است. برای حل عددی معادلات غیر دائم، از تکنیک GMRES استفاده شده است. الگوی حل و انفصال معادله مومنتوم از نوع صریح درجه ۱ است که به افزایش سرعت حل کمک می‌کند. شبکه‌بندی مدل عددی نیز با استفاده از بلوک محاسباتی و شبکه‌بندی کارترین انجام شده است. به منظور شبکه‌بندی مدل عددی از یک بلوک محاسباتی با شبکه بندی کارترین برای انفصال میدان حل استفاده شده است. تعداد شبکه بهینه برای انفصال میدان حل ۱۲۰۰۰۰۰ در نظر گرفته شده است شکل (۳-ب). شرایط مرزی مورد استفاده روی وجوه مختلف بلوک محاسباتی در شکل (۳-ا) نشان داده شده است. در وجه بالادست ضمن استفاده از شرط مرزی فشار (Pressure)، هد آب مورد نظر به ورودی میدان اعمال شده و با اعمال شرط مرزی خروجی (Outflow) به کف پایین دست بلوک محاسباتی، دبی خروجی از میدان به ازای هد اعمالی در ورودی محاسبه می‌شود. اعمال شرط مرزی خروجی برای کف مش بلوک به منظور اطمینان از عدم تأثیرگذاری پایاب بر عملکرد هیدرولیکی سرریز بوده و صفحه (Zmin) مش بلوک به حدی از انتهای شیب کلیدهای خروجی پایین‌تر در نظر گرفته شد تا جریان خروجی، بدون تأثیرپذیری از شرط مرزی صفحه مزبور، به راحتی از میدان



شکل ۲. تجهیزات مدل‌سازی آزمایشگاهی:

(a) نمای شماتیک فلوم آزمایشگاهی، (b) مدل فیزیکی سرریز کلید پیانویی

Fig. 2. Laboratory modeling equipment (a) The schematic view of a laboratory flume (b) physical model of the tested piano key weir

جدول ۵. مشخصات هندسی مدل فیزیکی

Table 5. Geometrical details of physical model

$\frac{B_i}{B_0}$	$\frac{W_i}{W_0}$	$\frac{P}{W_u}$	$\frac{L}{W}$	n
1	1.25	0.96	5	3

۲-۲- تجهیزات آزمایشگاهی

در بخشی از مرحله دوم این تحقیق مطابق شکل (۲-ا)، مطالعات آزمایشگاهی در فلوم افقی شیب‌پذیر به طول ۱۰ متر، عرض ۱ متر و ارتفاع ۰/۸ متر با دیواره‌های شیشه‌ای و کف فولادی برای بررسی جریان آب انجام شده است. آب از مخزن اصلی به وسیله پمپ با دبی ۹۵ لیتر بر ثانیه به مخزن بالادست فلوم انتقال می‌یابد. برای آرام‌سازی جریان، از توری مشبک و صفحات یونولیتی استفاده شده است. عمق و تراز آب توسط خط‌کش دیجیتال با دقت ۰/۱ میلی‌متر اندازه‌گیری می‌شود. در تفسیر نتایج، بار آبی جریان با استفاده از عمق و بار سرعت مورد بررسی قرار می‌گیرد. تراز آب از تاج سرریز به عنوان مبدأ و دبی متناظر با آن به عنوان خروجی سیستم قرائت می‌شود. دبی سنج الکترومغناطیسی با دقت ۱ لیتر بر ثانیه استفاده شده و قبل از اندازه‌گیری عمق، حداقل ۴ دقیقه زمان برای تثبیت عمق زمان صرف شده است. مدل فیزیکی سرریز کلید پیانویی با استفاده از صفحات PVC، به ضخامت ۹ میلی‌متر ساخته شده است شکل (۲-ب). مشخصات پارامترهای هندسی سرریز کلید پیانویی در جدول (۵) گردآوری شده است. بازه دبی جریان اعمالی بر روی سرریز از ۲/۶ لیتر بر ثانیه تا ۸۷/۶ لیتر بر ثانیه در نظر گرفته شده است که در هر مرحله از آزمایش ۲ لیتر بر ثانیه بر مقدار دبی افزوده شده و مقدار هد کل (مجموع هد استاتیک و سرعت) جریان محاسبه شده و ضریب

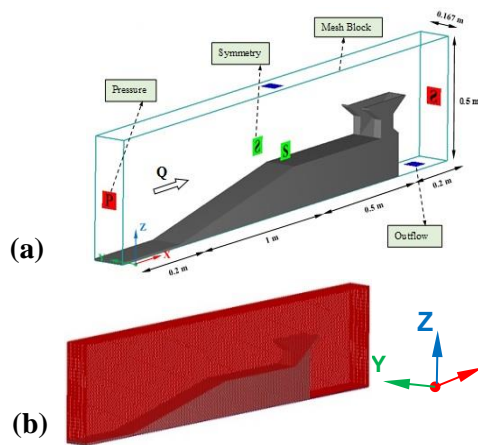
(RMSE) درستی و اعتبار این روابط ارزیابی شده است.

$$0.1 \leq \frac{H}{P} < 0.2 \quad (15)$$

$$C_d = 0.377 + 0.215 \left(\frac{W_i}{W_o} \right) + 0.171 \left(\frac{H}{P} \right) + 0.168 \left(\frac{W_i}{W_o} \right) \left(\frac{H}{P} \right) - 0.0745 \left(\frac{W_i}{W_o} \right)^2 - 3.55 \left(\frac{H}{P} \right)^2$$

$$0.2 \leq \frac{H}{P} \leq 0.9 \quad (16)$$

$$C_d = \begin{pmatrix} +0.631 + 0.194 \left(\frac{W_i}{W_o} \right) - 0.566 \left(\frac{H}{P} \right)^2 \\ -0.095 \left(\frac{W_i}{W_o} \right) \left(\frac{H}{P} \right) \\ -0.0478 \left(\frac{W_i}{W_o} \right)^2 + 0.361 \left(\frac{H}{P} \right)^2 \end{pmatrix}$$



شکل ۳. جزئیات مدل سازی عددی سرریز کلید پیانویی (a) شرایط مرزی و (b) نمای سه بعدی شبکه محاسباتی

Fig. 3. Details of the Numerical Simulation of the Piano Key Weir (a) Boundary Conditions and (b) 3D Computational mesh

جدول ۶. نتایج تحلیل واریانس Anova رابطه ضریب دبی برای هد نسبی ۰/۱-۰/۲

Table 6. Statistical Findings from ANOVA: Discharge Coefficient Relationships for H/P Values between 0.1 and 0.2

Source	Sum of squares	df	Mean square	F-value	P-value
Model	0.009	5	0.0019	996	< 0.0001
$\frac{W_i}{W_o}$	0.004	1	0.0043	2249	< 0.0001
$\frac{H}{P}$	0.005	1	0.0051	2661	< 0.0001
$\left(\frac{W_i}{W_o} \right) \left(\frac{H}{P} \right)$	0	1	0	6.37	0.0859
$\left(\frac{W_i}{W_o} \right)^2$	0	1	0.0001	63.1	0.0042
$\left(\frac{H}{P} \right)^2$	0	1	0.0001	30.0	0.0119
Residual	5.695E-6	3	1.898E-6		

خارج شود. برای مرزهای کناری و مرز بالادست و مرز فوقانی میدان جریان از شرط مرزی تقارن (Symmetry) استفاده شده است. به عنوان شرط اولیه، یک ستون آب ساکن با جزء حجم برابر با یک (VOF=1) در داخل میدان در نظر گرفته شد

۳- نتایج و بحث

۳-۱- تحلیل نتایج رابطه ضریب دبی استخراج شده با استفاده

از روش سطح پاسخ

روابط ضریب دبی ارائه شده برای سرریزهای کلید پیانویی بر اساس نتایج مطالعه اندرسون (2011)، در دو بازه هد نسبی جریان ۰/۱-۰/۲ و ۰/۲-۰/۹، تابعی از هد نسبی جریان و نسبت عرض کلیدهای ورودی و خروجی به صورت روابط (۱۵ و ۱۶) تعریف شده است. نرم افزار به منظور بررسی درستی مدل های ریاضی ارائه شده از تحلیل واریانس ANOVA استفاده کرده است. میزان تطابق نتایج (R²) مدل ریاضی ارائه شده با داده های آزمایشگاهی اندرسون (2011) برای بازه هد نسبی ۰/۱-۰/۲ (۹ داده) و ۰/۲-۰/۹ (۹ داده)، بیش از ۹۹ درصد و ۱ می باشد. انحراف معیار به ترتیب برای روابط (۱۵ و ۱۶)، ۰/۰۰۰۹ و ۰/۰۰۰۱ گزارش شده است. مقادیر Adjusted-R² که معادل و کمتر از R² لحاظ می شود به ترتیب برای روابط (۱۵ و ۱۶)، ۰/۹۹۸۴ و ۰/۹۹۹۹ تعیین شده است. مقدار ضریب تغییرات (Cv)، معادل ۰/۲۸۳۳ برای رابطه (۱۵) و ۰/۱۲۴۹ برای رابطه (۱۶) محاسبه شده است. جداول (۶ و ۷) برای تحلیل و بررسی مدل ریاضی ارائه شده است.

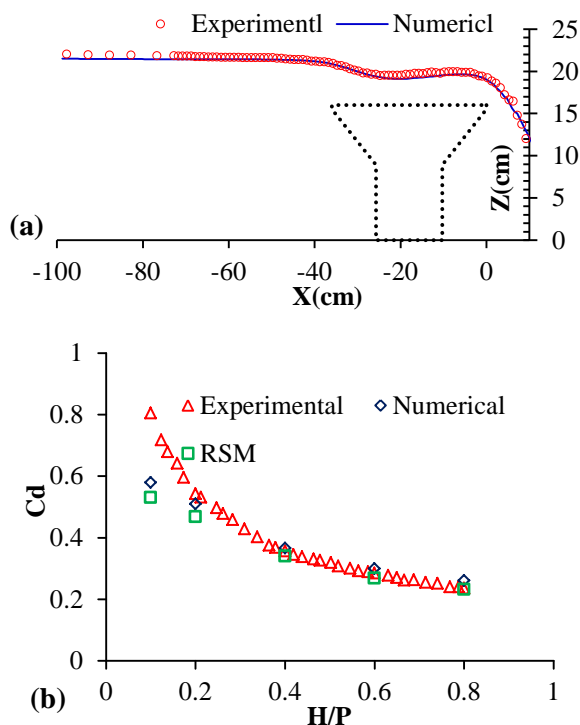
مطابق با جدول های تحلیل واریانس ارائه شده برای روابط ضریب دبی مقادیر P-Value و F-Value برای هر دو رابطه به ترتیب کمتر از ۵ درصد و بیشتر از مقادیر بحرانی می باشد که نشان دهنده اعتبار مدل ریاضی است. هر چند مقدار P-Value برای اثر بر هم کنش سطوح در رابطه ضریب دبی برای بازه هد نسبی ۰/۱-۰/۲ بیشتر از ۵ درصد محاسبه شده است اما به دلیل معتبر بودن اثر جداگانه هر کدام از این ترم ها در تعیین مقدار ضریب دبی، از حذف آن در مدل ریاضی ارائه شده خودداری شده است. جداول تحلیل واریانس و شاخص های محاسبه شده تنها برای ۱۸ داده در نظر گرفته شده است بدین منظور روابط ضریب دبی برای ۱۱۵ داده استخراج شده از مطالعه اندرسون (2011) تعمیم داده شده و با استفاده پارامترهای آماری مانند ضریب تعیین (R²)، میانگین خطای مطلق (MAE) و مجذور میانگین خطای مربعات

علی‌رغم استفاده از تعداد داده کمتر دارد.

۲-۳- مقایسه نتایج حاصل از روابط ضریب دبی به روش سطح

پاسخ و مدل‌سازی عددی با نتایج مطالعه آزمایشگاهی

در این بخش از تحقیق نتایج حاصل از مطالعه آزمایشگاهی سرریز کلید پیانویی با نتایج مدل‌سازی عددی و روش سطح پاسخ مورد بررسی و مقایسه قرار گرفته است. به منظور تعیین ضریب دبی جریان در مطالعه آزمایشگاهی، هد جریان روی تاج سرریز اندازه‌گیری شده و با در نظر گرفتن رابطه (۱۴) مقدار ضریب دبی محاسبه شده است. نتایج مدل‌سازی عددی نیز بعد از اطمینان از درستی همگرایی و مقایسه پروفیل سطحی جریان شکل (۵-ا)، به صورت نمودار (شکل ۵-ب) ارائه شده است. مطابق با نمودار (شکل ۵-ب)، برای تمامی مدل‌های ارائه شده، مقدار بیشینه ضریب دبی جریان در هدهای نسبی پایین اتفاق افتاده است که در این حالت سرریز دارای بیشترین راندمان خود است.



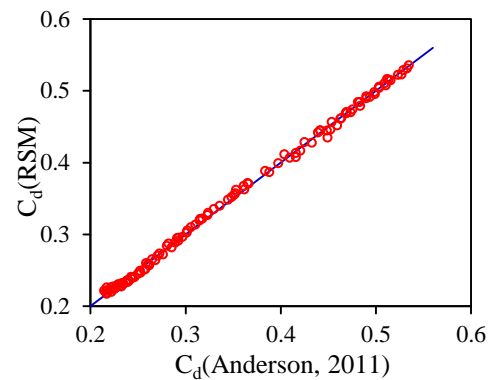
شکل ۵. مقایسه نتایج مدل‌سازی عددی و روش سطح پاسخ با داده آزمایشگاهی: (a) مقایسه پروفیل سطحی آب در مدل عددی و آزمایشگاهی به ازای $H/P = 0.4$; (b) نمودار مقایسه‌ای ضرایب دبی مدل آزمایشگاهی و عددی و روش سطح پاسخ

Fig. 5. Results Comparison of Numerical Simulation and RSM Method against Experimental Data: (a) Water Surface Profile Analysis at $H/P = 0.4$; (b) Discharge Coefficient Curves for RSM, Numerical, and Experimental Models

جدول ۷. نتایج تحلیل واریانس Anova رابطه ضریب دبی برای هد نسبی ۰/۹-۰/۲

Table 7. Statistical Findings from ANOVA: Discharge Coefficient Relationships for H/P Values between 0.2 and 0.9

Source	Sum of squares	df	Mean square	F-value	P-value
Model	0.040	5	0.008	17558	< 0.0001
$\frac{W_i}{W_o}$	0.001	1	0.001	2971	< 0.0001
$\frac{H}{P}$	0.036	1	0.036	78570	< 0.0001
$\left(\frac{W_i}{W_o}\right)\left(\frac{H}{P}\right)$	0	1	0	415	0.0003
$\left(\frac{W_i}{W_o}\right)^2$	0	1	0	107	0.0019
$\left(\frac{H}{P}\right)^2$	0.001	1	0.001	3102	< 0.0001
Residual	1.379E-6	3	4.596E-7		



شکل ۴. نمودار مقایسه‌ای روابط ضریب دبی ارائه شده به روش سطح پاسخ با داده‌های آزمایشگاهی مطالعه اندرسون (۲۰۱۱)

Fig. 4. Comparison of Discharge Coefficient between RSM Method and Experimental Data (Anderson 2011)

جدول ۸. مقایسه درصد اختلاف نتایج حاصل از شبیه‌سازی عددی و روش سطح پاسخ با نتایج آزمایشگاه

Table 8. Comparison of Percentage Differences between Numerical Simulation and RSM Method Results with Experimental Data

$\frac{H}{P}$	$C_d(Ex)$	$C_d(Nu)$	$C_d(RSM)$	%Diff _{Num}	%Diff _{RSM}
0.10	0.805	0.58	0.53	-38.8	-51.9
0.20	0.54	0.51	0.47	-5.9	-14.9
0.40	0.36	0.37	0.34	2.7	5.9
0.60	0.28	0.30	0.29	6.67	3.44
0.80	0.23	0.26	0.23	11.53	0

مطابق با شکل (۴)، ضریب دبی تعیین شده با استفاده از مدل‌های ریاضی ارائه شده با استفاده از روش سطح پاسخ دارای همخوانی بالایی با داده‌های مطالعه اندرسون (2011) است. همچنین مقادیر محاسبه شده پارامترهای آماری به ترتیب برای $RMSE, MAE, R^2$ معادل ۰/۹۹۸۵، ۰/۰۰۳۴ و ۰/۰۰۴۱ می‌باشد که نشان از دقت بالای روش سطح پاسخ در محاسبه ضریب دبی

جدول ۹. مقایسه شاخص‌های آماری روابط هیدرولیکی ضریب دبی سرریز کلید

پیانویی

Table 9. Comparison of Statistical Indices for Equations of Discharge Coefficient in Piano Key Weirs

Reference	MAPE	RMSE	R2
Kabiri-samani & Javaheri(2012)	%40.56	0.42	0.99
Leite Ribeiro et al. (2012)	%5.05	0.063	0.99
Cicero & Delisle (2013)	%24.3	0.36	0.94
Crookston & Tullis (2018)	%4.5	0.075	0.96
Kumar et al. (2020)	%98	1.05	0.91
Michailes (2012)	%6.8	0.071	0.96
RSM Method	%4.6	0.071	0.95

همواره بیشتر از مقدار ضریب دبی مدل آزمایشگاهی بوده است. مطابق با جدول (۹)، مقایسه میانگین درصد خطای مطلق (MAPE) و مجذور میانگین خطای مربعات (RMSE)، نشان دهنده عملکرد مطلوب و مناسب رابطه لیت‌ریبرو و همکاران (2012) در مقایسه با رابطه ضریب دبی کبیری‌سامانی-جواهری (2012) می‌باشد. شکل (۶-c، ۶-d، ۶-e) نشان‌دهنده مقایسه ضریب دبی محاسبه شده با استفاده از روابط کروکستون-تالیس (2018)، روش سطح پاسخ (تحقیق حاضر) و سی‌سرو-دلیس (2013) با ضریب دبی بدست‌آمده از مدل آزمایشگاهی می‌باشد. مطابق با نمودارهای استخراج شده، ضریب دبی حاصل از این روابط همواره از مقدار ضریب دبی بدست آمده از مدل فیزیکی مطالعه شده در تحقیق حاضر، کمتر است. همچنین برای سه رابطه مذکور، در بازه هد نسبی ۰/۱ الی ۰/۳، ضریب دبی حاصل از این روابط دارای بیشترین اختلاف با داده‌های حاصل از مدل فیزیکی می‌باشد که مقدار MAPE به ترتیب برای سه رابطه مذکور در بازه هد نسبی ۰/۳-۰/۱، ۱۱٪، ۱۲٪ و ۵۰٪ می‌باشد که با افزایش هد نسبی جریان از ۰/۳ الی ۰/۸، بر دقت این روابط افزوده شده است به طوری که مقدار MAPE برای سه رابطه مذکور به ترتیب در بازه‌ی مورد نظر ۱/۳٪، ۱/۲۵٪ و ۷٪ می‌باشد. روابط ارائه شده در تحقیق حاضر و کروکستون-تالیس (2018) با استفاده از نتایج تحقیق اندرسون (۲۰۱۱) می‌باشد که علی‌رغم استفاده از دو پارامتر هندسی $\frac{H_t}{P}$ و $\frac{W_i}{W_o}$ دارای دقت بالا و خطای کمتری در پیش‌بینی ضریب دبی جریان بوده (تاثیر پارامتر نسبت عرض کلیدها در رابطه کروکستون-تالیس (2018) به صورت ضرایب معین در نظر گرفته شده است)، که می‌تواند برای ارزیابی عملکرد سرریزهای کلید پیانویی در هدهای نسبی بالا مورد توجه قرار گیرد. مقایسه شاخص‌های آماری محاسبه شده برای سه رابطه مذکور مطابق با جدول (۹)، نشان‌دهنده عملکرد مشابه رابطه ضریب دبی کروکستون-تالیس (2018) و رابطه ضریب دبی استخراج شده با استفاده از روش سطح پاسخ در این تحقیق می‌باشد. هر چند مطابق با جدول (۱۰)، خطای حاصل از رابطه سی‌سرو و دلیس (2013) در مقایسه با دو رابطه مذکور بسیار بیشتر است اما در مقایسه با رابطه کبیری‌سامانی-جواهری (2012) دارای خطای کمتری می‌باشد. روند تغییرات ضریب دبی پیش‌بینی شده با استفاده از روابط کومار و همکاران (2020) نسبت به تغییرات هد نسبی

با افزایش هد نسبی جریان ضریب دبی روند نزولی پیدا کرده و با نزدیک شده به بیشینه هد نسبی جریان، مقدار ضریب دبی به حداقل خود رسیده است که در این هنگام روند تغییرات ضریب دبی نسبت به تغییرات هد نسبی جریان ناچیز می‌باشد.

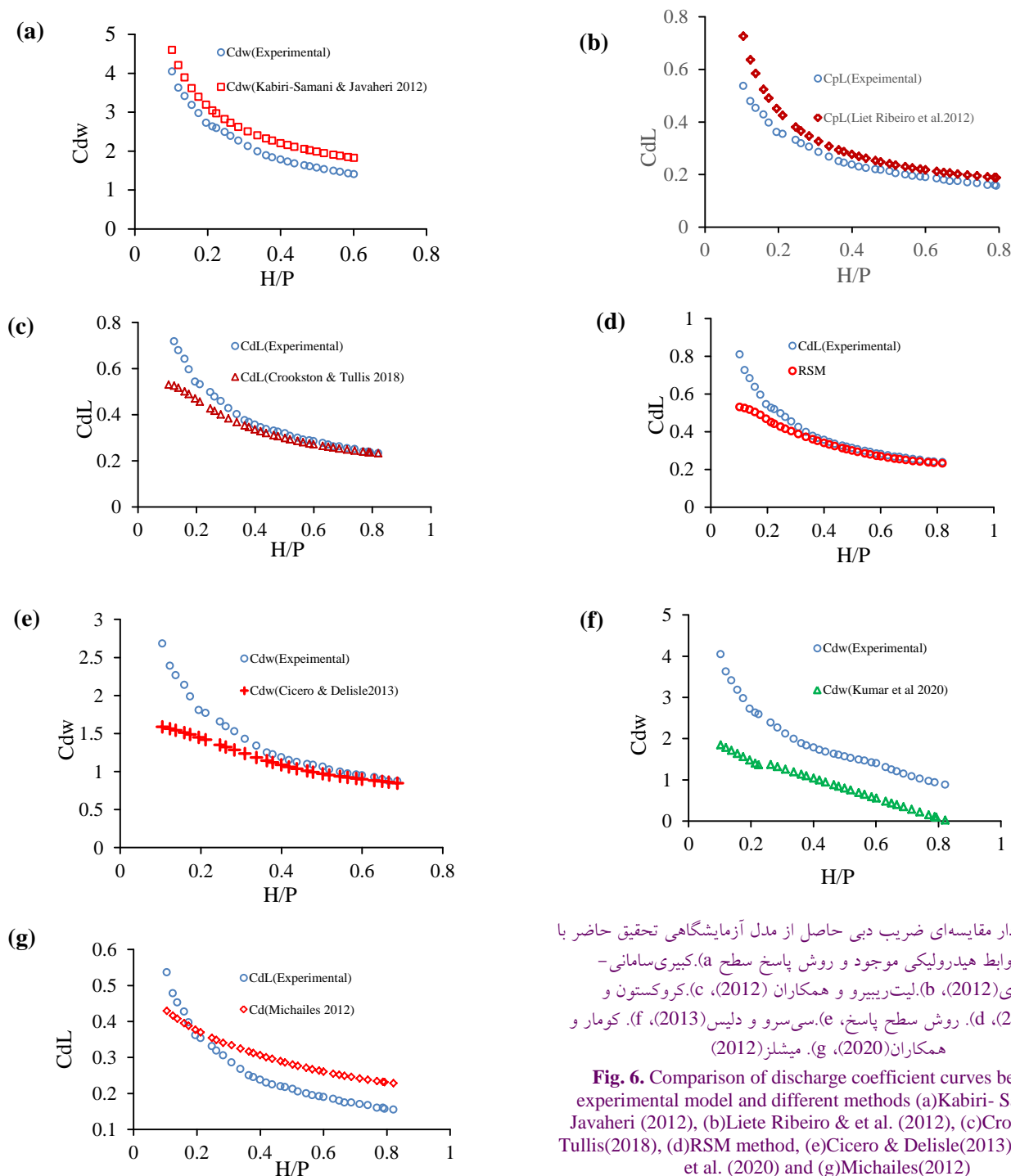
مطابق با نمودار شکل (۵-b) و جدول (۸)، بیشترین اختلاف نتایج شبیه‌سازی عددی و روش سطح پاسخ با داده‌های مطالعه آزمایشگاهی، در ابتدای بازه هد نسبی $(0.1 \leq \frac{H}{P} < 0.2)$ رخ داده است که با افزایش هد نسبی جریان بر تطابق داده‌های عددی و روش سطح پاسخ با داده‌های آزمایشگاهی افزوده می‌شود. در حالت کلی و با توجه به جدول (۸)، ضریب دبی حاصل از مدل‌سازی عددی و پیش‌بینی شده به روش سطح پاسخ برای هدهای نسبی بازه ۰/۲ الی ۰/۸ دارای تطابق بهتر و مطلوبی با داده‌های آزمایشگاهی بوده که می‌تواند در مطالعه سرریزهای کلید پیانویی مورد توجه قرار گیرد.

۳-۳- مقایسه و ارزیابی روابط ضریب دبی سرریز کلید پیانویی

به منظور مقایسه و ارزیابی روابط ضریب دبی ارائه شده در دیگر مراجع، باید توجه داشت که در هرکدام از این مراجع برای دبی عبوری از تاج سرریز کلید پیانویی، معادله معینی در نظر گرفته شده است. بدین منظور در تحقیق حاضر مقادیر ضریب دبی مدل فیزیکی مطالعه شده در این تحقیق با در نظر گرفتن این موضوع محاسبه شده است و سپس نتایج حاصل با مقادیر ضریب دبی بدست آمده از روابط ارائه شده در مراجع، مقایسه و ارزیابی شده است. مطابق با شکل (۶-a و ۶-b)، در محدوده هد نسبی جریان معین، ضریب دبی حاصل از روابط ارائه شده توسط کبیری‌سامانی-جواهری (۲۰۱۲) و لیت‌ریبرو و همکاران (2012)

گفته شده به ترتیب برای بازه هد نسبی جریان ۰/۱ تا ۰/۳، ۰/۴ و ۰/۴۵ و در بازه هد نسبی ۰/۳ الی ۰/۸۲، به ترتیب ۸/۱٪ و ۰/۸۱ می‌باشد. این در حالی است که مقدار شاخص‌های آماری گفته شده در بازه هد نسبی ۰/۱ تا ۰/۳، برای رابطه لیت ریبرو و همکاران (2012) به ترتیب ۹/۱٪ و ۰/۱۰ و برای بازه هد نسبی ۰/۳ الی ۰/۸۲، شاخص‌های آماری گفته شده به ترتیب ۳/۲٪ و ۰/۳۲ می‌باشد که در مقایسه با بازه هد نسبی جریان

جریان به صورت خطی بوده (شکل f-۶). این اساساً با ماهیت روند تغییرات ضریب دبی سرریزهای آزاد در تناقض بوده و علاوه بر آن مطابق شاخص‌های آماری محاسبه شده در جدول (۹) دارای خطای زیادی در پیش‌بینی ضریب دبی جریان می‌باشد. ارزیابی رابطه ارائه شده توسط میشلز (۲۰۱۲) نشان می‌دهد که با افزایش هد نسبی جریان میزان خطای رابطه افزایش پیدا کرده است (شکل g-۶). مقدار شاخص‌های آماری MAPE و RMSE برای رابطه



شکل ۶. نمودار مقایسه‌ای ضریب دبی حاصل از مدل آزمایشگاهی تحقیق حاضر با نتایج روابط هیدرولیکی موجود و روش پاسخ سطح (a) کبیری‌سامانی - جواهری (2012)، (b) لیت‌ریبرو و همکاران (2012)، (c) کروکستون و تالیس (2018)، (d) روش سطح پاسخ، (e) سی‌سرو و دلیس (2013)، (f) کومار و همکاران (2020)، (g) میشلز (2012)

Fig. 6. Comparison of discharge coefficient curves between experimental model and different methods (a) Kabiri- Samani & Javaheri (2012), (b) Liet Ribeiro & et al. (2012), (c) Crookston & Tullis(2018), (d) RSM method, (e) Cicero & Delisle(2013), (f) Kumar et al. (2020) and (g) Michailis(2012)

است این در حالی است که با افزایش هد نسبی جریان از ۰/۳ الی ۰/۸، مقدار این شاخص آماری برای روابط مذکور به ترتیب ۳/۲٪، ۸/۱٪ و ۴۹/۲۰٪ محاسبه شده است. مقایسه مقادیر شاخص آماری نشان دهنده عملکرد مطلوب روابط لیت ریبریرو و همکاران (2012) و میشلز (2012) در مقایسه با رابطه‌ی ضریب دبی ارائه شده توسط کبیری سامانی - جواهری (2012) در بازه هد نسبی در نظر گرفته شده است.

۳- مقدار MAPE برای روابط ضریب دبی بدست آمده از روش RSM-CCD و کروکستون - تالیس (2018) و سی سرو - دلیس (2013) برای بازه‌ی هد نسبی جریان ۰/۳-۰/۱ به ترتیب ۱۲٪، ۱۱٪ و ۵۰٪ است. مقدار MAPE برای سه رابطه گفته شده در بازه هد نسبی ۰/۳-۰/۸ به ترتیب ۱/۲۵٪، ۱/۳٪ و ۷٪ است. که نشان دهنده افزایش دقت روابط ارائه شده با افزایش هد نسبی جریان است.

۴- در حالت کلی هدف از طراحی سرریزهای کلید پیلانویی افزایش ظرفیت سرریز برای جریان با هدهای نسبی بالا می باشد. نتایج نشان دهنده‌ی عملکرد مطلوب روابط لیت ریبریرو و همکاران (2012) و RSM-CCD و کروکستون - تالیس (2018) در بازه هد نسبی جریان بالا است. که میتواند در پیش بینی ضریب دبی سرریز کلید پیلانویی مدل A مورد توجه قرار گیرد.

۵- با توجه به شاخص آماری R^2 ، MAPE، RMSE محاسبه شده برای رابطه ارائه شده در مطالعه میشلز (2012) که به ترتیب عبارتند از ۰/۹۶، ۰/۶/۸، ۰/۰۷۱ و همچنین تنوع مدل‌های سرریز کلید پیلانویی استفاده شده در مطالعه میشلز (2012) بر خلاف رابطه کبیری سامانی - جواهری (2012) می تواند برای طراحی انواع مدل‌های سرریز کلید پیلانویی در نظر گرفته شود.

۶- با توجه به تعدد پارامترهای هندسی سرریزهای کلید پیلانویی امکان ارائه یک طرح جامع برای ساخت این مدل از سرریزها میسر نبوده است. روش سطح پاسخ (RSM) یک روش طراحی آزمایش معتبر است که می توان از آن برای طراحی مدل‌های فیزیکی مختلف سرریزهای کلید پیلانویی با نسبت پارامترهای هندسی متنوع در شرایط و مقادیر مختلف هد جریان استفاده نمود. در این روش علاوه بر کاهش تعداد مدل و آزمایش که باعث کاهش هزینه و زمان خواهد شد، می توان

۰/۳-۰/۱، به میزان تقریبی یک سوم کاهش یافته است. مقادیر MAPE و RMSE برای رابطه کبیری سامانی - جواهری (2012) به ترتیب برای بازه هد نسبی ۰/۳-۰/۱، معادل ۵۰٪ و ۰/۵۱ و در بازه هد نسبی ۰/۳-۰/۶ معادل ۴۹/۲۰٪ و ۰/۵۱ می باشد. روابط ارائه شده توسط لیت ریبریرو و همکاران (2012)، کبیری سامانی - جواهری (2012) و میشلز (2012)، شامل پارامترهای هندسی متعددی است که حاصل مطالعه گسترده‌ای از مدل‌های هندسی سرریزهای کلید پیلانویی می باشد. نتایج بدست آمده از تحقیق حاضر نشان می دهد که در بین سه رابطه مذکور روابط ریبریرو و همکاران (2012) و میشلز (2012) در مقایسه با رابطه ضریب دبی کبیری سامانی - جواهری (2012) دارای خطای کمتری می باشد.

۴- نتیجه گیری

در این تحقیق، ضریب دبی سرریزهای کلید پیلانویی مستطیلی با استفاده از روش سطح پاسخ بررسی شده است. بدین منظور ابتدا از داده های آزمایشگاهی اندرسون (۲۰۱۱) استفاده شده و با روش سطح پاسخ رابطه جامعی برای دو بازه نسبت H/P از ۰/۱ تا ۰/۲ و ۰/۲ الی ۰/۹ استخراج شده و با داده‌های آزمایشگاهی مقایسه و درستی آزمایی شد. در ادامه برای ارزیابی جامعیت رابطه استخراج شده، مطالعه آزمایشگاهی و شبیه‌سازی عددی یک سرریز کلید پیلانویی جدید انجام شده و به ازای طیف وسیعی از نسبت هد به ارتفاع، ضریب دبی این سرریز تعیین و مدل عددی نیز با مقایسه پروفیل طولی سطح آب و نمودار ضریب دبی بین داده های آزمایشگاهی و نتایج مدل عددی درستی آزمایی شد. در ادامه، روابط تجربی موجود در مطالعات قبلی و همچنین، رابطه استخراج شده در تحقیق حاضر با داده‌های آزمایشگاهی مدل جدید مقایسه و بر اساس معیارهای آماری، دقت این روابط ارزیابی شد. بررسی مقادیر پارامترهای آماری محاسبه شده برای ارزیابی روابط مختلف ضریب دبی نشان می دهد که:

۱- دقت این روابط در بازه‌های مختلف هد نسبی جریان متغیر است.

۲- مقایسه روابط تجربی ارائه شده توسط لیت ریبریرو و همکاران (2012)، میشلز (2012) و کبیری سامانی - جواهری (2012)، نشان می دهد که در بازه هد نسبی جریان ۰/۳-۰/۱ مقدار MAPE برای روابط گفته شده به ترتیب ۹/۱٪، ۴٪ و ۵۰٪

تعارض منافع

نویسندگان هیچگونه تعارض منافی ندارند.

سهم نویسندگان

سهم هر یک از نویسندگان با هم برابر است.

منابع مالی

این پژوهش با حمایت مادی دانشگاه محقق اردبیلی انجام شده است.

با استفاده از دیگر قابلیت‌های موجود در این روش روابط ضریب دبی، مدل بهینه از سرریز کلید پیانویی با در نظر گرفتن پارامترهای هندسی مختلف ارائه داد و با مدل‌های بهینه ارائه شده در دیگر مراجع از نظر کارایی هیدرولیکی و هزینه ساخت مقایسه کرد.

قدردانی نویسندگان

از حمایت مادی و معنوی دانشگاه محقق اردبیلی و پژوهشکده مهندسی آب و آبهای معدنی تشکر و قدردانی می‌شود.

References

- [1] Laugier, F., 2007. Design and construction of the first Piano Key Weir spillway at Goulours dam. *International Journal on Hydropower & Dams*, 14(5), pp.94-100.
- [2] Ribeiro, M.L., Pfister, M. and Schleiss, A.J., 2013, October. Overview of Piano Key weir prototypes and scientific model investigations. In *Proceedings of the 2nd International Workshop on Labyrinth and Piano Key Weirs* (pp. 273-281).
- [3] Erpicum, S., Archambeau, P., Pirotton, M. and Dewals, B., 2014. Geometric parameters influence on Piano Key Weir hydraulic performances. In *5th Int. Symp. on Hydraulic Structures*. The University of Queensland, Brisbane, Australia.
- [4] Ouamane, A. and Lemperier, F. 2006. Design of a new economic shape of weir. In *Proceedings of the International Symposium on Dams in the Societies of the 21st Century* (pp. 463-470). Barcelona, Spain.
- [5] Safarzadeh, A. and Norouzi, B. 2013. Comparison of three-dimensional hydrodynamics of rectangular piano key and labyrinth weirs. In *Proceedings of the International Conference on Civil Engineering, Architecture, and Sustainable Urban Development* (pp. 102-111). Tabriz, Iran. (In Persian).
- [6] Kabiri-Samani, A. and Javaheri, A. 2012. Discharge coefficients for free and submerged flow over piano key weirs. *Journal of Hydraulic Research*, 50, pp.114-120.
- [7] Leite Ribeiro, M., Pfister, M., Schleiss, A. J. and Boillat, J. 2012. Hydraulic design of A-type piano key weirs. *Journal of Hydraulic Research*, 50, pp.400-408.
- [8] Machiels, O. 2012. *Experimental study of the hydraulic behavior of piano key weirs* (PhD thesis). HECE Research Unit, University of Liege, Belgium.
- [9] Kumar, M., Sihag, P., Tiwari, N. K. and Ranjan, S. 2020. Experimental study and modelling discharge coefficient of trapezoidal and rectangular piano key weirs. *Journal of Water Science*, 10(1), p.43.
- [10] Crookston, B. M., Anderson, R. M. and Tullis, B. P. 2018. Free-flow discharge estimation method for piano key weir geometries. *Journal of Hydro-Environment Research*, 19, pp.160-167.
- [11] Sangsefidi, Y., Mehraein, M., Ghodsian, M. and Motalebizadeh, M. R. 2017. Evaluation and analysis of flow over arced weirs using traditional and response surface methodologies. *Journal of Hydraulic Engineering*, 143(11), 04017048.
- [12] Cicero, G. M. and Delisle, J. R. 2013. Discharge characteristics of piano key weirs under submerged flow. In *Proceedings of the Second International Workshop on Labyrinth and Piano Key Weirs-PKW 2013* (pp. 101-109). London: Taylor & Francis Group.
- [13] Anderson, R. M. 2011. *Piano key weir head discharge relationship* (Master's thesis, Utah State University). Retrieved from All Graduate Thesis and Dissertations repository.

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم؟

Safarzadeh, A. and Velayati, H., 2026. Assessing Experimental Relationships and Numerical Modeling for Predicting Discharge Coefficient of Rectangular Piano Key Weirs using Response Surface Methodology. *Modares Civil Engineering journal*, 26(2), pp.7-18.

