

مدل سازی جریان دانه‌ای در سیلو به روش نیمه ضمنی ذرات متحرک با تراکم ضعیف (WCMPs) با مدل رئولوژیکی هرشل بالکی نمایی

احسان جعفری ندوشن^{*}

۱ استادیار، گروه مهندسی عمران، پردیس بیجار، دانشگاه کردستان، سنندج، ایران.

ehsan.jafai@uok.ac.ir

پذیرش: ۱۴۰۱/۱۲/۱۰

دریافت: ۱۴۰۱/۰۸/۱۸

چکیده

سیلوها در بسیاری از فرآیندهای صنعتی و مهندسی به طور گسترده مورد استفاده قرار می گیرند، بنابراین تخلیه مواد دانه ای و غلات از سیلوها به عنوان یکی از مهم ترین مسائل مورد توجه قرار گرفته است. با توجه به هزینه بالای مطالعات آزمایشگاهی بر روی مواد و شرایط مختلف، روش های محاسباتی به عنوان یک رویکرد جایگزین با هزینه بسیار کمتر مورد استفاده قرار می گیرند. به دلیل توانایی روش های لاگرانژی برای مدل سازی تغییر شکل ها و ناپیوستگی های بزرگ، در این مطالعه یک مدل لاگرانژی بدون شبکه بر اساس یک فرمول MPS با تراکم ضعیف برای شبیه سازی تخلیه سیلو از مواد دانه ای توسعه و ارزیابی شده است. در این مطالعه ماده دانه ای به عنوان یک سیال ویسکو-پلاستیک غیرنیوتنی در نظر گرفته می شود و یک مدل رئولوژیکی هرشل-بالکی (H-B) تنظیم شده نمایی برای مدل سازی رفتار دانه های استفاده شده است. قابلیت روش عددی توسعه یافته برای تخلیه مواد دانه ای از سیلوها ارزیابی شده است و با نتایج آزمایشگاهی و روش DEM مقایسه شده است. مقایسه نتایج پروفیل سطح و پروفیل سرعت روش عددی توسعه یافته برای تخلیه دانه ها از سیلو با اندازه گیری های تجربی موجود و روش DEM، قابلیت های مدل پیشنهادی را برای پیش بینی دقیق پروفیل های سطح و سرعت در این مسئله نمونه را نشان می دهد.

واژگان کلیدی: روش نیمه ضمنی ذرات متحرک، مدل هرشل-بالکی نمایی، مواد دانه ای، سیلو

۱- مقدمه

به این موضوع داده شده را توجیه می کند. مدینا و همکاران (۲۰۱۴) تأثیر ابعاد و هندسه روزنه بر سرعت جریان مواد دانه ای مورد مطالعه قرار دادند و رابطه بین سرعت جریان در مقابل اندازه دانه و قطر روزنه بدست آوردند [1]. لتوریا و همکاران (۲۰۱۴) خواص جریان چندین ماده دانه ای را با

سیلوها به طور گسترده در کاربردهای ژئوتکنیکی و کشاورزی استفاده می شوند، به همین دلیل درک کامل دینامیک تخلیه و شبیه سازی مواد دانه ای بسیار مهم است. به علاوه، تنوع رفتارهایی که در یک سیلو وجود دارد، علاقه علمی زیادی که

روش‌های مختلف بررسی کردند [2]. مانکوچ و همکاران (۲۰۰۹) به طور تجربی تأثیر نوسانات عمودی را بر بهبود جریان مواد و رفع گرفتگی سیلو مورد مطالعه قرار دادند [3]. جاندا و همکاران (۲۰۰۹) از ارتعاش نیز برای رفع انسداد استفاده کردند [4]. زوریگل و همکاران (۲۰۰۵) تأثیر ویژگی‌های مواد و شکل دانه‌ها را بر انسداد جریان سیلو بررسی کردند [5]. آخوندی زاده و خلیلی (۲۰۱۶) تأثیر ماده مرطوب بر انسداد سیلو را با ضربه بررسی کردند [6]. همچنین آخوندی زاده و همکاران (۲۰۱۷) ضربه‌های بهینه توپ را برای حل انسداد سیلو بررسی کردند [7]. به طور کلی، روش‌های عددی مبتنی بر شبکه مانند روش اجزای محدود^۱ بعضاً مشکلاتی در برخورد با پدیده‌های پیچیده با تغییر شکل‌های بزرگ و ناپیوستگی سطح آزاد دارند، تکنیک‌های عددی مشهور برای ردیابی سطح آزاد جریان، مانند روش مارکر و سل^۲ و روش حجم سیال^۳، روش‌های مبتنی بر شبکه را قادر به شبیه‌سازی سطح آزاد می‌سازند [8]. با این حال، مشکل اصلی در استفاده از چنین روش‌هایی در نقاط با تغییر شکل‌های ناگهانی و یا نقاط پراکنده است [9]. همچنین، به علت ترم جابه‌جایی در معادلات، این روش‌ها با مشکل انتشار عددی روبرو هستند [10]. در سال‌های اخیر، نسل جدیدی از روش‌های عددی، به نام روش‌های ذرات بدون شبکه (لاگرانژی) برای حل مسائل دینامیک سیالات محاسباتی^۴ توسعه یافته‌اند. با توجه به ماهیت روش‌های لاگرانژی بدون شبکه، این روش‌ها می‌توانند تغییر شکل‌های بزرگ را کنترل کنند. روش نیمه‌ضمنی ذرات متحرک^۵ (MPS) یک مدل کاملاً لاگرانژی است که در ابتدا برای مسائل مکانیک سیالات توسعه یافته است. گوتو و ساکایی (۱۹۹۹) شکست امواج روی هندسه‌های مختلف بستر دریا را شبیه‌سازی نمودند. مدل‌سازی آنها روی شیب یکنواخت غیرقابل نفوذ، شیب یکنواخت نفوذپذیر و یک دیواره عمودی با پله‌های کوچک صورت گرفت و نتایج مطلوبی به دست

آمد [11]. گوتو و ساکایی (۲۰۰۶) یک مدل چند فازی MPS را برای شبیه‌سازی مسائل با فازهای مایع و گاز یا مایع و جامد انتقال رسوب و اجسام شناور توسعه دادند [12]. عطایی آشتیانی و فرهادی (۲۰۰۶) توابع کرنل مختلف را مقایسه نموده و رابطه‌ای برای افزایش پایداری مدل MPS ارائه دادند [13]. شیباتا و کوشیزوکا (۲۰۰۷) مدل MPS سه بعدی را برای شبیه‌سازی برخورد موج به عرشه کشتی و پیش‌بینی فشار ناشی از برخورد به کار بردند [15]. خیر و گوتو (۲۰۰۹) روی بخش مومتم مدل کار کردند و رابطه جدیدی برای تغییرات فشار پیشنهاد دادند. آنها همچنین برای غلبه بر نوسانات فشار، تراکم‌پذیری کم را برای مدل قائل شدند [15]. خیر و گوتو (۲۰۱۰) مدل مرتبه بالاتری برای پایداری و ارتقای محاسبات فشار در مدل MPS معرفی کردند [16]. کوندو و کوشیزوکا (۲۰۱۱) به منظور غلبه بر نوسانات فشار، رابطه جدیدی برای جمله منبع در معادله پواسون فشار پیشنهاد کردند [17]. شکیبایی‌نیا و جین (۲۰۱۰) روش MPS با تراکم ضعیف^۶ (WCMPs) را برای مدل‌سازی مایعات تراکم‌ناپذیر پیشنهاد کردند در این روش سیال به جای کاملاً غیر قابل تراکم، به صورت نسبتاً تراکم‌پذیر در نظر گرفته می‌شود و به جای حل معادله پواسن فشار به صورت ضمنی، از معادله حالت، که به صورت صریح حل می‌شود، استفاده می‌گردد. آنها نشان دادند که این روش نه تنها نوسانات MPS مصنوعی را بهبود می‌دهد، بلکه کمی کارایی مدل در مقایسه با MPS استاندارد (کاملاً تراکم‌پذیر) را افزایش می‌دهد [18]. شکیبایی‌نیا و جین (۲۰۱۰) یک روش MPS با تراکم ضعیف (WCMPs) را برای شبیه‌سازی جریان‌های سطح آزاد دوبعدی با مرز باز توسعه دادند. آنها نشان دادند که این روش نه تنها نوسانات غیر فیزیکی روش MPS را کاهش می‌دهد، بلکه کارایی و دقت مدل را در مقایسه با روش MPS اصلی افزایش می‌دهد [19]. شکیبایی‌نیا و جین (۲۰۱۲) یک روش MPS چند فازی را برای سیستم‌های چند ویسکوزیته چند دانسیته پیشنهاد کردند آنها با ترکیب مدل MPS چند فازی خود با روابط رئولوژیکی مختلف، کاربرد مدل خود را به

¹. Finite Element Method

². Marker and Cell

³. Volume of Fluid

⁴. Computatainal Fluid Dynamic

⁵. Moving Particle Semi-implicit

⁶. Weakly Compressible MPS

لازم به ذکر است که در شکل لاگرانژی در معادله جرم و مومنتوم ترم شتاب جابه‌جایی وجود ندارد و حرکت ذرات به سادگی با رابطه $Dr/Dt=u$ محاسبه می‌شود. با در نظر گرفتن سیستم چند فاز و دانه‌ها به عنوان یک سیستم چند ویسکوزیته و چند چگالی، معادلات حاکم برای هر دو فاز بدون اعمال نیروهای اضافی معتبر هستند [20].

۳- روش MPS

از آنجایی که معادلات حاکم بر جریان در شکل کلی آن راه حل تحلیلی ندارند، بنابراین این معادلات منقطع شده و سپس با روش‌های اویلری یا لاگرانژی حل می‌شوند. در روش‌های لاگرانژی برخلاف روش اویلری، به جای شبکه‌بندی میدان حل و منقطع‌سازی معادلات روی گره‌ها، میدان حل به تعدادی ذره تقسیم می‌شود و معادلات منقطع شده روی این ذرات حل می‌شوند. در واقع معادلات حاکم با استفاده از عملگرهای مختلف به معادلات برهمکنش ذرات تبدیل می‌شوند. در این بین ذراتی که به ذره مورد مطالعه نزدیکتر هستند، تاثیر بیشتری روی آن ذره خواهند داشت. به گونه‌ای که می‌توان تاثیر ذرات نسبتاً دور را در مقایسه با ذرات نزدیک نادیده گرفت و برهمکنش بین ذرات را به حوزه خاصی به نام شعاع تاثیر محدود کرد. اثر هر ذره بر ذره محاسبه شده با تابع وزنی اندازه‌گیری می‌شود. وزن ذرات همسایه در شعاع تاثیر یک ذره خاص توسط تابع تابع کرنل انجام می‌شود. شکل (۱) موقعیت ذره مورد نظر در میدان حل و اندرکنش با ذرات همسایه را نشان می‌دهد. تابع کرنل برای درونیابی کمیت‌های فیزیکی در اطراف هر ذره استفاده می‌شود.

شکل ۱. موقعیت ذره مورد نظر در میدان حل و اندرکنش با ذرات همسایه

جریان‌های چند فاز جامد-مایع گسترش دادند [20]. جعفری ندوشن و همکاران (۲۰۱۶) یک روش لاگرانژی بدون شبکه مبتنی بر فرمولاسیون نیمه ضمنی ذرات متحرک ضعیف تراکم پذیر توسعه دادند و آن را برای شبیه‌سازی جریان بر روی سرریزها تحلیل بکار بردند [21]. جعفری ندوشن و همکاران (۲۰۱۸) و تاج نسایی و همکاران (۲۰۱۸) یک مدل WC-MPS چند فاز را برای جریان‌های رسوب محور توسعه دادند و به طور کامل رفتار رسوب را توصیف کردند [22 و 23]. جعفری ندوشن و شکیبایی نیا (۲۰۱۹) از مدل چند فاز بدون شبکه برای مدل‌سازی آبستگي موضعی با رئولوژی $\mu(I)$ استفاده کردند [24]. پژوهش حاضر با هدف توسعه یک مدل بدون شبکه بر اساس WC-MPS برای شبیه‌سازی تخلیه مواد دانه از داخل سیلو انجام شده است. برای پیش‌بینی رفتار غیر نیوتنی فاز دانه‌ای، از مدل رئولوژیکی هرشل بالکی (H-B) استفاده شده است که با استفاده از مدل توانی توسعه داده شده است. و معیار تسلیم مور-کلمب با فشار مؤثر دینامیکی برای محاسبه تنش تسلیم استفاده شده است، مدل مورد نظر برای پروفایل‌های سطح آزاد و پروفیل‌های سرعت اعتبارسنجی و ارزیابی شده است. مقایسه نتایج با اندازه‌گیری‌های تجربی موجود و روش المان مجزا^۷ قابلیت‌های مدل پیشنهادی را در پیش‌بینی دقیق این مسئله نشان داد.

۲- معادلات جریان

معادلات حاکم بر جریان سیال شامل بقای جرم و مومنتوم در مختصات لاگرانژی به شرح زیر است:

$$\begin{cases} \frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 & \text{Mass conservation} \\ \rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \mathbf{f} & \text{Momentum conservation} \\ p = f(\rho) & \text{Equation of state} \\ \frac{D\mathbf{r}}{Dt} = \mathbf{u} & \text{Lagrangian Motion} \end{cases} \quad (1)$$

در روابط فوق، $\mathbf{u}$ بردار سرعت، t زمان، ρ چگالی سیال، P فشار، و $\mathbf{f}$ نشان‌دهنده نیروهای جسم (به عنوان نمونه، گرانش $\mathbf{g}$)، $\mathbf{r}$ بردار موقعیت و $\boldsymbol{\tau}$ تانسور تنش برشی است.

به طور مشابه، دیورژانس بردار دلخواه $\mathbf{u}$ به صورت زیر ارائه شده است [18]:

$$\langle \nabla \cdot \mathbf{u} \rangle_i = \frac{d}{n_0} \sum_{j \neq i} \left[\frac{\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_j}{r_{ij}} \cdot \frac{\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i}{r_{ij}} W(r_{ij}, r_e) \right] \quad (6)$$

که در آن d بعد فضای حل، n_0 مقدار متوسط چگالی عددی ذرات اولیه r بردار موقعیت می باشد. فرمول لاپلاس به وسیله متوسط وزنی مقادیر فیزیکی توزیع شده از ذره i به ذرات مجاور خود محاسبه می شود. بر این اساس، اپراتور لاپلاسی به صورت رابطه ۱۱ تعریف می شود [18].

$$\langle \nabla^2 \mathbf{u} \rangle_i = \frac{2d}{\lambda n_0} \sum_{ij} [(\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_j) W(r_{ij}, r_e)] \quad (7)$$

که در آن λ پارامتر معرف برای حفظ تساوی افزایش واریانس با راه حل تحلیلی است. این پارامتر به صورت رابطه (۸) تعریف می شود [19]:

$$\lambda = \frac{\int_v W(r, r_e) r^2 dv}{\int_v W(r, r_e) dv} \approx \frac{\sum_{j \neq i} r_{ij}^2 W(r_{ij}, r_e)}{\sum_{j \neq i} W(r_{ij}, r_e)} \approx \langle r_{ij}^2 \rangle \quad (8)$$

۳-۲- محاسبه فشار

در روش WC-MPS سیستم به عنوان سیستمی با تراکم پذیری ضعیف در نظر گرفته می شود و فشار هر ذره را با استفاده از معادله حالت محاسبه می کند. در این تحقیق از معادله حالت تایت استفاده شده است که برای جریان آب با فشار بالا استفاده می شود و به صورت معادله ۹ بیان می شود [18]:

$$p_i = \frac{\rho c_0^2}{\gamma} \left[\left(\frac{\langle \rho \rangle_i}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \right] = \frac{\rho c_0^2}{\gamma} \left[\left(\frac{\langle n \rangle_i}{n_0} \right)^\gamma - 1 \right] \quad (9)$$

که در آن معمولاً $\gamma = 7$ ، k مدول حجمی مایع و c_0 سرعت مصنوعی صوت و n_i چگالی عددی ذره در مرحله پیش بینی است.

از آنجا که استفاده از سرعت صوت واقعی برای سیال، منتج به گام زمانی بسیار کوچک می رسد، معمولاً از سرعت صوت مصنوعی با مقداری کوچکتر استفاده می شود. برای حفظ تغییرات چگالی مایع ($\Delta \rho / \rho$) کمتر از ۱٪ چگالی مرجع، سرعت صوت باید بیش از ۱۰ برابر حداکثر سرعت

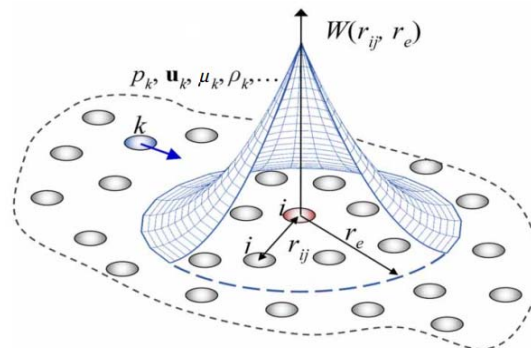


Fig. 1. MPS kernel interpolation conceptual model [24]

پارامتر بدون بعد، چگالی عددی ذرات برای نشان دادن تراکم ذرات در اطراف یک ذره خاص (پارامتر n)، به صورت معادله ۲ تعریف شده است [18].

$$\langle n \rangle_i = \sum_{j \neq i} W(r_{ij}, r_e) \quad (2)$$

با فرض اینکه همه ذرات دارای جرم مساوی (m) هستند، مقدار هموار چگالی سیال برای ذره i به صورت زیر بدست می آید:

$$\langle \rho \rangle_i = \frac{\sum_{ij} M_i W(r_{ij}, r_e)}{\int_v W(r, r_e) dv} = \frac{M}{\int_v W(r, r_e) dv} \langle n \rangle_i = \frac{\rho \langle n \rangle_i}{n_0} \quad (3)$$

در این رابطه، n_0 متوسط چگالی عددی اولیه ذرات، (-) اپراتور تقریب کرنل و منجر کسر انتگرال از تابع کرنل در منطقه تعامل است. تابع کرنل که در این مطالعه استفاده شده، تابع چند جمله ای ناهمگون در مرتبه سوم است، که توسط شکیبایی نیا و جین، (۲۰۱۰) پیشنهاد شده است [18].

$$W(r_{ij}, r_e) = \begin{cases} (1 - r_{ij}/r_e)^3 & 0 \leq (r_{ij}/r_e) < 1 \\ 0 & (r_{ij}/r_e) \geq 1 \end{cases} \quad (4)$$

۳-۱- گسسته سازی MPS

همان گونه که در معادلات حاکم مشاهده می شود، اپراتورهای گرادیان، دیورژانس و لاپلاسی در این معادلات وجود دارد که باید در میدان ذرات گسسته شوند. گرادیان MPS یک کمیت دلخواه ϕ با میانگین وزنی بردارهای گرادیان بین ذره مورد نظر i و هر یک از ذرات همسایه آن به دست می آید [18].

$$\langle \nabla \phi \rangle_i = \frac{d}{n_0} \sum_{j \neq i} \left[\frac{\phi_i - \phi_j}{r_{ij}} \frac{\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i}{r_{ij}} W(r_{ij}, r_e) \right] \quad (5)$$

سیال ($\|u\|_{\max}$) باشد از آنجا که از روش صریح استفاده شده است، شرایط پایداری (شرایط CFL) باید ارضا شود [25].

۴- رئولوژی جریان دانه‌ای

سیستم هوا و دانه‌ها چند فازی از جامدات و گاز است که هر دو فاز به صورت پیوسته در نظر گرفته می‌شوند. برای محاسبه ترم ویسکوز در معادله مومنتوم، ویسکوزیته دینامیکی هر ذره (فاز جامد یا گاز) مورد نیاز است. فاز گاز (یعنی هوا) ویسکوزیته مشخص و ثابتی دارد (مستقل از زمان و تنش). با این حال، تعیین ویسکوزیته فاز جامد ساده نیست. یک روش ساده برای محاسبه ویسکوزیته فاز جامد این است که رفتار فاز دانه را به عنوان یک سیال نیوتنی فرض کنیم. این فرض قادر به شبیه‌سازی دقیق رفتار جریان دانه‌ای نیست [20]. بنابراین، رفتار غیر نیوتنی فاز دانه‌ای باید به گونه‌ای در نظر گرفته شود، که در آن دانه‌ها در تنش‌های زیر تنش تسلیم دارای رفتار یک جسم صلب و بدون تغییر و برای تنش‌های بالاتر از تنش تسلیم، دارای رفتار سیال ویسکوز می‌باشد. مدل‌های پلاستیک بینگهام، و در شکل پیچیده تر، مدل هرشل بالکی می‌توانند رفتار سیالات ویسکوز را توصیف کنند. برای مصالح، ویسکوزیته موثر توسط یک مدل رئولوژیکی که بستگی به مواد مورد مطالعه دارد، تعیین می‌شود. مدل رئولوژیکی این مطالعه مدل تعمیم یافته ویسکو-پلاستیک هرشل-بالکی و بینگهام پلاستیک است که به طور گسترده‌ای برای مدل‌سازی رفتار حرکتی توده دانه‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرد در مدل هرشل-بالکی، تانسور تنش برشی با استفاده از ویسکوزیته موثر وابسته به تنش که توسط متوسط پایاناستاسیو (۱۹۸۷) ارائه شده است، محاسبه می‌شود [26]:

$$\tau = 2\mu_{eff}E \rightarrow \mu_{eff} = \begin{cases} \frac{\tau_y}{2\|E\|} + \mu_0 (\|E\|)^{N-1} & \|\tau\| > \tau_y \\ \infty & \|\tau\| < \tau_y \end{cases} \quad (10)$$

که

$$E = \frac{1}{2}(\nabla u + (\nabla u)^T) ; \|E\| = \sqrt{I_E} = \sqrt{\frac{1}{2}E : E} ; \quad (11)$$

$$\|\tau\| = \sqrt{I_\tau} = \sqrt{\frac{1}{2}\tau : \tau} ; \tau_y = p_{mech} \sin \phi$$

که در آن τ تانسور تنش، E نرخ تانسور تغییر شکل و $\|E\|$ و $\|\tau\|$ مقادیر نرخ کرنش و تانسور تنش می‌باشند. همچنین μ_0 و N به ترتیب شاخص های پایداری و رفتار جریان (تابع ویژگی‌هایی از قبیل اندازه دانه و چگالی) هستند. مقادیر μ_0 و N معمولاً در آزمایشگاه تعیین می‌شوند. II ثابت دوم تانسور و τ_y تنش تسلیم است که از معیار مور کلمب برای مواد دانه‌ای غیر چسبنده بدست می‌آید. در این رابطه، فشار مکانیکی (تنش بین ذرات دانه‌ای)، ϕ زاویه اصطکاک داخلی و C چسبندگی است. $N=1$ رفتارهای خطی پس از تسلیم را نمایش می‌دهند (مانند مدل B-P)، و $N<1$ برای محاسبه رفتار ماده پس از تسلیم می‌باشد. شکل ایده‌آل مدل‌های H-B/ B-P (معادله ۱۰) به صورت توابعی گسسته ارائه شده اند که در این توابع، زمانی که نرخ برش به سمت صفر میل می‌کند، نرخ کرنش نیز به صفر نزدیک می‌شود، ($\|E\| \rightarrow 0; \|\tau\| \rightarrow 0$). برای اجتناب از تعیین نواحی تسلیم ($\|\tau\| > \tau_y$) و غیر تسلیم ($\|\tau\| \leq \tau_y$) در جریان، از معادلات با فرم‌های پیوسته منظم استفاده می‌شود. ساده‌ترین قانون، مدل دو ویسکوز است که در آن مقدار ثابت حداکثر برای ویسکوزیته موثر در نظر گرفته می‌شود.

$$\mu_{eff} = \begin{cases} \frac{\tau_y}{2\|E\|} + \mu_0 (2\|E\|)^{N-1} & \|\tau\| > \tau_y \\ \mu_{max} & \|\tau\| < \tau_y \end{cases} \quad (12)$$

در این تحقیق یک قانون نمایی بسیار معروف، پیشنهاد شده توسط Zhua et al. (2005) استفاده شده است، که توسط رابطه زیر بیان می‌شود [27].

$$\mu_{eff} = \frac{\tau_y (1 - \exp(-m\|E\|))}{2\|E\|} + \mu_0 (\|E\|)^{N-1} \quad (13)$$

که در آن پارامتر m رشد نمایی تنش را کنترل می‌کند. این معادله برای هر دو ناحیه تسلیم و غیر تسلیم معتبر است. برای تنش‌های زیر تنش تسلیم، که $\|E\|$ به صفر نزدیک می‌شود، ویسکوزیته موثر منظم B-P ($\beta=1$) به یک مقدار بیشینه $\mu_{max} = \mu_0 + m\tau_y$ می‌رسد. بر خلاف قانون دو ویسکوز، این ویسکوزیته حداکثر تابعی از تنش تسلیم (تنش قائم) است.

۴-۱- پیاده سازی مدل رئولوژیکی

ویسکوزیته موثر، μ_{eff} ، هر ذره برای محاسبه دیورژانس تانسور تنش برشی $(\nabla \cdot \tau) (\tau = 2 \mu_{eff} E)$ مورد نیاز است. ویسکوزیته موثر از مدل رئولوژیکی به دست می آید، ویسکوزیته موثر برای ذره i به صورت زیر محاسبه می شود [22].

$$(\mu_{eff})_i = \begin{cases} \frac{(\tau_y)_i (1 - \exp(-m \|E\|_i))}{2 \|E\|_i} + \mu_0 (\|E\|_i)^{n-1} & i \in \text{Solid phase} \\ \mu_i & i \in \text{Gas phase} \end{cases} \quad (14)$$

تخمین MPS تانسور نرخ کرنش به صورت زیر ارائه می شود:

$$E_i = \begin{bmatrix} \dot{\epsilon}_{xx} & \dot{\epsilon}_{xy} \\ \dot{\epsilon}_{yx} & \dot{\epsilon}_{yy} \end{bmatrix}_i \quad (15)$$

$$\frac{1}{n_0} \begin{bmatrix} 2 \sum_{j \neq i} \left(\frac{u_{ij} x_{ij}}{r_{ij}^2} W_{ij} \right) & \sum_{j \neq i} \left(\frac{u_{ij} y_{ij} + v_{ij} x_{ij}}{r_{ij}^2} W_{ij} \right) \\ \sum_{j \neq i} \left(\frac{u_{ij} y_{ij} + v_{ij} x_{ij}}{r_{ij}^2} W_{ij} \right) & 2 \sum_{j \neq i} \left(\frac{v_{ij} y_{ij}}{r_{ij}^2} W_{ij} \right) \end{bmatrix}$$

برای محاسبه تنش برشی بحرانی (τ_y) تنش نرمال یا فشار مکانیکی، ϕ_{mech} ، بین دانه ها مورد نیاز است.

از آنجایی که روش MPS با برخی نوسانات غیرفیزیکی فشار همراه است و چنین نوساناتی (هر چند کوچک) منجر به تولید برخی ارتعاشات غیرفیزیکی شده که می تواند آستانه تسلیم و پس از آن را تحت تأثیر قرار دهد. برای اجتناب از این مسئله، در مواردی که در جریان دانه ای شتاب قائم ناچیز باشد، استفاده از فشار هیدرواستاتیک را پیشنهاد نموده اند [11]. اما زمانی که شتاب عمودی غیر قابل اغماض است، فشار هیدرواستاتیک کاربردی نمی باشد. بنابراین در این مطالعه از فشار ترمودینامیکی استفاده می کنیم اما آن را به صورت معادله زیر هموار می کنیم تا اثر نوسانات احتمالی فشار را به حداقل برسانیم [22].

$$p'_i = \langle p \rangle_i = \sum_{ij} p_j W(r_{ij}, r_e) \quad (16)$$

۴-۲- دیورژانس تنش برشی

تانسور تنش برشی توسط معادله (۱۱) داده شده است. دیورژانس تراکم ناپذیر تانسور تنش برشی برای ذره i به صورت زیر بدست می آید:

$$(\nabla \cdot \tau)_i = \mu_{eff} \nabla^2 \mathbf{u}_i \quad (17)$$

هنگامی که دو ذره i و j با ویسکوزیته موثر مختلف μ_i و μ_j در تعامل هستند، ویسکوزیته موثر تعامل (ضریب اصطکاک

بین آنها) یک مقدار بینابین بین ویسکوزیته موثر هر کدام می باشد. میانگین هارمونیک برای این ویسکوزیته تعامل به صورت $\frac{2\mu_i\mu_j}{\mu_i+\mu_j}$ توصیه می شود [20].

با جایگزینی این ویسکوزیته تعامل در تمام ترم ها از جمله گرادیان، ویسکوزیته موثر محدود خواهد شد (زمانی $=0$ $\nabla \mu_{ij}$) و دیورژانس تانسور تنش برشی برای ذرات i برابر است با:

$$\langle \nabla \cdot \tau \rangle_i = \langle \mu_{ij} \nabla^2 \mathbf{u}_i \rangle = \frac{4d}{\lambda n_0} \sum_{j \neq i} \left(\frac{\mu_i \mu_j}{\mu_i + \mu_j} (\mathbf{u}_j - \mathbf{u}_i) W(r_{ij}) \right) \quad (18)$$

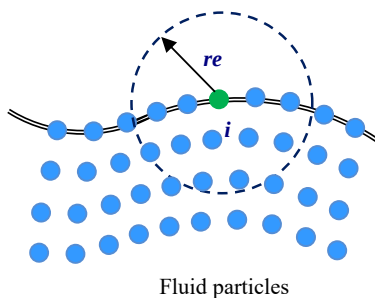
۵- شرایط مرزی

۵-۱- سطح آزاد

روش MPS از چگالی ذرات برای ردیابی سطح آزاد استفاده می کند. از آنجا که هیچ ذره ای در خارج از سطح آزاد وجود ندارد، چگالی ذرات در سطح آزاد به شدت کاهش می یابد. یک ذره به عنوان یک ذره سطح آزاد شناخته می شود که چگالی آن تا حدودی کمتر از چگالی ذرات استاندارد است (شکل ۲). مقدار این حد ممکن است بسته به مسئله از ۸۰٪ تا ۹۹٪ انتخاب شده و با معادله (۱۹) نشان داده شود. بنابراین فشار این ذره روی سطح آزاد در هر مرحله زمانی صفر می شود و در روش MPS نیازی به اعمال هیچ شرط اضافی برای سطح آزاد نیست [18].

$$\langle n \rangle_i \leq n^0 \beta \quad (19)$$

شکل ۲. ذرات روی سطح آزاد



Fluid particles

Fig. 2. Particles on the free surface

۵-۲- مرز جامد

$$\mathbf{u}_i^* = \mathbf{u}_i' + \frac{\Delta t}{\rho_i} (\mathbf{g} + \mu_{ij} \nabla^2 \mathbf{u}_i' - (1 - \alpha) \nabla p_i') \quad (20 \text{ ب})$$

$$u' = -\frac{\alpha \Delta t}{\rho_i} \nabla p_i'^{t+1} \quad (20 \text{ ج})$$

به طوری که α یک ضریب بین ۰ و ۱ است. ذرات بر اساس سرعت پیش‌بینی شده و چگالی عدد ذرات (n^*) جابه‌جا می‌شوند سپس برای محاسبه فشار از معادله حالت، از n^* استفاده می‌شود. برای محاسبه سرعت تصحیح شده، عبارت گرادیان فشار مجدداً محاسبه و استفاده می‌شود. الگوریتم حل نهایی که برای هر مرحله زمانی اعمال می‌شود به صورت زیر خلاصه می‌شود:

۱. ویژگی‌های اولیه ذرات μ_i, p_i, u_i, r_i را وارد کنید.

۲. یکپارچه سازی زمان

✓ محاسبه ویسکوزیته موثر هر ذره، μ_{eff} (برای ذرات فاز

جامد از معادله ۱۲ استفاده می‌شود)

✓ پیش‌بینی سرعت u^* با معادله (۲۰ ب). و محاسبه n^*

✓ محاسبه فشار با معادله (۹)

✓ محاسبه سرعت تصحیح شده معادله. (۲۰ ج). با استفاده

از عبارت گرادیان فشار معادله (۹)

✓ محاسبه سرعت، موقعیت ذرات (ذرات متحرک با سرعت

خود) و چگالی عددی ذرات

✓ محاسبه کسر حجمی برای غلظت

✓ به روز رسانی سرعت و موقعیت ذرات و اعمال

شرایط مرزی

✓ فرستادن نتایج ($\mu_i^{k+1}, p_i^{k+1}, u_i^{k+1}, r_i^{k+1}$) به

خروجی . برای آماده سازی گام زمان بعدی (

$m+1$)

۳. تکرار برای مرحله بعدی

شرایط پایداری Courant-Friedrichs-Lewy (CFL) باید

برآورده شود. این شرط به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\Delta t \leq \frac{C \Delta l}{c_0 + |U|_{\max}} \quad (21)$$

به طوری که Δl فاصله بین ذرات (اندازه ذرات)

و $0 < C \leq 1$ عدد کورانت است [25].

۷- نتایج و بحث

۷-۱- شبیه سازی تخلیه مواد دانه ای از سیلو

برای مرزهای جامد (غیرقابل نفوذ)، مانند دیوارها یا بسترها، این شرط مرزی اعمال می‌شود. در مجاورت مرزهای جامد، چگالی ذرات کاهش می‌یابد، که می‌تواند منجر به اختلالات محاسباتی شود. بنابراین تعدادی ذرات مجازی در خارج از مرزها قرار می‌گیرند تا از این کاهش چگالی جلوگیری کنند. این روش برای اولین بار توسط کوشیزوکا و همکاران (۱۹۹۵) مورد استفاده قرار گرفت [28]. مرزهای جامد به چند ردیف ذرات مجازی در خارج از میدان جریان در نظر گرفته می‌شوند که در فواصلی برابر با شعاع اولیه ذرات روی هم چیده شده‌اند به طوری که چگالی ذرات دیواره نسبت به چگالی ذرات سیال ثابت باشد (شکل ۳). ضخامت لایه ذرات مجازی به شعاع تاثیر انتخابی در تابع کرنل بستگی دارد. مقدار فشار این ذرات مجازی از ذرات واقع در مرز جامد (ذرات دیوار) برون‌یابی می‌شود. این یک شرایط گرادیان فشار صفر در مرز ایجاد می‌کند و ذرات را از مرزهای جامد خود دفع می‌کند [19].

شکل ۳. ذرات روی مرز جامد و ذرات مجازی

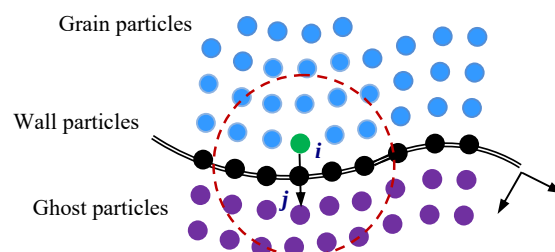


Fig. 3. Particles on the solid boundary and fictitious particles

۶- یکپارچه سازی زمان و الگوریتم راه حل

یکپارچه سازی زمانی با استفاده از روش گام جزئی انجام می‌شود که در آن هر مرحله زمانی به دو مرحله پیش‌بینی و تصحیح تقسیم می‌شود. بردار سرعت برای ذره i در مرحله زمانی جدید $t+1$ از مجموع سرعت های محاسبه شده در مرحله پیش بینی (u^*) و سرعت تصحیح شده (u') به دست می‌آید:

$$\mathbf{u}_i^{t+1} = \mathbf{u}_i^* + \mathbf{u}_i' \quad (20 \text{ الف})$$

where

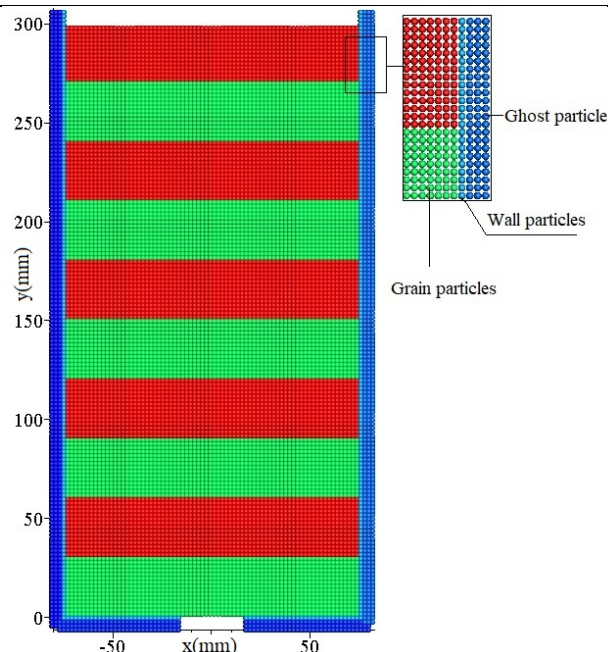


Fig. 5. Initial position of particles for silo (grain-type ghost-type and wall-type particles)

در این بخش، دقت مدل رئولوژیکی هرشل-بالکی نمایی (H-B) در شبیه سازی الگوهای جریان یک سیلو با کف تخت ارزیابی می شود. الگوهای جریان، پروفیل های سرعت با داده های تجربی و روش DEM مقایسه شده است. سیلوی به عرض ۱۵۰ میلی متر با ضخامت ۴۰ میلی متر استفاده شد. اندازه خروجی روی ۴۰ میلی متر تنظیم شد. شماتیک سیلو با ابعاد در شکل (۴) نشان داده شده است. همچنین شکل (۵) موقعیت اولیه ذرات سیلو را نشان می دهد. در این مدل، فاصله ذرات ۰/۰۰۲ متر در نظر گرفته شده که در مجموع ۱۲۵۱۰ مدل دارای شاخص پایداری $\mu_0 = 0.5 \text{ pa.s}$ و شاخص رفتار جریان $N = 0.4$ می باشد. برای محاسبه تنش تسلیم از فشار مؤثر دینامیک در ترکیب با معیار شکست دراکر-پراگر استفاده شده است. قانون نمایی برای $m = 50$ و شرایط عدم لغزش برای دیوارها و بستر پیاده سازی شده است [22]. جدول (۱) خواص مواد را برای مدل استفاده در این مطالعه نشان می دهد می کند.

شکل ۴. ابعاد سیلو آزمایش (بر حسب میلی متر) [۲۹].

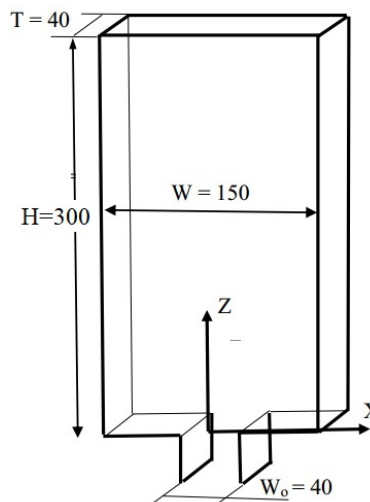


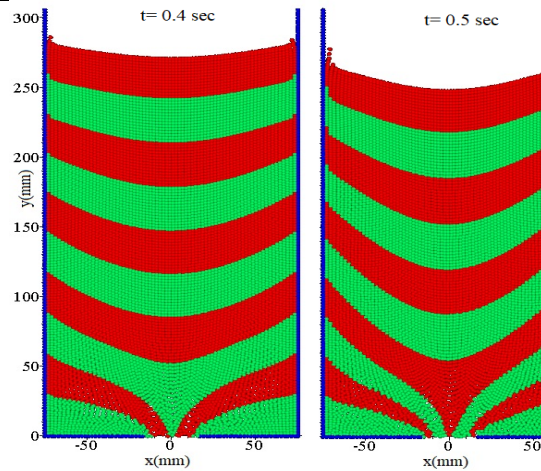
Fig. 4. Dimensions (in mm) of the test silo [29]

شکل ۵. موقعیت اولیه ذرات برای سیلو (ذرات دانه ای، مجازی و دیواره)

جدول ۱. خواص مواد

Type of material	Particle diameter (mm)	Density of grain (kg/m ³)	Friction angle between particles (Rad)	Friction angle between particles and walls (Rad)	Friction angle between particles and bed (Rad)
glass bead	0.002	950	0.35	0.17	0.17

Table 1. Material Properties

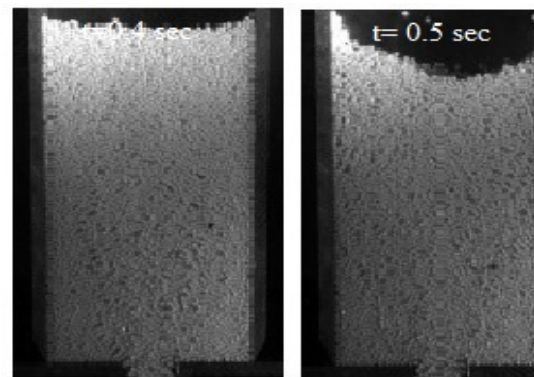


c) WCMPS

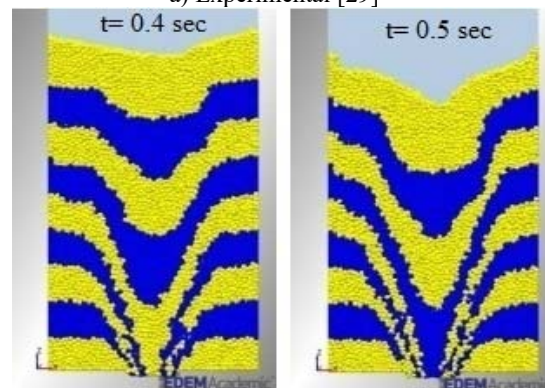
Fig. 6. Snapshot of flow patterns at different instants from simulation and experiment.

۱-۷-۱- پروفیل های سطح آزاد

شبیه سازی به مدت ۱ ثانیه انجام شده است. عکس های فوری عددی و تجربی در شکل (۶) مقایسه شده اند که سازگاری خوبی را در پروفایل سطح آزاد در طول تخلیه نشان می دهد. برای ارائه یک مقایسه کمی، پروفایل های اندازه گیری شده و شبیه سازی شده در شکل (۷) برای زمان های مختلف ترسیم شده است. همانطور که در شکل (۶) نشان داده شده است، مقایسه نتایج مدل توسعه داده شده با نتایج آزمایشگاهی حاکی از دقت نسبتاً خوب مدل مورد نظر در پیش بینی پروفیل سطح دارد. همچنین نتایج مدل حاضر نسبت به روش DEM دقت نسبتاً بهتری در پیش بینی پروفیل سطح دارد. شکل ۶. مقایسه نتایج سطح آزاد به روش آزمایشگاهی، روش DEM و مدل توسعه داده شده هرشل بالکی زمان های ۰/۴، ۰/۵، ۰/۶ و ۰/۷ ثانیه



a) Experimental [29]



b) DEM [29]

شکل ۷. مقایسه کمی سطح آزاد دانه ها به روش عددی توسعه داده شده هرشل بالکی، مدل DEM و تجربی

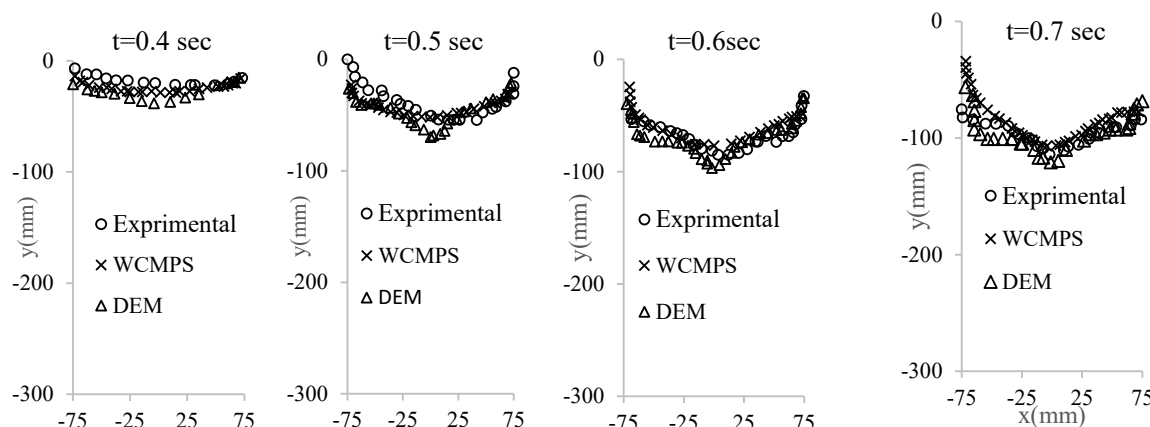


Fig. 7. Quantitative comparison of WC-MPS numerical, DEM and experimental surface at $t=0.4, 0.5, 0.6$ and 0.7 seconds

شکل ۸. نمودار پراکندگی پروفیل سطح نتایج WC-MPS با نتایج آزمایشگاهی در زمان ۰/۵ ثانیه تجربی. پروفیل سطح در زمان ۰/۵ ثانیه

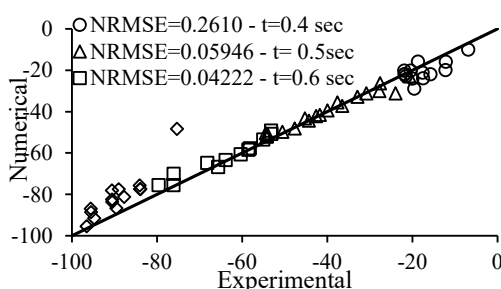


Fig. 8. Calculating the WC-MPS numerical model error and comparing it with experimental results. Surface profile at $t=0.5$ sec

۲-۱-۷- پروفیل سرعت

دقت پروفیل‌های سرعت عمودی در زمان ۰/۵ ثانیه در دو ارتفاع مختلف ۲۰ میلی متر و ۸۰ میلی متر در شکل (۹) نشان داده شده است. سرعت‌های پیش بینی شده هماهنگی خوبی با آزمایش‌ها در دو ارتفاع مختلف دارند. مقدار این خطا محاسبه شده و نمودار پراکندگی پروفیل سرعت در شکل (۱۰) نشان داده شده است.

با محاسبه مقدار خطای مدل عددی WC-MPS و مقایسه آن با نتایج تجربی، از میانگین خطای ریشه مربع نرمال شده (NRMSE) مطابق رابطه (۲۲) استفاده شده است. این معیار برای مقایسه مدل‌های مختلف مناسب خواهد بود. لازم به ذکر است که NRMSE زیر ۱۰ درصد نشان دهنده دقت مدل، ۲۰-۱۰ درصد مناسب بودن مدل، ۲۰-۳۰ درصد دقت متوسط و بیش از ۳۰ درصد نشان دهنده ضعف مدل است

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x}_i)^2} \quad (22)$$

$$NRMSE = \frac{RMSE}{\bar{x}}$$

در این رابطه x_i مقادیر اندازه گیری شده و $\bar{x}_i$ پیش بینی شده، N تعداد داده ها و $\bar{x}$ میانگین داده‌های اندازه‌گیری شده است. مقدار این خطا در $t=0.4, 0.5, 0.6, 0.7$ ثانیه محاسبه شده است و نمودار پراکندگی پروفیل سطح در شکل (۸) نشان داده شده است. در مجموع متوسط خطای NRMSE برای چهار زمان مورد نظر حدود ۱۰ درصد است که این نشان دهنده کارایی و دقت مدل مورد نظر در این مسئله می باشد.

شکل ۹. مقایسه پروفیل های سرعت عمودی پیش بینی شده WCMPs با اندازه گیری های تجربی در ارتفاع ۲۰ و ۸۰ میلی متر در زمان ۰/۵ ثانیه

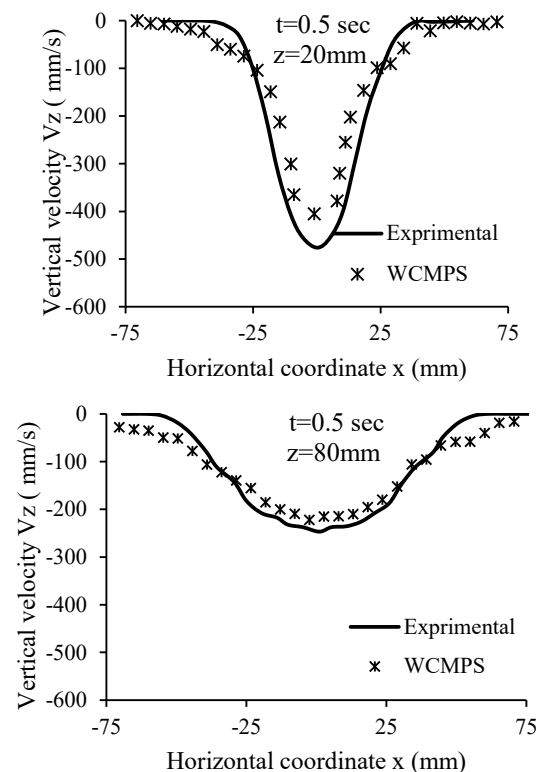


Fig. 9. Comparison of WCMPs predicted vertical velocity profiles with experimental measurements at $Z = 20$ mm and $z=80$ mm at $t=0.5$ sec.

شکل ۱۰. نمودار پراکندگی پروفیل سرعت نتایج WC-MPS با نتایج آزمایشگاهی. در زمان ۰/۵ ثانیه

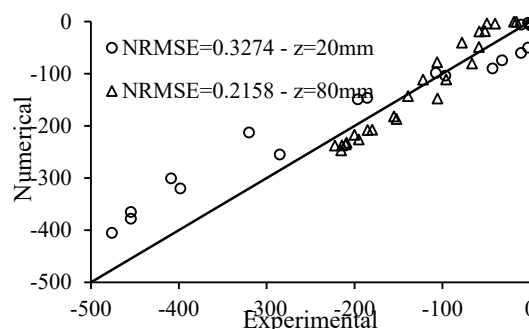


Fig. 10. Simulated (WC-MPS) versus experimentally measured velocity values at $t=0.5$ sec

شکل ۱۱. نمودار شبیه سازی شده، سرعت و بردار سرعت در زمان ۰/۵ ثانیه

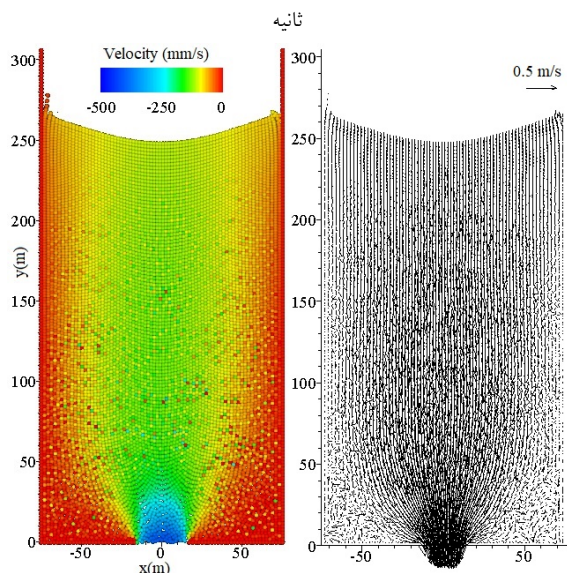


Fig. 11. Simulated, velocity and vector at $t=0.5$ sec
شکل (۱۱) نمودار شبیه سازی شده سرعت و بردار سرعت در زمان ۰/۵ ثانیه را نشان می دهد.

۸- نتیجه گیری

هدف از این مطالعه، توسعه و ارزیابی مدل لاگرانژی بدون شبکه، نیمه ضمنی ذرات متحرک با تراکم ضعیف برای شبیه سازی جریان دانه ای در داخل سیلو است. در این تحقیق مواد دانه ای به عنوان یک سیال ویسکو-پلاستیک غیر نیوتنی در نظر گرفته شد. مدل رئولوژیکی هرشل-بالکی (H-B) نسخه منظم شده نمایی در ترکیب با معیارهای عملکرد موهر-کولمب برای پیش بینی رفتار غیر نیوتنی مواد دانه ای در تخلیه سیلو استفاده شد. به منظور ارزیابی و اثبات قابلیت روش حاضر، نتایج با اندازه گیری های تجربی موجود مقایسه شد. مقایسه نتایج با داده های تجربی، توانایی مدل پیشنهادی را در پیش بینی دقیق پروفیل های سرعت عمودی و پروفیل های سطحی برای این مسئله نمونه را نشان داد.

۹- منابع

- [1] Medina, A., Cabrera, D., Lopez-Villa, A. and Pliego, M., 2014, Discharge rates of dry granular material from bins with lateral exit holes", Powder Technology, Vol. 253, 270-275.

- [13] B. Ataei-Ashtiani, L. Farhadi, 2006 A stable moving-particle semi-implicit method for free surface flows, *Fluid Dynamics Research*, Vol. 38, pp. 241-256.
- [14] K. Shibata, S. Koshizuka, 2007 Numerical analysis of shipping water impact on a deck using a particle method, *Ocean Engineering*, Vol. 34, pp. 585-593.
- [15] A. Khayyer, H. Gotoh, 2009 Modified moving particle semi-implicit methods for the prediction of 2D wave impact pressure, *Coastal Engineering Journal*, Vol. 56, pp. 419-440.
- [16] A. Khayyer, H. Gotoh, 2010 A higher order Laplacian model for enhancement and stabilization of pressure calculation by the MPS method, *Applied Ocean Research*, Vol. 32, pp. 124-131.
- [17] M. Kondo, S. 2011. Koshizuka, Improvement of stability in moving particle semi-implicit method, *International Journal of Numerical Methods in Fluids*, Vol. 65, No. 6, pp. 638-654.
- [18] A. Shakibaeinia, Y.C. Jin, 2010. A weakly compressible MPS method for simulation of open-boundary free-surface flow, *International Journal of Numerical Methods in Fluids*, Vol. 63, No. 10, pp. 1208-1232,.
- [19] A. Shakibaeinia, Y.C. Jin, 2011 MPS-based mesh-free particle method for modeling open-channel flows, *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 137, No. 11, doi:10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0000394.
- [20] A. Shakibaeinia, Y.C. Jin, 2012. MPS mesh-free particle method for multiphase flows, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 229-232, pp. 13-26.
- [21] Jafari Nodoushan, E., Hosseini, Kh, Shakibaeinia, A. and Mousavi, S.F. 2016, Meshless particle modelling of free surface flow over spillways. *Journal of Hydroinformatics*, 18(2), 354-370.
- [22] Jafari Nodoushan, E., Shakibaeinia, A. and Hosseini, Kh. 2018, a multiphase meshfree particle method for continuum-based modeling of dry and submerged granular flows. *Powder Technology*, 335, 258-274.
- [23] Tajnesaie, M., Shakibaeinia, A., & Hosseini, K. 2018, Meshfree particle numerical modelling of sub-aerial and submerged landslides. *Computers & Fluids*, 172, 109-121.
- [2] Leturia, M., Benali, M., Lagarde, S., Ronga, I. and Saleh, K., 2014, Characterization of flow properties of cohesive powders: Acomparative study of traditional and new testing methods, *Powder Technology*, Vol. 253, 406-423.
- [3] Mankoc, C., Garcimartín, A., Zuriguel, I., Maza, D. and Pagnaloni, L.A., 2009, Role of vibrations in the jamming and unjamming of grains discharging from a silo, *Physical Review E*, Vol. 80, No. 1, 011309.
- [4] Janda, A., Maza, D., Garcimartín, A., Kolb, E., Lanuza, J. and Clément, E., 2009, Unjamming a granular hopper by vibration, *EPL (Europhysics Letters)*, Vol. 87, No. 2, 24002.
- [5] Zuriguel, I., Garcimartín, A., Maza, D., Pagnaloni, L.A. and Pastor, J., 2005, Jamming during the discharge of granular matter from a silo, *Physical Review E*, Vol. 71, No. 5, 051303.
- [6] Akhondizadeh, M. Khalil, V. 2016, Effect of Material Wet on Silo Obstruction Solution by Impact, *International Journal of Engineering (IJE), TRANSACTIONS B: Applications* Vol. 29, No. 11, 1628-1634
- [7] Akhondizadeh, M. Khosrav, M. Khalili, V. 2017, Experimental Determination of the Optimum Ball Impacts for Solution of Silo Obstruction, *International Journal of Engineering (IJE)*,
- [8] C.W. Hirt, B.D. Nichols, 1981. Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries, *Journal of Computational Physics*, Vol. 39, No. 1, pp. 201-225,
- [9] J. Liu, S. Koshizuka, Y. Oka, 2005 A hybrid particle-mesh method for viscous, incompressible, multiphase flows, *Journal of Computational Physics*, Vol. 202, No. 1, pp. 65- 93.
- [10] S. Koshizuka, A. Nobe, Y. Oka, 1998 Numerical analysis of breaking waves using the moving particle semi-implicit method, *International Journal of Numerical Methods in Fluids*, Vol. 26, No. 7, pp. 751-769.
- [11] H. Gotoh, T. Sakai, 1999 Lagrangian simulation of breaking wave using particle method, *Coastal Engineering Journal*, Vol. 41, No. 3-4, pp. 303-326.
- [12] H. Gotoh, T. Sakai, 2006 Key issues in the particle method for computation of wave breaking, *Coastal Engineering Journal*, Vol. 53, No. 2-3, pp. 171-179.

- [24] Jafari Nodoushan, E and Shakibaeinia, A. 2019, Multiphase mesh-free particle modeling of local sediment scouring with $\mu(I)$ rheology. *Journal of Hydroinformatics*, 21(2), 279-294.
- [25] Courant, R., Friedrichs, K., and Lewy, H. 1967. "On the partial difference equations of mathematical physics." *IBM J. Res. Dev.*, 11(2), 215–234 (English translation of the 1928 German original)
- [26] Papanastasiou, T.C. 1987, Flows of materials with yield. *Journal of Rheology*, 31, 385-404.
- [27] Zhua, H., Kimb, Y.D and De D. Kea. 2005. "Non-Newtonian fluids with a yield stress, J. NonNewtonian Fluid Mech. 129, pp. 177–181.
- [28] Koshizuka, S., Tamako, H., and Oka, Y. 1995. A particle method for incompressible viscous flow with fluid fragmentation. *Computational Fluid Dynamics Journal*, 4(1): 29–46.
- [29] Kasina, V. P. R., 2016, DEM modelling and quantitative validation of flow characteristics and blending of pellets in a planar silo. Thesis, Institute for Infrastructure and Environment School of Engineering University of Edinburgh.

Modeling of granular flow in a silo using the weakly compressible moving particle semi-implicit method (WCMPS) with the exponential Herschel-Balky rheological model

Ehsan Jafari Nodoushan^{1*}

1. Assistant Professor, Department of Civil Engineering, Campus of Bijar, University of Kurdistan, Sanandaj, Iran.

*ehsan.jafari@uok.ac.ir

Abstract

Silos are widely used in many industrial and engineering processes, so discharge grain from the silos is considered as one of the most important issues. Due to the high cost of laboratory studies on different materials and conditions, computational methods are used as a substitute approach for much less cost. Because of the ability of nonlinear Lagrangian methods to model large deformations and discontinuities, this study develops and evaluates a mesh-free Lagrangian model based on a weakly-compressible MPS formulation to simulate of the discharge of the granular silo. In Lagrangian methods, unlike the Eulerian method, instead of networking the solution field and breaking the equations on the nodes, the solution field is divided into a number of particles and the broken equations are solved on these particles. In fact, the governing equations are transformed into particle interaction equations using different operators. In the meantime, the particles that are closer to the particle under study will have a greater effect on that particle. In such a way that the effect of relatively distant particles can be ignored in comparison with closer particles and the interaction between particles can be limited to a specific domain called the radius of effect. The effect of each particle on the calculated particle is measured by a weight function. In the WC-MPS method, the system is considered as a system with weak compressibility and calculates the pressure of each particle using the equation of state. The MPS method uses particle density to track the free surface. Because there are no particles outside the free surface, the density of the particles on the free surface decreases severely. A particle is known as a free surface particle whose density is somewhat lower than the standard particle density. The value of this may be selected from 80% to 99% depending on the problem. Therefore, the pressure of this particle on the free surface will be set to zero in each time step and there is no need to apply any additional conditions for the free surface. For solid (impermeable) boundaries, such as walls or beds, In the vicinity of solid boundaries, the particle density decreases, which can lead to computational disturbances. Therefore, a number of ghost particles are located outside the boundaries to prevent this density reduction. The present study aims to develop Lagrangian method based on WC-MPS to simulate the discharge of grain materials from inside the silo. In this method the granular material is considered as a non-Newtonian viscoplastic fluid and an exponentially Herschel-Balky (H-B) rheological model in combination with pressure-dependent yield criteria model is employed to model non-cohesive grain behavior. The ability of the developed numerical method to discharge grain from silos has been evaluated and compared with the experimental results and the DEM method. Comparison of the results of the developed numerical method for the discharge of grains from the silo with the available experimental measurements and the DEM method shows the capabilities of the proposed model to accurately predict the surface and velocity profiles in this sample problem.

Keywords: Moving particle semi-implicit method, exponentially Herschel-Balky (H-B) rheology, granular material, silo.