

بررسی عدم قطعیت نتایج آزمایش‌های ارتعاش محیطی در روش‌های زیرفضای تصادفی

مهران پورقلی^{۱*}، محسن محمدزاده^۲، مهین قنادی^۳

۱. استادیار گروه مهندسی عمران، واحد سراب، دانشگاه آزاد اسلامی، سراب، ایران
۲. استادیار گروه مهندسی برق، واحد سراب، دانشگاه آزاد اسلامی، سراب، ایران
۳. استادیار گروه مهندسی عمران، واحد سراب، دانشگاه آزاد اسلامی، سراب، ایران

*Pourgholi@iausa.ac.ir

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۴/۰۷

تاریخ دریافت: ۹۹/۱۰/۰۷

چکیده

در روش‌های زیرفضای تصادفی بهترین عامل تاثیرگذار بر مشخصات دینامیکی مستخرج، ابعاد ماتریس هانکل بوده که شامل تعداد سطرها و ستون‌های آن است. استفاده از ابعاد کوچک ماتریس احتمال عدم شناسایی قطب‌های پایدار را داشته و انتخاب ابعاد بسیار بزرگ علاوه بر آنکه احتمال بوجود آمدن قطب‌های مجازی و بایاس را افزایش داده، باعث افزایش هزینه محاسباتی نیز می‌شود. از اینرو در این پژوهش قصد بر این است که تعداد سطرها و ستون‌های مطلوب ماتریس هانکل در روش زیرفضای تصادفی متعادل طوری محاسبه شود که ضمن پوشش قطب‌های موجود، هزینه محاسباتی حداقلی نیز داشته باشد. برای این منظور از معیار عدد شرطی ماتریس هانکل و اندیکاتور انرژی استفاده خواهد شد. مراحل کار بدین طریق است که با استفاده از اندیکاتور انرژی، حداکثر مرتبه موثر سیستم برای سطرها و بلوکی مختلف ماتریس هانکل استخراج شده و سپس نمودار ماکزیمم عدد شرطی برای آن‌ها رسم می‌شود. تعداد سطرها و بلوکی مطلوب ماتریس هانکل از همگرایی معیار عدد شرطی با توجه به تعریف این معیار استخراج می‌شود. به منظور درستی آزمایش روش پیشنهادی، از نتایج آزمایش ارتعاش محیطی پل روگذر شهر نمین که توسط پژوهشگران این مقاله انجام گرفته، استفاده شده است. نتایج این پژوهش نشان دهنده این است که از بُعد ۳۵۲، نمودار عدد شرطی نسبت به تغییر سطرها و بلوکی حساسیت خود را از دست داده که بعنوان بعد مطلوب انتخاب شده است. همچنین در بعد بهینه با استفاده از تغییرات انحنای نمودار اندیکاتور انرژی مرتبه ۶۶ به عنوان مرز بد شرطی دگی ماتریس سیستم، محاسبه شده که پیدایش مودهای بایاس و محاسباتی در نمودار پایداری، مویده مرتبه محاسبه شده است.

واژگان کلیدی: شناسایی سیستم، ماتریس هانکل، بعد سیستم مطلوب، نمودار پایداری، عدد شرطی

۱- مقدمه

مودهای نزدیک را به راحتی استخراج نماید. علاوه بر این در عمل، این روش‌ها قادر به شناسایی سیستم حتی در سیگنال‌هایی

روش‌های زیرفضای تصادفی در حوزه زمانی از قدرتمندترین روش‌های شناسایی سیستم هستند. قابلیت این روش‌ها تا آنجاست که قادر است مشخصات مودال سازه‌های ارتجاعی با

با طول دیتای کم نیز هستند [1]. روش‌های زیرفضای تصادفی با خروجی تنها از آنجائی که نیازی به اندازه‌گیری تحریک‌های ورودی ندارند، مناسب برای سازه‌های عمرانی همچون پل‌ها و ساختمان‌ها و سدها هستند که منبع مهم تحریک آنها شامل باد، ترافیک و... است. لازم به ذکر است که اندازه‌گیری این تحریک‌ها غیرممکن نبوده اما سخت است. اگرچه عدم نیاز به اندازه‌گیری ورودی در این روش‌ها برای مقاصد پایش سلامت سازه به ویژه در سازه‌های عظیم بسیار کاربردی است اما همین عدم اندازه‌گیری ورودی‌ها محدودیت‌هایی نیز اعمال کرده است. در روش‌های مبتنی بر خروجی-تنها علاوه بر نویزهای محیطی و اندازه‌گیری، عدم اعمال ورودی‌های سیستم از مهمترین عوامل ایجاد عدم قطعیت در نتایج بدست آمده است [2]. از معمول‌ترین اقداماتی که پیشتر برای کاهش عدم قطعیت‌ها انجام شده است می‌توان به ارائه ماتریس‌های وزن برای ماتریس تصویر و همچنین روش‌های مختلف برای رسم نمودار پایداری همچون روش کلاسیک و کلاستر بندی و غیره اشاره کرد [3, 4]. در سال ۱۹۹۴ کارلو رابینری و همکاران [5] تاثیر مرتبه سیستم و تعداد سطرهای ماتریس هانکل را روی پارامترهای مودال مستخرج از روش زیرفضا-داده^۱ و به ویژه ضریب میرایی که به رفتار غیر خطی و نویزها زیاد حساس بوده، با استفاده از عدد شرطی^۲ ماتریس هانکل بررسی کرده‌اند. پریوری و همکاران [6] با انتخاب تعداد سطرها و ستون‌های ماتریس هانکل و همچنین سطرهای ماتریس گذشته و آینده بعنوان متغیر در روش زیرفضا-داده با تاکید بر عدم تقارن ابعاد ماتریس گذشته و آینده و معرفی آن به عنوان مسئله نامعین به پژوهش تاثیر این پارامترها بر نتایج حاصل پرداخته‌اند. در پژوهش دیگری شائو لی و همکاران [7] به مطالعه پارامتریک الگوریتم‌های زیرفضا کواریانس^۳ و تاثیر این پارامترها روی نمودار پایداری و همچنین مشخصات دینامیکی استخراج شده برای سازه سدها پرداخته‌اند. در تحقیقات این پژوهشگران اشاره شده که استفاده از ابعاد متقارن برای ماتریس‌های گذشته و آینده منجر به نتایج بهتری شده است. در بین مشخصات دینامیکی شناسائی شده از

آزمایش‌های ارتعاش محیطی در سازه‌های عمرانی، درصد میرایی‌های مودی با توجه به ماهیت غیرخطی آنها در مقایسه با فرکانس‌های مودی بسیار وابسته به ابعاد ماتریس هانکل انتخاب است. بر همین اساس نبویان و همکاران [8] با انجام تحلیل حساسیت روی درصد میرایی‌های شناسائی شده از نتایج آزمایش مودال یک سازه شبکه‌ای دولایه با اتصالات توپی، مرتبه موثر سیستم را محاسبه کرده‌اند. لازم به یادآوری است در این پژوهش از چندین روش شناسائی سیستم خروجی-تنها در حوزه فرکانسی و زمانی استفاده شده است.

همان‌طور که پیشتر اشاره شد، تشخیص مودهای واقعی از مودهای محاسباتی و غیر فیزیکی یا به زبان دیگر استخراج مرتبه واقعی مدل و کاهش عدم قطعیت نتایج حاصل از روش‌های شناسائی سیستم با خروجی تنها از مهمترین چالش‌ها در ارتباط با این روش‌ها است. در این پژوهش دو گام اساسی برای کاهش عدم قطعیت نتایج روش زیرفضای تصادفی متعادل^۴ که پیشتر توسط پژوهشگران این مقاله ارائه شده [9, 10]، با استفاده از معیارهای عدد شرطی و اندیکاتور انرژی ماتریس سیستم مدنظر است:

الف) مشخص کردن حداقل سطرهای بلوکی ماتریس هانکل با توجه به مشخصات سازه مورد نظر (β) و انجام مطالعه پارامتریک روی تعداد سطرهای بلوکی آن (i) در سیکل‌های $i = \beta, 2\beta, \dots, i_{max}$ به منظور یافتن حداکثر مرتبه موثر سیستم در هر سیکل (N_{max}^i) با استفاده از معیار اندیکاتور انرژی.

ب) یافتن تعداد سطرهای بلوکی مطلوب ماتریس هانکل (i_{opt}) با استفاده از معیار عدد شرطی حداکثر مرتبه‌ها ($k_i^{N_{max}^i}$) به منظور جلوگیری از اتلاف انرژی و همچنین کاهش هزینه محاسبات و کاهش عدم قطعیت نتایج

در ادامه برای بررسی میزان کارائی روش پیشنهادی در کارهای عملی، نتایج آزمایش ارتعاش محیطی پل روگذر ورودی شهر نمین که توسط پژوهشگران این مقاله انجام شده باروش پیشنهادی آنالیز شده و نتایج آن ارائه خواهد.

4. Balanced Stochastic Subspace identification (B-SSI)
5. Energy Indicator (EI)

1. Data-derived Stochastic Subspace identification
2. Condition Number
3. Covariance-derived Stochastic Subspace identification

۲- روش زیرفضای تصادفی متعادل

معادله ارتعاش سیستم حاصل از آزمایش‌های ارتعاش محیطی با خروجی - تنها مطابق رابطه ۱، در فضای حالت مدل می‌شود.

$$x_{k+1} = Ax_k + \omega_k \quad (۱-الف)$$

$$y_k = Cx_k + \vartheta_k \quad (۱-ب)$$

در آن $x \in \mathbb{R}^n$ بردار حالت تصادفی گسسته که در بازه‌های

$y \in \mathbb{R}^m, t \Delta$ بردار داده‌های اندازه‌گیری شده یا خروجی،

$\omega_k \in \mathbb{R}^n$ و $C \in \mathbb{R}^{m \times n}$ ماتریس‌های سیستم،

$\vartheta_k \in \mathbb{R}^m$ به ترتیب بردارهای نویز سفید محیطی و

اندازه‌گیری هستند [11, 12].

اگر $y(t) \in \mathbb{R}^{m \times s}$ داده‌های اندازه‌گیری شده در آزمایش

ارتعاش محیطی باشند، فضای داده‌ها به شکل ماتریس هانکل

ذیل بیان می‌شود.

$$Y = \begin{bmatrix} y(0) & y(1) & \dots & y(N-1) \\ y(1) & y(2) & \dots & y(N) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y(k-1) & y(k) & \dots & y(k+N-1) \\ y(k) & y(k+1) & \dots & y(k+N) \\ y(k+1) & y(k+2) & \dots & y(k+N+1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y(2k-1) & y(2k) & \dots & y(N+2k-2) \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} Y_P \in \mathbb{R}^{m,k \times N} \\ Y_F \in \mathbb{R}^{m,k \times N} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{m,i \times N} \quad (۲)$$

در رابطه فوق m تعداد سنسورها و i تعداد سطرهای بلوکی

(m تایی) و N تعداد ستون‌های ماتریس هانکل است.

اگر $\bar{p} = a^T p \in Y_P$ و $\bar{f} = b^T f \in Y_F$ دو بردار

دلخواه در فضاهای گذشته و آینده باشند، می‌توان نشان داد که

حداکثر همبستگی بین این دو بردار در فضای ماتریس هانکل

نرمالیزه (رابطه ۳) قرار داشته که با تجزیه مقادیر تکین آن

می‌توان به بردار پایه کانونی فضای گذشته رسید (رابطه ۴).

$$H = L^{-1} H M^{-T} = U \Sigma V^T \quad (۳)$$

$$\bar{p} = V^T M^{-1} p \quad (۴)$$

در این روابط $T_+ = M M^T$ و $T_- = L L^T$ به ترتیب

تجزیه چولسکی کواریانس زیر ماتریس‌های گذشته و آینده بوده،

همچنین $V \in \mathbb{R}^{n \times n}$ و $U \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ماتریس‌های متعامد و

$\Sigma \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ماتریس قطری مقادیر ویژه ماکزیمم یا همان

مقادیر حداکثر همبستگی است.

با استفاده از میانگین شرطی فضای آینده بر گذشته طبق

رابطه ۵ می‌توان نشان داد که بردار استاندارد گذشته ($\bar{p}$)، یکی از

بردارهای پایه فضای پیش‌بینی (P) است [14, 15].

$$P = \hat{E}\{Y_F | Y_P\} = (L U \Sigma)(V^T M^{-1} p) = L U \Sigma \bar{p} \quad (۵)$$

براساس فیلتر کالمن، ماتریس P مطابق رابطه ۶ قابل تجزیه

به ماتریس مشاهده‌پذیری (O_k) و بردار حالت ($\hat{x}_k$) است [16].

$$P = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{k-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_k & \hat{x}_{k+1} & \dots & \hat{x}_{k+N-1} \end{bmatrix} = O_k \hat{x}_k \quad (۶)$$

برای این منظور با استفاده از تجزیه مقادیر تکین ماتریس P

داریم:

$$P = U \Sigma V^T \approx \hat{U} \hat{\Sigma} \hat{V}^T \quad (۷)$$

که در آن $U \in \mathbb{R}^{m,k \times m,k}$ و $V \in \mathbb{R}^{m,k \times m,k}$

ماتریس‌های متعامد ($U U^T = I_{m,k}$)، ($V V^T = I_{m,k}$) و

$\hat{\Sigma} \in \mathbb{R}^{m,k \times m,k}$ ماتریس قطری مقادیر ویژه بوده و

$\mathbb{R}^{n \times n}$ با صرف نظر کردن از مقادیر کوچک Σ بدست می‌آید به

شکلی که بعد سیستم (n) معادل مرتبه $\hat{\Sigma}$ است. در نهایت با

مقایسه روابط ۶ و ۷ می‌توان به بردار حالت رسید:

$$O_k = \hat{U} \hat{\Sigma}^{1/2} \quad (۸)$$

$$\hat{x}_k = \hat{\Sigma}^{1/2} \hat{V}^T \quad (۹)$$

ماتریس سیستم A با استفاده از رابطه ۶ و با حذف بلوک

اول سمت چپ و بلوک آخر سمت راست به طریق ذیل محاسبه

می‌شود:

$$O_k(2:k)A = O_k(1:k-1) \quad (۱۰)$$

ماتریس مشاهدات C نیز همان‌طور که در رابطه ۶ ملاحظه

می‌شود بلوک اول ماتریس مشاهده پذیری است:

$$C = O_k(1:1) \quad (۱۱)$$

۳- آنالیز مودال

آنالیز مودال با تجزیه مقادیر ویژه ماتریس حالت سیستم به

شکل مجموعه روابط ۱۲ و ۱۳ آغاز می‌شود [17].

$$A = \Psi \Lambda \Psi^{-1} = \Psi [\mu_i] \Psi^{-1} \quad (۱۲)$$

اما در عمل انتخاب i بستگی به پارامترهای زیادی همچون نوع سازه، میزان شکل‌پذیری سازه، حداقل فرکانس سیستم (f_o) یا تخمینی از آن، نرخ داده‌برداری (f_s) و مشخصات میرایی سازه دارد [19]. حال اگر β طبق رابطه ۱۸ نسبت نرخ داده‌برداری در آزمایش به حداقل فرکانس سیستم باشد:

$$\beta = \frac{f_s}{f_o} \quad (18)$$

برای اینکه در طول i از سیگنال حداقل یک چرخه از فرکانس حداقلی سیستم (β) قابل مشاهده باشد، باید رابطه (۱۹) برقرار باشد که از آن به یک شرط حداقلی i می‌رسیم [20]:

$$\frac{i}{f_o} f_s \geq 1 \Rightarrow i \geq \beta \quad (19)$$

اما در مورد محدودیت تعداد ستون‌های ماتریس هانکل (N) می‌توان گفت از آنجائی که در آزمایش‌های ارتعاش محیطی بر خلاف تئوری‌های زیرفضا طول داده‌ها محدود بوده و شرط مانا بودن داده‌ها برقرار نیست، برای تخمین ماتریس هانکل از تجزیه QR [22] یا LQ [15] استفاده می‌شود. در نتیجه این تخمین، حداقل تعداد ستون‌های ماتریس هانکل طبق رابطه ۲۰ باید به اندازه سطرهای آن باشد:

$$N \geq m \cdot i \quad (20)$$

از مقایسه روابط ۲۰ و ۱۶ می‌توان حداکثر تعداد سطرهای بلوکی ماتریس هانکل در آزمایش‌های ارتعاش محیطی با طول داده‌های محدود (S) را بدست آورد:

$$i \leq \frac{s+1}{m+1} \quad (21)$$

که در آن S تعداد داده‌های سیگنال و m تعداد سنسورهای اندازه‌گیری است.

۵- نمودار پایداری

نمودار پایداری فرایندی ساده اما کاربردی در شناسایی قطب‌های حقیقی ماتریس حالت سیستم (A) از مودهای فیزیکی و محاسباتی دارد. در این نمودار اساس کار بر این اصل استوار است که قطب‌های واقعی با توجه به اینکه از مشخصات ذاتی سیستم هستند؛ مشخصه‌های این قطب‌ها که شامل فرکانس (f)، درصد میرایی (ξ) هستند، مستقل از افزایش مرتبه سیستم در

$$\lambda_i^c = \frac{\ln(\mu_i)}{\Delta t} \quad (13)$$

که در آن $\Psi \in \mathbb{R}^{2n \times 2n}$ ماتریس بردار مقادیر ویژه تکین، $\Lambda \in \mathbb{R}^{2n \times 2n}$ ماتریس قطری حاوی قطب‌های زمان گسسته (μ_i) و λ_i^c قطب‌های زمان پیوسته سیستم است. طبق رابطه ۱۴ می‌توان اثبات کرد که قطب‌های پیوسته (λ_i^c) و مزدوج آن (λ_i^{c*}) حاوی فرکانس و درصد میرایی مود i ام هستند.

$$\lambda_i^c, \lambda_i^{c*} = -\xi_i \omega_i \pm j \omega_i \sqrt{1 - \xi_i^2} \quad (14)$$

که در آن ξ_i و ω_i به ترتیب فرکانس مودی و درصد میرایی در مود i ام است. در نهایت مشخصات مودال به طریق ذیل استخراج می‌شود.

$$\omega_i = \sqrt{(Re(\lambda_i^c))^2 + (Im(\lambda_i^c))^2} \quad (15\text{-الف})$$

$$\xi_i = \frac{Re(\lambda_i^c)}{\omega_i} \quad (15\text{-ب})$$

$$\Phi = C\Psi \quad (15\text{-ج})$$

در رابطه فوق $\Phi \in \mathbb{R}^{m \times 2n}$ ماتریس حاوی بردارهای مودی مختلط در محل نصب سنسورها است. همچنین $Re(\)$ و $Im(\)$ به ترتیب اشاره به قسمت‌های موهومی و حقیقی قطب‌های سیستم دارد.

۶- انتخاب ابعاد ماتریس هانکل

پارامترهای موثر ماتریس هانکل شامل تعداد سطرهای بلوکی ماتریس هانکل (i) و ستون‌های (N) آن بوده که انتخاب آن توسط کاربر می‌تواند انجام شود. ولی باید توجه داشت که این داده‌ها مستقل از هم نبوده و باتوجه به رابطه ۱۶ به تعداد داده‌ها (S) وابسته هستند [16].

$$N + i \leq s + 1 \quad (16)$$

براساس تئوری کیلی همیلتون n ، تعداد سطرهای زیرماتریس‌های آینده و گذشته (m, k) باید حداقل هم‌بعد سیستم باشند [18] که با توجه به تقارن این دو زیرماتریس داریم: ($i=2k$)

$$i \geq 2 \frac{n}{m} \quad (17)$$

که در آن n مرتبه سیستم و m تعداد سنسورهای داده‌برداری است.

آن، نتایج عدم قطعیت کمتری داشته و به عبارت دیگر مشخصات مودال این ناحیه قابل اعتمادتر هستند.

مشخصه این ناحیه افزایش تغییرات در شیب منحنی‌های اندیکاتور انرژی به سمت محور افقی بوده که با توجه به روابط ریاضی می‌توان گفت که انحنا نمودارهای اندیکاتور انرژی در این ناحیه زیاد می‌شود. با رسم نمودارهای اندیکاتور انرژی به صورت همزمان برای کلیه سیکل‌ها به راحتی این ناحیه مشخص می‌شود. البته در این پژوهش حدود ناحیه مورد نظرسپس با استفاده از تعریف ریاضی انحنا نمودار به صورت دقیق برای هر سیکل محاسبه شده است. نقطه‌ای که در آن انحنا نمودار صفر یا نزدیک به صفر شده به عنوان گپ ($e(\%)$) معرفی می‌شود. در نهایت ماکزیمم مرتبه موثر در بُعد مربوطه ($i = 2k$) با توجه به شماره سیکل (n_s) و تعداد سنسورها (s) از رابطه ۲۴ محاسبه می‌شود.

$$N_{max}^i = \frac{e \times n_s \times \beta \times s}{2} \quad (24)$$

۶- تعداد سطرهای بلوکی مطلوب ماتریس سیستم

بررسی تعداد سطرهای بلوکی ماتریس هانکل ($i=2k$) از دیگر نکاتی است که می‌تواند در کاهش عدم قطعیت نتایج آزمایش‌های مودال موثر باشد. برای این منظور از عدد شرطی ماتریس هانکل یا همان ماتریس تصویر (P) مطابق رابطه (25) استفاده خواهد شد.

$$k_i^n = \frac{s_1}{s_n} \quad (25)$$

که در آن s_1 و s_n به ترتیب اولین و n امین مقدار تکین ماتریس تصویر سیستم (P) با بعد i است.

به لحاظ تئوری با میل کردن k_i^n به سمت بی نهایت ماتریس از خوش-حالت ۲ به بدشرطیده ۳ تبدیل می‌شود، با استفاده از این مشخصه، عدد شرطی را برای ماکزیمم مرتبه‌های بدست آمده ($k_i^{N_{max}}$) برای ابعاد $i = 2\beta, \dots, i_{max}$ محاسبه و نسبت به بُعد سیستم در مقیاس لگاریتمی رسم کرده و اولین سیکلی که در آن تغییرات عدد شرطی نسبت به تغییرات بُعد سیستم

هرگام (n) با حداقل اختلاف از گام قبلی ($n-1$)، رویت می‌شوند. میزان این اختلاف به زبان ریاضی به شکل رابطه ۲۲ بیان می‌شوند [23].

$$\frac{f_j^n - f_j^{n-1}}{f_j^{n-1}} < 0.01, \frac{\xi_j^n - \xi_j^{n-1}}{\xi_j^{n-1}} < 0.05 \quad (22)$$

در رسم نمودار پایداری یافتن حداکثر مرتبه موثر (N_{max}) از کلیدی‌ترین نکات برای کاهش عدم قطعیت نتایج آزمایش‌ها و همچنین کاهش هزینه‌های محاسباتی است. برای این منظور در این پژوهش از اندیس انرژی استفاده طبق رابطه ۲۳ استفاده شده است.

$$I_n = \frac{\sum_{j=1}^{j=n} s_j^2}{\sum_{j=k.m}^{j=n} s_j^2} \quad (23)$$

که در آن s_j^2 مجذور مقدار تکین ماتریس تصویر (P) بوده و n متناظر با $I_n > e$ ، ماکزیمم مرتبه موثر (N_{max}^i) در بُعد (i) را بدست می‌دهد. مفهوم گپ (e) این است که N_{max}^i تا فاکتور غیرقابل مشاهده برای توصیف e درصد از واریانس داده‌های سنسور شده لازم است.

در روش‌های زیرفضایی که در آن‌ها تابع وزنی به ماتریس تصویر اعمال نمی‌شود همچون UPC_1 و زیر فضا-کواریانس می‌توان e را بین ۹۹ تا ۹۵ درصد در نظر گرفت و اولین مرتبه‌ای که شرط فوق را رعایت کرده به عنوان ماکزیمم مرتبه موثر انتخاب کرد. ولی با بررسی‌هایی که پژوهشگران این مقاله انجام داده‌اند مشاهده شده است که در سایر روش‌های زیرفضا که با اعمال توابع وزن در ماتریس تصویر ایجاد می‌شوند، مقدار مطلوب این گپ بنا به روش متفاوت بوده و به سادگی مشخص نمی‌شود. به همین منظور برای تعیین حداکثر مرتبه موثر نمودار پایداری، نمودار اندیکاتور انرژی را برای سیستم در ابعاد $i = 2\beta, \dots, i_{max}$ نسبت به تعداد مقادیر تکین که به صورت درصدی همپایه شده‌اند را در مقیاس لگاریتمی رسم کرده، سپس بازه‌ای که در آن نمودارهای اندیکاتور انرژی حساسیت خود به افزایش تعداد مقادیر تکین را از دست می‌دهند، به عنوان ناحیه با کیفیت معرفی می‌شود. منظور از ناحیه باکیفیت بازه‌ای از نمودار پایداری است که در آن ناحیه نسبت به مرتبه‌های بعد از

۸- آزمایش ارتعاش محیطی پل روگذر شهر نمین

این پل در ورودی شهر نمین در ۲۵ کیلومتری مرکز استان اردبیل واقع بوده که مطابق شکل (۱) شامل دو دهانه ۲۷/۱۰ متری با عرشه بتنی است. عرشه پل روی شاه‌تیرهایی با مقاطع I به ابعاد $75 \times 180 \text{ cm}$ که در فواصل ۲/۵ متری از هم بوده و کل مجموعه روی فنداسیون و شمع‌هائی به قطر ۱۲۰ سانتی‌متر واقع شده است. از آنجایی که پل مذکور تنها ورودی این شهر بوده و در معرض انواع بارهای ترافیکی است، لزوم کنترل مشخصات دینامیکی پل شامل فرکانس‌های مودی و درصد میرایی به منظور بررسی عملکرد و اطمینان از سلامت سازه پل ضروری به نظر می‌رسید. از میان آزمایش‌های دینامیکی، آزمایش ارتعاش محیطی با توجه به عدم وقفه در کارکرد پل مناسب تشخیص داده شد. فرایند انجام آزمایش در هفتم فروردین ۱۳۹۸ در یک روز نسبتاً بادی بین ساعت ۹ صبح تا ابعاد ازظهر انجام گرفت. دلیل انتخاب بازه زمانی نسبتاً بلند، به منظور داده-برداری در شرایط ترافیکی متغیر بود. به طوری که با توجه به تعطیلات نوروزی در بازه‌ای ۵ دقیقه‌ای بین ساعت ۱۰ تا ۱۱ صبح پل خالی از ترافیک بود. اما هرچه به ساعات ظهر نزدیک می‌شد با توجه به توریستی بودن شهر بر بار ترافیکی جاده افزوده می‌شد. برای طراحی جزئیات آزمایش و چگونگی چیدمان سنسورها از نتایج آزمایش پل بابلرود که توسط جواد یادگاری و همکاران [25] و همچنین آزمایش پل قوسی بتنی که توسط محمد صادق معرفت و همکاران [26] انجام گرفته، استفاده شده است. در عملیات برداشت این آزمایش از تجهیزات داده‌برداری شرکت لرزه نگار پارسیان استفاده شده که به صورت یکپارچه، سنسور و ثبات لرزه‌ای را در خود جای داده است. لرزه‌سنج استفاده شده فرکانس طبیعی ۲ هرتز را داشته و حساست آن ۶۰ میلی‌آمپر بوده است. این لرزه‌سنج سه مولفه شمالی-جنوبی، شرقی-غربی و یک مولفه عمودی دارد که از معمول‌ترین لرزه‌سنج‌های امروزی است. آزمایش طبق شکل (۲) با

حساسیت خود را از دست می‌دهد، به عنوان مرز خوب شرطیدگی ماتریس هانکل معرفی کرده و از آن به بُعد مطلوب نام برده می‌شود. مشابه بخش قبل برای پیدا کردن دقیق تغییر حالت ماتریس، از معادله انحنای نمودار $k_i^{N_{max}}$ استفاده می‌شود.

۷- بررسی عدم قطعیت نتایج آنالیز مودال

برای بررسی عدم قطعیت قطب‌های شناسائی شده در مرحله قبل و تخمین مرتبه سیستم دو ابزار ذیل بکار گرفته می‌شود:

الف) معیار واریانس تخمین سیستم^۱ (VAF)

این رابطه خطای بین داده‌های تخمینی ($\hat{y}_n$) و اندازه‌گیری شده (y_k) را می‌سنجد. هرچه مقدار این معیار به عدد ۱۰۰ نزدیک‌تر باشد، خطای پیش‌بینی مدل کمتر در نتیجه مدل دقیق‌تری حاصل می‌شود. اولین مرتبه شروع همگرایی این معیار تخمینی از تعداد قطب‌های واقعی سیستم را ارائه می‌دهد [22].

$$VAF = 1 - \frac{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (y_k - \hat{y}_n)^2}{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (y_k)^2} \quad (26)$$

ب) معیار پیچیدگی مودی^۲ (MCF)

تخمین پارامترهای مودال ضعیف و داده‌های ناهمسان از مهمترین دلایل بوجود آمدن اشکال مودی با مولفه موهومی است. در این قسمت از این خاصیت برای بررسی میزان عدم قطعیت مرتبه‌های شناسائی شده در نمودار پایداری استفاده خواهد شد. برای سنجش میزان حقیقی بودن اشکال مودی از معیار پیچیدگی مودی طبق رابطه (۲۷) استفاده می‌شود [24].

$$MCF_r = 1 - \frac{(S_{xx} - S_{yy})^2 + 4S_y^2}{(S_{xx} + S_{yy})^2} \quad (27)$$

$$S_{xx} = \text{Re}\{\Psi_r\}^T \text{Re}\{\Psi_r\};$$

$$S_{yy} = \text{Im}\{\Psi_r\}^T \text{Im}\{\Psi_r\};$$

$$S_{xy} = \text{Re}\{\Psi_r\}^T \text{Im}\{\Psi_r\}$$

که در آن $\text{Re}\{\Psi_r\}$ و $\text{Im}\{\Psi_r\}$ به ترتیب قسمت واقعی و موهومی بردار مودی است. مقدار این رابطه بین صفر (مود حقیقی) تا ۱۰۰٪ (مود موهومی) متغیر است.

شکل ۱. پل روگذر ورودی شهر نمین



Fig. 1 Over Pass Bridge of Namin City

چهار لرزه‌سنگ که با S3، S4، S5 و S12 نشان داده شده در چهار آرایش مختلف انجام گرفته است. لازم به یادآوری است که با توجه به یکسانی مشخصات دهانه‌ها، سنسورها در دهانه اول به سمت شهر نصب شدند. در جدول (۱) مشخصات برداشت‌ها و همچنین بازه شتاب‌های ثبت شده در هر آرایش ارائه شده است. با توجه به مشخصات سازه‌ای پل مورد نظر که به صورت مجموعه‌ای از تیرهای I شکل دوسر ساده طراحی شده، از داده‌های چیدمان A1 که تقریباً روی شاه‌تیر بوده استفاده شده است. لازم به ذکر است که بیشترین ارتعاش محیطی پل هم در همین چیدمان ثبت شده است. با پایش ترافیک عبوری از روی پل، مشخص شد که در حالت ارتعاش آزاد، شتاب‌های ثبت شده در بازه $0.003g$ تا $0.008g$ قرار داشته و عبور وسایل نقلیه سنگین چون اتوبوس، تریلر ۱۸ چرخ، ترافیک سنگین همزمان هر دو باعث ایجاد شتاب بزرگتر از $0.01g$ در سیستم پل می‌شود. با توجه به متوسط شتاب در ارتعاش محیطی پل و همچنین طول پل و سرعت مجاز عبور وسایل از روی پل، ۱۶ دقیقه برداشت چیدمان اول، به بازه‌های یک دقیقه‌ای دسته‌بندی شدند که با صرف نظر کردن از یک دقیقه اول سیگنال که در آن ایستگاه S1 دچار اختلال بود، ۱۱ سیگنال در ناحیه ارتعاش محیطی و ۴ سیگنال در دسته ارتعاش قوی (اجباری) جای گرفتند. در این تحقیق با توجه به بررسی نتایج ارتعاش محیطی، نتایج ۱۱ سیگنال ارتعاش محیطی مورد بررسی قرار گرفته است. در شکل (۳) سیگنال کانال S3 ارائه شده است.

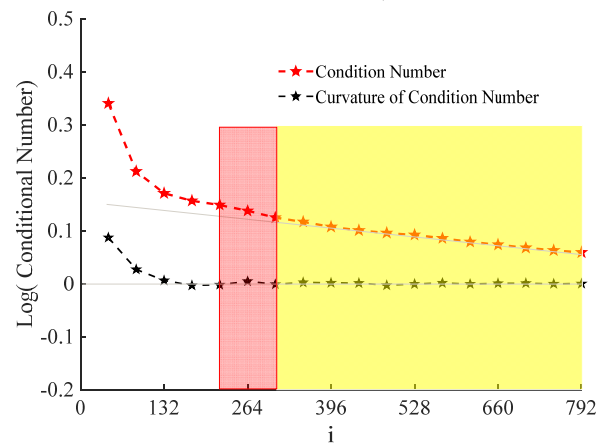
برای شروع فرآیند شناسایی سیستم، طبق رابطه (۱۹) حداقل فرکانس سیستم یا تخمینی از آن لازم بوده که برای این منظور از مدل المان محدود سیستم پل که توسط طراح پل به صورت

مجموعه مجزای تیر، دال بتنی و مجموعه شمع و فنداسیون در نرم‌افزار SAP2000 طراحی شده، استفاده شده است. در شکل (۴) مدل المان محدود مجموعه شمع و پی نشان داده شده است. حداقل مرتبه سیستم از رابطه (۱۹)، با توجه به نتایج المان محدود که حداقل فرکانس مجموعه $4/66$ هرتز بوده، $\beta \approx 44$ محاسبه می‌شود. ماکزیمم مرتبه سیستم از رابطه ۲۱ با توجه به طول یک دقیقه‌ای سیگنال ($s = 12000$) و تعداد سنسورها، $i_{max} = 55\beta$ بدست می‌آید. با انجام کدنویسی در محیط نرم‌افزار Matlab نمودارهای اندیکاتور انرژی برای ۱۸ سیکل اول رسم شده و مطابق شکل (۵) ماکزیمم مرتبه با استفاده از انحنای نمودار انرژی محاسبه می‌شود. با توجه به شکل (۵) برای تمامی سیکل‌ها مقدار انحنای نمودار در بازه ۵ درصدی مقادیر تکین هر سیکل به زیر 0.01% رسیده است. البته در این پژوهش برای حساسیت‌سنجی میزان انحنای مرزی در کیفیت مشخصات مودال استخراجی، ناحیه ۵ تا ۱۲ درصدی (ناحیه آبی رنگ) که در آن میزان انحنا به کمتر از 0.01% رسیده، نیز در نمودار پایداری بررسی خواهد شد.

برای یافتن سیستم با بُعد مطلوب، نمودار عدد شرطی را برای ماکزیمم مرتبه‌های استخراج شده ($k_i^{N_{max}}$) در سیکل‌های $i = \beta, 2\beta, \dots, 18\beta$ رسم کرده و برای بررسی دقیق حساسیت عدد شرطی نسبت به i از نمودار تغییرات انحنا استفاده شده است. با توجه به شکل (۶) برای $7\beta > i > 5\beta$ انحنا تغییر جهت داده (ناحیه قرمز رنگ) اما همانطور که در نمودار اندیکاتور انرژی مشاهده می‌شود، برای $i \geq 8\beta$ (ناحیه زرد رنگ) علاوه بر صفر شدن انحنا شیب نمودار نیز ثابت شده است. به منظور بررسی دقیق‌تر محدوده مطلوب سیستم برای تعیین مرتبه بهینه، نمودار پایداری برای سیکل‌های ششم ($i = 256$) و هشتم ($i = 352$) تا مرتبه ۱۱۰ به ترتیب در شکل‌های (۷ و ۸) رسم شده است. با رسم نمودار میانگین VAF برای چهار سیگنال چیدمان A1 در سیکل پنجم و هشتم، مشاهده می‌شود که از مرتبه ۱۲ ام، مقادیر VAF در هر دو سیکل به بیش از ۸۲ درصد همگرا شده که نشان دهنده وجود ۶ قطب احتمالی پایدار در این داده‌ها است. با رسم نمودار اندیکاتور انرژی، بازه مرتبه حداکثری برای سیکل پنجم و سیکل هشتم به ترتیب N_{max}^{256}

که این فرکانس برخلاف نمودار پایداری سیکل ششم که به سختی در آن قابل مشاهده است، در سیکل هشتم به وضوح این فرکانس شناسائی شده است. دو فرکانس مودی بعد از $33/83$ هرتز با توجه به $MCF > 75\%$ نویزی تشخیص داده شدند. در آخرین گام برای بررسی مشخصات مودی استخراج شده در مرز ناحیه مطلوب ($i = 352$)، نمودار پایداری مطابق شکل (۱۰) برای سیکل پانزدهم ($i = 660$) نیز رسم شد همان گونه که ملاحظه می شود نمودار پایداری و مشخصات مودی شناسائی شده در این سیکل تفاوت چندانی با سیکل هشتم نداشته و افزایش ابعاد ماتریس سیستم برای $i \geq 352$ نتیجه ای جز افزایش هزینه محاسباتی و همچنین پیدایش مدهای محاسباتی و نویزی بیشتر ندارد. در جدول (۲) علاوه بر ارائه نتایج شناسائی سیستم به روش B-SSI، نتایج تحلیل عددی و همچنین کار قبلی پژوهشگران این مقاله در حوزه فرکانس با روش تجزیه حوزه فرکانسی (FDD) برای مقایسه مشخصات استخراج شده نیز ارائه شده است. در نهایت اشکال مودی استخراج شده برای $i = 352$ و همچنین برای مدل المان محدود در شکل (۱۱) ارائه شده است.

همان طوری که ملاحظه شد با افزایش مرتبه نمودارهای پایداری و وارد شدن به ناحیه مرزی بد-شرطیدگی ماتریس سیستم (ناحیه زرد رنگ) تعداد قطب های شناسائی شده افزایش یافته ولی عدم قطعیت نتایج به شدت افزایش یافته است. به طوری که در ناحیه اول (آبی رنگ) دو مود شناسائی شده در هر دو سیکل جز قطب های اصلی سیستم بوده اند ولی از چهار قطب پایدار شناسائی شده در ناحیه دوم یک قطب متعلق به جزء سازه ای مورد بررسی بوده است. اهمیت حداکثر مرتبه موثر زمانی بهتر مشخص می شود که با عبور از مرتبه های متناظر به وضوح نمایان شدن قطب های بایاس و محاسباتی در نمودارهای پایداری مشخص می شود.

 شکل ۶. نمودار ماکزیمم عدد شرطی برای $i = 44, 88, \dots, 792$

 Fig. 6. Conditional number v.s. i for $i = 44, 88, \dots, 792$

$N_{max}^{352} = [38 \ 72]$ و $[28 \ 62]$ محاسبه شده که در نمودارهای پایداری ۷ و ۸ این بازه با رنگ زرد نمایش داده شده است. همانگونه که در هر نمودار پایداری ملاحظه می شود فرکانس های مودی $4/48$ هرتز و $15/45$ هرتز در حد اول ماکزیمم مرتبه هر دو سیکل ($N_{max}^{352} < 38$ و $N_{max}^{220} < 28$) شناسائی شده که با مراجعه به مدل المان محدود جدول (۲) و باتوجه به محل نصب سنسورها در چیدمان اول که تقریباً روی شاه تیر هستند می توان نتیجه گیری کرد که این دوفرکانس مودی مربوط به مود اول و دوم شاه تیر I هستند (شکل ۴). حال اگر مرتبه های ناحیه زرد رنگ ($28 < N_{max}^{220} < 66$ و $72 < N_{max}^{352} < 38$) که در آن تغییرات اندیکاتور انرژی اندک ولی شیب نمودار متغیر بوده، بررسی شود می توان مشاهده کرد فرکانس مودی ($7/25$ هرتز) و ($10/62$ هرتز) نیز در اطراف مود اول شاه تیر ظاهر شده که با توجه به $MCF < 1\%$ و همچنین همبستگی 98% شکل مودی آنها با مود اول می توان با ساخت مدل المان محدود یک پارچه سیستم پی و مجموعه سازه پل به بررسی آنها پرداخت. فرکانس مودی $23/56$ هرتز با توجه به $MCF > 76\%$ برای هر دو سیکل نویز تشخیص داده شده، اما فرکانس های مودی $25/26$ و $30/48$ هرتز که در نمودار پایداری ظاهر شده اند MCF کمتر از 11% درصد دارند اما در اشکال مودی حاصل بجز نقاط ثابت گره ای دو انتهای تیر، محور تیر به صورت خطی تغییر شکل داده و در نتیجه جزو اشکال مودی خمشی عرشه پل دسته بندی نشده اند. بر اساس مدل المان محدود شاه تیر، فرکانس مودی $33/83$ هرتز سومین فرکانس مودی این سازه بوده

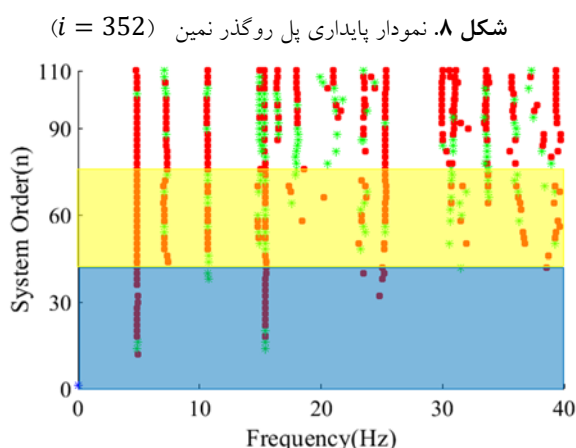


Fig. 8. 10 Stability diagram of Namin overpass bridge ($i = 352$)

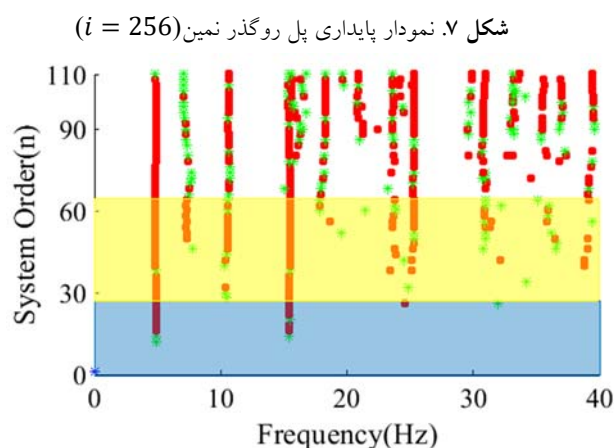


Fig. 7. Stability diagram of Namin overpass bridge ($i = 256$)

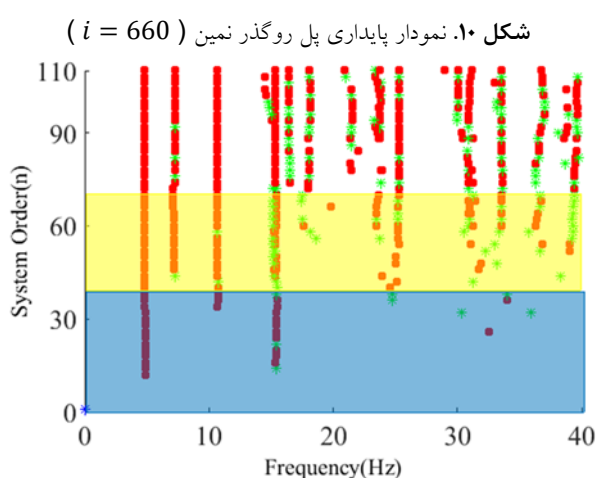


Fig. 10. Stability diagram of Namin overpass bridge ($i = 660$)

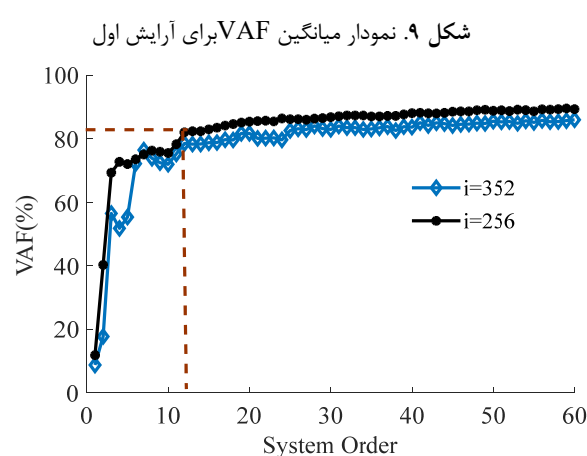


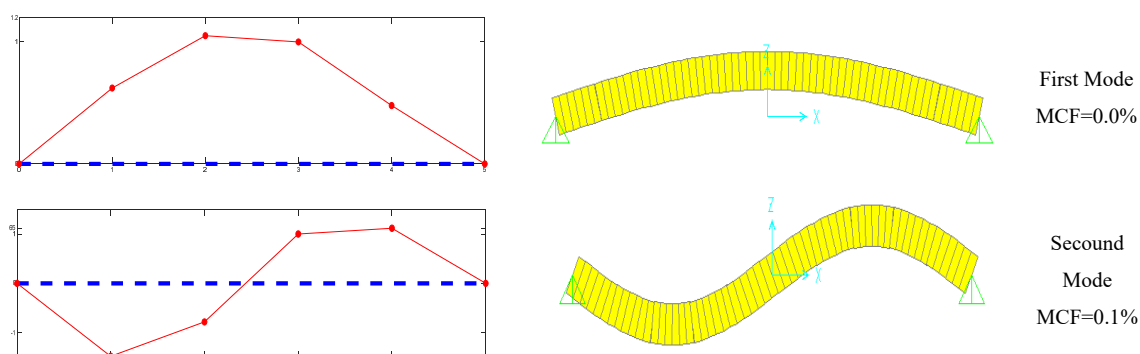
Fig. 9. Mean of Variance Accounted for arrangement A₁

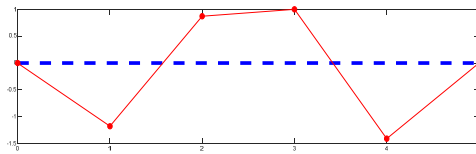
جدول ۲. مشخصات مودال مستخرج برای ۳ مود اول خمشی سیستم پل روگذر شهر نمین

Mode Number	Frequency (Hz)			Damping (%)		MCF (%)
	B-SSI	FDD	FEM	B-SSI	FDD	B-SSI
1	4.83	4.80	4.66	4.14	0.63	0.07
-	7.25	-	-	2.07	-	0.33
-	10.62	-	-	0.91	-	0.28
2	15.32	15.59	17.95	1.61	3.63	.85
3	33.83	35.25	37.89	0.68	5.41	4.04

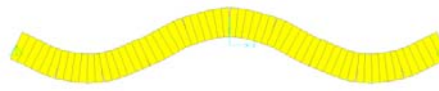
Table 2. Extracted modal properties for the first 3 bending modes for the overpass bridge of Namin city

شکل ۱۱. اشکال مودی شناسایی شده پل روگذر شهر نمین





a) SSI-CCA



b) FEM

Fig. 11. Identified mode shapes of the overpass bridge of Namin city

در یافتن مرتبه موثر نمودار پایداری تاثیر چشم‌گیری در کاهش عدم قطعیت نتایج استخراج شده داشته به طوری که از سه مود ارتعاشی مدنظر دو مود با دقت در ناحیه مربوط به مرتبه موثر استخراج شده است. بعلاوه استفاده از مفهوم عدد شرطی برای یافتن بعد بهینه سیستم موثر بوده، بطوریکه با رسم نمودار پایداری برای سیکل ۱۵ام، مشخص شد که مشخصات مودال مستخرج تفاوت چندانی با سیکل بهینه ۸ام نداشته است.

۱۰- منابع

- [1] Deraemaeker, A., et al., *Vibration-based structural health monitoring using output-only measurements under changing environment*. Mechanical systems and signal processing, 2008. **22**(1): p. 34-56.
- [2] De Moor, B.L., *On the number of rows and columns in subspace identification methods*. 2003.
- [3] Wu, C., et al., *Stabilization diagrams to distinguish physical modes and spurious modes for structural parameter identification*. Journal of Vibroengineering, 2017. **19**(4): p. 2777-2794.
- [4] Mrabet, E., M. Abdelghani, and N. Ben Kahla, *A new criterion for the stabilization diagram used with stochastic subspace identification methods: an application to an aircraft skeleton*. Shock and Vibration, 2014. **2014**.
- [5] Rainieri, C. and G. Fabbrocino, *Influence of model order and number of block rows on accuracy and precision of modal parameter estimates in stochastic subspace identification*. International Journal of Lifecycle Performance Engineering 10, 2014. **1**(4): p. 317-334.
- [6] Priori, C., M. De Angelis, and R. Betti, *On the selection of user-defined parameters in data-driven stochastic subspace identification*. Mechanical Systems and Signal Processing, 2018. **100**: p. 501-523.
- [7] Li, S., et al., *Parametric analysis of SSI algorithm in modal identification of high arch*

۹- نتیجه‌گیری

عدم اطلاع از ورودی‌ها در آزمایش‌های ارتعاش محیطی از مهمترین عوامل ایجاد عدم قطعیت در نتایج حاصل از شناسایی سیستم در روش‌های حوزه زمانی بوده و در این بین ابعاد ماتریس هانکل داده‌ها نقش اصلی در فرآیند آنالیز مودال را دارد. استفاده از ابعاد کوچک ماتریس احتمال عدم شناسایی قطب‌های موجود را داشته و انتخاب ابعاد بسیار بزرگ علاوه بر آنکه افزایش احتمال بوجود آمدن قطب‌های مجازی و بایاس را داشته، باعث افزایش هزینه محاسباتی نیز می‌شود. از این‌رو در این پژوهش به منظور یافتن ابعاد مطلوب ماتریس هانکل که ضمن پوشش قطب‌های موجود هزینه محاسباتی حداقلی نیز داشته باشد، از معیار عدد شرطی ماتریس هانکل و اندیکاتور انرژی در دو مرحله استفاده شده است. در نخستین گام، مرتبه بهینه نمودارهای پایداری را با استفاده از اندیکاتور انرژی محاسبه کرده، سپس با استفاده از این مرتبه حداکثری، عدد شرطی ماتریس سیستم را برای سیکل‌هایی که ضریبی از حداقل مرتبه سیستم هستند محاسبه می‌شود. با توجه به تعریف عدد شرطی با همگرا شدن این عدد به سمت صفر، ابعاد مطلوب ماتریس سیستم استخراج می‌شود. به منظور بررسی درستی آزمایشی روش پیشنهادی، نتایج آزمایش ارتعاش محیطی پل روگذر ورودی شهر نمین که با نصب چهار سنسور در چهار آرایش مختلف روی بخش‌های متفاوت دهانه اول این پل (سمت شهر) نمونه‌برداری شده بودند، مورد تحلیل قرار گرفت. با توجه به نتایج تحلیل عددی، از شتاب‌های کوچکتر از $0.01g$ با طول ۶۰ ثانیه در این پژوهش استفاده شده است. حداکثر مرتبه نمودارهای پایداری در بازه بین ۵ تا ۱۲ درصد تعداد مقادیر تکیه هر سیکل اتفاق افتاد. همچنین از همگرایی حداکثر عدد شرطی سیکل‌ها از سیکل ۸ام، بعد مطلوب ۳۵۲ انتخاب شد. در یک جمع‌بندی کلی می‌توان گفت استفاده از مفهوم اندیکاتور انرژی

2009. **23**(2): p. 316-329.
- [21] Pridham, B.A. and J.C. Wilson. *An application example illustrating the practical issues of subspace identification*. in *Proceedings of the 21st International Modal Analysis Conference*. 2003.
- [22] Verhaegen, M. and V. Verdult, *Filtering and system identification: a least squares approach*. 2007: Cambridge university press.
- [23] Yi, J.-H. and C.-B. Yun, *Comparative study on modal identification methods using output-only information*. *Structural Engineering and Mechanics*, 2004. **17**(3-4): p. 445-466.
- [24] Andersen, P., *ARTEMIS Extractor Online Help*. Structural Vibration Solutions A/S. Version, 2010.
- [25] YADGARI, J. and B. OMID, *Modal parameter identification using ambient vibration testing with introducing a new software*. 2010.
- [26] Marefat, M.-S., E. Ghahremani-Gargary, and S. Ataei, *Load test of a plain concrete arch railway bridge of 20-m span*. *Construction and Building Materials*, 2004. **18**(9): p. 661-667.
- dams. Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2020. **129**: p. 105929.
- [8] Nabavian, S.R., et al., *Damping estimation of a double layer grid with ball joint system by output-only modal identification*. Scientia Iranica, 2019.
- [9] Tarinejad, R. and M. Pourgholi, *Processing of Ambient Vibration Results using Stochastic Subspace Identification based on Canonical Correlation Analysis*. *Modares Mechanical Engineering*, 2015. **15**(7).
- [10] Tarinejad, R. and M. Pourgholi, *Modal identification of arch dams using balanced stochastic subspace identification*. *Journal of Vibration and Control*, 2018. **24**(10): p. 2030-2044.
- [11] Chen, C.-T., *Linear system theory and design*. 1995: Oxford University Press, Inc.
- [12] Chen, H.-F., P. Kumar, and J. Van Schuppen, *On Kalman filtering for conditionally Gaussian systems with random matrices*. *Systems & Control Letters*, 1989. **13**(5): p. 397-404.
- [13] Peeters, B., *System Identification and Damage Detection in Civil Engineering*, in *Faculteit Toegepaste Wetenschappen Arenbergkasteel*. 2000, Katholieke Universiteit Leuven: Heverlee (Belgium).
- [14] Desai, U.B., D. Pal, and R.D. Kirkpatrick, *A realization approach to stochastic model reduction*. *International Journal of Control*, 1985. **42**(4): p. 821-838.
- [15] Katayama, T., *Subspace methods for system identification*. 2006: Springer.
- [16] Van Overschee, P. and B.L. De Moor, *Subspace identification for linear systems: theory, implementation, applications*. Vol. 3. 1996: Kluwer academic publishers Dordrecht.
- [17] Peeters, B. and G. De Roeck, *Reference-based stochastic subspace identification for output-only modal analysis*. *Mechanical systems and signal processing*, 1999. **13**(6): p. 855-878.
- [18] Van Der Veen, A.-J. and E.F. Deprettere, *Subspace-based signal analysis using singular value decomposition*. *Proceedings of the IEEE*, 1993. **81**(9): p. 1277-1308.
- [19] Reynders, E. and G. De Roeck, *Reference-based combined deterministic-stochastic subspace identification for experimental and operational modal analysis*. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2008. **22**(3): p. 617-637.
- [20] Magalhaes, F., A. Cunha, and E. Caetano, *Online automatic identification of the modal parameters of a long span arch bridge*. *Mechanical Systems and Signal Processing*,

The Uncertainty of ambient vibration test results in stochastic subspace methods

Mehran Pourgholi^{1*}, Mohsen Mohammadzadeh Gilarlue², Mahin Ghannadi³

1. Assistant Professor, Department of Civil Engineering, Islamic Azad University, Sarab, Iran.

2. Assistant Professor, Department of Electrical Engineering, Islamic Azad University, Sarab, Iran.

3. Assistant Professor, Department of Civil Engineering, Islamic Azad University, Sarab, Iran.

* Sarab, Iran, Department of Civil Engineering, Islamic Azad University of Sarab Branch, Pourgholi@iausa.acir

Abstract

In stochastic subspace methods, the most important factor influencing the dynamic specifications is the dimensions of the Hankel matrix include the number of rows and columns. Using small matrix dimensions is unlikely to identify existing poles, and selecting very large dimensions not only increases the likelihood of virtual and bias poles but also increases computational costs. In this study, it is intended that the optimal dimensions of the Hankel matrix in the balanced stochastic subspace method be calculated in such a way that in addition to covering the existing poles, it also has a minimum computational cost. For this purpose, the condition number of the Hankel Matrix and Energy Indicator is used in two steps. The steps are as follows: First, calculate the optimal order of each cycle, and then use the optimal order to draw the condition number of the system matrix for different dimensions and calculate the desired dimension from its convergence. To verify the accuracy of the proposed method, the ambient vibration test of the Namin Entrance Bridge has been used. This bridge is located at the entrance of Namin city, 25 km from the center of Ardabil province, Iran, which includes two spans of 27.10m with a concrete deck. The deck of the bridge is located on beams with I sections, which are 2.5m away from each other, and the whole set of beams and deck is located on a system of foundations and piles with a diameter of 120cm. This bridge being the only entrance to the city and is exposed to various traffic loads, it was necessary to monitor the dynamic characteristics of the bridge as modal frequencies and damping ratios to evaluate the performance and ensure the health of the bridge structure. According to the numerical analysis and the length of the data (12000), the minimum order and the maximum number of cycles are 22 and 55, respectively. By diverging the curvature of the energy indicator graph, the optimal order is determined in the initial 5-12% of the singular values of cycles. For example, the maximum order of the 6th cycles was obtained, 28-62. Also, from the convergence of the maximum condition number of cycles from the 8th cycle, the optimal dimension was selected 352. In a general summary, it can be said that the use of the energy indicator concept in finding the effective order of the stability diagram has a significant effect on reducing the uncertainty of the extracted results. So that from the three identified stable poles, two poles have been extracted in the effective-order area. Also, using the concept of conditional number to find the optimal dimension of the system was effective, so that by drawing a stability diagram for the 15th cycle, it was found that the identified modal characteristics were not significantly different from the results of the optimal cycle (8th). Finally, the extracted modal properties have an acceptable agreement with the numerical model and frequency domain decomposition method (FDD). The modal frequencies of both methods (FDD & B-SSI) have a good correlation but the damping ratios were very different. In frequency domain methods the damping ratios being very sensitive to the quality of data collection, one can expect that the results of the subspace method are closer to reality.

Keywords: System identification, Hankel matrix, Desired System dimension, Stability Chart, Condition Number