

# مدل سازی عددی اثر توام اندازه آزمونه و نرخ بارگذاری بر مقاومت کششی دینامیکی سنگ

\*پیام اسدی<sup>۱</sup>، احمد علی فحیمی<sup>۲</sup>

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه تربیت مدرس

۲- استاد، دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه تربیت مدرس

a.fakhimi@modares.ac.ir

تاریخ پذیرش: ۹۹/۱۰/۲۳

تاریخ دریافت: ۹۹/۷/۸

## چکیده

نرخ بارگذاری و اندازه آزمونه (نمونه) دو عامل تاثیرگذار بر مقاومت کششی مصالح سنگی هستند. مطالعه اثر هم‌زمان این دو عامل برای طراحی بهتر سازه‌های سنگی در معرض بارگذاری دینامیکی ضرورت دارد. با این وجود مطالعات محدودی در این زمینه انجام شده است. در این پژوهش اثر اندازه آزمونه بر مقاومت دینامیکی کششی سنگ دارای شکاف با مدل‌سازی عددی آزمایش هاپکینسون با استفاده از روش ترکیبی المان محدود و المان‌گسته و با کمک آنالیز ابعادی مورد بررسی قرار گرفته است. آزمونه‌های دایره‌ای شکل با قطراهای در محدوده ۱۲/۵ تا ۵۰ میلی‌متر ایجاد و آزمایش عددی برزیلی دینامیکی روی آنها انجام شد یعنی در واقع آزمونه‌ها در نرخ‌های بارگذاری متفاوت و در شرایط بارگذاری کششی غیر مستقیم شکسته شدند. نتیجه حاکی از آن است که اثر اندازه در رفتار دینامیکی با اثر اندازه در رفتار استاتیکی متفاوت است و اگرچه در نرخ‌های بارگذاری کم مقاومت با افزایش اندازه آزمونه کاهش می‌یابد اما در نرخ‌های بارگذاری زیاد به دلیل وجود آثار اینرسی و نرخ بارگذاری، مقاومت در یک نرخ بارگذاری ثابت ابتدا با افزایش اندازه آزمونه افزایش می‌یابد اما در نهایت به مقداری نسبتاً ثابت می‌رسد و مستقل از اندازه آزمونه می‌شود.

**واژگان کلیدی:** اثر اندازه، اثر نرخ بارگذاری، آزمایش هاپکینسون، آنالیز ابعادی، بارگذاری دینامیکی، المان‌گسته، المان محدود

آن اثر اندازه (Size effect) گفته می‌شود، می‌تواند روی ویژگی‌های مکانیکی سنگ‌ها از جمله مقاومت کششی آنها تاثیرگذار باشد.

**۱- مطالعات انجام شده در زمینه اثر اندازه در رفتار استاتیکی**

پژوهش‌های فراوانی در زمینه اثر اندازه در رفتار استاتیکی انجام شده است. بیشتر این پژوهش‌ها نشان داده‌اند که ویژگی‌های

## ۱- مقدمه و تاریخچه پژوهش

اندازه‌گیری ویژگی‌های مکانیکی سنگ‌ها یکی از مهم‌ترین چالش‌های مهندسین است. به دلیل اینکه انجام آزمایش بر جا دشوار و گران‌قیمت است، معمولاً این ویژگیها در مقیاس کوچک در آزمایشگاه اندازه‌گیری و به مقیاس واقعی تعمیم داده می‌شود. بنابراین اختلاف اندازه بین آزمونه‌های آزمایشگاهی و کاربرد واقعی اجتناب‌ناپذیر است [1]. این اختلاف اندازه که به

عددی و آزمایشگاهی اثر اندازه آزمونه بر مقاومت دینامیکی فشاری بتن معمولی و پر مقاومت پرداختند و نشان دادند با افزایش اندازه آزمونه، مقاومت فشاری دینامیکی در یک نرخ کرنش ثابت، کاهش می‌یابد [10]. بیندی‌گاناوایل و همکاران (Bindiganavile et al.) آزمایش خمس سه نقطه‌ای با اعمال ضربه را روی تیرهای بتی انجام دادند. بررسی آزمایشگاهی آن‌ها نشان داد در حالت دینامیکی مقاومت با افزایش اندازه آزمونه سریع‌تر از حالت استاتیکی کاهش می‌یابد و در فشار بیشتر از خمس خود را نشان می‌دهد [11]. هو و همکاران (Hu et al.) آزمایش فشاری دینامیکی را روی آزمونه‌های مکعبی بتی فاقد شکاف انجام دادند. نتیجه بررسی آن‌ها نشان داد با افزایش اندازه آزمونه، مقاومت دینامیکی کاهش می‌یابد [12]. وانگ و همکاران (Wang et al.) به مطالعه آزمایشگاهی اثر اندازه آزمونه بر مقاومت دینامیکی فشاری آزمونه‌های استوانه‌ای بتی فاقد شکاف پرداختند. نتیجه، افزایش مقاومت با افزایش اندازه آزمونه را نشان داد [13]. لی و همکاران (Li et al.) با انجام آزمایش هاپکینسون به بررسی اثر اندازه آزمونه بر مقاومت فشاری آزمونه‌های استوانه‌ای بتی فاقد شکاف پرداختند که نتیجه حاکی از بی‌تأثیر بودن اندازه آزمونه بر مقاومت دینامیکی بود [14]. جین و همکاران (Jin et al.) با مدل‌سازی عددی دو بعدی آزمونه‌های مستطیلی دارای شکاف در محیط اجزا محدود، اثر اندازه آزمونه بر مقاومت کششی دینامیکی آزمونه‌های بتی را بررسی کردند. نتیجه این بررسی، نرخ کرنش ۱ واحد بر ثانیه را به عنوان نرخ کرنش کمتر از ۱ معرفی می‌کند و نشان می‌دهد که در نرخ کرنش کمتر از ۱ واحد بر ثانیه با افزایش اندازه آزمونه، مقاومت کاهش پیدا می‌کند و در نرخ کرنش زیادتر از ۱ واحد بر ثانیه با افزایش اندازه آزمونه، مقاومت ثابت باقی می‌ماند [15]. عمدت این پژوهش‌ها نشان داده‌اند که اثر اندازه در رفتار دینامیکی وجود دارد و سازوکار آن به مرتب پیچیده‌تر از اثر اندازه در رفتار استاتیکی است. با این حال نتیجه بررسی پژوهشگران مختلف دارای تفاوت است و نتیجه واحدی حاصل نشده است. از سوی دیگر بیشتر پژوهش‌های انجام شده به اثر اندازه آزمونه بر مقاومت فشاری مواد پرداخته‌اند و اثر اندازه بر مقاومت کششی دینامیکی مواد، کمتر بررسی شده است. جنس ماده بررسی شده

مقاومتی مواد ترد و شبه ترد مانند سنگ در بارگذاری استاتیکی به اندازه آزمونه وابسته است. این پژوهش‌ها در چهار گروه کلی طبقه‌بندی می‌شوند. گروه اول بر مبنای روش‌های احتمالاتی است که در ابتدا توسط ویبال (Weibull) ارائه و بعداً با نام مدل ضعیف‌ترین اتصال (Weakest link model) شناخته شد [2]. گروه دوم بر مبنای روش انرژی شکست (Fracture energy method) هستند [3]. بازانت و همکاران (Bazant et al.) بر اساس این روش، مدلی پیشنهاد دادند که قانون اثر اندازه (Size effect law) نامیده می‌شود و با کمک آن می‌توان مقاومت کششی در آزمایش بزرگی را تخمین زد [4]. گروه سوم بر مبنای روش فراکتال هستند [5]. کارپیتری و همکاران (Carpinteri et al.) با استفاده از بحث چندفراكتاله بودن در ابعاد مختلف، اثر اندازه بر مقاومت مواد ترد و شبه ترد را بررسی کردند و رابطه‌ای را ارائه کردند که به آن قانون مقیاس چندفراكتال گفته می‌شود [6]. گروه چهارم نیز مطالعات آزمایشگاهی هستند. نتیجه این پژوهشها عمدتاً حاکی از کاهش مقاومت با افزایش اندازه آزمونه است. [7]

### ۲-۱- مطالعات انجام شده در زمینه اثر نرخ بارگذاری

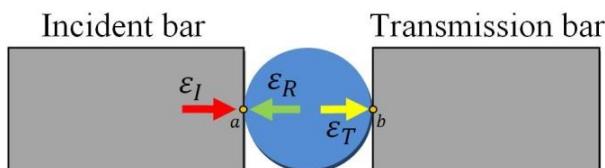
بررسی‌ها نشان داده‌اند که مقاومت مواد ترد و شبه ترد مانند سنگ، به نرخ بارگذاری وابسته است. این نوع مواد در بارگذاری دینامیکی مانند انفجار، ضربه و زلزله رفتاری متفاوت در مقایسه با بارگذاری استاتیکی از خود نشان می‌دهند و مقاومت آن‌ها با افزایش نرخ بارگذاری به شکل غیرخطی افزایش می‌یابد [8]. لی و همکاران (Li et al.) این افزایش مقاومت را به افزایش محصورشدنگی شعاعی آزمونه به دلیل آثار اینرسی نسبت داده‌اند [9]. علاوه بر اثر اینرسی، برخی خصوصیات ویسکو الاستیک یا ویسکو پلاستیک مواد رئوتکنیکی باعث می‌شود آن‌ها نسبت به نرخ بارگذاری حساس باشند [9].

### ۳-۱- مطالعات انجام شده در زمینه اثر اندازه در رفتار دینامیکی

مطالعات انجام شده بر روی اثر همزمان نرخ بارگذاری و اندازه آزمونه به دلیل پیچیدگی موضوع و محدود بودن تجهیزات آزمایشگاهی، به شکل محدودی صورت پذیرفته است. به عنوان مثال الفهل و همکاران (Elfahal et al.) به بررسی

موج‌های تصادف ( $\varepsilon_I$ )، و انعکاسی ( $\varepsilon_R$ ) توسط کرنش‌سنج‌های نصب شده روی میله تصادف و کرنش ناشی از موج انتقالی ( $\varepsilon_T$ ) توسط کرنش‌سنج روی میله انتقال ثبت می‌شوند [17].

شکل ۲. کرنش‌های میله‌ها در دو طرف آزمونه



شکل ۲. Strains of the bars at the two sides of the specimen

بر اساس معادلات موج یکبعدی و با توجه به شکل (۲)، کرنش‌های تصادف ( $\varepsilon_I$ )، انعکاسی ( $\varepsilon_R$ ) و انتقالی ( $\varepsilon_T$ ) از روابط زیر قابل محاسبه هستند:

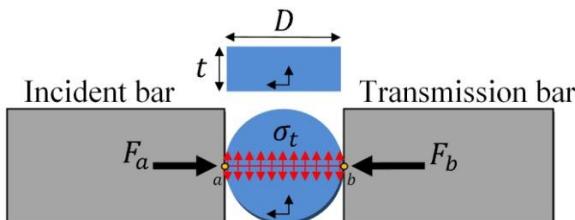
$$\varepsilon_I = \frac{-1}{c} \dot{u}_I \quad (1)$$

$$\varepsilon_R = \frac{1}{c} \dot{u}_R \quad (2)$$

$$\varepsilon_T = \frac{-1}{c} \dot{u}_T \quad (3)$$

در روابط (۱)، (۲) و (۳) سرعت موج در میله آزمایش و  $\dot{u}_T$  و  $\dot{u}_R$  به ترتیب سرعت ذرات میله در اثر اعمال موج‌های تصادف، انعکاسی و انتقالی هستند.

شکل ۳. آزمونه برزیلی در آزمایش هاپکینسون



شکل ۳. Brazilian specimen in the Hopkinson test

مقاومت کششی آزمونه برزیلی از رابطه (۴) قابل محاسبه است.

$$\sigma_t = \frac{2P_{max}}{\pi D t} \quad (4)$$

در رابطه (۴)،  $P_{max}$  بیشینه نیروی ایجاد شده در دو سر آزمونه است.  $D$  و  $t$  با توجه به شکل (۳) به ترتیب قطر و ضخامت آزمونه هستند. همچنین در آزمایش هاپکینسون طبق رابطه (۵) نیروی دو سر آزمونه با توجه به موج کرنش انتقالی قابل محاسبه است.

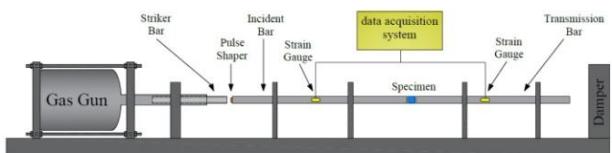
$$P = F_a = F_b = E_{\text{میله}} A_{\text{میله}} \varepsilon_t \quad (5)$$

نیز عملتا از بتن بوده و آزمونه‌های سنگی به شکل محدودی مورد بررسی قرار گرفته‌اند. همچنین تقریبا تمام پژوهش‌های انجام شده روی آزمونه‌های بدون شکاف انجام شده‌اند و اثر اندازه در رفتار دینامیکی از منظر مکانیک شکستی کمتر مورد توجه بوده است. در این پژوهش با استفاده از نرم‌افزار سه‌بعدی CA3 آزمایش هاپکینسون مدل‌سازی شده و اثر اندازه آزمونه بر مقاومت کششی دینامیکی آزمونه‌های سنگی دارای شکاف بررسی شده است. نتایج دینامیکی با نتایج استاتیکی مقایسه و با استفاده از آنالیز ابعادی تحلیل و بررسی شده است.

## ۲- معرفی دستگاه آزمایش هاپکینسون

دستگاه آزمایش هاپکینسون در شکل (۱) نشان داده شده است.

شکل ۱. تصویر شماتیک دستگاه آزمایش هاپکینسون



شکل ۱. Schematic view of the Hopkinson bar apparatus

در شروع آزمایش میله مهاجم توسط یک تنگ گازی شلیک می‌شود. در اثر برخورد میله مهاجم به میله تصادف (bar) موج تنش فشاری در طول آن انتشار می‌یابد. از آنجا که امپدانس مکانیکی آزمونه کمتر از میله‌ها است، قسمتی از موج تنش اولیه به صورت یک موج تنش کششی به میله تصادف باز می‌گردد که به آن موج انعکاسی گفته می‌شود. بخش دیگری از موج تصادف وارد آزمونه شده و موجب تغییر شکل آن می‌شود و در ادامه، این قسمت از موج وارد میله انتقال شده و در طول آن منتشر می‌شود که به آن موج انتقالی گفته می‌شود.

## ۲- تئوری آزمایش هاپکینسون

فرض اساسی در آزمایش هاپکینسون این است که امواج منتشر شده در طول میله‌های آزمایش، الاستیک و یکبعدی هستند. به همین دلیل از اصول تئوری انتشار موج یکبعدی برای اندازه‌گیری تغییر شکل آزمونه مورد آزمایش استفاده می‌شود. سه موج انتشار یافته در طول میله‌ها هر کدام به تنهایی باعث کرنش به خصوصی در میله‌ها می‌شوند. کرنش‌های ناشی از

کرنش‌سنج‌ها با فاصله از آزمونه مورد آزمایش نصب می‌شوند. به همین دلیل برای داشتن سه موج مذکور در نقاط  $a$  و  $b$ ، با توجه به سرعت انتشار موج در میله‌ها ( $C = \frac{m}{\mu s} = 4970$ ) و همچنین فاصله بین کرنش‌سنج‌ها تا نقاط متناظر بر اساس شکل(۵)، این امواج باید نسبت به زمان در نمودار کرنش-زمان جای‌جا شوند. جزئیات این انتقال در جدول(۱) ذکر شده است.

جدول ۱. جای‌جا‌یابی امواج نسبت به زمان

wave	Distance (mm)	Time shifting ( $\mu s$ )
Incident wave	+930	+187.15
Reflected wave	-930	-187.15
Transmitted wave	-605	-120.74

Table 1. Time shifting of the waves

### ۳- مدل سازی عددی

#### ۳-۱- معرفی نرم‌افزار و مدل میکرومکانیکی

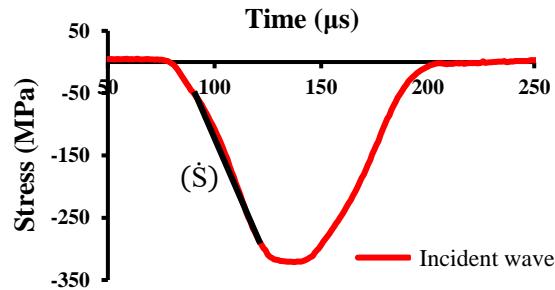
در این پژوهش از نرم‌افزار CA3 [16] که یک نرم‌افزار سه‌بعدی ترکیبی از روش المان محدود – المان‌گسسته برای مدل‌سازی مصالح ژئوتکنیکی می‌باشد، استفاده شده است. در این نرم‌افزار، آزمونه سنگی بررسی شده با المان‌های توپی شکل و در محیط المان‌گسسته مدل می‌شود [19]. توپ‌ها توسط فنرهای نرمال و برشی با ثابت‌های  $K_n$  و  $K_s$  که ویژگی‌های الاستیک مدل را فراهم می‌کنند با یکدیگر در تعامل هستند و برای مقاومت در برابر نیروهای خارجی از قیدهای نرمال و برشی  $n_b$  و  $s_b$  استفاده می‌شود. همچنین توپ‌ها در صورت عدم حضور قیدهای نرمال و برشی با ضربی اصطکاک کولمب روی هم می‌لغزنند. در این مدل، ذرات تا زمانی که مقدار  $\mu$  نیروی نرمال و برشی از مقدار مقاومت قیدهای نرمال و برشی کمتر باشد به هم متصل می‌مانند. در غیر این صورت این قیود شکسته و ذرات دیگر نیروی کششی تحمل نخواهند کرد و تنها در صورت وجود نیروی فشاری بین دو ذره، ذرات در برابر یک نیروی برشی متناسب با ضربی اصطکاک مقاومت می‌کنند. به طور خلاصه برای تعامل توپ‌ها در نرم‌افزار CA3، ۵ پارامتر میکرومکانیکی ( $K_n$ ،  $K_s$ ،  $K_b$ ،  $n_b$  و  $s_b$ ) لازم است [16]. اگرچه حضور این ۵ پارامتر می‌تواند مقاومت سنگ و شکست آن در بارگذاری استاتیکی را به خوبی مدل کند اما در

در رابطه (۵)، میله  $A$  سطح مقطع هر یک از میله‌ها و میله  $E$  مدول الاستیسیته میله‌ها است. از ترکیب دو رابطه (۴ و ۵)، رابطه (۶) به دست می‌آید که مقاومت کششی دینامیکی آزمونه سنگی در آزمایش هاپکینسون است.

$$\sigma_t = \frac{2P_{max}}{\pi D t} \frac{A_{میله}}{\pi D t} \epsilon_{Tmax} \quad (6)$$

در رابطه (۶)،  $\epsilon_{Tmax}$  بیشینه مقدار کرنش ناشی از موج انتقالی است. از آنجایی که روش‌های ارائه شده توسط پژوهشگران مختلف [18] برای محاسبه نرخ تنش و کرنش در این آزمایش تقریبی هستند و با توجه به اینکه نرخ کرنش در مرکز آزمونه برزیلی محاسبه می‌شود و در این پژوهش در مرکز آزمونه شکاف وجود دارد، نرخ کرنش به دست آمده نمی‌تواند دقیق باشد. در نتیجه به جای اینکه بررسی اثر اندازه در رفتار دینامیکی بر مبنای نرخ کرنش در مرکز آزمونه انجام شود، همچنانکه که خواهد آمد بر مبنای نرخ بارگذاری خارجی در میله تصادف ( $\dot{S}$ ) صورت می‌گیرد. نرخ بارگذاری خارجی در میله تصادف ( $\dot{S}$ ، شب نمودار تنش- زمان موج اولیه‌ای است که به مدل عددی اعمال می‌شود و در شکل (۴) نشان داده شده است.

شکل ۴. تصویر شماتیک موج اولیه و نرخ بارگذاری خارجی

Fig. 4. Schematic view of incident wave and loading rate ( $\dot{S}$ )

#### ۲-۲- تعادل دینامیکی آزمونه در مدل عددی

برقراری تعادل دینامیکی در آزمونه، یک مسئله اساسی در آزمایش هاپکینسون است. در این پژوهش بر اساس شکل‌های (۲ و ۳) برای برقراری تعادل دینامیکی ( $F_a = F_b$ ) باید مجموع کرنش‌های موج تصادف و انعکاسی در نقطه  $a$  با کرنش موج انتقالی در نقطه  $b$  برابر شود [17].

$$(\epsilon_I + \epsilon_R)_a = (\epsilon_T)_b \quad (7)$$

به علت مخدوش بودن داده‌ها در نزدیکی دو انتهای میله‌ها و همچنین تداخل امواج تصادف و انعکاسی در این محدوده،

آزمایش‌های استاندارد اندازه‌گیری و در جدول (۲) ارائه شده است.

جدول ۲. مشخصات ماکرومکانیکی آزمونه‌ی گچی مورد مطالعه

Poisson's ratio	Elastic modulus (GPa)	Tensile strength (MPa)	Compressive strength (MPa)
0.25	8.5	4	43.1

**Table 2.** The macro-mechanical properties of gypsum specimen

**۳-۳- کالیبراسیون ماده استفاده شده در مدل عددی**  
آزمونه عددی با مدل المان‌گسته، با استفاده از ویژگی‌های میکرومکانیکی ( $K_n$ ,  $K_s$ ,  $s_b$ ,  $n_b$  و  $\mu$ ) تعریف می‌شود. این ویژگی‌های میکرومکانیکی باید به گونه‌ای انتخاب شوند تا خصوصیات ماکرومکانیکی مدل عددی و آزمونه آزمایشگاهی با هم هماهنگ شوند. این فرآیند کالیبراسیون نام دارد و در این پژوهش با کمک روش ارائه شده توسط فخیمی و همکاران انجام شده است [22]. ویژگی‌های میکرومکانیکی آزمونه عددی ساخته شده در جدول (۳) ارائه شده است. فشار تشکیل ( $\sigma_0$ ) یکی دیگر از پارامترهای دخیل در سیستم است که ساختی برای میزان همپوشانی توب‌ها در مدل المان‌گسته در نرم‌افزار CA3 است و همپوشانی ایجاد شده توسط آن به رفتار واقعی تر مدل عددی می‌انجامد. [22]

جدول ۳. ویژگی‌های میکرومکانیکی آزمونه عددی شبیه سازی شده

R	Radius of spherical particles (mm)	0.5-0.7
Kn	Normal spring stiffness (MN/m)	9.2
Ks	Shear spring stiffness (MN/m)	1.84
nb	Normal bond (N)	4
sb	Shear bond (N)	10
$\mu$	Coefficient of friction at contact points	0.5
$\rho$	Density (Kg/m <sup>3</sup> )	2500
$\sigma_0$	Genesis pressure (GPa)	2.0

**Table 3.** The micro-mechanical parameters for the numerical model

پس از معرفی پارامترهای میکرومکانیکی جدول (۳) به برنامه کامپیوتی و شبیه‌سازی آزمایش‌های فشاری تک محوره و کششی، ویژگی‌های ماکرومکانیکی آزمونه عددی اندازه‌گیری و در جدول (۴) با مقادیر آزمایشگاهی مقایسه شده است. مشاهده می‌شود مدل عددی با دقت بالایی کالیبره شده است.

بارگذاری دینامیکی قادر نیست اضافه مقاومت مشاهده شده در آزمایش‌های فیزیکی را تولید کند [20]. فخیمی و همکاران برای اینکه بتوانند اثر نرخ بارگذاری را در مدل عددی آزمایش هاپکینسون ایجاد کنند مدل جدیدی بر مبنای تغییر در قیدهای نرمال و برشی ارائه کردند [20]. طبق این مدل قیدهای نرمال و یا برشی در هر گام محاسباتی، با حاصل ضرب مقدار قیدهای نرمال و یا برشی استاتیکی در تابعی خاص جایگزین می‌شوند. تابع مذکور به علت خطی نبودن افزایش مقاومت دینامیکی نسبت به نرخ بارگذاری، نمایی تعریف شده است. پارامترهای به کار رفته در آن، سرعت نسبی بین دو ذره در محل تماس آنها در هر گام محاسباتی و ضرایب ثابت هستند که توسط کاربر معرفی می‌شوند:

$$n_b := n_b \times e^{(\beta_n \times V_{nr})} \quad (8)$$

$$s_b := s_b \times e^{(\beta_s \times V_{sr})} \quad (9)$$

در روابط (۸) و (۹)،  $V_{sr}$  و  $V_{nr}$  به ترتیب سرعت نسبی نرمال و برشی بین توب‌ها در محل تماس آنهاست و  $\beta_n$  و  $\beta_s$  به ترتیب ثابت‌های نرمال و برشی با واحد  $\frac{s}{m}$  هستند. علامت  $=$  در روابط (۸) و (۹) به این معناست که در تحلیل دینامیکی، مقادیر استاتیکی قیدهای نرمال و برشی در سمت راست معادله با مقادیر دینامیکی مربوطه در سمت چپ جایگزین می‌شوند. نتیجه بررسی فخیمی و همکاران نشان داد با استفاده از ثابت‌های  $\beta_s = \beta_n = 40 - \frac{s}{m} - 100$  در حالت فشاری تکمحوره، این مدل علاوه بر بازتولید اضافه مقاومت دینامیکی در آزمونه عددی، توانسته نتایج هماهنگی بر نمودارهای آزمایش فیزیکی تولید کند [20]. همچنین فخیمی و همکاران نشان دادند این مدل اصلاحی در حالت کششی بزریلی نیز می‌تواند اضافه مقاومت لازم را تولید کند [21]. بر همین مبنای در این پژوهش نیز از پارامتر  $\beta = \beta_s = \beta_n = \frac{s}{m} = 80$  استفاده شده است.

### ۲-۳- ماده استفاده شده

آزمونه عددی این پژوهش بر مبنای ویژگی‌های مکانیکی آزمونه گچی ساخته شده از یک نوع گچ دندانپزشکی با نام تجاری اسنوراک (Snow rock) کالیبره و شبیه‌سازی شده است. ویژگی‌های مکانیکی آزمونه گچی ساخته شده با انجام

تغییرات نیرو، جابه جایی و تنش در نظر گرفته شده است. این المان‌ها با رنگ قرمز در شکل (۵) نشان داده شده‌اند. موج اولیه در انتهای آزاد میله تصادف به صورت پالس تنش با نرخ بارگذاری خارجی مشخص اعمال می‌شود و به همین دلیل مدل عددی به شرایط واقعی نزدیک است.

### ۵-۳- مدل سازی آزمایش کششی برزیلی

برای مقایسه نتایج دینامیکی با نتایج استاتیکی در این پژوهش، مدل‌های عددی آزمایش کششی برزیلی استاتیکی نیز ساخته شد (شکل ۶). به این منظور دو صفحه برای بارگذاری آزمونه در راستای عمود بر محور آزمونه ساخته شد. رفتار صفحات الاستیک در نظر گرفته شد و پارامترهای فولاد برای آن تعریف شد. برای برقراری ارتباط بین بخش المان‌گسسته و المان محدود از دیواره استفاده شد. جابه جایی صفحه پایینی به منظور اعمال نیرو بسته شد و تغییرات نیروی اعمالی در طول تحلیل ذخیره شد.

شکل ۶. مدل عددی آزمایش برزیلی در نرم افزار CA3 (الف) آزمونه دارای شکاف (ب) آزمونه فاقد شکاف

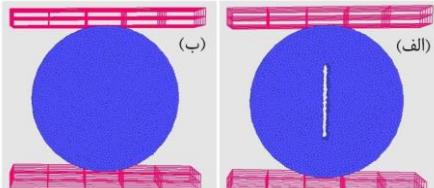


Fig. 6. Numerical modelling of Brazilian test in CA3  
a) specimen with notch b) specimen without notch

## ۴- بررسی نتایج

### ۴-۱- تشریح آنالیز ابعادی

در این پژوهش برای بررسی اثر اندازه، از آنالیز ابعادی استفاده شده است که بر اساس آن مقاومت دینامیکی آزمونه برزیلی دارای شکاف، تابع ۹ پارامتر است. این ۹ پارامتر عبارتند از طول شکاف ( $a$ )، قطر آزمونه ( $D$ )، ضخامت آزمونه ( $t$ ، نرخ بارگذاری خارجی در میله تصادف ( $\dot{S}$ )، ضریب چرمگی شکست ( $K_{IC}$ )، مقاومت اسمی آزمونه ( $\sigma_t$ )، مدول الاستیسیته‌ی آزمونه ( $E$ ، دانسیته‌ی آزمونه ( $\rho$ ) و ضریب پواسون آزمونه ( $\nu$ ). با فرض ناچیز بودن اثر ضریب پواسون و ثابت بودن ضخامت آزمونه، این دو پارامتر از آنالیز ابعادی حذف می‌شوند و به این ترتیب تعداد پارامترهای موثر در آنالیز ابعادی از ۹ به ۷ کاهش می‌یابد. همچنین بُعدهای موثر در آنالیز

جدول ۴. مقایسه ویژگی‌های مکانیکی آزمونه عددی ساخته شده در نرم افزار CA3 و آزمونه آزمایشگاهی

Parameters	Numerical simulation	Experimental
Uniaxial compressive strength (MPa)	42.9	43.1
Tensile strength (MPa)	4.1	4
Elastic modulus (GPa)	8.6	8.5
Poisson's ratio	0.3	0.25

Table 4. Comparison of the physical properties of gypsum specimen and bonded particle model

### ۴-۴- مدل سازی آزمایش هاپکینسون

بیشتر برنامه‌های عددی، در مدل سازی آزمایش هاپکینسون شرایط مرزی مانند موج تنش را مستقیم به خود آزمونه مورد مطالعه وارد می‌کنند [23] و میله‌های تصادف و انتقال در آن‌ها به‌طور کامل مدل سازی نمی‌شوند [24]. یکی از مزایای نرم افزار CA3 در مدل سازی آزمایش هاپکینسون، مدل سازی میله‌ها با طول واقعی آن‌هاست که نتایج واقع گرایانه‌تری در پی دارد. در این پژوهش برای میله‌های مدل شده به روش المان محدود رفتار الاستیک خطی در نظر گرفته شده است. ابعاد و پارامترهای مکانیکی میله‌ها، مطابق با دستگاه فیزیکی آزمایش هاپکینسون استفاده شده در پژوهش فخیمی و همکاران در نظر گرفته شد [20]. مشخصات دستگاه آزمایش هاپکینسون در جدول (۵) ارائه شده است.

جدول ۵. مشخصات دستگاه آزمایش هاپکینسون

Density of the bars (kg/m³)	8100
Elastic modulus of the bars (GPa)	200
Poisson's ratio of the bars	0.3
Wave velocity along the bars (m/s)	4970
Incident bar length (mm)	1830
Transmission bar length (mm)	1218
Diameter of bars (mm)	12.7

Table 5. The characteristics of the SHPB apparatus

شکل ۵. مدل عددی آزمایش هاپکینسون در نرم افزار CA3

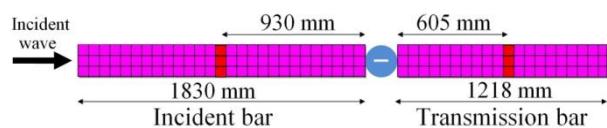


Fig. 5. Numerical modelling of Hopkinson test in CA3  
در مدل سازی این پژوهش تمام قسمت‌های دستگاه به جز میله‌ی مهاجم دقیقاً مدل سازی شده‌اند. همچنین در محل تماس آزمونه و میله‌ها دیواره (wall) تعریف شده است تا ارتباط دو محیط المان محدود و المان‌گسسته به هم را برقرار سازد. در داخل میله‌ها در محل کرنش‌سنجهای المان‌هایی برای ذخیره

توسط اتکینسون و همکاران برای آزمونه دارای شکاف  $MPa.\sqrt{m}$  به دست آمده است [25]. این مقدار عددی با مقدار آزمایشگاهی اندازه گیری شده توسط طالش و همکاران از آزمونه های ساخته شده با همین نوع گچ دندانپزشکی همانگی دارد [26]. از سوی دیگر برای آزمونه های فاقد شکاف، اندازه آزمونه تاثیر ناچیزی روی مقاومت دارد زیرا در این حالت به علت عدم حضور شکاف، اثر اندازه مکانیک شکستی نمی تواند بروز نماید.

#### ۴-۲-۴- آنالیز ابعادی نتیجه اثر اندازه در رفتار استاتیکی

در حالت استاتیکی، نرخ بارگذاری خارجی ( $\dot{S}$ ) صفر فرض می شود. این مسئله منجر به حذف پارامتر بدون بعد  $\frac{\dot{S}D\sqrt{\rho}}{E^2}$  از آنالیز ابعادی می شود. همچنین حذف نرخ بارگذاری خارجی ( $\dot{S}$ ) منجر به حذف پارامتر مدول الاستیسیته ( $E$ ) و پارامتر بدون بعد  $\frac{E\sqrt{a}}{K_{IC}}$  می شود. در نتیجه مقاومت بدون بعد آزمونه بربزیلی دارای شکاف در حالت استاتیکی تنها تابعی از  $\frac{a}{D}$  است.

$$\frac{\sigma_t \sqrt{a}}{K_{IC}} = f \left[ \frac{a}{D} \right] \quad (11)$$

با توجه به اینکه نسبت  $\frac{a}{D}$  در این پژوهش همواره ثابت و برابر  $0.5$  در نظر گرفته شده است، به منظور بررسی اثر اندازه به جای نسبت  $\frac{a}{D}$  از نسبت  $\frac{D}{t}$  استفاده شده است. نتیجه این بررسی در شکل (۸) نشان داده شده است.

شکل ۸ آنالیز ابعادی اثر اندازه در رفتار استاتیکی

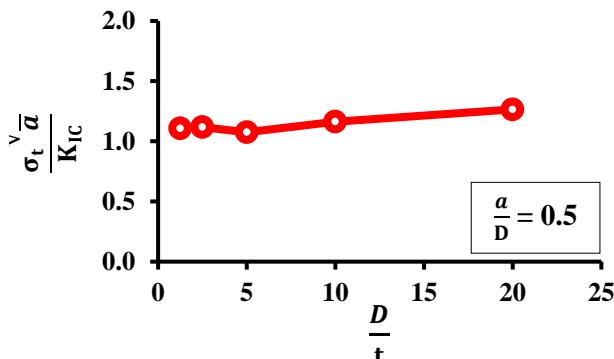


Fig. 8. Dimensional analysis of the static size effect

بعادی، طول ( $L$ )، جرم ( $M$ ) و زمان ( $T$ ) است. در نتیجه در این آنالیز ابعادی ۴ پارامتر بدون بعد وجود دارد و مقاومت دینامیکی بدون بعد آزمونه بربزیلی دارای شکاف، تابعی از ۳ پارامتر بدون بعد زیر است.

$$\frac{\sigma_t \sqrt{a}}{K_{IC}} = f \left[ \frac{a}{D}, \frac{E\sqrt{a}}{K_{IC}}, \frac{\dot{S}D\sqrt{\rho}}{E^2} \right] \quad (10)$$

#### ۴-۲-۵- بررسی نتایج استاتیکی

##### ۴-۲-۶- بررسی اثر اندازه در رفتار استاتیکی

برای بررسی اثر اندازه در رفتار استاتیکی، آزمونه های عددی دارای شکاف و فاقد شکاف در ۵ اندازه مختلف ساخته شد و در آزمایش بربزیلی قرار گرفتند. مشخصات آزمونه های ساخته شده در جدول (۶) ارائه شده است.

جدول ۶. مشخصات آزمونه های عددی ساخته شده برای آزمایش بربزیلی

قطر آزمونه (mm)	طول شکاف (mm)	ضخامت آزمونه (mm)	بازشدگی شکاف (mm)
2.4	10	6.25	12.5
2.4	10	12.5	25
2.4	10	25	50
2.4	10	50	100
2.4	10	100	200

Table 6. Properties of numerical specimens prepared for Brazilian test

شکل ۷. اثر اندازه آزمونه بر مقاومت کششی استاتیکی

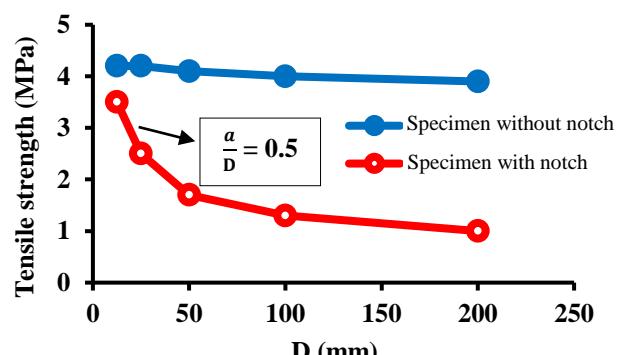
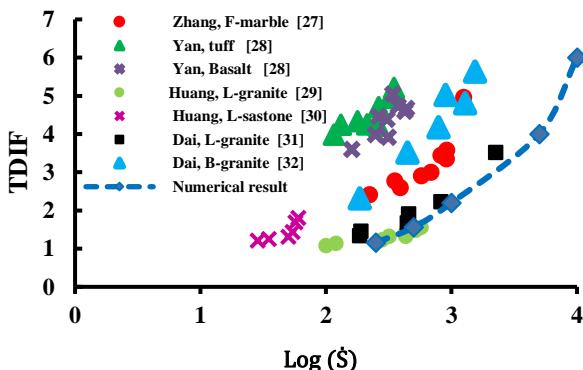


Fig. 7. Specimen size effect on static tensile strength  
نتیجه بررسی اثر اندازه در رفتار استاتیکی در شکل (۷) ارائه شده است. از شکل (۷) مشاهده می شود در حالت دارای شکاف، مقاومت اسمی محاسبه شده با استفاده از رابطه (۴)، با افزایش اندازه آزمونه کاهش می باید که با نتایج سایر پژوهشگران همخوانی دارد [6, 7]. همچنین مقدار عددی ضریب چرمگی شکست ( $K_{IC}$ ) با استفاده از روش ارائه شده

#### ۴-۳-۲- بررسی اثر نرخ بارگذاری خارجی

برای بررسی اثر نرخ بارگذاری خارجی بر مقاومت دینامیکی آزمونه برزیلی دارای شکاف، مقاومت دینامیکی آزمونهای با قطر  $25$  میلی‌متر، نسبت  $\frac{a}{D}$  برابر با  $0/5$  و با به کار گیری پارامتر  $\beta$  برابر با  $80$  ثانیه بر متر در نرخ‌های بارگذاری خارجی ( $\dot{\$}$ ) متفاوت مورد بررسی قرار گرفت. برای تغییر نرخ بارگذاری خارجی در این پژوهش بر اساس شکل (۴) با ثابت نگه داشتن زمان بارگذاری، پیک موج تنش اولیه تغییر داده شد تا مقدار نرخ بارگذاری خارجی ( $\dot{\$}$ ) تغییر کند. نتیجه این بررسی در شکل (۹) ارائه و با نتایج آزمایشگاهی سایر پژوهشگران مقایسه شده است. مشاهده می‌شود با افزایش نرخ بارگذاری خارجی، مقاومت دینامیکی آزمونه برزیلی دارای شکاف به شکل غیرخطی افزایش می‌یابد که این نتیجه با نتایج آزمایشگاهی سایر پژوهشگران همخوانی دارد [۲۷, ۲۸, ۲۹, ۳۰, ۳۱, ۳۲]. به علاوه نتیجه شکل (۹) نشان می‌دهد، مدل اصلاحی ارائه شده توسط فخیمی و همکاران به خوبی توانسته اضافه مقاومت ناشی از اثر نرخ بارگذاری را تولید کند [۲۰].

۹. مقایسه نتایج آزمایشگاهی ارائه شده توسط سایر پژوهشگران با نتایج عددی این پژوهش در ارتباط با اثر نرخ خارجی ( $\dot{\$}$ ) بر مقاومت دینامیکی. واحد نرخ بارگذاری خارجی ( $\dot{\$}$ )،  $(\frac{GPa}{s})$  است. محور عمودی نسبت مقاومت دینامیکی به استاتیکی است.



**Fig. 9.** Comparison of published experimental data with the numerical results of this study showing the dimensionless dynamic strength versus the stress rate. The dimension of ( $\dot{\$}$ ) is  $(\frac{GPa}{s})$ .

#### ۴-۳-۳- آنالیز ابعادی اثر اندازه در رفتار دینامیکی

بر اساس آنالیز ابعادی ارائه شده در این پژوهش، مقاومت دینامیکی بدون بعد آزمونه دارای شکاف تابع سه پارامتر بدون

#### ۴-۳-۴- مقایسه نتایج اثر اندازه در رفتار استاتیکی این

##### پژوهش با قانون اثر اندازه بازار و همکاران

مطالعات گوناگونی روی اثر اندازه در رفتار استاتیکی انجام شده است. در این بین، قانون ارائه شده توسط بازار و همکاران که بر مبنای روش انژری شکست هست، بیشتر از سایرین مورد توجه قرار گرفته است. بر اساس این قانون می‌توان مقاومت کششی آزمونهای دارای شکاف را در آزمایش برزیلی از رابطه (۱۲) تخمین زد [۴]:

$$\sigma_{Nu} = \frac{Bf_t}{\sqrt{1 + \frac{D}{\lambda_0 D_{max}}}} \quad (12)$$

در رابطه (۱۲)،  $\sigma_{Nu}$  مقاومت کششی اسمی آزمونه،  $f_t$  مقاومت کششی ذاتی ماده،  $D$  قطر آزمونه،  $D_{max}$  قطر بزرگترین دانه ماده و  $B$  و  $\lambda_0$  پارامترهای بدون بعد هستند. با توجه به اینکه شب منحنی در شکل (۸) تقریباً صفر است، می‌توان نتیجه گرفت که مقاومت با  $(\frac{1}{\sqrt{a}})$  و به دلیل ثابت بودن نسبت  $(\frac{a}{D})$ ، با  $(\frac{1}{\sqrt{D}})$  متناسب است. این مسئله در رابطه (۱۲) نیز مشاهده می‌شود. به این ترتیب نتایج این پژوهش با قانون اثر اندازه بازار و همکاران همخوانی دارد.

#### ۴-۳- نتایج دینامیکی

##### ۴-۳-۱- بررسی تعادل دینامیکی آزمونهای

در این پژوهش پیش از بررسی نتایج دینامیکی، تعادل دینامیکی آزمونهای مورد بررسی قرار گرفت. نتایج محاسبات عددی نشان می‌دهد که افزایش اندازه آزمونه منجر به برهم خوردن تعادل دینامیکی می‌شود. دلیل این موضوع آن است که افزایش اندازه آزمونه، باعث تاخیر در رسیدن موج به انتهای دیگر آزمونه می‌شود و در نتیجه اختلاف نیروی‌های دینامیک اعمالی در دو سر آزمونه افزایش می‌یابد. همچنین وجود شکاف در آزمونه منجر به تضعیف آزمونه شده و تعادل دینامیکی را بر هم می‌زند. با توجه به اینکه وجود شکاف اجتناب‌ناپذیر است، برای داشتن آزمونهایی با تعادل دینامیکی مطلوب، اثر اندازه در رفتار دینامیکی در بازه محدودتری از آنچه در بحث استاتیکی بیان شد مورد بررسی قرار گرفت و قطر آزمونهای بین ۱۲/۵ تا ۵۰ میلی‌متر انتخاب شد.

#### ۴-۳-۴- بررسی اثر اندازه آزمونه و نرخ بارگذاری بدون بعد بر مقاومت دینامیکی

از آنجایی که در بیشتر پژوهش‌ها ماده مورد بررسی تغییر نمی‌کند و مدول الاستیسیته ( $E$ ) و دانسیته ( $\rho$ ) آن ثابت باقی مانند، بررسی اثر اندازه در رفتار دینامیکی تنها بر مبنای حالت اول در جدول (۷) که در آن با تغییر قطر آزمونه ( $D$ ) مقدار نرخ بارگذاری خارجی در میله تصادف ( $\dot{S}$ ) به طور متناسب تغییر پیدا می‌کند، صورت پذیرفت. نتیجه بررسی در شکل (۱۱) ارائه شده است و نشان می‌دهد اثر اندازه در رفتار دینامیکی با اثر اندازه در رفتار استاتیکی تفاوت داشته و برخلاف اثر اندازه در رفتار استاتیکی که در آن با افزایش اندازه آزمونه مقاومت کاهش می‌یابد، در حالت دینامیکی و با فرض ثابت، مقاومت با افزایش اندازه، تقریباً ثابت باقی می‌ماند.

شکل ۱۱. اثر اندازه در رفتار دینامیکی بر مبنای آنالیز ابعادی حالت اول جدول (۷)

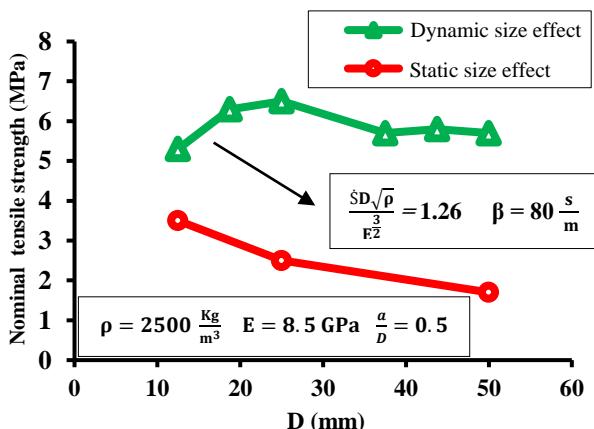


Fig. 11. Dynamic size effect based on case 1 in table 7

همچنین برای بررسی تغییر مقاومت دینامیکی در اثر تغییر اندازه آزمونه و نرخ بارگذاری بدون بعد، پارامتر  $\frac{\dot{S}D\sqrt{\rho}}{E^2}$  تغییر داده شد. به این منظور موج اولیه‌ای که به مدل اعمال می‌شد، تغییر داده شد و با تغییر موج اولیه مقدار نرخ بارگذاری خارجی ( $\dot{S}$ ) و در نتیجه مقدار  $\frac{\dot{S}D\sqrt{\rho}}{E^2}$  تغییر کرد. نتیجه بررسی در شکل (۱۲) ارائه شده است و نشان می‌دهد در نرخ‌های

بعد  $\frac{a}{D}$  و  $\frac{E\sqrt{\rho}}{K_{IC}}$  و  $\frac{\dot{S}D\sqrt{\rho}}{E^2}$  است. در این حالت برای بررسی اثر اندازه در رفتار دینامیکی، نمودار  $\frac{\sigma_t\sqrt{a}}{K_{IC}}$  بر حسب  $\frac{E\sqrt{a}}{K_{IC}}$  رسم شد. اما برای اینکه فقط اثر همین دو پارامتر بررسی شود، لازم است تا دو پارامتر  $\frac{\dot{S}D\sqrt{\rho}}{E^2}$  و  $\frac{a}{D}$  ثابت باقی بمانند. نسبت  $\frac{a}{D}$  در این پژوهش همواره ثابت است اما با تغییر اندازه آزمونه، ناگزیر مقدار  $\frac{\dot{S}D\sqrt{\rho}}{E^2}$  تغییر خواهد کرد. برای ثابت نگه داشتن سه حالت می‌توان در نظر گرفت. این سه حالت در جدول (۷) ارائه شده‌اند.

جدول ۷. حالت‌های به کار رفته برای ثابت نگهداشت پارامتر $\frac{\dot{S}D\sqrt{\rho}}{E^2}$	
حالات اول	با تغییر قطر آزمونه مقدار ( $\dot{S}$ ) به طور متناسب تغییر کند.
حالات دوم	با تغییر قطر آزمونه مقدار ( $\rho$ ) به طور متناسب تغییر کند.
حالات سوم	با تغییر قطر آزمونه مقدار ( $E$ ) به طور متناسب تغییر کند.

Table 7. Techniques used to keep  $\frac{\dot{S}D\sqrt{\rho}}{E^2}$  constant

نمودار آنالیز ابعادی برای سه حالت اشاره شده در جدول (۷)، در شکل (۱۰) نشان داده شده است.

شکل ۱۰. آنالیز ابعادی اثر اندازه در رفتار دینامیکی بر مبنای حالت‌های جدول (۷)

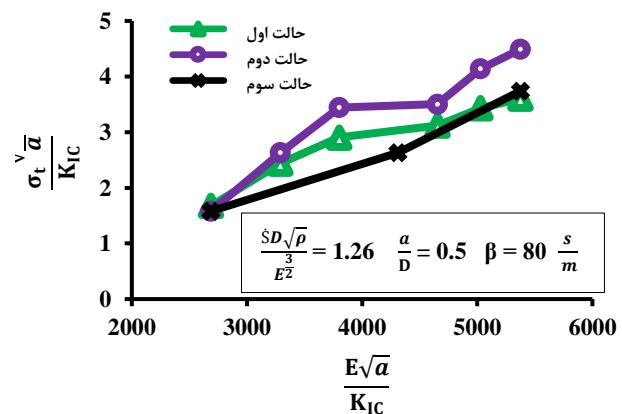


Fig. 10. Dimensional analysis of the dynamic size effect based on the information in table 7

مشاهده می‌شود در هر سه حالت منحنی‌ها روند مشابهی داشته و تقریباً با هم هماهنگ هستند. این هماهنگی نشان می‌دهد آنالیز ابعادی به درستی صورت پذیرفته و همه پارامترهای مهم در مقاومت دینامیکی آزمونه برزیلی دارای شکاف وارد آنالیز ابعادی شده‌اند.

## ۵- بحث در نتایج

اگرچه مطالعات انجام شده در زمینه اثر اندازه بر مقاومت دینامیکی سنگ از منظر مکانیک شکستی، بسیار محدود است، اما نتایج این پژوهش با نتایج ارائه شده توسط جین و همکاران قابل مقایسه است. جین و همکاران (Jin et al.) با مدل سازی دو بعدی آزمایش کشش مستقیم، اثر اندازه بر مقاومت کششی آزمونه های بتونی مستطیلی دارای شکاف را بررسی کردند.

شکل ۱۴. ارتباط بین اندازه آزمونه و مقاومت کششی دینامیکی آزمونه بتونی در نرخ های بارگذاری متفاوت بر مبنای نتایج جین و همکاران [15]

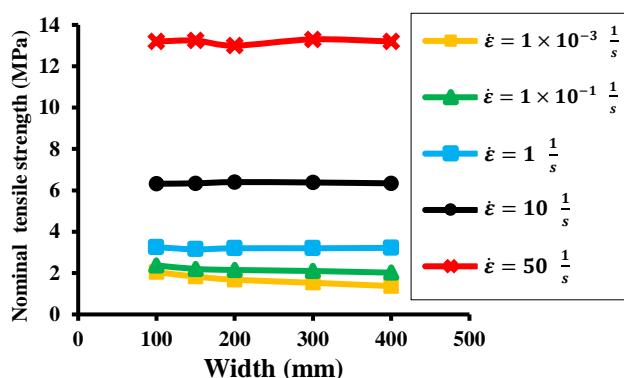


Fig. 14. Relationship between dynamic tensile strength and structural size of concrete having different strain rates [15].

نتیجه بررسی آنها برای نرخ های کرنش گوناگون در شکل (۱۴) ارائه شده است و نشان می دهد یک نرخ کرنش بحرانی مشخص وجود دارد که به ازای نرخ زیادتر از آن، با افزایش اندازه آزمونه مقاومت ثابت باقی می ماند و به ازای نرخ کرنش کمتر از آن با افزایش اندازه آزمونه مقاومت کاهش می یابد [15]. در این پژوهش و از شکل (۱۳) مشاهده می شود، اگرچه در نرخ بارگذاری کم با افزایش اندازه آزمونه مقاومت کاهش می یابد اما این روند کاهشی با افزایش نرخ بارگذاری به مرور به روند افزایشی تبدیل می شود که با نتایج جین و همکاران (Jin et al.) تفاوت دارد. در پژوهش حاضر و در نرخ بارگذاری زیاد، با افزایش اندازه آزمونه، مقاومت ابتدا با شب قابل توجهی افزایش می یابد اما به مرور شب منحنی کاهش یافته و تغییرات مقاومت با افزایش اندازه آزمونه کم می شود. شب قابل توجه اثر نرخ بارگذاری و اینرسی است. از سوی دیگر با افزایش اندازه آزمونه، آثار اینرسی و جرم موثر درگیر در رفتار

بارگذاری بدون بعد زیاد، مقاومت با افزایش اندازه آزمونه ثابت باقی می ماند اما با کاهش نرخ بارگذاری مقاومت روند کاهشی گرفته و به اثر اندازه در رفتار استاتیکی نزدیک می شود. همچنین از شکل (۱۲) مشاهده می شود که برای آزمونه با اندازه ثابت، با افزایش نرخ بارگذاری مقاومت کششی افزایش می یابد. شکل ۱۲. اثر نرخ بارگذاری بدون بعد بر اثر اندازه در رفتار دینامیکی بر مبنای آنالیز ابعادی حالت اول جدول (۷)

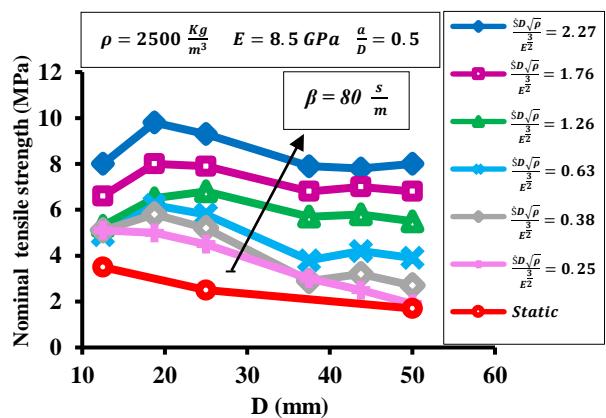


Fig. 12. Effect of dimensionless loading rate and specimen size on material strength

## ۴-۳- برسی اثر اندازه آزمونه و نرخ بارگذاری بر مقاومت دینامیکی

برای بررسی تغییر مقاومت دینامیکی در اثر تغییر اندازه آزمونه و نرخ بارگذاری، بدون در نظر گرفتن آنالیز ابعادی، مقدار نرخ بارگذاری خارجی در میله تصادف ( $\dot{S}$ ) تغییر داده شد. نتیجه بررسی در شکل (۱۳) ارائه شده است و نشان می دهد به دلیل وجود آثار اینرسی و نرخ بارگذاری، بسته به نرخ بارگذاری، با افزایش اندازه آزمونه مقاومت می تواند کاهش یابد، ثابت بماند و یا افزایش یابد.

شکل ۱۳. اثر نرخ بارگذاری بر اثر اندازه در رفتار دینامیکی

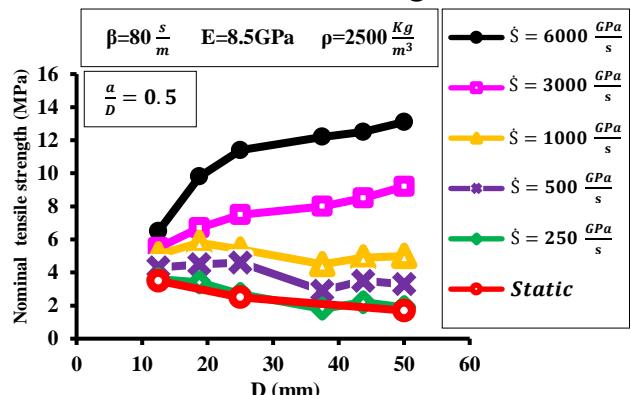


Fig. 13. Effect of loading rate and specimen size on material strength

۱. اثر اندازه در رفتار دینامیکی به دلیل وجود اثر اینرسی و اثر نرخ بارگذاری با اثر اندازه در رفتار استاتیکی متفاوت است و در حالت دینامیکی بسته به نرخ بارگذاری اعمالی، با افزایش بعد آزمونه مقاومت می‌تواند کاهش یابد، ثابت بماند و یا افزایش یابد.
۲. در آزمونه با بعد کوچک، اثر اندازه در رفتار دینامیکی و استاتیکی چشمگیر است. این موضوع در حالت استاتیکی با قانون اثر اندازه مکانیک شکستی بازالت همخوانی دارد.
۳. با افزایش بیشتر اندازه آزمونه، تاثیر اندازه بر مقاومت دینامیکی آزمونه سنگی دارای شکاف به دلیل اینکه آثار اینرسی و جرم موثر درگیر در رفتار دینامیکی اطراف نوک شکاف به حد اشباع می‌رسند و همچنین آثار نرخ بارگذاری نیز به یک وضعیت پایدار می‌رسد، کاهش می‌یابد.
۴. روش المان‌های گسسته قادر به مدل‌سازی اثر اندازه مکانیک شکستی در حالت استاتیکی است.

### منابع

- [1]. Palmström A., Singh R. 2001 The deformation modulus of rock masses comparisons between in situ tests and indirect estimates, Tunnelling and Underground Space Technology, vol. 16 (3), pp. 115-131.
- [2]. Weibull W. 1939 A statistical theory of the strength of materials, Proceeding of Royal Swedish Academy of Engineering Science, Stockholm, Sweden, pp. 1-45.
- [3]. Griffith A. A. 1924 The Theory of Rupture, In proceeding of 1st International Congress of Applied Mechanics, Delf, Netherlands.
- [4]. Bazant Z. P., Kazemi M. T., Hasegawa T. 1991 Size effect in brazilian splitcylinder tests: measurements and fracture analysis, ACI Material Journal, vol.88, pp.325-332.
- [5]. Carpinteri A. 1994 Fractal nature of material microstructure and size effects on apparent mechanical properties, Mechanics of Materials, vol. 18, pp. 89-101.
- [6]. Carpinteri A., Ferro G. 1994 Size effects on tensile fracture properties: a unified explanation based on disorder and fractality of concrete microstructure, Materials and Structures, vol. 27(10), pp. 563-571.
- [7]. Kadlecik V., Modry S. 2002 Size effect of test specimens on tensile splitting strength of

دینامیکی اطراف نوک شکاف به حد اشباع می‌رسند و به علت زیادتر شدن فاصله نوک شکاف از محل اعمال ضربه به آزمونه، آثار نرخ بارگذاری نیز به یک وضعیت پایدار می‌رسد و در نتیجه مقاومت با افزایش زیاد اندازه آزمونه تقریباً ثابت می‌شود. یعنی برای آزمونه‌های با اندازه بزرگ، نتایج این پژوهش و مرجع [15] همخوانی دارد. به عبارت دیگر به دلیل اینکه در این پژوهش اندازه‌های انتخاب شده کوچک‌تر از اندازه‌های انتخاب شده در مرجع [15] است، افزایش مقاومت با افزایش اندازه آزمونه در ابتدای منحنی‌ها به شکل محسوس‌تری قابل مشاهده است. برخی از تفاوت‌های پژوهش حاضر و مرجع [15] مربوط به چگونگی مدل‌سازی است. در پژوهش جین و همکاران آزمونه‌ها مستطیلی، به صورت دو بعدی، در کشش مستقیم و در محیط المان محدود مدل‌سازی شده‌اند اما در این پژوهش آزمونه‌های بزرگی به صورت سه بعدی و در محیط المان گسسته مدل‌سازی شده‌اند. به علاوه در پژوهش جین و همکاران در دو طرف آزمونه مستطیلی شکاف ایجاد شده است اما شکاف ایجاد شده در این پژوهش، یک شکاف سراسری در مرکز آزمونه بزرگی است. همچنین در پژوهش جین و همکاران، اثر اندازه آزمونه بر مبنای نرخ کرنش بررسی شده است و این نرخ کرنش به دلیل وجود شکاف در آزمونه نمی‌تواند چندان دقیق باشد اما در پژوهش حاضر اثر اندازه بر مبنای نرخ بارگذاری خارجی مورد بررسی قرار گرفته و دقیق‌تر است. به دلیل وجود این تفاوت‌ها، نتیجه دو پژوهش کمی متفاوت است.

### ۶- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، با استفاده از نرم‌افزار سه‌بعدی CA3 که یک نرم‌افزار ترکیبی المان محدود - المان گسسته می‌باشد، آزمایش هاپکینسون مدل‌سازی و اثر اندازه آزمونه و نرخ بارگذاری بر مقاومت کششی دینامیکی سنگ دارای شکاف بررسی شد. نتایج حاصل با نتایج استاتیکی مقایسه و با کمک آنالیز ابعادی تحلیل شدند. اهم نتایج حاصل به این شرح است:

- Rock Failure Under High Strain Rate Loading. Int J Civ Eng. 1-15.
- [22]. Fakhimi A., Villegas T. 2007 Application of dimensional analysis in calibration of a discrete element model for rock deformation and fracture. Rock Mech Rock Eng 40: 193–211.
- [23]. Li X., Zou Y., Zhou Z. 2014 Numerical Simulation of the Rock SHPB Test with a Special Shape Striker Based on the Discrete Element Method, Rock Mech. Rock Eng., vol. 47, no. 5, pp. 1693–1709.
- [24]. Rougier E., et al. 2011 The Combined Finite-Discrete Element Method applied to the Study of Rock Fracturing Behavior in 3D.
- [25]. Atkinson C., Smelser R. E., Sanchez, J. 1982 Combined mode fracture via the cracked Brazilian disk test. International Journal of Fracture, Vol.18, pp. 279-291.
- [26]. Alitaleh M., Naeimabadi M., Yazdani M. 2018 Investigation of crack growth in rock-like brittle material Modares Civil Engineering Journal, 18(4), pp. 143-155. (In Persian)
- [27]. Zhang QB, Zhao J. 2013 Determination of mechanical properties and full-field strain measurements of rock material under dynamic loads. Int J Rock Mech Min 60:423–439.
- [28]. Yan F, Feng XT, Chen R, Xia K, Jin C. 2012 Dynamic tensile failure of the rock interface between tuff and basalt. Rock Mech Rock Eng 45(3):341–348.
- Zhang, Q., 2014. Mechanical Behaviour of Rock Materials under Dynamic Loading. Ecole Polytechnique Federale de Lausanne.
- Zhang, Q., 2014. Mechanical Behaviour of Rock Materials under Dynamic Loading. Ecole Polytechnique Federale de Lausanne.
- [29]. Huang S, Chen R, Xia KW. 2010 Quantification of dynamic tensile parameters of rocks using a modified Kolsky tension bar apparatus. J Rock Mech Geotech Eng 2:162–168.
- [30]. Huang S, Xia K, Yan F, Feng X. 2010 An experimental study of the rate dependence of tensile strength softening of Longyou sandstone. Rock Mech Rock Eng 43(6):677–683.
- [31]. Dai F, Xia K, Tang L. 2010 Rate dependence of the flexural tensile strength of Laurentian granite. Int J Rock Mech Min 47(3):469–475.
- [32]. Dai F, Huang S, Xia K, Tan Z. 2010 Some fundamental issues in dynamic compression and tension tests of rocks using split Hopkinson pressure bar. Rock Mech Rock Eng 43(6):657–666.
- concrete: general relation, Journal of Materials and structures, vol.35, pp.28-34.
- [8]. Li Q. M., Meng H. 2003 About the dynamic strength enhancement of concrete-like materials in a split Hopkinson pressure bar test, Int. J. Solids Struct., vol. 40, no. 2, pp. 343-36.
- [9]. Li X. B., Lok T. S., Zhao J., Zhao P. J. 2000 Oscillation elimination in the Hopkinson bar apparatus and resultant complete dynamic stress-strain curves for rocks, Int. J. Rock Mech. Min. Sci., vol. 37, no. 7, pp. 1055–1060.
- [10]. Elfahal MM., Krauthammer T. 2005 Dynamic size effect in normal-and high-strength concrete cylinders, ACI Mater J, 02(2):77.
- [11]. Bindiganavile V., Banthia N. 2006 Size effects and the dynamic response of plain concrete, J Mater Civ Eng, 18(4): 485–91.
- [12]. Hu WH., Zou R., Peng G., Zou S. 2015 Energy absorption characteristics and size effect of concrete under different strain rates, J Yangtze River Sci Res Inst, 32(5):1326.
- [13]. Wang X., Zhang S., Wang C., Song R., Shang C., Fang X. 2018 Experimental investigation of the size effect of layered roller compacted concrete (RCC) under high-strain-rate loading. Constr Build Mater, 165: pp. 45–57.
- [14]. Li M., Hao H., Shi Y., Hao Y. 2018 Specimen shape and size effects on the concrete compressive strength under static and dynamic tests. Constr Build Mater, 161: pp.84-93.
- [15]. Jin L., Yu W., Du X., Yang W. 2019 Dynamic Size Effect of Concrete under Tension: A Numerical Study. International Journal of Impact Engineering. 132. 103318.
- [16]. Fakhimi A. 2009 A hybrid discrete–finite element model for numerical simulation of geomaterials. Comput Geotech 36:386–395.
- [17]. Davies R. M. 1948 A Critical Study of the Hopkinson Pressure Bar, Philos. Trans. R. Soc. A Math. Phys. Eng. Sci., vol. 240, no. 821, pp. 375–457.
- [18]. Xia K., Yao W. 2015 Dynamic rock tests using split Hopkinson (Kolsky) bar system – A review, J. Rock Mech. Geotech. Eng., vol.7 no.1, pp. 27–59.
- [19]. Cundall P. A., Strack ODL. 1979 A discrete numerical model for granular assemblies. Geotechnique 29:47–65.
- [20]. Fakhimi A., Azhdari P., Kimberley J. 2018 Physical and numerical evaluation of rock strength in Split Hopkinson Pressure Bar testing. Comput Geotech 102:1-11.
- [21]. Majedi M.R., Afrazi M., & Fakhimi, A. 2020 A Micromechanical Model for Simulation of

# Numerical modeling of the coupled effect of specimen size and loading rate on the dynamic tensile strength of rock

**P. Asadi<sup>1</sup>, A. Fakhimi<sup>2\*</sup>**

1- M.Sc. Student, Department of Civil and Environmental Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran, payam\_asadi@modares.ac.ir

2\*- Professor, Department of Civil and Environmental Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

a.fakhimi@modares.ac.ir

## Abstract

The loading rate and specimen size are two main influential factors which control the tensile and compressive strengths of Quasi-brittle materials such as concrete, ceramic and rock. Most of the studies in the past have been focused on the size effect in the static loading situations i.e. in situations in which the effect of the loading rate and inertia can be ignored. In particular, fracture mechanics size effect has received substantial attention both with respect to the physical testing and the numerical modeling. On the other hand, combined effect of the specimen size and loading rate on the rock strength has received little attention in the literature. Understanding the dynamic size effect of Quasi-brittle materials such as rock is essential for better analysis and design of rock structures. This is particularly the case when rock is subjected to the blasting loads or when it is prone to the strain bursting. Studies on the failure of rock under the coupled effect of specimen size and loading rate are far from sufficient. Due to the limitations of the laboratory test devices, limited research efforts have been conducted on the size effect of materials under dynamic loading. In this study, a 3D hybrid finite-discrete element code called CA3 was used to simulate the Split Hopkinson Pressure Bar test. The Incident and Transmitted bars were modeled by the finite element method while the Brazilian specimen was simulated using a Bonded Particle Model (BPM). The bars were assumed to behave elastically while the simulated specimen could develop micro and macro cracks which eventually could end up to complete disintegration and failure. Brazilian specimens with different sizes were numerically modeled. The specimen contained a vertical notch so that fracture mechanics size effect under high strain loading rate could be studied. The specimens were subjected to different loading rate by adjusting the incoming wave in the incident bar. A micromechanical model in which the contact bond strength was allowed to vary in proportion to the relative velocity at the contact point of the involved particles was employed to capture the loading rate effect. The effect of specimen size on the dynamic tensile strength of rock was explored and compared with the static size effect. The results were analyzed and discussed using the dimensional analysis approach. The numerical results suggest that the dynamic size effect on tensile strength of rock is different from the static size effect. While for small loading rates, the rock strength decreases as the specimen size increases, this is not the case when high loading rates are involved. For high loading rates, with the increase in the specimen size, the tensile strength initially increases. However, with further increase in the specimen size and the increase in the distance between the notch tips and the impact points, it appears that the inertia and loading rate effects reach to a stable situation, i.e. with further increase in the specimen size, the material strength remains relatively constant. This interesting observation is discussed and compared with the published data in the literature.

**Keywords:** Size effect, Loading rate effect, Split Hopkinson Pressure Bar, Dimensional analysis, Dynamic loading, Discrete element, Finite element