

کاربرد پاسخ وسیله نقلیه متحرک و روش تجزیه مود متغیر برای شناسایی آسیب در پل به روش پایش سلامت غیر مستقیم

شهرزاد خلخالی شانديز^۱، حامد خضرزاده^{۲*}

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی عمران (زلزله)، دانشگاه تربیت مدرس

۲- استادیار، دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه تربیت مدرس

*khezrzadeh@modares.ac.ir

تاریخ پذیرش: ۹۹/۸/۵

تاریخ دریافت: ۹۹/۶/۱۱

چکیده

با توجه به اهمیت پل‌ها به عنوان یکی از مهمترین زیرساخت‌ها، نگهداری و نظارت بر سلامتی آنها از اولویت بالایی برخوردار است. اندرکنش بین وسایل نقلیه در حال حرکت و پل‌ها از جمله زمینه‌های مطالعاتی است که توسط پژوهشگران زیادی در مهندسی پل مورد بررسی دقیق قرار گرفته است. می‌توان از پاسخ یک وسیله نقلیه عبوری از یک پل، به منظور پیش بینی غیرمستقیم خواص مکانی کی آن پل استفاده کرد. با استفاده از پاسخ وسیله نقلیه می‌توان به تشخیص خسارات و یا تخریب‌های احتمالی در سازه پرداخت. با نصب شتاب سنجهای با دقت بالا روی وسیله نقلیه در حال حرکت و ضبط سیگنال‌های مربوطه می‌توان تغییر ناگهانی خواص مکانیکی مربوط به وجود آسیب در پل را ضبط کرد. در این مطالعه، یک برنامه اجزای محدود به منظور تجزیه و تحلیل پاسخ وسیله نقلیه در حال حرکت تهیه شده است. در این برنامه، پل به عنوان تیر اوپلر - برنولی مدل سازی شده است و یک مدل کامل شامل سفتی و میرایی سیستم تعلیق وسیله نقلیه در حال حرکت ساخته شده است. این مدل سازی با کمک تحلیل مودال نیز انجام شده و پاسخ‌ها در دو روش با هم مقایسه شده اند تا حساسیت پاسخ وسیله نقلیه در حال حرکت به تعداد المانها سنجیده شود. پس از تأیید عملکرد مناسب برنامه، آسیب در تیر پل با استفاده از مفاهیم مکانیک شکست در نظر گرفته شده است. با داشتن یک چهارچوب تحلیلی دقیق، روش تجزیه مود متغیر (VMD) که روشی جدید برای تجزیه سیگنال است روی سیگنال شتاب ضبط شده از محور عقب خودرو به کار برده شده است تا هرگونه بی نظمی احتمالی در خواص سیگنال بررسی شود. سناریوهای آسیب مختلف، بررسی اثر وسیله نقلیه و وجود ناهمواری در این پژوهش در نظر گرفته شده است و تجزیه و تحلیل کامل در هر مورد انجام شده است تا از نتایج حاصل از VMD اطمینان حاصل شود. بررسی نتایج به روشی نشان می‌دهد که استفاده از VMD به نتایج قابل اعتمادی در تشخیص آسیب در پل‌ها منجر می‌شود.

کلیدواژه‌گان: روش غیر مستقیم پایش سلامت، جرم متحرک، اندرکنش وسیله نقلیه و پل، تجزیه مود متغیر، روش اجزای محدود، آنالیز مودال

۱- مقدمه

در دنیای مدرن امروزی توسعه اقتصادی و بهبود استانداردهای زندگی افراد جامعه با فراهم کردن زیر ساخت‌های حمل و نقل امری مهم است. پل‌ها از جمله زیرساخت‌های مهم حمل و نقل در کشورها هستند. امروزه با توسعه بزرگراه‌های غیر همسطح و پل‌های طولیل روی رودخانه‌ها و دریاچه‌ها اهمیت نگهداری و پایش سلامت این زیرساخت‌ها بیشتر احساس می‌شود. اندرکنش وسیله نقلیه و پل یکی از مباحث مورد علاقه مهندسين عمران در طراحی و نظارت بر رفتار پل است. یکی از کاربردهای این اندرکنش استفاده از آن برای شناسایی آسیب به روش غیر مستقیم است. در روش غیر مستقیم با نصب سنسورهایی روی وسیله نقلیه و عبور آن از روی پل و تحلیل پاسخ‌های گرفته شده از وسیله نقلیه به شناسایی آسیب‌های احتمالی می‌پردازند. در مقابل این روش، روش مستقیم است که با نصب سنسور روی پل و نظارت و اندازه‌گیری‌های مداوم تغییر در رفتار پل را بررسی می‌کنند. از مزیت‌های روش غیر مستقیم در مقابل روش مستقیم می‌توان به اقتصادی بودن، عدم نیاز به نیروی ماهر و قابلیت اجرا در سایر پل‌ها بدون هزینه اضافی اشاره کرد.

از مباحث اولیه اندرکنش وسیله و نقلیه و پل می‌توان به مبحث جرم متحرک اشاره کرد. در [1] روشی به نام المان مجزا برای بررسی حرکت جرم متحرک روی تیر تیموشنکو ارائه شده است. در این روش یک تیر انعطاف پذیر با تعدادی المان صلب با مفصل‌های انعطاف پذیر جایگزین شد. تاثیر ضخامت تیر و سرعت جرم متحرک مورد بررسی قرار گرفت. در [2, 3] رفتار دینامیکی و کنترل مودال تیر تحت عبور جرم متحرک و یک روش نیمه تحلیلی ارائه شده است. در پژوهش‌های گفته شده نشان داده شد که برای یک تیر دو سر سازه در سرعت‌های پایین‌تر از سرعت بحرانی تاثیر نیروی گریز از مرکز و شتاب کوریلیوس قابل چشم پوشی است. در این مقالات، الگوریتمی برای کنترل ارتعاش سازه با نصب محرک‌های فعال روی پل و جلوگیری از مشارکت مودهای بالاتر در ارتعاش سازه ارائه شده است و همین‌طور نتایج رضایت بخشی از مقایسه رویکرد عددی با نیمه تحلیلی حاصل

شده است. بررسی ارتعاش اجباری تیر (اوایلر-برنولی) دارای ترک تحت عبور جرم متحرک با استفاده از تابع گرین دینامیکی در [4] بررسی شد، و اثر تعداد و مکان ترک‌ها در پاسخ‌های دینامیکی تیر ارزیابی شده است. درمورد تحلیل حرکت جرم متحرک روی کامپوزیت‌های نوین می‌توان به [5] اشاره نمود که مطالعه تحلیلی روی ارتعاش عرشه‌های پل‌های فولادی-FRP تحت عبور جرم متحرک انجام داده‌اند. در این پژوهش مطالعه کاملی روی پارامترهای تاثیر گذار روی حرکت جرم متحرک و روی عرشه‌های ترکیبی فولاد-FRP صورت گرفته است.

در سال ۲۰۰۴ پیشنهادی در خصوص استخراج فرکانس‌های پل به وسیله پاسخ‌های دینامیکی وسیله عبوری از روی پل ارائه شد [6]. این روش برای دریافت فرکانس‌های پل اولین روش غیر مستقیم در بررسی ویژگی‌های سازه بود. در این مقاله با مدل سازی پل به صورت تیر اوایلر-برنولی و مدل‌سازی وسیله نقلیه به صورت یک جرم و فنر، مشاهده شد که فرکانس غالب پل به اندازه $\pi v/L$ با فرکانس غالب وسیله نقلیه فاصله دارد. در [7] با رسم تابع چگالی طیف شتاب نشان داده شد که با افزایش میرایی در سازه پل بیشینه چگالی طیفی شتاب وسیله نقلیه کاهش پیدا می‌کند و این کاهش در سرعت‌های پایین‌تر و سطح هموارتر واضح‌تر مشاهده می‌شود. در [8] با استفاده از یک کشنده سنگین روی پلی در تایوان و دریافت پاسخ‌های کشنده، این نتیجه حاصل شد که سرعت‌های پایین برای تعیین فرکانس‌های پل نتایج بهتری را ارائه می‌کند. تخمین مودهای ارتعاشی پل با استفاده از تجزیه فرکانس‌های دامنه کوتاه زمانی بر روی پاسخ ارتعاش وسیله نقلیه در [9] صورت گرفته است.

در ادامه پژوهش‌های انجام شده در خصوص شناسایی آسیب به روش غیر مستقیم بررسی شده‌اند. اندازه‌گیری پاسخ دینامیکی یک وسیله متحرک روی یک عرشه مدل شده با فرضیه اوایلر-برنولی و اعمال کاهش سختی خمشی در تیر به عنوان شاخصی برای آسیب دیدگی و استفاده از تکنیک تنظیم برای شناسایی آسیب در [10] ارائه شده است. در [11] با مدل‌سازی پل به صورت تیر اوایلر-برنولی و وسیله نقلیه با ۴ درجه آزادی به

می‌شود. در [15] در مورد کاربرد تجزیه مناسب متعامد (POD) و دیگر روش‌های تجزیه سیگنال در مباحث مهندسی عمران اشاره شده است. در [16] با استفاده از تجزیه مود تجربی روی اختلاف جابه‌جایی قائم وسیله نقلیه در دو حالت پل سالم و پل آسیب دیده محل آسیب در پل شناسایی شد. استفاده از رویکردی جدید برای شناسایی آسیب در پل با در نظر گرفتن دو شاخص طیف شتاب وسیله نقلیه و تغییر در جابه‌جایی پل در [17] انجام شد. در این پژوهش از حلگرهای صریح برنامه LS-DYNA بهره برده شد. یکی از چالش‌های پیش رو برای شناسایی آسیب به روش غیر مستقیم فائق آمدن به ناهمواری‌های سطح است چراکه وجود این ناهمواری‌ها باعث ارتعاش پیش بینی نشده‌ای در وسیله نقلیه می‌شود و کار شناسایی آسیب را دشوار می‌کند در [18] با استفاده از فیلتر دوگانه کالمن^۴ ناهمواری‌های سطح شناسایی شده و سپس با تحلیل نیروی اندرکنش میان وسیله نقلیه و پل به وسیله تنظیم تیخونوف مکان آسیب در پل شناسایی می‌شود. درستی این روش در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی مورد تایید قرار گرفت. در [19] با استفاده از تجزیه مود تجربی به عنوان شاخصی برای آسیب دیدگی آثار آسیب در کابل‌های پل کابلی بررسی شد و با تعریف وسیله‌های نقلیه مختلف پارامترهای موثر وسیله در شناسایی آسیب مورد بررسی قرار گرفت.

در این پژوهش پل به صورت یک تیر اوپلر-برنولی دو سر مفصل مدل شده است. سپس با استفاده از روش اجزاء محدود ماتریس‌های جرم، میرایی و سختی تیر و همین‌طور وسیله نقلیه ساخته می‌شوند، با سوار کردن این ماتریس‌ها روی هم دستگاه معادلات اندرکنش وسیله نقلیه و پل ایجاد می‌شود. برای درستی‌آزمایی این روابط، اندرکنش وسیله نقلیه و پل به روش مودال نیز محاسبه شده است و پاسخ‌ها با هم مقایسه شده‌اند. آسیب در تیر به صورت ترک در نظر گرفته شده است و تاثیر وجود ترک بر اساس روابط مکانیک شکست به تیر اعمال شده است. با عبور وسیله نقلیه از روی تیر ترک خورده و تجزیه پاسخ‌های شتاب محور عقب وسیله نقلیه به روش تجزیه مود

صورت یک نیمه خودرو، از تئوری تبدیل موجک برای شناسایی آسیب استفاده شده است. بدین صورت که با اعمال آسیب در تیر پاسخ‌های جابه‌جایی وسیله نقلیه حاصل از اندرکنش وسیله نقلیه و پل استخراج می‌شود و سپس با اعمال تبدیل موجک و استفاده از تابع سیملت^۱ محل آسیب دیدگی به صورت قله‌هایی در ضرایب تبدیل موجک قابل رویت است. استفاده از طیف موجک^۲ برای تشخیص ترک‌های باز و ترک‌های باز و بسته‌شونده در [12] مورد استفاده قرار گرفت. در این پژوهش کاهش سختی با استفاده از تئوری مکانیک شکست به عنوان ترک‌های باز و استفاده از ماتریس‌های وابسته به زمان برای کاهش سختی در ترک‌های باز و بسته‌شونده با توجه به انحنا تیر در زمان‌های مختلف اعمال شده، و نشان داده شد که ارتعاش‌های وسیله نقلیه در ترک‌های باز و بسته‌شونده کمتر از ترک‌های باز است. با استفاده از فرکانس لحظه‌ای^۳ بدست آمده از طیف موجک مشاهده شد که در حضور ترک‌های باز فرکانس لحظه‌ای در طول تیر ثابت است اما در حضور ترک‌های باز و بسته‌شونده فرکانس لحظه‌ای در طول تیر تغییر می‌کند. ایجاد ترک در اثر وقوع زلزله در پل در [13] مورد بحث قرار گرفت. در این پژوهش آثار زمان ایجاد ترک، مکان ترک، عمق ترک و سرعت وسیله نقلیه بررسی شد. ایجاد ترک در اثر زلزله باعث تغییر در سختی سازه و در نتیجه تغییر در فرکانس‌های طبیعی در حین ارتعاش آن می‌شود. شناسایی این تغییر با استفاده از طیف موجک که توانایی تحلیل سیگنال را در حوزه زمان و فرکانس را داراست انجام شد. رابطه میان عمق ترک و فرکانس لحظه‌ای ارائه شده می‌تواند برای شناسایی میزان عمق ترک مفید واقع شود. اعمال همزمان آسیب دیدگی در عرشه پل و کاهش کشش کابل در پل‌های کابلی در [14] ارائه شد. در این مقاله بردار پاسخ جابه‌جایی نسبی وسیله نقلیه با استفاده از اختلاف جابه‌جایی قائم وسیله نقلیه در حالت پل آسیب دیده و پل سالم محاسبه می‌شود در ادامه با استفاده از تجزیه مناسب متعامد (POD) بردار اختلاف جابه‌جایی تجزیه می‌شود و محل آسیب دیدگی به صورت بیشینه‌هایی در نمودارها نشان داده

4. Proper orthogonal decomposition
5. Empirical mode decomposition
6. Dual Kalman filter

1. Symlet function
2. Wavelet spectrum
3. Instantaneous frequency

$$f_2 = -m_2 g + m_2 \ddot{d}_4 - \frac{m_0 g b_1}{b_1 + b_2} + \frac{I_0 \ddot{d}_1 + m_0 b_1 \ddot{d}_2}{b_1 + b_2} \quad (4)$$

شکل ۱. وسیله نقلیه و پل به همراه درجات آزادی (اجزاء محدود)

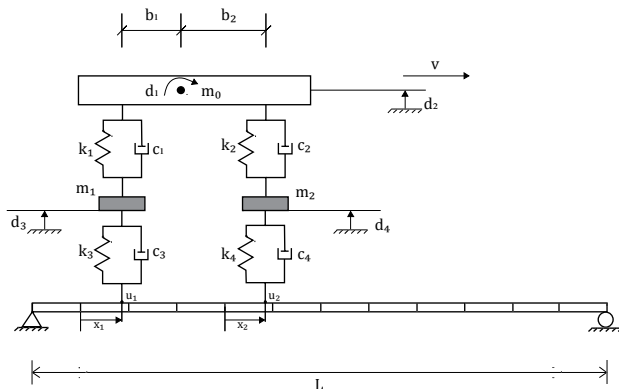


Fig.1. ridge and vehicle with degrees of freedom (Finite element analysis).

جابه‌جایی تیر u در نقطه دلخواهی مانند x با استفاده از توابع

شکل $[N]$ و جابه‌جایی گره‌ای d بدست می‌آید.

$$u = [N]\{d\} \quad (5)$$

توابع شکل یک المان تیر به صورت زیر است.

$$[N] = [N_1 \quad N_2 \quad N_3 \quad N_4] \quad (6)$$

که در آن

$$\begin{aligned} N_1 &= 1 - 3\left(\frac{x}{l}\right)^2 + 2\left(\frac{x}{l}\right)^3 & N_2 &= x\left(\frac{x}{l} - 1\right)^2 \\ N_3 &= 3\left(\frac{x}{l}\right)^2 - 2\left(\frac{x}{l}\right)^3 & N_4 &= x\left[\left(\frac{x}{l}\right)^2 - \frac{x}{l}\right] \end{aligned} \quad (7)$$

است. مشتق نسبت به زمان u به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\dot{u}(x, t) = \frac{\partial u}{\partial x} \dot{x} + \frac{\partial u}{\partial t} \quad (8)$$

با توجه به اینکه $[N]$ یک تابع وابسته به مکان و d وابسته به

زمان است بنا به رابطه (۵) داریم.

$$\frac{\partial u}{\partial x} = [N]_x \{d\} \quad (9)$$

با جایگذاری روابط (۸ و ۹) در روابط (۱ و ۲) معادله

اندرکنش وسیله نقلیه و پل به صورت زیر بیان می‌شود.

متغیر (VMD) مکان آسیب دیدگی مشخص می‌شود. در ادامه با اعمال آسیب دیدگی در مکان‌های مختلف و با عمق‌های مختلف و همین‌گونه بررسی اثر وسیله نقلیه و بررسی اثر ناهمواری‌های سطح، درستی این روش در شناسایی آسیب دیدگی مورد آزمایش قرار می‌گیرد.

۲- اندرکنش وسیله نقلیه و پل

۲-۱- روش اجزای محدود

در این قسمت روابط و معادلات مربوط به اندرکنش وسیله نقلیه و پل به کمک روش اجزای محدود ارائه می‌شود. ماتریس‌های جرم، میرایی و سختی وسیله نقلیه و سپس ماتریس‌های متناظر در پل ارائه می‌شوند و در انتها رابطه نهایی اندرکنش وسیله نقلیه و پل ارائه خواهد شد. وسیله نقلیه به صورت یک نیمه-خودرو با ۴ درجه آزادی مدل شده است. در شکل (۱) نمایی از پل و وسیله نقلیه به همراه درجات آزادی نشان داده شده است [11].

معادله حرکت وسیله نقلیه بصورت زیر ارائه می‌شود.

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} I_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{d}_1 \\ \ddot{d}_2 \\ \ddot{d}_3 \\ \ddot{d}_4 \end{Bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} c_1 b_1^2 + c_2 b_2^2 & c_1 b_1 - c_2 b_2 & -c_1 b_1 & -c_2 b_2 \\ c_1 b_1 - c_2 b_2 & c_1 + c_2 & -c_1 & -c_2 \\ -c_1 b_1 & -c_1 & c_1 + c_3 & 0 \\ c_2 b_2 & -c_2 & 0 & c_2 + c_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{d}_1 \\ \dot{d}_2 \\ \dot{d}_3 \\ \dot{d}_4 \end{Bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} k_1 b_1^2 + k_2 b_2^2 & b_1 c_1 - b_2 c_2 & -k_1 b_1 & -k_2 b_2 \\ k_1 b_1 - k_2 b_2 & k_1 + k_2 & -k_1 & -k_2 \\ -k_1 b_1 & -k_1 & k_1 + k_3 & 0 \\ k_2 b_2 & -k_2 & 0 & k_2 + k_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \end{Bmatrix} \\ & = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ k_3 u_1 + c_3 \dot{u}_1 \\ k_4 u_2 + c_4 \dot{u}_2 \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (1)$$

در رابطه بالا I_0 اینرسی دورانی جرم خودرو است.

پل به صورت یک تیر اویلر-برنولی دو سر ساده مدل شده و

معادله ارتعاش تیر به صورت زیر است.

$$[M]\{\ddot{d}\} + [C]\{\dot{d}\} + [K]\{d\} = [N_1]^T f_1 + [N_3]^T f_2 \quad (2)$$

$$f_1 = -m_1 g + m_1 \ddot{d}_3 - \frac{m_0 g b_2}{b_1 + b_2} + \frac{I_0 \ddot{d}_1 + m_0 b_2 \ddot{d}_2}{b_1 + b_2} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} [M] & \sum_{i=1}^2 [N_i]^T f_{\theta i} & \sum_{i=1}^2 [N_i]^T f_{y i} & m_1 [N_1]^T & m_2 [N_2]^T \\ [0] & I_0 & 0 & 0 & 0 \\ [0] & 0 & m_0 & 0 & 0 \\ [0] & 0 & 0 & m_1 & 0 \\ [0] & 0 & 0 & 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{d}_1 \\ \ddot{d}_2 \\ \ddot{d}_3 \\ \ddot{d}_4 \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} [C] & \{0\} & \{0\} & \{0\} & \{0\} \\ [0] & c_1 b_1^2 + b_2^2 c_2 & c_1 b_1 - c_2 b_2 & -c_1 b_1 & c_2 b_2 \\ [0] & c_1 b_1 - c_2 b_2 & c_1 + c_2 & -c_1 & -c_2 \\ -c_3 [N_1] & -c_1 b_1 & -c_1 & c_1 + c_3 & 0 \\ -c_4 [N_2] & c_2 b_2 & -c_2 & 0 & c_2 + c_4 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{d}_1 \\ \dot{d}_2 \\ \dot{d}_3 \\ \dot{d}_4 \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} [K] & \{0\} & \{0\} & \{0\} & \{0\} \\ [0] & k_1 b_1^2 + k_2 b_2^2 & k_1 b_1 - k_2 b_2 & -k_1 b_1 & k_2 b_2 \\ [0] & k_1 b_1 - k_2 b_2 & k_1 + k_2 & -k_1 & -k_2 \\ -k_3 [N_1] - c_3 [N_1]_x x_1 & -k_1 b_1 & -k_1 & k_1 + k_3 & 0 \\ -k_4 [N_2] - c_4 [N_2]_x x_2 & k_2 b_2 & -k_2 & 0 & k_2 + k_4 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^2 [N_i]^T \hat{f}_i \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (10)$$

شکل ۲. وسیله نقلیه و پل به همراه درجات آزادی (روش تحلیل مودال)

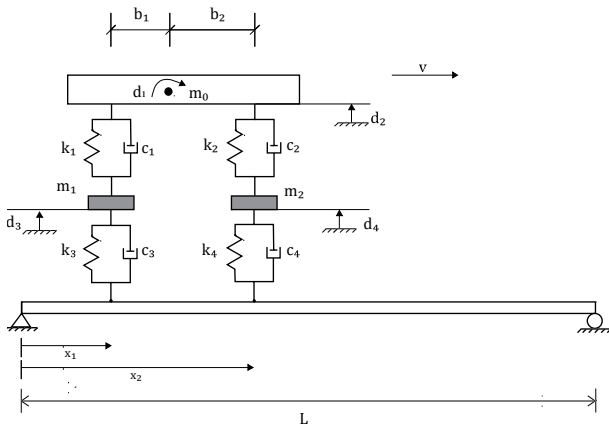


Fig. 2. Bridge and vehicle with degrees of freedom (Modal analysis).

$$x_1 = vt, x_2 = vt + (b_1 + b_2) \quad (14)$$

$$[M_b]\{\ddot{w}\} + [C_b]\{\dot{w}\} + [K_b]\{w\} = \sum_{k=1}^{nf} \delta_k \{F_{bk}\} \quad (15)$$

در رابطه بالا $[M_b]$ ، $[C_b]$ و $[K_b]$ بیانگر جرم، سختی و میرایی تیر و nf تعداد نقاط تماس وسیله نقلیه با پل، δ_k دلتای دیراک و w جابه‌جایی قائم تیر هستند.

$$F_{bk} = R_{wk} - F_{wk} \quad (16)$$

$$R_{w1} = \left[m_0 \left(\frac{b_2}{b_1 + b_2} \right) + m_1 \right] g \quad (17\text{-الف})$$

$$R_{w2} = \left[m_0 \left(\frac{b_1}{b_1 + b_2} \right) + m_2 \right] g \quad (17\text{-ب})$$

$$F_{w1} = m_1 \ddot{d}_3 + \frac{I_0 \ddot{d}_1 + m_0 b_1 \ddot{d}_2}{b_1 + b_2} \quad (18\text{-الف})$$

$$F_{w2} = m_2 \ddot{d}_4 + \frac{I_0 \ddot{d}_1 + m_0 b_2 \ddot{d}_2}{b_1 + b_2} \quad (18\text{-ب})$$

بر اساس برهم نهی مودال و جدا سازی متغیرها، جابه‌جایی تیر به صورت رابطه (۱۹) بیان می‌شود.

$$f_{\theta 1} = \frac{1}{b_1 + b_2} I_0 \quad f_{\theta 2} = -\frac{1}{b_1 + b_2} I_0 \quad (11)$$

$$\hat{f}_1 = -\frac{b_2}{b_1 + b_2} m_0 g - m_1 g \quad (12)$$

$$\hat{f}_2 = -\frac{b_1}{b_1 + b_2} m_0 g - m_2 g$$

در رابطه (۱۰) ماتریس‌های $[M]$ و $[K]$ مطابق [20] بدست می‌آیند. طبق رابطه میرایی رایلی، $[C] = \alpha[M] + \beta[K]$ برای تیر در نظر گرفته شده است. که α و β مطابق رابطه (۱۳) محاسبه می‌شوند.

$$\alpha = \frac{2\omega_1\omega_2(\xi_1\omega_2 - \xi_2\omega_1)}{\omega_2^2 - \omega_1^2} \quad (13\text{-الف})$$

$$\beta = \frac{2(\xi_2\omega_2 - \xi_1\omega_1)}{\omega_2^2 - \omega_1^2} \quad (13\text{-ب})$$

ω_1 و ω_2 فرکانس‌های اول و دوم تیر می‌باشند [20].

۲-۲- روش تحلیل مودال

در این قسمت روابط و معادلات مربوط به اندرکنش وسیله نقلیه و پل به روش تحلیل مودال ارائه می‌شود. ماتریس‌های جرم، میرایی و سختی وسیله نقلیه و روابط مربوط به جرم، سختی و میرایی پل در تحلیل مودال ارائه می‌شود و در انتها رابطه نهایی اندرکنش وسیله نقلیه و پل با این روش بیان می‌شود.

وسیله نقلیه مانند روش اجزا محدود به صورت نیمه-خودرو و دارای ۴ درجه آزادی مدل می‌شود [21].

با توجه به شباهت درجات آزادی در دو حالت تحلیل اجزا محدود و تحلیل مودال معادله ارتعاش وسیله نقلیه همان رابطه (۱) است.

در رابطه (۱۴) x_2 و x_1 به ترتیب موقعیت محور عقب و جلو هستند. معادله ارتعاش تیر در رابطه (۱۵) بیان شده است.

در ادامه با مشخصات ذکر شده در جدول (۱) برای تیر و وسیله نقلیه ارتعاش وسیله نقلیه به دو روش اجزا محدود و تحلیل مودال مقایسه می‌شود.

در شکل (۴) نتایج مربوط به جابه‌جایی قائم (مرکز جرم) وسیله نقلیه در سرعت‌های مختلف به دو روش اجزا محدود و تحلیل مودال آورده شده است. در شکل (۵) اثر تعداد المان‌های روش اجزا محدود در دقت حل مسئله با ۳۰ مود ارتعاشی در روش مودال مقایسه شده‌اند. پایان حرکت وسیله نقلیه زمان رسیدن محور جلو به آخر تیر است.

جدول ۱. پارامترهای وسیله نقلیه و پل

Mass moment of inertia of car body (I_0)	172160 [kg.m ²]
Mass of car body (m_0)	12404 [kg]
Mass of back axle (m_1)	725.4 [kg]
Mass of front axle (m_2)	725.4 [kg]
Stiffness of primary suspension (k_1)	1969034 [N/m]
Stiffness of primary suspension (k_2)	727812 [N/m]
Stiffness of secondary suspension (k_3)	4735000 [N/m]
Stiffness of secondary suspension (k_4)	1972900 [N/m]
Damping of primary suspension (c_1)	7181.8 [N.s/m]
Damping of primary suspension (c_2)	2189.6 [N.s/m]
Damping of secondary suspension (c_3)	0 [N.s/m]
Damping of secondary suspension (c_4)	0 [N.s/m]
Distance between back axle to the center of gravity of car body (b_1)	3 [m]
Distance between front axle to the center of gravity of car body (b_2)	3 [m]
Young's modulus of the bridge (E)	2.1×10^{11} [N/m ²]
Length of bridge (L)	50 [m]
Height of bridge (h)	2 [m]
Width of bridge (b)	1 [m]
Mass density of bridge (ρ)	7855 [kg/m ³]
Modal damping ratio for all modes (ξ)	0.01

Table 1. Parameters of the vehicle, and of the bridge.

۳-۲- آسیب دیدگی در تیر

برای اعمال آسیب دیدگی در تیر باید ماتریس سختی المان آسیب دیده ایجاد شود. برای یک بارگذاری کلی در غیاب تغییر شکل‌های ناشی از برش، انرژی کرنشی المان تیر بدون ترک به صورت زیر است [22].

$$W^{(0)} = \frac{1}{2EI} \left(M^2 l + MPl^2 + \frac{P^2 l^3}{3} \right) \quad (31)$$

در رابطه (۳۱) P و M نیروهای برشی و خمشی در المان می‌باشند. انرژی اضافی تنش ترک با استفاده از مکانیک شکست و ثابت انعطاف پذیری و ضریب شدت تنش در محدوده الاستیک خطی از تئوری کاستیلیانو بدست می‌آید. برای یک مقطع

$$w(x, t) = \sum_{j=1}^n \phi_j(x) q_j(t) \quad (19)$$

که در این رابطه $\{q_j(t), j = 1, 2, \dots, n\}$ مختصات عمومی و n تعداد مودهای ارتعاش است. مودهای ارتعاشی به صورت زیر فرض می‌شوند.

$$\phi_j = \sin\left(\frac{j\pi x}{L}\right) \quad (20)$$

با کنار هم قرار دادن رابطه‌های (۱ و ۱۵) سیستمی شامل مولفه‌های مودال تیر و مولفه‌های فیزیکی وسیله نقلیه بدست می‌آید.

$$\begin{bmatrix} M_{bb} & 0 \\ 0 & M_v \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q} \\ \ddot{d} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{bb} & -\frac{2c_{sk}}{m_l L} \Phi^T \\ -c_{sk} \Phi & C_v \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q} \\ \dot{d} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{bb} & -\frac{2k_{sk}}{m_l L} \Phi^T \\ -k_{sk} \Phi - v c_{sk} \Phi' & K_v \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q \\ d \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_{bb} \\ F_{vv} \end{Bmatrix} \quad (21)$$

زیر ماتریس‌های رابطه بالا بصورت زیر تعریف می‌شوند.

$$M_{bb} = [I] \quad (22)$$

$$C_{bb} = \text{diag}[2\xi_j \omega_j] + \frac{2}{m_l L} \sum_{k=1}^{nf} (\phi_k c_{sk} \phi_k^T) \quad (23)$$

$$K_{bb} = \text{diag}[\omega_j^2] + \frac{2}{m_l L} \sum_{k=1}^{nf} (v \phi_k c_{sk} \phi_k^T + \phi_k k_{sk} \phi_k^T) \quad (24)$$

$$F_{bb} = -\left(\frac{2}{m_l L}\right) \sum_{k=1}^{nf} (R_{wk}) \phi_k^T \quad (25)$$

$$F_{vv} = \{0\} \quad (26)$$

$$\phi_k = \{\phi_1(x_k) \quad \phi_2(x_k) \quad \dots \quad \phi_n(x_k)\}^T \quad (27)$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} \phi_1(x_1) & \phi_1(x_2) \\ \phi_2(x_1) & \phi_2(x_2) \\ \vdots & \vdots \\ \phi_n(x_1) & \phi_n(x_2) \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$c_{sk} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ c_3 & 0 \\ 0 & c_4 \end{bmatrix}, \quad k_{sk} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ k_3 & 0 \\ 0 & k_4 \end{bmatrix} \quad (29)$$

در روابط بالا m_l , E , I , ω_j ، و ξ_j ، به ترتیب جرم واحد طول تیر، مدول الاستیسیته، اینرسی خمشی، فرکانس طبیعی غیر میرا و نسبت میرایی هستند. M_v ، C_v ، K_v ماتریس‌های وسیله نقلیه در رابطه (۱) هستند. فرکانس طبیعی تیر بصورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\omega_j = \left(\frac{j\pi}{L}\right)^2 \sqrt{EI/m_l} \quad (30)$$

مستطیلی تیر با ارتفاع h ، عرض b ، انرژی اضافی حاصل از ترک به صورت رابطه (۳۲) نوشته می شود.

شکل ۳. المان آسیب دیده با عمق ترک a

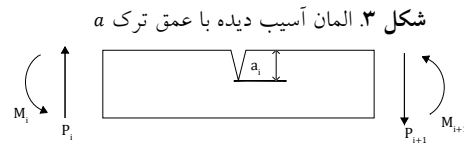


Fig. 3. Damage element with crack depth a

$$W^{(1)} = b \int_0^a \left(\frac{(K_{IM}^2 + K_{IP}^2)}{E'} + \frac{(1+\nu)K_{II}^2}{E} \right) da \quad (32)$$

در رابطه (۳۲) در تنش صفحه ای $E' = E$ ، در کرنش

صفحه ای $E' = E/(1-\nu^2)$ و عمق ترک است.

شکل ۴. جابه جایی قائم وسیله نقلیه

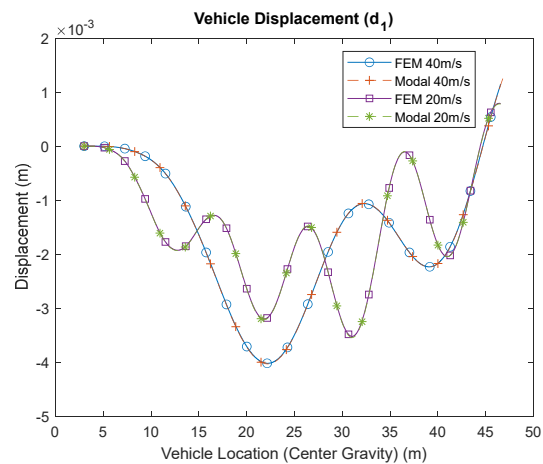


Fig. 4. Vehicle's vertical displacement.

شکل ۵. جابه جایی قائم وسیله نقلیه در سرعت ۳۰ متر بر ثانیه (با ۳۰ مود ارتعاشی مودال و ۵۰۰، ۳۵۰، ۱۰۰، ۲۵ مودال)

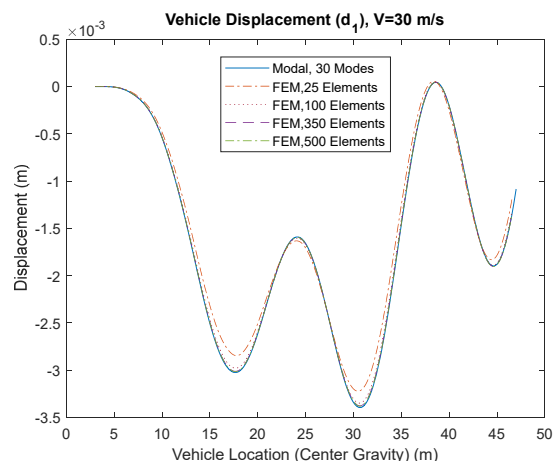


Fig.5. Vehicle's vertical displacement at $v=30$ m/s. (30 modes in modal; 25, 100, 350, 500 elements in FEM)

$$W^{(1)} = b \int_0^a \left(\frac{(K_{IM} + K_{IP})^2 + K_{II}^2}{E'} \right) da \quad (33)$$

$$K_{IM} = \frac{6M\sqrt{\pi a}F_I(s)}{bh^2} \quad (34\text{-الف})$$

$$K_{IP} = \frac{3Pl\sqrt{\pi a}F_I(s)}{bh^2} \quad (34\text{-ب})$$

$$K_{IIP} = \frac{P\sqrt{\pi a}F_{II}(s)}{bh} \quad (34\text{-پ})$$

$$F_I(s) = \sqrt{\frac{2}{\pi s}} \tan\left(\frac{\pi s}{2}\right) \frac{0.923 + 0.199[1 - \sin(\pi s/2)]^4}{\cos(\pi s/2)} \quad (35\text{-الف})$$

$$F_{II}(s) = (3s - 2s^2) \frac{1.122 - 0.561s + 0.085s^2 + 0.18s^3}{\sqrt{1-s}} \quad (35\text{-ب})$$

در روابط بالا s نسبت عمق ترک به عمق تیر است.

ماتریس انعطاف پذیری یک المان سالم در رابطه (۳۶) بیان شده است.

$$\tilde{c}_{ij}^{(0)} = \frac{\partial^2 W^{(0)}}{\partial P_i \partial P_j}, \quad i, j = 1, 2, \quad P_1 = P, \quad P_2 = M \quad (36)$$

ضریب انعطاف پذیری اضافی ناشی از وجود ترک به صورت زیر تعریف می شود:

$$\tilde{c}_{ij}^{(1)} = \frac{\partial^2 W^{(1)}}{\partial P_i \partial P_j}, \quad i, j = 1, 2, \quad P_1 = P, \quad P_2 = M \quad (37)$$

در نهایت برای ضریب انعطاف پذیری کلی تیر خواهیم داشت:

$$\tilde{c}_{ij} = \tilde{c}_{ij}^{(0)} + \tilde{c}_{ij}^{(1)} \quad (38)$$

مطابق شرایط تعادل داریم:

$$(P_i \quad M_i \quad P_{i+1} \quad M_{i+1})^T = [T](P_{i+1} \quad M_{i+1})^T \quad (39)$$

$$[T] = \begin{pmatrix} -1 & -L & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}^T \quad (40)$$

مطابق اصل کار مجازی، ماتریس سختی المان آسیب دیده به صورت زیر تعریف می شود:

$$[K]_c = [T]^T [\tilde{c}] [T] \quad (41)$$

۳- تجزیه مود متغیر

در اواخر دهه ۱۹۹۰، هوانگ^۲ الگوریتمی به نام تجزیه مود تجربی^۳ (EMD) را معرفی کرد، که امروزه به طور گسترده ای مورد استفاده قرار می گیرد. این روش سیگنال را به صورت

۱-۳- فیلتر وینر؛

مسئله ساده کاهش نویز به صورت زیر تعریف می‌شود. سیگنال مشاهده شده $f_0(t)$ ، حاصل جمع سیگنال اصلی $f(t)$ با یک نویز گوسی η با میانگین صفر است.

$$f_0 = f + \eta \quad (42)$$

بازیابی سیگنال f یک مسئله معکوس همواره بد رفتار است که در روش کلاسیک با استفاده از تنظیم تیخونوف^۷ تعریف می‌شود [26, 27].

$$\min_f \{ \|f - f_0\|_2^2 + \alpha \|\delta_t f\|_2^2 \} \quad (43)$$

که قابل معادل سازی با معادلات اولر-لاگرانژ^۸ بوده و معمولاً با کمک تبدیل فوریه حل می‌شوند.

$$\hat{f}(\omega) = \frac{\hat{f}_0}{1 + \alpha \omega^2} \quad (44)$$

که $\hat{f}(\omega) := F\{f(\cdot)\}(\omega) := 1/\sqrt{2\pi} \int_{\mathbb{R}} f(t) e^{-i\omega t} dt$ با $f^2 = -1$ تبدیل فوریه سیگنال $f(t)$ است. واضح است که سیگنال بازیابی شده f یک گزینش باند باریک^۹ پایین گذر از سیگنال ورودی f_0 حول $\omega = 0$ می‌باشد. در واقع راه حل، مربوط به کانولوشن با یک فیلتر وینر است، که در آن α بیانگر واریانس نویز سفید، و سیگنال دارای یک طیف پایین گذر $1/\omega^2$ است [28].

۲-۳- تبدیل هیلبرت^{۱۰} و سیگنال تحلیلی^{۱۱}

تبدیل یک بعدی هیلبرت یک عملگر $(\mathcal{H})$ خطی انتقال ثابت^{۱۱} است که تمام توابع یک بعدی کسینوسی را به توابع سینوسی مربوطه نگاشت می‌کند. تبدیل یک بعدی هیلبرت یک فیلتر تمام گذر است که با تابع انتقال زیر مشخص می‌شود.

$$\hat{h}(\omega) = -j \operatorname{sgn}(\omega) = -j\omega/|\omega| \quad (45)$$

تبدیل هیلبرت یک عملگر ضرب در حوزه فرکانس با پاسخ ضربه زیر است:

$$h(t) = 1/(\pi t), \quad (46)$$

چون حاصل کانولوشن با $h(t)$ قابل انتگرال گیری نیست، تبدیل هیلبرت $\mathcal{H}f(t)$ سیگنال $f(t)$ با استفاده از مقدار اصلی کوشی^{۱۲} (p.v) برای انتگرال کانولوشن این گونه بدست می‌آید:

بازگشتی به مدهای مختلف که متناظر با طیف‌های فرکانسی مجزا اما نامعلومی هستند تجزیه می‌کند. EMD با محدودیت‌های مانند حساسیت به نویز و فرکانس نمونه برداری شناخته شده است. این محدودیت‌ها با راهکارهایی مانند همگام سازی، موجک‌های تجربی و تجزیه متغیر بازگشتی، تا حدودی قابل رفع کردن هستند. در سال ۲۰۱۳ روشی به نام تجزیه مود متغیر (VMD) توسط دراگومیرستکی و زوسو ارائه شد [23]. در VMD یک مدل تجزیه مود متغیر کاملاً غیر بازگشتی ارائه می‌شود، که در آن مودها در یک مرحله استخراج می‌شوند. هدف این مدل به دست آوردن مجموعه‌ای از مودها و فرکانس‌های مرکزی مربوطه است، به گونه‌ای که جمع مودها سیگنال ورودی را بازیابی می‌کنند. سیگنال‌های تجزیه شده توسط این روش IMF^۱ نامیده می‌شوند. دیگر مدل‌های تجزیه، مانند EMD اکثراً دارای محدودیت‌های زیر هستند:

۱. نداشتن بنیان‌های ریاضی کافی که باعث ایجاد ماهیت الگوریتمی و سعی و خطا گونه بودن آنها می‌شود.
 ۲. غربال گری بازگشتی که در بیشتر روش‌ها وجود دارد اجازه اصلاح خطا رو به عقب^۲ را نمی‌دهند.
 ۳. پاسخ‌های آنها به میزان نویز حساس هستند.
 ۴. محدودیت باند فرکانسی سخت در روش‌های مبتنی بر موجک وجود دارد.
 ۵. نیازمند به پیش تعریف حدود بانک‌های فیلتر در تبدیل موجک تجربی^۳ هستند.
- VMD روشی نوین برای تجزیه مدهای یک سیگنال است که معمولاً در شاخه‌های برق و مکانیک مورد استفاده قرار می‌گیرد [24, 25].
- ابتدا برای توضیح تئوری VMD باید مفاهیم زیر درخصوص آنالیز سیگنال توضیح داده شود:

7. Euler-Lagrange equations

8. Narrow band

9. Hilbert transform

10. Analytic signal

11. Linear Shift Invariant (LSI)

12. Cauchy principal value

1. Intrinsic Mode Functions

2. Backward error correction

3. Empirical wavelet transform (EMT)

4. Wiener filtering

5. Ill-posed

6. Tikhonov regularization

در رابطه بالا δ توزیع دیراک^۳ و * بیانگر ضرب کانولوشن است. حاصل ضرب یک سیگنال تحلیلی با یک سیگنال نمایی کامل، انتقال فرکانس است [23].

۴-۳- تجزیه مود متغیر

هدف اصلی VMD تجزیه کردن سیگنال ورودی به تعدادی زیر سیگنال u_k (مود) است، که ضمن بازیابی سیگنال ورودی دارای ویژگیهای پراکندگی؛ نیز هست. در اینجا پراکندگی هر مود به عنوان پهنای باند همان مود انتخاب می‌شود. به عبارت دیگر، فرض می‌شود که هر مود k بیشتر حول فرکانس مرکزی ω_k فشرده است، که این فرکانس مرکزی در دوره تجزیه تعیین می‌شود. به منظور تعیین پهنای باند هر مود مراحل زیر انجام می‌شود.

۱. برای هر مود، سیگنال تحلیلی مرتبط با استفاده از تبدیل هیلبرت محاسبه می‌شود تا طیف فرکانس یک طرفه بدست آید.
۲. برای هر مود، طیف فرکانس مود با استفاده از اختلاط با یک سیگنال تک فرکانسی با فرکانس ω_k به باند پایه انتقال داده می‌شود (مرحله دمدولاسیون).
۳. با کمک پهنای باند به وسیله تابع گوسی H سیگنال دمدولاسیون شده استخراج می‌شود.

نتیجه به صورت رابطه زیر بدست می‌آید.

$$\min_{\{u_k\}, \{\omega_k\}} \left\{ \sum_k \left\| \partial_t \left[\left(\delta(t) + \frac{j}{\pi t} \right) * u_k(t) \right] e^{-j\omega_k t} \right\|_2^2 \right\} \quad (54)$$

$$s.t. \quad \sum_k u_k = f$$

در رابطه بالا $\{u_k\} = \{u_1, \dots, u_k\}$ و $\{\omega_k\} = \{\omega_1, \dots, \omega_k\}$ نمایش کوتاه شده تمام مودها و فرکانس‌های مرکزی هستند. $\sum_k := \sum_{k=1}^K$ بیانگر جمع تمام مودها است.

قید بازیابی سیگنال به روش‌های مختلفی قابل اعمال به مسئله بهینه سازی است. در اینجا از هر دو روش ضرایب پنالتی درجه ۴ و ضربگرهای لاگرانژ استفاده می‌شود تا مسئله به یک بهینه سازی جدید غیر مقید تبدیل شود. روش ضرایب پنالتی درجه ۴ یک روش کلاسیک برای حفظ هر چه بیشتر دقت بازیابی به ویژه

$$\mathcal{H}f(t) = \frac{1}{\pi} p.v. \int_R \frac{f(v)}{t-v} dv \quad (47)$$

برجسته‌ترین کاربرد تبدیل هیلبرت ساخت سیگنال تحلیلی از یک سیگنال کاملاً حقیقی است. اگر فرض شود سیگنال $f(t)$ کاملاً حقیقی است آنگاه سیگنال تحلیلی مختلط به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$f_A(t) = f(t) + j\mathcal{H}f(t) = A(t)e^{j\phi(t)} \quad (48)$$

این سیگنال تحلیلی دارای خواص مهم زیر است. جمله نمایی مختلط $e^{j\phi(t)}$ بیانگر چرخش فازور در زمان، $\phi(t)$ فاز سیگنال و $A(t)$ دامنه پوش سیگنال است. این بیان به طور خاص در تحلیل دامنه متغیر با زمان و فرکانس لحظه‌ای که به صورت زیر تعریف می‌شود مفید است:

$$\omega(t) = d\phi(t)/dt \quad (49)$$

ویژگی دوم، طیف یک طرفه سیگنال تحلیلی است که فقط از فرکانس‌های غیر منفی تشکیل شده است. قسمت حقیقی سیگنال به راحتی قابل بازیابی از سیگنال تحلیلی است [29].

$$f(t) = \mathcal{R}\{f_A(t)\} \quad (50)$$

۳-۳- اختلاط فرکانس و دمدولاسیون هتروداين ۱

اختلاط فرآیندی است که در آن دو سیگنال به صورت غیر خطی با هم ترکیب می‌شوند. فرکانس متقاطع در خروجی قابل رویت است. ساده‌ترین نوع اختلاط ضرب دو سیگنال است. ضرب دو سیگنال حقیقی با فرکانس‌های ω_1 و ω_2 که در خروجی دو فرکانس $\omega_1 + \omega_2$ و $\omega_1 - \omega_2$ تولید می‌کند در اتحاد مثلثاتی (۵۱) قابل مشاهده است.

$$2 \cos(\omega_1 t) \cos(\omega_2 t) = \cos((\omega_1 + \omega_2)t) + \cos((\omega_1 - \omega_2)t) \quad (51)$$

اختلاط سیگنال‌های تحلیلی نمونه بالا به صورت زیر است:

$$e^{j\omega_1 t} e^{j\omega_2 t} = e^{j(\omega_1 + \omega_2)t} \quad (52)$$

سیگنال خروجی یک سیگنال تک فرکانسی^۲ است. با کمک

خواص، تبدیل سیگنال تحلیلی به صورت زیر است.

$$f_A(t) e^{-j\omega_0 t} \xrightarrow{F} \hat{f}_A(\omega) * \delta(\omega + \omega_0) = \hat{f}_A(\omega + \omega_0) \quad (53)$$

4. Sparsity
5. Quadratic penalty
6. Lagrangian multipliers

1. Heterodyn
2. Mono-tone
3. Dirac-distribution

ω_N فرکانس IMF مورد نظر است.

شکل ۶. شتاب قائم محور عقب وسیله نقلیه در سرعت ۳۰ متر بر ثانیه (آسیب دیدگی ۵۰ درصد در یک سوم طول تیر)

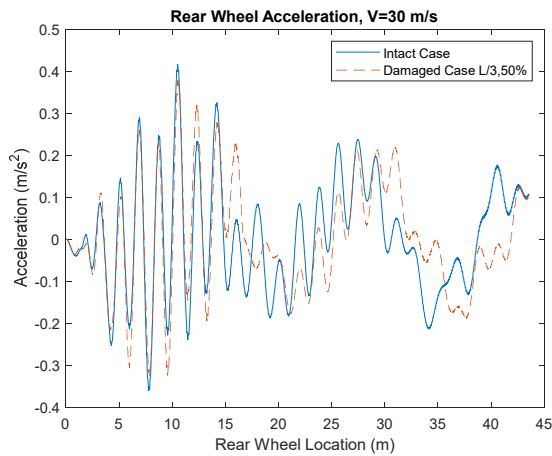


Fig. 6. Rear-wheel vertical acceleration at V=30 m/s (50 % Damage at 1/3 length of beam)

شکل ۷. شتاب قائم محور عقب وسیله نقلیه در IMF 8

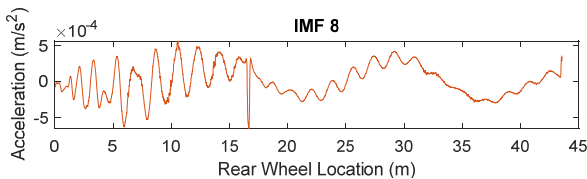


Fig. 7. Rear-wheel vertical acceleration at IMF 8.

شکل ۸. انرژی لحظه‌ای متناظر با IMF 8

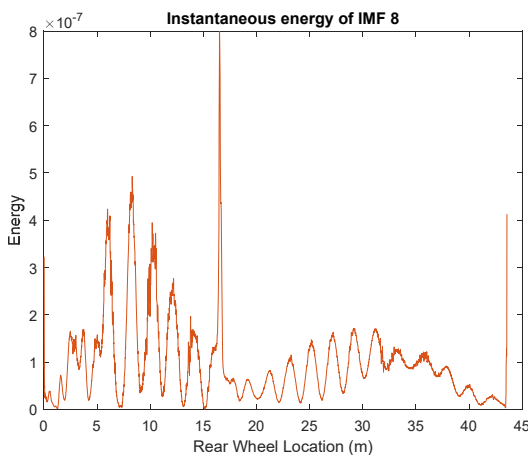


Fig. 8. Instantaneous energy of IMF 8.

در شکل (۱۰) تجزیه مود متغیر شتاب محور عقب در میزان آسیب دیدگی ۵۰ درصد در طول دو سوم تیر (از سمت چپ) نشان داده شده است و در شکل (۱۱) انرژی لحظه‌ای متناظر با این تجزیه ارائه شده است.

در شرایط وجود نویزهای گوسی جمع شونده از نوع متغیرهای تصادفی مستقل با توزیع یکسان است. روش ضرایب لاگرانژ روش مرسوم برای اعمال اکید قیود است. ترکیب جملات این دو روش باعث می‌شود از مزیت همگرایی خوب روش ضرایب پنالتی درجه ۴ و همچنین مزیت اعمال قطعی قید در روش ضربگرهای لاگرانژ به طور همزمان بهره برد. در نتیجه مسئله بهینه سازی اصلی (۵۴) به رابطه زیر تبدیل می‌شود:

$$L(\{u_k\}, \{\omega_k\}, \lambda) := \alpha \sum_k \left\| \partial_t \left[\left(\delta(t) + \frac{j}{\pi t} \right) * u_k(t) \right] e^{-j\omega_k t} \right\|_2^2 + \left\| f(t) - \sum_k u_k(t) \right\|_2^2 + \langle \lambda(t), f(t) - \sum_k u_k(t) \rangle \quad (55)$$

نقطه زینی ۱ دستگاه بالا پاسخ مسئله بهینه سازی معادله (۵۴) است [23].

۴- شناسایی آسیب با استفاده از تجزیه مواد متغیر

با استفاده از روابط ارائه شده در قسمت ۲-۳ آسیب دیدگی به تیر اعمال می‌شود و سپس با روش تجزیه مود متغیر پاسخ‌های گرفته شده از شتاب قائم محور عقب تجزیه شده و محل آسیب دیدگی مشخص می‌شود. مشخصات وسیله نقلیه و پل در جدول (۱) بیان شده است.

در شکل (۸) شتاب قائم محور عقب وسیله نقلیه در سرعت ۳۰ متر بر ثانیه برای دو حالت سالم و آسیب دیده نشان داده شده است. آسیب دیدگی به صورت ترکی به عمق ۵۰ درصد ارتفاع تیر در طول یک سوم تیر (از سمت چپ) اعمال شده است. شتاب قائم محور عقب وسیله نقلیه به ۹ مود ارتعاشی با روش VMD تجزیه شده است. شکل (۷) IMF شماره ۸ این تجزیه را نشان می‌دهد، همانگونه که در شکل پیداست در مکان یک سوم تیر شاهد یک تغییر ناگهانی در یک سوم طول آن می‌باشیم. این تغییر ناگهانی همان محل ترک است.

با استفاده از تبدیل هیلبرت و محاسبه انرژی IMF 8 با رابطه (۵۶) انرژی لحظه‌ای برای این IMF به صورت شکل (۸) خواهد بود.

$$IE = \int_0^{\omega_N} H^2(t, \omega) d\omega \quad (56)$$

شکل ۱۲. انرژی لحظه‌ای متناظر با IMF 8

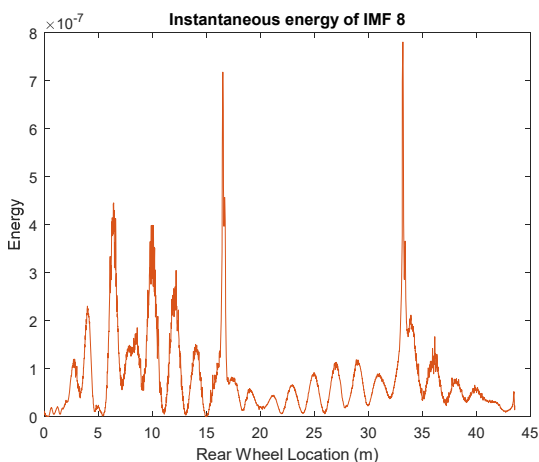


Fig. 12. Instantaneous energy of IMF 8.

۵. بررسی اثر وسیله نقلیه

با بررسی فرکانس‌های ارتعاشی وسیله نقلیه و محاسبه مشارکت جرمی مودهای ارتعاشی مشخص می‌شود که فرکانس غالب وسیله نقلیه فرکانس دوم آن است [20].

با استفاده از این نتیجه سه وسیله نقلیه مختلف که تنها از لحاظ جرم و ممان اینرسی جرمی با یکدیگر تفاوت دارند از روی پل عبور داده می‌شوند و نتایج مربوط به اثر این سه وسیله نقلیه بر روی تیر در دو عمق ترک ۳۰ درصد و ۱۰ درصد مورد بررسی قرار گرفته‌اند. از شکل‌های (۱۴ و ۱۵) می‌توان نتیجه گرفت که وسیله نقلیه شماره ۳ که نزدیکترین فرکانس ارتعاشی را به فرکانس اول ارتعاش تیر (1.8757 Hz) را دارد نتایج بهتری را در شناسایی محل ترک نشان می‌دهد.

شکل ۹. شتاب قائم محور عقب وسیله نقلیه در IMF 9

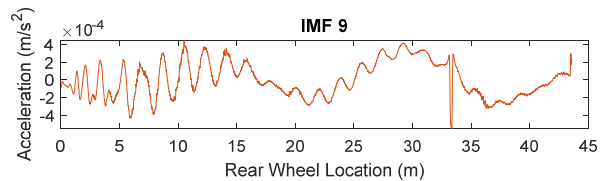


Fig. 9. Rear-wheel vertical acceleration at IMF 9.

شکل ۱۰. انرژی لحظه‌ای متناظر با IMF 9

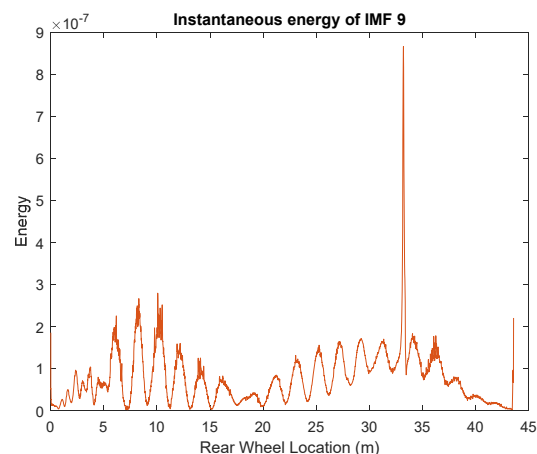


Fig. 10. Instantaneous energy of IMF 9.

در شکل (۱۱) تجزیه مود متغیر شتاب محور عقب وسیله نقلیه با دو ترک ۵۰ درصد در یک سوم و دو سوم طول تیر نشان داده شده است.

شکل ۱۱. شتاب قائم محور عقب وسیله نقلیه در IMF 8

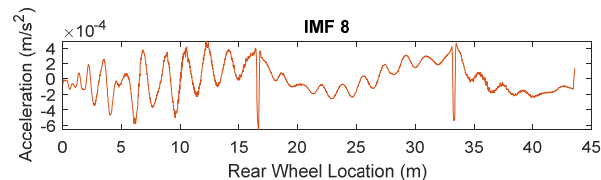


Fig. 11. Rear-wheel vertical acceleration at IMF 8.

با اعمال آسیب دیدگی با عمق‌های مختلف نتایج شناسایی آسیب با روش VMD در شکل (۱۳) نشان داده شده است. در شکل (۱۳) مشهود است که با افزایش عمق ترک جابه‌جایی ناگهانی در نمودارهای IMF نیز بیشتر شده است.

شکل ۱۳. شتاب قائم محور عقب وسیله نقلیه در IMF 8 (آسیب در یک سوم و دو سوم طول تیر)

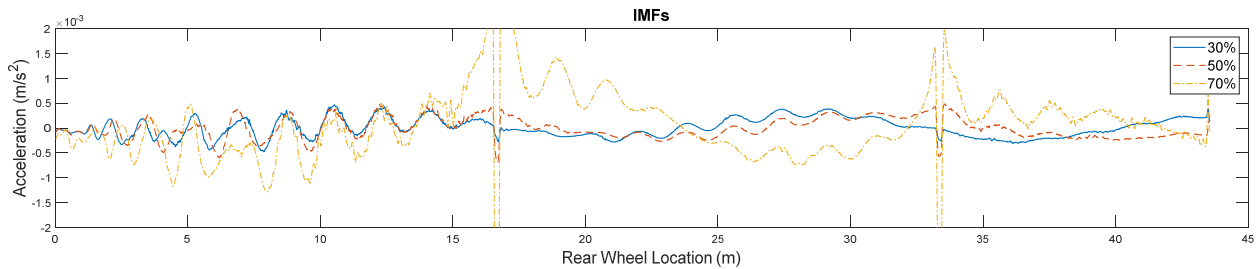


Fig. 13. Rear-wheel vertical acceleration at V=30 m/s in IMF 8 (Different damage at 1/3 & 2/3 length of beam).

شکل ۱۴. شتاب قائم محور عقب وسیله نقلیه در IMF 8 (آسیب ۳۰ درصد در ۰/۴ طول تیر)

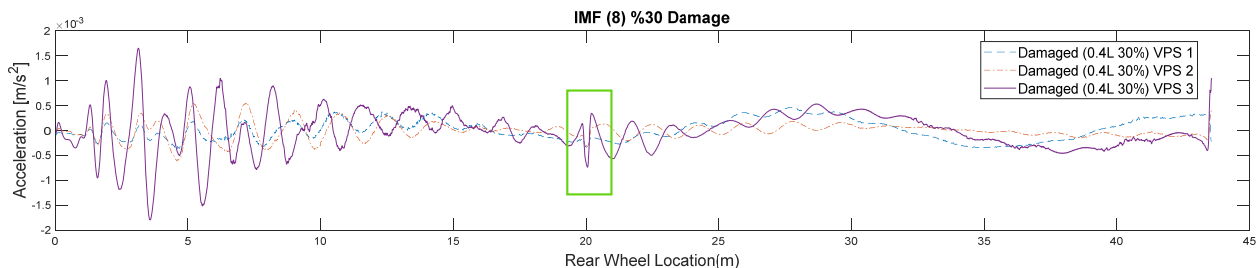


Fig. 14. Rear-wheel vertical acceleration at V=30 m/s in IMF 8 (30% Damage at 0.4 length of beam).

شکل ۱۵. شتاب قائم محور عقب وسیله نقلیه در IMF 8 (آسیب ۱۰ درصد در ۰/۴ طول تیر)

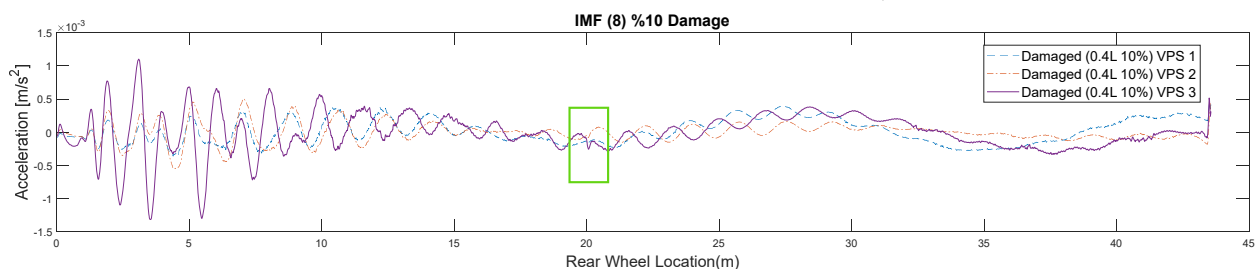


Fig. 15. Rear-wheel vertical acceleration at V=30 m/s in IMF 8 (10% Damage at 0.4 length of beam).

را می‌توان به ۸ قسمت تقسیم بندی کرد. A بهترین سطح و H بدترین سطح در این دسته بندی است.

$$G_d(n) = G_d(n_0) \left(\frac{n}{n_0} \right)^{-w} \quad (57)$$

برای سطح A مقدار $0.001 \times 10^{-6} m^3$ برای $G_d(n_0)$ در نظر گرفته شده است. n فرکانس مکانی در هر متر، $w = 2$ و $n_0 = 0.1 \text{ cycle/m}$ می‌باشد. دامنه نوسان ناهمواری مطابق رابطه (58) است.

$$d = \sqrt{2G_d(n)\Delta n} \quad (58)$$

در رابطه بالا Δn فاصله نمونه‌برداری فرکانس مکانی است. در نهایت رابطه مربوط به ناهمواری سطح بصورت زیر تعریف می‌شود.

جدول ۲. پارامترهای وسیله نقلیه‌های مختلف

VPS1	VPS2	VPS3
I_0	$1.5I_0$	$1.36I_0$
m_0	$1.5m_0$	$1.36m_0$
m_1	$1.5m_1$	$0.5m_1$
m_2	$1.5m_2$	$0.5m_2$
$f_2 = 2.1827(Hz)$	$f_2 = 1.8722(Hz)$	$f_2 = 1.8744(Hz)$

Table 2. Parameters of different vehicles

۶- بررسی اثر ناهمواری‌های سطح

وجود ناهمواری در سطح مسیر می‌تواند اثر زیادی روی پاسخ‌های وسیله نقلیه برجای گذارد. ناهمواری‌های سطح دارای ماهیت احتمالاتی هستند. مطابق ISO 8608 [30] کیفیت ناهمواری‌های سطح می‌تواند توسط چگالی طیفی توان (PSD) مطابق رابطه (57) ارائه شود. کیفیت سطح بر اساس بزرگی ارتفاع ناهمواری

در یک سوم و دو سوم طول) مود هشتم حاصل از VMD در این مورد به صورت شکل (۱۸) است.

با محاسبه قدر مطلق تفاضل دو IMF در حالت سالم و آسیب دیده می توان محل تقریبی آسیب دیدگی در تیر را به صورت بیشینه‌هایی در شکل (۱۹) مشاهده کرد.

شکل ۱۷. شتاب محور عقب وسیله نقلیه در دو حالت تیر سالم و تیر آسیب دیده با وجود ناهمواری سطح

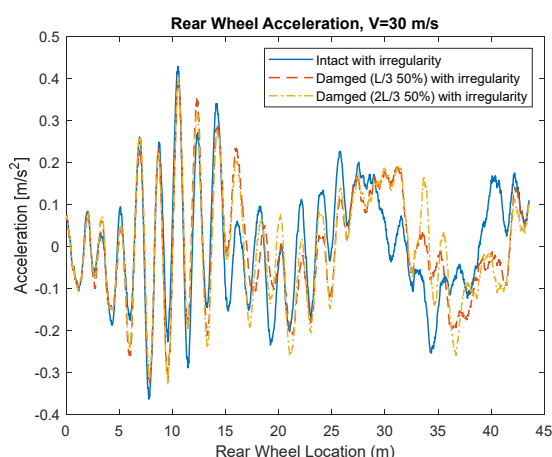


Fig. 17. Rear-wheel vertical acceleration for intact and damaged cases with road profile irregularity.

شکل ۱۸. تجزیه مود متغیر شتاب محور عقب وسیله نقلیه در دو حالت سالم و آسیب دیده با وجود ناهمواری

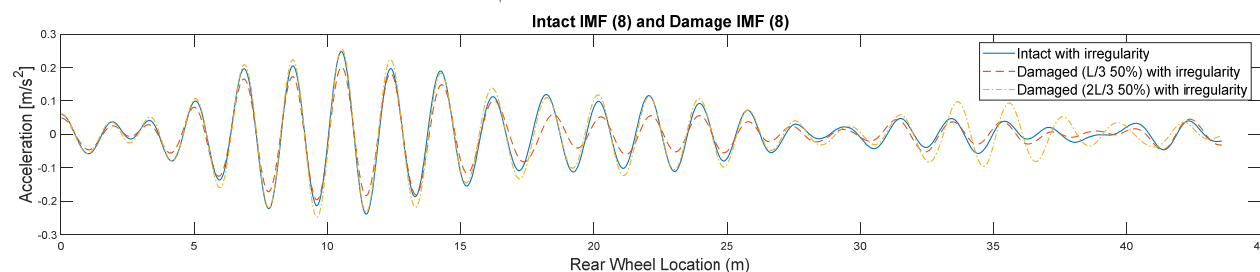


Fig. 18. Variational mode decomposition of rear-wheel acceleration, intact and damaged case with irregularities.

شکل ۱۹. تفاضل مود هشتم شتاب محور عقب وسیله نقلیه در دو حالت سالم و آسیب دیده (یک سوم و دو سوم) با وجود ناهمواری

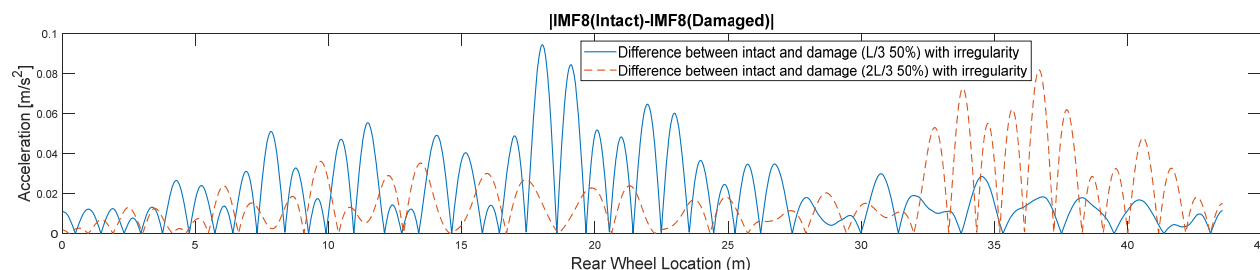


Fig. 19. 8th mode difference of rear-wheel acceleration, intact and damaged case (L/3 & 2L/3) with irregularities.

$$r(x) = \sum (d_i \cos(n_i x + \theta_i)) \quad (59)$$

در این رابطه n_i ، i امین فرکانس مکانی، d_i دامنه نوسان و θ_i زاویه فاز تصادفی است که در اینجا یک توزیع یکنواخت در دامنه $[0, 2\pi]$ است [19].

شکل ۱۶. ناهمواری سطح (کلاس A)

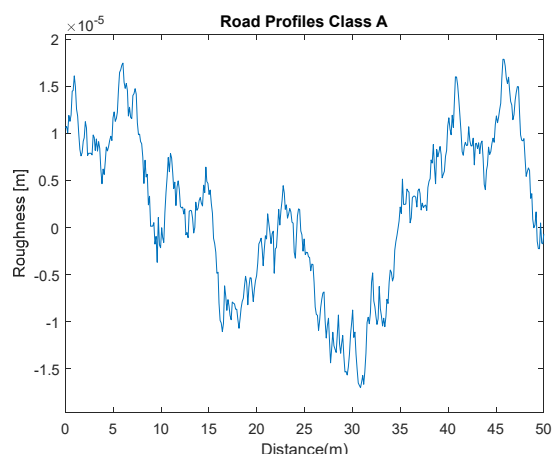


Fig. 16. Road profile (class A)

با اعمال ناهمواری سطح شکل (۱۶) به مسیر حرکت وسیله نقلیه در دو حالت تیر سالم و تیر آسیب دیده (آسیب ۵۰ درصد

۷- جمع بندی و نتیجه گیری

شناسایی آسیب دیدگی در پل‌ها به روش غیر مستقیم روشی در حال گسترش است. این روش به دلیل اقتصادی بودن و سادگی انجام آن در کاربردهای عملی بسیار مورد توجه پژوهشگران و مهندسان قرار گرفته است. روش تجزیه مود متغیر به عنوان یکی از روش‌های پردازش سیگنال باوجود استفاده در رشته‌های مختلف مهندسی تا کنون در مورد پایش سلامت مورد استفاده قرار نگرفته است. در این پژوهش کاربرد این روش در تشخیص آسیب پل‌ها برای اولین بار مورد بررسی قرار گرفته است.

در این پژوهش در ابتدا اندرکنش وسیله نقلیه و پل به دو روش اجزای محدود و تحلیل مودال بررسی شدند و نشان داده شده است که با افزایش تعداد المان‌ها هماهنگی بسیار مناسبی بین نتایج تحلیل مودال و اجزای محدود وجود دارد. در ادامه با اعمال آسیب دیدگی بر اساس روابط مکانیک شکست در نقاط مختلف، نشان داده شد که با روش تجزیه مود متغیر می‌توان محل آسیب دیدگی را به صورت یک نوسان ناگهانی در IMF های بدست آمده که هماهنگی مناسبی با محل آسیب دیدگی دارد مشاهده کرد. با اعمال آسیب دیدگی‌های مختلف مشاهده می‌شود که با افزایش عمق ترک عمق تغییر شکل ناگهانی در IMF های حاصل نیز افزایش پیدا می‌کند. این ویژگی می‌تواند کمک شایانی به کنترل و نظارت آسیب‌ها در طول زمان کند. بررسی اثر پارامترهای وسیله نقلیه نشان داد که با نزدیک کردن فرکانس غالب وسیله به فرکانس پل می‌توان شناسایی واضح تری از مکان آسیب دیدگی بدست آورد. سه وسیله نقلیه از میان انواع مختلفی از وسایل نقلیه انتخاب شدند که پاسخ‌های بهتری را حاصل کردند. بررسی نتایج بیانگر این امر است که با تغییر مشخصات وسیله نقلیه براساس فرکانس‌های اصلی تیر آسیب‌ها با شدت بیشتری در تجزیه مودها قابل مشاهده هستند. بررسی اثر ناهمواری‌های سطح نشان داد که وجود این ناهمواری‌ها به عنوان منبعی از ایجاد اغتشاش در سیگنال‌های ارتعاشات دریافتی باعث کاهش دقت روش می‌شوند. برای رفع این اثر می‌توان با استفاده از داده‌های مربوط به تیر سالم محل

تقریبی آسیب دیدگی را شناسایی کرد. با این وجود پژوهش بر روی اثر ناهمواری با این روش همچنان ادامه دارد.

۸- مراجع

- [1] A. Yavari, M. Nouri, and M. Mofid, "Discrete element analysis of dynamic response of Timoshenko beams under moving mass," *Advances in engineering software*, vol. 33, no. 3, pp. 143-153, 2002.
- [2] A. Nikkhoo, A. Farazandeh, and M. E. Hassanabadi, "On the computation of moving mass/beam interaction utilizing a semi-analytical method," *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering* vol. 38, no. 3, pp. 761-771, 2016.
- [3] A. Nikkhoo, F. Rofooei, and M. Shadnam, "Dynamic behavior and modal control of beams under moving mass," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 306, no. 3-5, pp. 712-724, 2007.
- [4] A. Ghannadial and S. K. Ajirlou, "Forced vibration of multi-span cracked Euler-Bernoulli beams using dynamic Green function formulation," *Applied Acoustics*, vol. 148, pp. 484-494, 2019.
- [5] H. Khezzadeh and H. Jafari, "Analytical study of steel-FRP bridges vibration subjected to moving mass," (in Persian), *Modares Civil Engineering journal*, vol. 18, no. 4, pp. 57-70, 2018.
- [6] Y.-B. Yang, C. Lin, and J. Yau, "Extracting bridge frequencies from the dynamic response of a passing vehicle," *Journal of Sound Vibration*, vol. 272, no. 3-5, pp. 471-493, 2004.
- [7] P. J. McGetrick, A. Gonzalez, and E. J. O'Brien, "Theoretical investigation of the use of a moving vehicle to identify bridge dynamic parameters," *Insight-Non-Destructive Testing Condition Monitoring*, vol. 51, no. 8, pp. 433-438, 2009.
- [8] C. Lin and Y. Yang, "Use of a passing vehicle to scan the fundamental bridge frequencies: An experimental verification," *Engineering Structures*, vol. 27, no. 13, pp. 1865-1878, 2005.
- [9] A. Malekjafarian and E. J. O'Brien, "Identification of bridge mode shapes using short time frequency domain decomposition of the responses measured in a passing

- [19] K. Kildashti, M. M. Alamdari, C. Kim, W. Gao, and B. Samali, "Drive-by-bridge inspection for damage identification in a cable-stayed bridge: Numerical investigations," *Engineering Structures*, vol. 223, p. 110891, 2020.
- [20] P. Mario, "Structural Dynamics Theory and Computation," ed, 2004.
- [21] K. Youcef, T. Sabiha, D. El Mostafa, D. Ali, and M. Bachir, "Dynamic analysis of train-bridge system and riding comfort of trains with rail irregularities," *Journal of Mechanical Science Technology*, vol. 27, no. 4, pp. 951-962, 2013.
- [22] H. Tada, P. C. Paris, G. R. Irwin, and H. Tada, *The stress analysis of cracks handbook*. ASME press New York, 2000.
- [23] K. Dragomiretskiy and D. Zosso, "Variational mode decomposition," *IEEE transactions on signal processing*, vol. 62, no. 3, pp. 531-544, 2013.
- [24] Z. Wang et al., "Application of parameter optimized variational mode decomposition method in fault diagnosis of gearbox," *IEEE Access*, vol. 7, pp. 44871-44882, 2019.
- [25] Y. Wang, R. Markert, J. Xiang, and W. Zheng, "Research on variational mode decomposition and its application in detecting rub-impact fault of the rotor system," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 60, pp. 243-251, 2015.
- [26] M. Bertero, T. A. Poggio, and V. Torre, "Ill-posed problems in early vision," *Proceedings of the IEEE*, vol. 76, no. 8, pp. 869-889, 1988.
- [27] A. N. Tihonov, "Solution of incorrectly formulated problems and the regularization method," *Soviet Math*, vol. 4, pp. 1035-1038, 1963.
- [28] N. Wiener, *Extrapolation, interpolation, and smoothing of stationary time series: with engineering applications*. MIT press, 1950.
- [29] E. Bedrosian, "A product theorem for Hilbert transforms," 1962.
- [30] I. ISO, "Mechanical vibration: Road surface profiles: Reporting of measured data," ed, 1995.
- vehicle," *Engineering Structures*, vol. 81, pp. 386-397, 2014.
- [10] J. Bu, S. Law, and X. Zhu, "Innovative bridge condition assessment from dynamic response of a passing vehicle," *Journal of engineering mechanics*, vol. 132, no. 12, pp. 1372-1379, 2006.
- [11] K. V. Nguyen and H. T. Tran, "Multi-cracks detection of a beam-like structure based on the on-vehicle vibration signal and wavelet analysis," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 329, no. 21, pp. 4455-4465, 2010.
- [12] K. V. Nguyen, "Comparison studies of open and breathing crack detections of a beam-like bridge subjected to a moving vehicle," *Engineering Structures*, vol. 51, pp. 306-314, 2013.
- [13] K. V. Nguyen, "Dynamic analysis of a cracked beam-like bridge subjected to earthquake and moving vehicle," *Advances in Structural Engineering*, vol. 18, no. 1, pp. 75-95, 2015.
- [14] S.-H. Yin and C.-Y. Tang, "Identifying cable tension loss and deck damage in a cable-stayed bridge using a moving vehicle," *Journal of Vibration Acoustics*, vol. 133, no. 2, 2011.
- [15] M. E. Hassanabadi, A. Heidarpour, S. E. Azam, and M. Arashpour, "Recursive principal component analysis for model order reduction with application in nonlinear Bayesian filtering," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 371, p. 113334, 2020.
- [16] E. J. O'Brien, A. Malekjafarian, and A. González, "Application of empirical mode decomposition to drive-by bridge damage detection," *European Journal of Mechanics-A/Solids*, vol. 61, pp. 151-163, 2017.
- [17] A. ElHattab, N. Uddin, and E. O'Brien, "Drive-by bridge damage detection using non-specialized instrumented vehicle," *Bridge Structures*, vol. 12, no. 3-4, pp. 73-84, 2017.
- [18] J. Li, X. Zhu, S.-S. Law, and B. Samali, "A two-step drive-by bridge damage detection using Dual Kalman Filter," *International Journal of Structural Stability Dynamics*, 2020.

Application of moving vehicle response and variational mode decomposition (VMD) for indirect damage detection in bridges

Shahrooz Khalkhali Shanndiz¹, Hamed Khezzadeh^{2*}

1.Faculty of Civil and Environmental Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran *

2.Faculty of Civil and Environmental Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

khezzadeh@modares.ac.ir

Abstract

Regarding the importance of bridges as one of the most critical infrastructures, their maintenance, and health monitoring is of high priority. Interaction between the moving vehicles and bridges is amongst the fields of study that have been investigated in depth by numerous researchers in the field of bridge engineering. Among different proposed methods of structural health monitoring of bridges, the indirect methods that do not need the healthy structure response are of high interest because of their ease and low maintenance costs.

The response of a moving mass passing through a bridge can be analyzed for the indirect prediction of the beam's mechanical properties. This can lead to the detection of possible damages or degradations in the structure. By mounting high precision accelerometers on the moving vehicle and recording the corresponding signals, it is possible to capture the sudden change of mechanical properties pertaining to the existence of damage in the bridge.

In the current study, an FE code is developed in order to analyze the moving vehicle response. In this code, the bridge is modeled as an Euler-Bernoulli beam, and a complete model comprising stiffness and damping of the suspension system of moving vehicle is built. In order to verify the results of the code, comparisons are made with the outcomes of modal analysis. The sensitivity of the FE results with respect to the number of elements is examined. These comparisons clearly show that both methods reach the same values for a sufficiently high number of elements for the moving vehicle response.

Following verification of the code, a brief review of the concepts underlying the variational mode decomposition (VMD) method is given for a self-contained representation. The VMD can be used to decompose a signal into a number of signals with limited bandwidth. Although it has found many applications in different signal processing cases (e.g. in the field of electronics, mechanical vibrations of machines, or even in the analysis of economic and financial time series), extending its application to the field of structural health monitoring is entirely a recent and ongoing topic of research.

After the introduction of the VMD, damage in the beams is implemented by using fracture mechanics concepts. Different damage scenarios are applied in order to check the reliability and robustness of using VMD as a damage detection method. These include different damage locations (single, dual) and damage severity represented in terms of crack depth. By having a reliable means for the analysis, the novel variational mode decomposition (VMD) is applied to analyze the signals recorded from the vehicle's back axel in search of any possible irregularity in the signal properties. By monitoring results attained for several damage cases, the following conclusions can be given:

- ¶ The variational mode decomposition (VMD) can highlight the presence of irregularities in mechanical properties that can be reached directly from decomposed signals.
- ¶ The location of these signal irregularities coincides with the presumed location(s) of the crack(s).
- ¶ The severity of the signal irregularity and corresponding instantaneous energy is proportional to the degree of damage imposed on the beam.
- ¶ The moving vehicle's natural frequency plays an essential role in the bridges' structural health monitoring. The signal processing results exhibit amplified abrupt changes for the vehicles with the natural frequencies close to the beam's fundamental frequencies.

Regarding the above conclusions, analyzing moving mass response with the VMD can be a reliable damage detection technique.

Keywords: Indirect health monitoring method, Moving vehicle, Vehicle-bridge dynamic interaction, Variational mode decomposition (VMD), Finite element method, Modal analysis.