

تحلیل لرزه‌ای غیرخطی سدهای بتنی وزنی با استفاده از مدل‌های المان محدود توسعه یافته و پلاستیک خسارت

مجید حقانی^۱، بهرام نوایی نیا^{۲*}، محمدتقی احمدی^۳ و جواد واثقی امیری^۴

۱. دانشجوی دکتری سازه‌های هیدرولیکی، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل
۲. استاد دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل
۳. استاد دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه تربیت مدرس تهران
۴. استاد دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل

*navayi@nit.ac.ir

تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۱۰/۲۹ تاریخ پذیرش: ۹۹/۲/۲۰

چکیده

مقاله حاضر به بررسی و مقایسه گسترش ترک در سدهای بتنی وزنی با استفاده از دو مدل المان محدود توسعه یافته و پلاستیک خسارت می‌پردازد. مدل اول بر مبنای استفاده از روش المان محدود توسعه یافته با در نظر گرفتن معیار مکانیک شکست خطی بدون لحاظ کردن اثر نرم‌شوندگی کرنش در نوک ترک و مدل دوم بر پایه‌ی رفتار غیرخطی بتن در ناحیه نرم‌شوندگی کرنش و پارامتر خسارت متناظر با آن است. بر اساس فرمول‌بندی بدست آمده بر مبنای این دو مدل پروفیل گسترش ترک با دو مدل رفتاری در نمونه‌های مختلف درستی‌آزمایی شده است. سپس، گسترش ترک در سد وزنی کوینا تحت زلزله ۱۹۶۲ کوینا با در نظر گرفتن اندرکنش سد و مخزن مورد ارزیابی قرار گرفته است. نتایج نشان می‌دهد با توجه به اینکه بتن سد رفتار نیمه تردی از خود نشان می‌دهد، پروفیل ترک در دو مدل تا حدی متفاوت می‌باشد. اما به دلیل محدود بودن ناحیه پلاستیک نوک ترک در قیاس با ابعاد سد بتنی وزنی، خطای حاصل از حذف قسمت نرم‌شوندگی کرنش بر پروفیل ترک قابل چشم‌پوشی است.

واژگان کلیدی: مدل المان محدود توسعه یافته، مدل پلاستیک خسارت بتن، سدهای بتنی وزنی، مکانیک شکست خطی، اندرکنش سد و مخزن

۱. مقدمه

تنش - کرنش ایزوتروپیک قبل از ترک با یک رابطه ارتوتروپیک، که محورهای آن موازی و عمود بر امتداد ترک است، تعویض می‌شود و در طول تحلیل نیازی به شبکه‌بندی جدید و تغییر هندسه المان‌ها نیست. در مدل ترک منفرد، ترک به صورت مرز جدایی بین یا درون

به منظور مدل‌سازی ترک و چگونگی گسترش آن در آنالیز سدهای بتنی عمدتاً از ۳ مدل ترک اندود [1]، ترک منفرد [2,3] و مدل‌های مبتنی بر خسارت [4] استفاده می‌شود. در مدل ترک اندود، رابطه

المان‌ها و به صورت صریح مدل می‌شود. در مدل سنتی ترک منفرد ناپیوستگی فیزیکی دائماً به شبکه المان محدود منعکس و در هر سعی، شبکه المان محدود مجدداً مش‌بندی می‌شود. اصلاح مش‌بندی از یک طرف و افزایش درجات آزادی و عرض باند نسبتاً بزرگ ماتریس مشخصه از طرف دیگر باعث افزایش قابل توجه زمان تحلیل می‌شود. علاوه بر این، در المان محدود استاندارد مشکل تکنیکی در نوک ترک نیز وجود دارد که نیاز است به صورت معناداری مش‌ها در محدوده‌ای که تغییرات میدان بزرگ است، کوچک شود. روش‌های مختلفی با استفاده از این ویژگی که بتواند پارامترهای یک حل تحلیلی را وارد میدان تقریب نماید، مورد بررسی قرار گرفتند که از جمله آنها می‌توان به روش المان محدود توسعه یافته اشاره نمود. اصول کلی روش المان محدود توسعه یافته، مبتنی بر افزودن توابع ناپیوسته به تقریب میدان تغییر مکان در المان‌هایی که در آنها ناپیوستگی رخ داده است. این تکنیک امکان شبکه‌بندی محیط مورد بررسی را بدون لحاظ کردن شکل ناپیوستگی در مش‌بندی المان محدود میسر ساخته و نیاز به اصلاح مرحله به مرحله مش‌بندی با گسترش ناپیوستگی در طول روند حل را بر طرف نموده است. اولین تلاش‌ها برای گسترش روش المان محدود توسعه یافته توسط بلیشکو و بلیک [5] انجام گرفت. پایه‌های اصلی روش المان محدود توسعه یافته بر روی تابع تقسیم واحد (PUM) در المان محدود استاندارد شکل گرفته است. اولین بار ملنک و بابوشکا [6] به این موضوع پرداختند. مویز و همکاران [7] روش مورد نظر را بهبود بخشیده و پس از اصلاح، آن را المان محدود توسعه یافته^۲ (XFEM) نامیدند.

مدل‌های مبتنی بر خسارت برای مدل‌سازی رفتار مواد غیرخطی به گونه‌ای تعریف می‌شود که در آن ترک به صورت بانندی از المان‌های خسارت دیده توصیف شده و متناظر با کرنش المان، میزان خسارت در المان مورد نظر تعریف می‌شود [8].

علاوه بر تنوع روش‌ها در مدل‌سازی ترک، معیارهای مختلفی برای توصیف رفتار بتن هنگام گسترش ترک وجود دارد که می‌توان به معیار مقاومت، مکانیک شکست خطی و غیرخطی و نیز معیارهای

مبتنی بر پلاستیک اشاره کرد. معیارهای سنتی مانند معیار مقاومت به دلیل در نظر نگرفتن مشخصات مکانیکی بتن، وابستگی نتایج به چگونگی المان‌بندی سازه و عدم در نظر گرفتن منطقه صدمه دیده نوک ترک در بتن چندان مناسب نیست. تئوری مکانیک شکست اولین بار توسط گریفیث بیان شد و سپس توسط کاپلان برای مدل‌سازی تنش اطراف ترک در بتن بکار گرفته شد [9]. در این روش، مصالح جلوی ترک قبل از رسیدن به تنش نهایی و وقوع جدایش، در محدوده نرم‌شدگی کرنش^۳ (FPZ) قرار می‌گیرند. در برخی از مصالح به علت حضور منطقه بزرگی از نرم‌شدگی کرنش در اطراف نوک ترک استفاده از مکانیک شکست خطی چندان مناسب نیست. به همین دلیل مفهوم مکانیک شکست غیرخطی که نرم‌شدگی کرنش در منطقه صدمه دیده نوک ترک را می‌تواند مدل و بیان کند.

در معیارهای مبتنی بر پلاستیک، شاخص رفتار پلاستیک بتن، کرنش‌های برگشت ناپذیری است که در اثر رسیدن تنش به یک وضعیت خاص بوجود می‌آید. در میان انواع روش‌های پلاستیک، مدل پلاستیک خسارت بتن یک رویکرد مناسب برای شبیه‌سازی رفتار بتن و گسترش ترک در بتن است، به گونه‌ای که نه تنها کرنش غیرالاستیک بلکه کاهش سختی در این روش به خوبی تمیز داده شده است. این مدل برای اولین بار توسط لوبلیر و همکاران در سال ۱۹۸۹ با نام مدل بارسلونا ارائه و در سال ۱۹۹۸ توسط لی و فنوس اصلاح شد [4].

بر اساس مدل‌های ترک و نیز معیارهای رفتاری توضیح داده شده در بتن، بررسی گسترش ترک تحت اثر زلزله در سد وزنی کوینا توسط پژوهشگران مختلف بررسی شده که نتایج آن در شکل (۱) نشان داده شده است. لی و فنوس [10] با استفاده از معیار پلاستیک خسارت به تعیین پروفیل ترک خوردگی پرداختند (شکل ۱-الف). سورا و همکاران [11] یک مدل آسیب ایزوتروپیک را برای تجزیه و تحلیل عددی سدهای بتنی در معرض تحریک لرزه‌ای ارائه کردند (شکل ۱-ب). کالیار و کاراتون [12]، با توجه به آثار متقابل سد و مخزن به روش لاگرانژی-لاگرانژی، پاسخ خسارت

۱. Partial Unit Method

۲. Extended Finite Element Method

۳. Fracture Process Zone

کشش و فشار انجام شده است. در نهایت مقایسه‌ای میان پروفیل گسترش ترک بر مبنای دو رویکرد با نتایج آزمایشگاهی ارائه شده است.

شکل ۱. گسترش ترک در سد بتنی وزنی کوینا در مطالعات مختلف

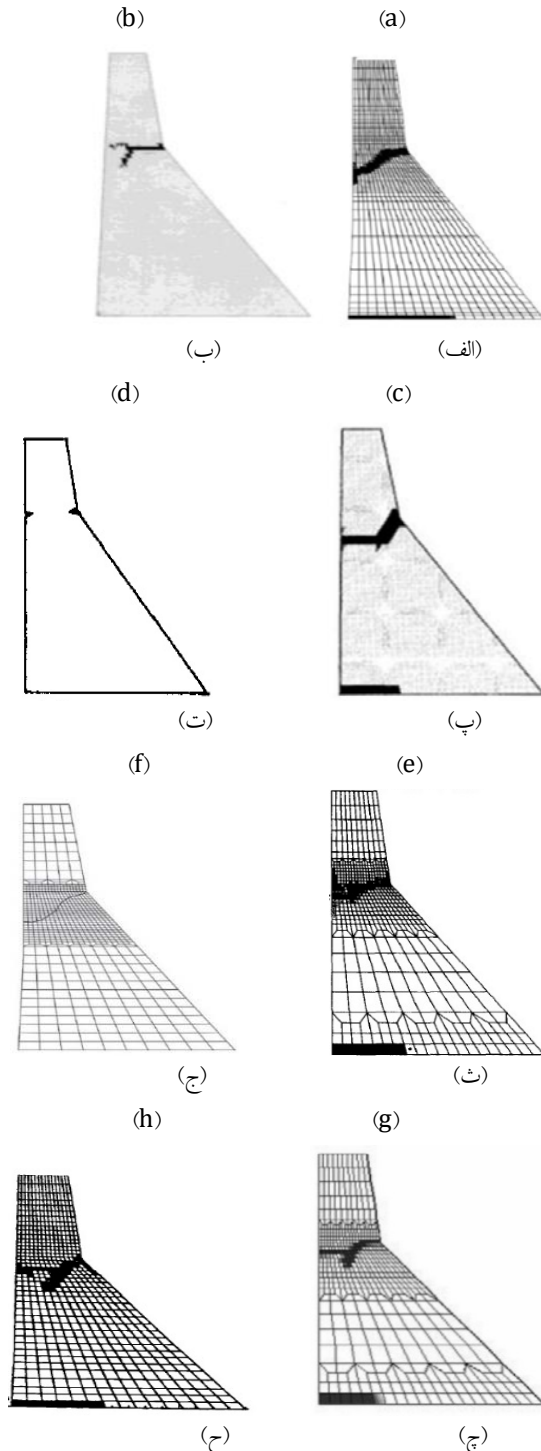


Fig. 1. Crack propagation in the Koyuna concrete gravity dam in different studies

ناشی از زلزله را در سد مذکور را بررسی کردند (شکل ۱-پ). آياری و ساموا [2] گسترش ترک منفرد با استفاده از رویکرد مکانیک شکست خطی را ارزیابی کردند (شکل ۱-ت). بتاچارجی و لجر [1] گسترش ترک با استفاده از مدل ترک اندود با در نظر گرفتن اثر نرم‌شدگی کرنش در کشش و برش بررسی کردند (شکل ۱-ث). ژانگ و همکاران [13] گسترش ترک به روش المان محدود توسعه یافته با استفاده از روش جرم افزوده به جای در نظر گرفتن اندرکش سد و مخزن را مورد مطالعه قرار دادند (شکل ۱-ج). امیدي و لطفی [14] با در نظر گرفتن مدل پلاستیک خسارت برای میرایی‌های مختلف، پروفیل ترک در سد کوینا را تعیین کردند (شکل ۱-چ). واثقی و احمدی [15] با در نظر گرفتن رابطه تک‌خطی برای نرم‌شدگی کرنش در کشش با استفاده از مدل ترک اندود، پروفیل ترک شکل (۱-ح) را پیشنهاد دادند. تمامی مطالعات فوق نشان می‌دهد محل تغییر شیب در سازه سدهای بتنی وزنی به عنوان نقطه آسیب‌پذیر و شروع ترک است. اما در ادامه مسیر گسترش ترک و شیب خط ترک متفاوت است. در مدل‌های نشان داده شده در شکل‌های (۱-الف)، (۱-ب)، (۱-ت)، (۱-ث)، و (۱-ج) زاویه شروع ترک تقریباً صفر است. در این مدل‌ها ترک ابتدا مسیر مستقیم پیش گرفته و سپس منحرف می‌شود. در اشکال (۱-پ)، (۱-ج) و (۱-ح) ترک با زاویه‌ای تقریباً یکسان شروع شده اما مسیر گسترش با هم متفاوت است. مسیر ترک در دو مدل شکل (۱-ث) و (۱-ج) و دو مدل (۱-چ) و (۱-ح) دو به دو مشابه است. دلیل عمده این تفاوت‌ها را می‌توان به تفاوت در فرضیات، مدل‌های ترک و نیز تفاوت در معیارهای رفتاری بتن نسبت داد.

در این مقاله، برای بررسی تاثیر مدل‌های رفتاری بتن در پروفیل گسترش ترک، از دو رویکرد مختلف استفاده شده است. در رویکرد اول با استفاده از یک برنامه کامپیوتری تهیه شده در محیط فرترن که قادر به تحلیل گسترش ترک در سدهای بتنی به روش المان محدود توسعه یافته است، شروع و گسترش ترک در سد کوینا تحت بارگذاری لرزه‌ای ارزیابی شده است. برای گسترش ترک از روش مکانیک شکست خطی استفاده شده و از اثر نرم‌شدگی کرنش در نوک ترک صرف نظر می‌شود. در ادامه برای مقایسه پروفیل ترک، تحلیل مجددی با استفاده از نرم افزار آباکوس و این بار با در نظر گرفتن مدل پلاستیک خسارت با لحاظ کردن نرم‌شدگی کرنش در

۲. تئوری

۱.۲. مدل المان محدود توسعه یافته (XFEM)

در روش XFEM، میدان جابه‌جایی بر پایه تقریب روش المان محدود به صورت رابطه (۱) بیان می‌شود:

$$U_{xfem}^h(X) = \sum_{i \in I} U_i N_i(X) + \sum_{j \in J} b_j N_j(X) H(X) + \sum_{k \in K} N_k(X) \left(\sum_{\alpha=1}^4 \beta_{\alpha}(X) c_k \right) \quad (1)$$

در رابطه فوق، X نشان دهنده مختصات گره‌ها، I بیانگر گره‌های مش‌بندی سیستم، $N_i(X)$ تابع شکل متناسب با گره i ، U_i جابه‌جایی گرهی درجات آزادی استاندارد متناسب با گره i . $I \subset J$ شامل نقاطی که ترک از المان مورد نظر عبور کرده است، b_j جابه‌جایی گرهی درجات آزادی اضافه شده متناسب با گره j یا نقاطی که ترک از المان آنها عبور کرده است، $H(X)$ تابع هوپساید، $K \subset I$ شامل نقاط المانی که نوک ترک درون آن المان قرار گرفته است، c_k جابه‌جایی گرهی درجات آزادی اضافه شده متناسب با گره k یا نقاط المانی که نوک ترک درون آن المان قرار گرفته و $\beta_{\alpha}(X)$ نیز تابع تقریب نوک ترک است.

۱.۱.۲. توابع غنی ساز

در این روش برای بیان تفاوت جابه‌جایی در لبه‌های ترک تابع هوپساید مطابق رابطه (۲) تعریف می‌شود:

$$H(X) = \begin{cases} +1, & \text{if } (x - x^*) \cdot n \geq 0 \\ -1, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2)$$

که در آن، x مختصات نقطه گاوس و x^* نقطه‌ای روی ترک است که نزدیکترین فاصله را به نقطه گاوس دارد و n بردار نرمال برون سوی نسبت به ترک در نقطه x^* است. همچنین به منظور تخمین میدان‌های جابه‌جایی و تنش در نوک ترک از ϵ تابع تقریب مطابق رابطه (۳) استفاده شده است:

$$\beta = \{\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4\} = \left\{ \sqrt{r} \sin \frac{\theta}{2}, \sqrt{r} \cos \frac{\theta}{2}, \sqrt{r} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}, \sqrt{r} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \right\} \quad (3)$$

در رابطه فوق مقادیر r و θ به ترتیب برابر فاصله تا نوک ترک و زاویه راستای نوک ترک با نقطه مورد نظر هستند.

۲.۱.۲. محاسبه ضرایب شدت تنش

روش انتگرال J از روش‌های مرسوم و با دقت مطلوب است، که برای محاسبه ضرایب شدت تنش بر اساس انتگرال انرژی اندرکنش مطرح شده است. انتگرال اندرکنش در واقع اندرکنش دو حالت بارگذاری مستقل (یک میدان اصلی و یک میدان کمکی) و قابل قبول برای سازه حاوی ترک است. میدان‌های کمکی بر پایه رابطه‌های شناخته شده‌ای مانند توابع بسط یافته ویلیامز و وسترگارد بنا می‌شوند، درحالی‌که میدان‌های واقعی با استفاده از حل عددی یا تحلیلی مسئله مورد نظر بدست می‌آیند. فرم معمول انتگرال J برای محاسبه نرخ انرژی آزاد شده ترک، با استفاده از تعریف دستگاه مختصات محلی در نوک ترک به صورت رابطه (۴) ارائه شده است:

$$J = \int_{\Gamma} \left(w \delta_{1j} - \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_1} \right) n_j d\Gamma \quad (4)$$

در رابطه فوق w چگالی انرژی کرنشی، σ_{ij} تانسور تنش کوشی، δ_{1j} تابع دلتای کرونکر هستند. با کاربرد قضیه دیورژانس و در نظر گرفتن تابع پیوسته q ، انتگرال J مطابق رابطه (۴) به صورت رابطه (۵) قابل بیان است:

$$J = \int_{\Gamma} (\sigma_{ij} u_{i,1} - w \delta_{1j}) q_{,j} dA + \int_{\Gamma} \left(\sigma_{ij,j} u_{i,1} - \sigma_{ij,j} u_{i,1j} - \frac{1}{2} \sigma_{ij,1} \epsilon_{ij} - \frac{1}{2} \sigma_{ij} \epsilon_{ij,1} \right) q dA \quad (4)$$

که در آن، A ناحیه محصور به منحنی Γ است. انتگرال J^{sup} برای اعمال همزمان بارگذاری‌های اصلی و کمکی به صورت رابطه (۶) قابل بیان است:

$$J^{sup} = J + J^{aux} + I_{int} \quad (6)$$

بالانویس "aux" بیانگر میدان‌های کمکی برگرفته از حل تحلیلی است که توسط وسترگارد ارائه شده است. در رابطه فوق J و J^{aux} به ترتیب مقدار انتگرال J برای حالت بارگذاری

فرم قوی قانون پایستگی مومنتوم بر مبنای تانسور تنش کوشی مطابق شکل (۲)، بصورت رابطه (۱۲) نوشته می‌شود:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho b_i - \rho \dot{u}_i = 0 \quad \in \Omega \quad (12)$$

در رابطه فوق ρ جرم حجمی، b_i بردار نیروهای حجمی و $\dot{u}_i$ بردار شتاب است. شرایط مرزی عبارتست از:

$$\sigma_{ij} n_j = \bar{t}_i \in \Gamma_t \quad (13)$$

$$u_i = \bar{u}_i \in \Gamma_u \quad (14)$$

در روابط (۱۳ و ۱۴)، $\bar{t}$ نیروی سطحی روی مرز نیومن Γ_t و $\bar{u}$ میزان جابه‌جایی روی مرز دریکله Γ_u است. فرم تضعیف شده معادله مومنتوم برای مسائل دینامیکی به شکل رابطه (۱۵) است:

$$\int_{\Omega} \rho \ddot{u} \delta u d\Omega + \int_{\Omega} C \dot{u} \delta u d\Omega + \int_{\Omega} \sigma \delta \epsilon d\Omega + \int_{\Gamma_c} \llbracket \delta u, \sigma \rrbracket n_{\Gamma_c} d\Gamma_c = \int_{\Gamma_t} \bar{t} \cdot \delta u d\Gamma_t + \int_{\Omega} \rho b \cdot \delta u d\Omega \quad (15)$$

در رابطه فوق $\llbracket \delta u, \sigma \rrbracket$ نیروی نرمال روی مرز ترک Γ_c بردار سرعت و C ماتریس میرایی است. با انتخاب تابع وزن در فضای تقریب یکسان با میدان جابه‌جایی ذکر شده طبق رابطه (۱)، بر پایه تبدیل استاندارد بوبنف-گالرکین معادله گسسته سازی شده تحت بارگذاری زلزله به صورت زیر قابل بازنویسی است:

$$M \ddot{u}^h + C \dot{u}^h + K u^h = f \quad (16)$$

شکل ۲. علامت گذاری برای نمایش قلمرو دوبعدی [14]

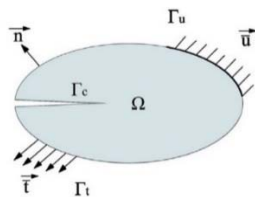


Fig. 2. Notations used for a two-dimensional domain

در رابطه (۱۶)، M ، ماتریس جرم، K ماتریس سختی و f بردار نیروهای خارجی و بردار مجهولات گرهی شامل $U^h = \{u, a, c\}^T$ است. ماتریس میرایی کل سیستم از مجموع میرایی ویسکوز داخلی مصالح در اجزای سد و مخزن و میرایی ناشی از شرط انتشار امواج در مرزهای سیستم سد و مخزن است.

اصلی و کمکی است و انتگرال اندرکنش در حالت دینامیکی به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$I_{int}^{dyn} = \int_A (\sigma_{ij} u_{i,1}^{aux} + \sigma_{ij}^{aux} u_{i,1} - w^{int} \delta_{1j}) q_{,j} dA + \int_A (\rho \ddot{u}_i u_{i,1}^{aux}) q dA \quad (7)$$

مقدار تابع q در نقاط گرهی مربوط به دسته المان‌هایی است که در ناحیه انتگرال‌گیری قرار می‌گیرند و به صورت رابطه (۸) قابل بیان است:

$$q_i = \begin{cases} +1 & r < R \\ 0 & r > R \end{cases} \quad (8)$$

در رابطه فوق R شعاع انتگرال‌گیری نسبت به نوک ترک است.

۳.۱.۲. ضابطه جوانه زنی و رشد ترک در بتن

به‌منظور در نظر گرفتن رفتار بتن در محدوده بارنهایی و اثر تنش دومحوره، با در نظر گرفتن سطح زیر منحنی تنش- کرنش تک محوری جسم در کشش تا نقطه ماکزیمم بار، پوش ضابطه جوانه‌زنی ترک مطابق رابطه (۹) بدست می‌آید [16]:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_i} = \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_1 - \theta \sigma_2} \right)^{1/2} \quad (9)$$

در رابطه فوق σ_1, σ_2 تنش‌های اصلی، σ_i با توجه به آزمایش‌ها در حالت دینامیکی $\sigma_i = 1.5 \sigma_t$ تعیین شده و σ_t مقاومت کششی تک‌محوره بتن است. با استفاده از اطلاعات مرحله جاری (به عنوان مثال گام n ام) زاویه رشد ترک θ_c (برای شروع گام $n+1$ ام)، در دستگاه مختصات نوک ترک بصورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\theta_c = 2 \text{Arc tan} \frac{1}{4} \left(\frac{K_I}{K_{II}} \pm \sqrt{\left(\frac{K_I}{K_{II}} \right)^2 + 1} \right) \quad (10)$$

فاکتور شدت تنش معادل، K_{eq} ، بر حسب ضرایب فاکتور شدت تنش مود اول و دوم، طبق رابطه (۱۱) محاسبه می‌شود:

$$K_{eq} = K_I \cos^3 \frac{\theta_c}{2} - \frac{3}{2} K_{II} \sin \theta_c \cos \frac{\theta_c}{2} \quad (11)$$

۴.۱.۲. گسسته‌سازی معادله دیفرانسیل حاکم

(۳-ب) چگونگی مش‌بندی صفحه را نشان داده که در محدوده ترک به صورت معناداری ریز شده است.

شکل ۳. صفحه بی‌نهایت با ترک مرکزی محدود (الف) هندسه صفحه

(ب) چگونگی مش‌بندی در محدوده ترک با بعد المان $L=1$

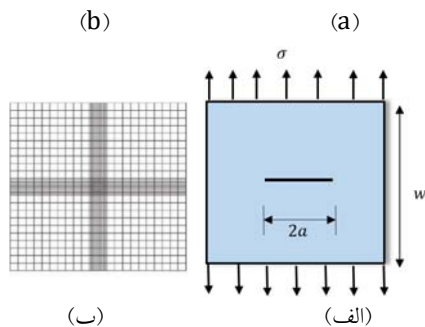


Fig. 3. An infinite plate with a finite crack at its center (a) Plate geometry (b) XFEM mesh with element dimension $L=1$

در جدول (۱) ضریب شدت تنش مود اول برای نسبت‌های مختلف R/L محاسبه و با رابطه تحلیلی $K_I = \sigma\sqrt{\pi a}$ مقایسه شده است. L برابر بعد المان در محدوده ترک است.

جدول ۱. مقادیر ضریب شدت تنش K_I برای نسبت‌های مختلف R/L با

در نظر گرفتن سه مش‌بندی مختلف بر حسب $kg/cm^{3/2}$

L	Analytical	Numerical		
		2	3	4
0.1		5285	5061	5041
0.2	5013.2	5630	5276	5268
1		6037	5940	5320

Table 1. Values of stress intensity factor (K_I) for different of R/L considering three different meshes

همان‌گونه که در جدول (۱) ملاحظه می‌شود، مقادیر ضریب شدت تنش حاصل از حل عددی با رابطه تحلیلی بروک [17] هماهنگی داشته و حاکی از فرمول‌بندی درست و صحت برنامه کامپیوتری است. همچنین به ازای R/L های بزرگتر از ۳، دقت ضریب شدت تنش تغییر چندانی نکرده و مقدار خطای حاصل از حل عددی به حل تحلیلی برای R/L های مساوی با ۳ و ۴

۲.۲. مدل پلاستیک خسارت بتن (CPD)

در این مدل پاسخ بتن تحت اثر کشش و فشار با استفاده از پلاستیسیتة مبتنی بر خسارت تعریف می‌شود. کاهش سختی الاستیک با استفاده از پارامترهای خسارت (D) در کشش و فشار به ترتیب با D_c و D_t مشخص می‌شود. پارامترهای خسارت تابعی از کرنش پلاستیک هستند که می‌توانند مقادیری از صفر یا رفتار بدون خسارت تا یک یا از دست دادن کامل سختی را اختیار کنند. مقدار کرنش کل مطابق رابطه (۱۷) به کرنش الاستیک (ϵ^e) و پلاستیک (ϵ^p) قابل تجزیه است:

$$\epsilon = \epsilon^e + \epsilon^p \quad (17)$$

سختی کاهش یافته به صورت زیر قابل بیان است:

$$E = (1 - D)E_0 \quad (18)$$

که در آن E_0 سختی اولیه است. با جایگذاری روابط (۱۷ و ۱۸) در رابطه تنش و کرنش، رابطه تنش با پارامتر خسارت و کرنش بصورت زیر بیان می‌شود:

$$\sigma = (1 - D)E_0(\epsilon - \epsilon^p) \quad (19)$$

۳. نمونه‌های اعتبار سنجی

برای ارزیابی برنامه کامپیوتری نمونه‌های متعددی بررسی و نتایج بدست آمده با کار دیگران مقایسه شده که در اینجا بدلیل محدودیت حجم مقاله به ارائه دو نمونه بسنده می‌کنیم.

۱.۳. گسترش ترک مرکزی در صفحه بی‌نهایت

نمونه اول مربوط به یک صفحه به طول بی‌نهایت با ترک مرکزی تحت بارگذاری کششی میدان دور تحت شرایط تنش مسطحه $\sigma = 2000 kg/cm^2$ است. مشخصات مصالح شامل $E = 2.1 \times 10^6 kg/cm^2$ ، $\nu = 0.3$ و نسبت عرض صفحه (w) به عرض ترک (a) مطابق شکل (۳-الف) ۵۰ است. شکل

در رابطه فوق $S (0.04m)$ فاصله میان تکیه‌گاه‌ها، $a (0.005m)$ طول ترک، L طول کل تیر، $W (0.01m)$ ارتفاع تیر و $B (1.0m)$ ضخامت تیر است. مقدار بارگذاری ثابت $\sigma_0 (400Pa)$ در عرض $l (0.0025m)$ اعمال شده است. ویژگی‌های مصالح تیر به صورت $E = 200 Gpa$ ، $\nu = 0.3$ و $\rho = 7860 kg/cm^3$ لحاظ شده است [18]. شبکه اجزای محدود در نظر گرفته شده با تعداد 20×100 المان مربعی ۴ گرهی در حالت تنش صفحه‌ای و محدوده زمانی ۲۵۰ میکرو ثانیه به ۲۰۰ گام زمانی تقسیم شده است. نتایج به‌دست آمده برای اندازه‌های مختلف ناحیه‌ی J در شکل (۶) نشان داده شده است. نتایج نشان می‌دهد، مقادیر $\overline{K_I}$ با دقت مناسبی بین صفر و دو نوسان می‌کند که با نسبت پاسخ دینامیکی به پاسخ استاتیکی برای تیر فوق همخوانی دارد [18]. همچنین می‌توان مشاهده کرد که در این نمونه تأثیر شعاع انتگرال‌گیری در محاسبه $\overline{K_I}$ اندک است.

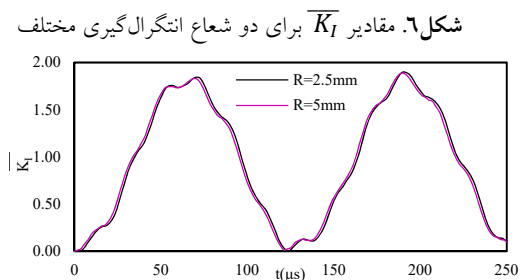


Fig. 6. Values of $\overline{K_I}$ for two different integration radius

۴. مدل المان محدود سد و مخزن کوینا

پیکربندی هندسی و چگونگی شبکه‌بندی سیستم در شکل (۷) نمایش داده شده‌است. مشخصات مکانیکی بتن سد شامل مقاومت کششی $f_t = 2.9Mpa$ ، مقاومت فشاری $f_c = 13Mpa$ و مدول الاستیسیته $E = 31027Mpa$ بوده و سایر پارامترهای مکانیکی سیستم سد و مخزن در جدول (۲) نمایش داده شده است. به منظور بارگذاری لرزه‌ای، رکورد زلزله‌ی کوینا در ۱۱ دسامبر سال ۱۹۶۷ شامل مولفه‌های افقی با ماکزیمم شتاب $0.47g$ و قائم با ماکزیمم شتاب $0.31g$ با تداوم

کمتر از ۱٪ است. در شکل (۴) توزیع تنش برحسب kg/cm^2 بدست آمده از حل عددی، در راستای x, y نشان داده شده که هماهنگی مناسبی با مرجع [9] دارد.

شکل ۴. توزیع تنش برای صفحه با ترک مرکزی (الف) σ_x (ب) σ_y

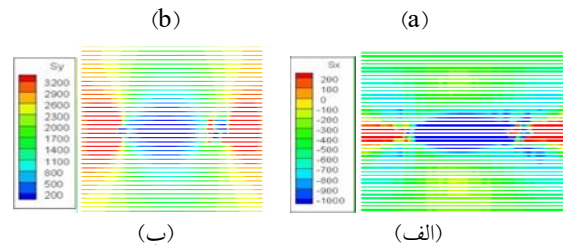


Fig. 4. Stress in a plate with a finite crack at its center
(a) σ_x (b) σ_y

۲.۳. تیر سه نقطه

نمونه دوم درستی‌آزمایی مربوط به تعیین ضریب شدت تنش دینامیکی در تیر سه نقطه با ترک مرکزی مطابق شکل (۵) است که توسط بازانت و پفیر مورد آزمایش قرار گرفته است. به منظور مقایسه نتایج حاصل از این پژوهش و مرجع [18] نسبت ضریب شدت تنش در حالت دینامیکی به استاتیکی ($\overline{K_I}$) تعیین شده که ضریب شدت تنش استاتیکی بر اساس رابطه ارائه شده در مرجع [19] و ضریب شدت تنش دینامیکی از حل عددی تیر تحت بارگذاری دینامیکی σ_0 بدست می‌آید.

شکل ۵. شکل هندسی تیر سه نقطه

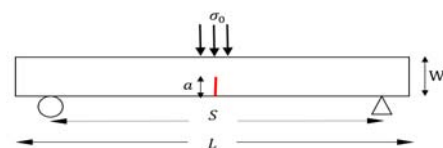


Fig. 5. Geometry of the three-point beam

مقدار استاتیکی ضریب شدت تنش مود اول از رابطه تحلیلی زیر محاسبه می‌شود [19]:

$$K_{1s} = \frac{6Sl\sigma_0}{4BW^2} \sqrt{\pi a \Phi\left(\frac{a}{w}\right)} \quad (20)$$

$$\Phi\left(\frac{a}{w}\right) = 1.09 - 1.735 \frac{a}{w} + 8.2 \left(\frac{a}{w}\right)^2 - 14.18 \left(\frac{a}{w}\right)^3 + 14.57 \left(\frac{a}{w}\right)^4 \quad (21)$$

شکل ۸. شتاب زلزله‌ی کوینا (الف) مولفه افقی (ب) مولفه قائم

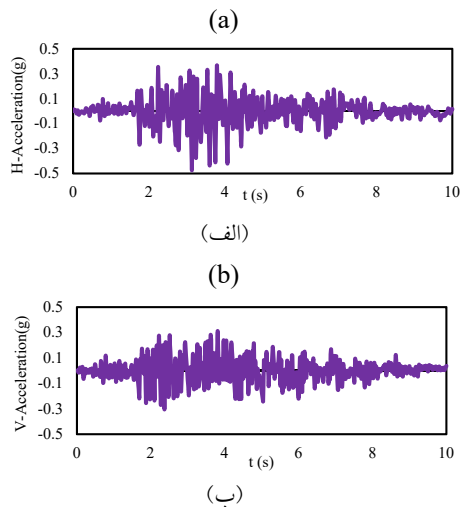


Fig. 8. Acceleration of Koyna earthquake (a) Horizontal component (b) Vertical component

۵. نتایج

۱.۵. نتایج مدل XFEM

در هر مرحله از رشد ترک و با تبدیل المان نوک ترک به المان قطع شده توسط ترک، در پاسخ‌ها شوک ایجاد شده که باعث منفی شدن ضرایب شدت تنش مود اول می‌شود. برای جلوگیری از تاثیرگذاری شوک روی پاسخ‌ها، ۳ گام استراحت در روند تحلیل دینامیکی در نظر گرفته شده است. نتایج تحلیل عددی مدل المان محدود توسعه یافته سد و مخزن نشان می‌دهد که اولین ترک در المان شماره ۱ در پاشنه سد در ثانیه ۲٫۷۲ رخ داده که پس از دو مرحله گسترش به درون پی منحرف می‌شود. ترک‌های دوم و سوم به ترتیب در ثانیه‌های ۳٫۹۱ و ۴٫۱۲ در المان‌های شماره ۲۵۰۰ و ۲۱۵۱ در محل تغییر شیب و در وجه پایین دست و بالادست سد اتفاق می‌افتد. در ادامه پیشروی ترک‌ها در زمان‌های مختلف رخ داده و نهایتاً در ثانیه ۴٫۳۸ ترک کل عرض مونولیت سد را در بر گرفته و بلوک بالایی سد دچار

۱۰ ثانیه که توسط ایستگاهی واقع در گالری فونداسیون سد تعیین شده مورد استفاده قرار گرفته است. تاریخچه شتاب زلزله مذکور در شکل (۸) نمایش داده شده است. بار وزن سد و هیدرواستاتیک مخزن بعنوان شرایط اولیه حل مسئله لحاظ شده است. انرژی شکست سد $G_f = 150 \frac{N}{m}$ ، تحلیل دینامیکی به روش نیومارک و گام زمانی $\Delta t = 0.01s$ لحاظ شده است. جسم سد در حالت دوبعدی با المان‌های ایزوپارامتریک چهارگره‌ای تنش مسطح و با چهار نقطه انتگرال‌گیری گاوس مدل شده است. محیط مخزن در حالت دوبعدی با المان‌های ایزوپارامتریک نه گره‌ای و با چهار نقطه انتگرال‌گیری گاوس به روش لاگرانژی مش‌بندی شده و به منظور لحاظ کردن اثر اندرکنش سد و مخزن و اتصال المان‌های سازه به سیال از المان تماسی شش گره‌ای با سه نقطه انتگرال‌گیری گاوس استفاده شده است [20]. از المان‌های تماسی به منظور انتقال نیروی برشی و تحمل تغییر مکان‌های سطوح مقابل هم استفاده می‌شود. تمامی تماس‌های نرمال به صورت دو طرفه و اعمال قیود به روش پنالتی انجام گرفته است.

شکل ۷. شبکه‌بندی المان محدود سیستم سد-مخزن

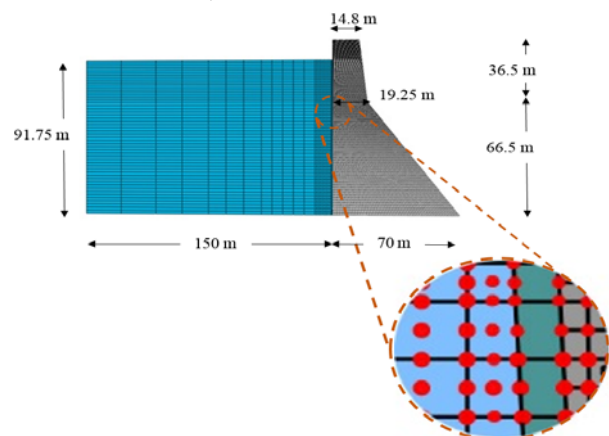


Fig. 7. Finite element model of dam-reservoir system

جدول ۲. مشخصات مصالح سیستم سد - مخزن کوینا [13]

Material	Bulk modulus (Mpa)	Poisson ratio	Damping	Density (kg/m ³)
Concrete	12444	0.2	0.05	2463
Water	2070	-	0.001	1000

Table 2. Material properties of Koyna dam- reservoir system

۲.۵. نتایج مدل CPD

در این مدل ابتدا حساسیت سیستم به چگونگی مش‌بندی و ابعاد مش‌ها بررسی شده به گونه‌ای که با ریز کردن مش‌بندی تغییری در نتایج حاصل نشود. به منظور تحلیل غیرخطی سد کونینا [21] با تکیه بر مدل CPD رفتار غیر خطی بتن در کشش و فشار مطابق شکل (۱۱) در نظر گرفته شده است [10]. با توجه به اینکه سازوکار خرابی سدهای بتنی وزنی در این پژوهش فقط تحت تنش‌های کششی لحاظ شده است، پس نیاز به تعریف پارامتر خسارت در کشش بوده که در شکل (۱۲) نشان داده شده است. بر اساس نتایج بدست آمده، ترک‌ها به ترتیب در المان شماره ۱ در پاشنه سد و در ثانیه ۲٫۲۲، در ثانیه ۳٫۹۱ در المان شماره ۲۵۰۰ در محل تغییر شیب در پایین دست و در ثانیه ۴٫۱۲ در المان شماره ۲۱۵۱ در بالادست سد اتفاق می‌افتد. در شکل (۱۳) پروفیل گسترش خسارت در زمان‌های مختلف نمایش داده شده است.

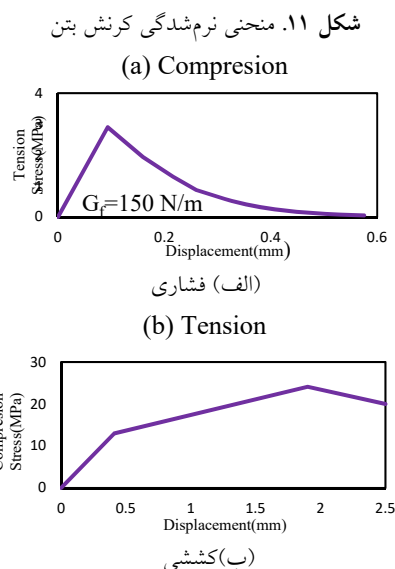


Fig. 11. Strain softening curve of concrete

شکل ۱۲. رابطه پارامتر خسارت - جابجایی در حالت کششی

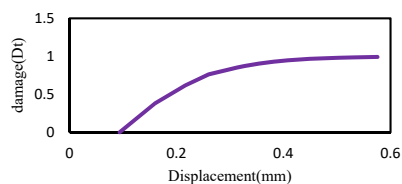


Fig. 12. Damage parameter-displacement relationship in tension

ناپایداری می‌شود. در شکل (۹) تنش حداکثر سد برای زمانهای مختلف نمایش داده شده است. در شکل (۱۰) ضرایب شدت تنش مود اول برای ترک وجه پایین دست و بالادست رسم شده است. در این شکل ضریب شدت تنش مود اول بین ثانیه‌های ۴٫۰۴ و ۴٫۲۰ صفر شده که به معنی بسته بودن ترک پایین دست و گسترش ترک بالادست می‌باشد. نقطه‌های مربع شکل در شکل (۱۰) نشان‌دهنده ثانیه‌هایی است که ترک در آن زمان‌ها رشد کرده است.

شکل ۹. توزیع تنش حداکثر در لحظات مختلف زمانی

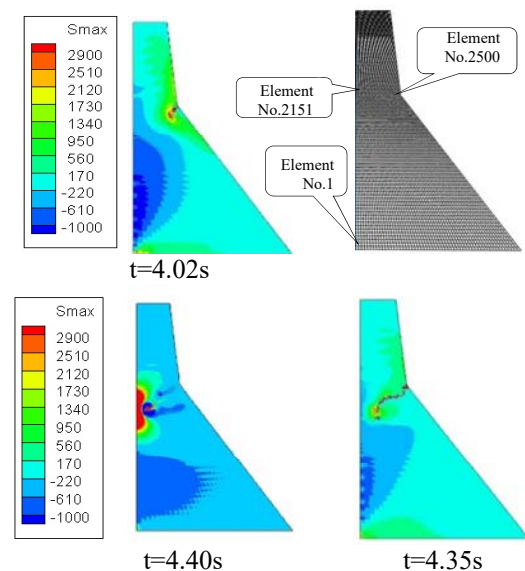


Fig. 9. Max. Principal stress for different time (kpa)

شکل ۱۰. ضریب شدت تنش مود اول

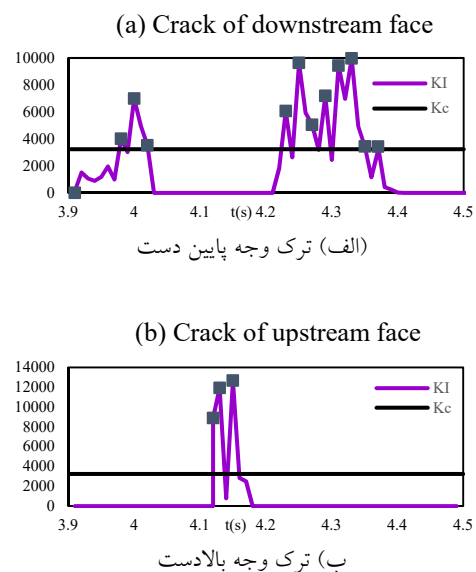


Fig. 10. Stress intensity factor of 1st. mode

پایین دست و بالادست به ترتیب با زاویای ۹۰ و صفر درجه رخ داده که در هر دو مدل یکسان است. با پیشروی ترک به سمت بالادست، ترک عرض مونولیت سد را در بر می‌گیرد. با این حال رشد ترک در مدل XFEM سریعتر بوده به گونه‌ای که بلوک بالایی سد در این مدل در ثانیه ۴,۳۸ و در مدل CPD در ثانیه ۵ دچار ناپایداری می‌شود. این ناپایداری، در محاسبات، با افزایش تغییر مکان تاج سد در شکل (۱۵) نشان داده شده است. مقدار جابه‌جایی تاج سد تحت بارهای استاتیکی قبل از شروع تحلیل دینامیکی برابر ۵,۳ میلی متر است. نزدیک بودن مقادیر خطی و غیرخطی فقط تا زمانی است که سیستم به صورت خطی بوده و ترکی اتفاق نیفتاده است. پس از وقوع ترک مقادیر پاسخ ها از هم فاصله می‌گیرند. در شکل (۱۶) فشار هیدرو دینامیک مخزن در المان مجاور پاشنه سد در دو حالت محاسباتی نشان می‌دهد که مقادیر فشار در مدل XFEM بیش از مدل CPD است. دلیل این اختلاف را می‌توان به تفاوت

شکل ۱۳. گسترش خسارت در مدل پلاستیک خسارت بتن

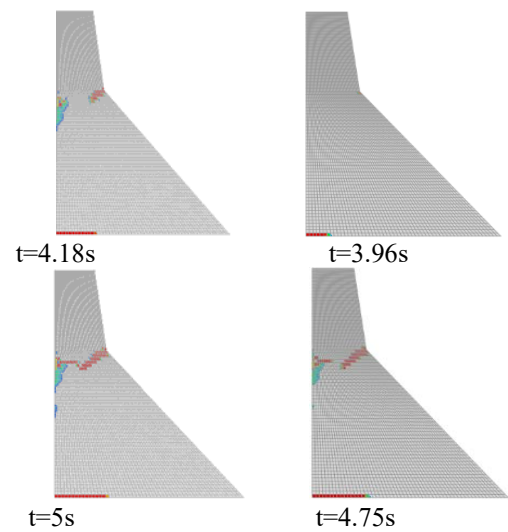


Fig. 13. Damage propagation in CPD model

۳.۵. مقایسه نتایج مدل XFEM و CPD

در شکل (۱۴)، مسیر رشد ترک در زمان‌های یکسان برای دو حالت تحلیل نمایش داده شده است. زمان‌های جوانه زنی سه ترک برای دو مدل تقریباً یکسان است. جوانه زنی ترک در وجه

شکل ۱۴. مقایسه پروفیل ترک برای دو مدل XFEM , CPD

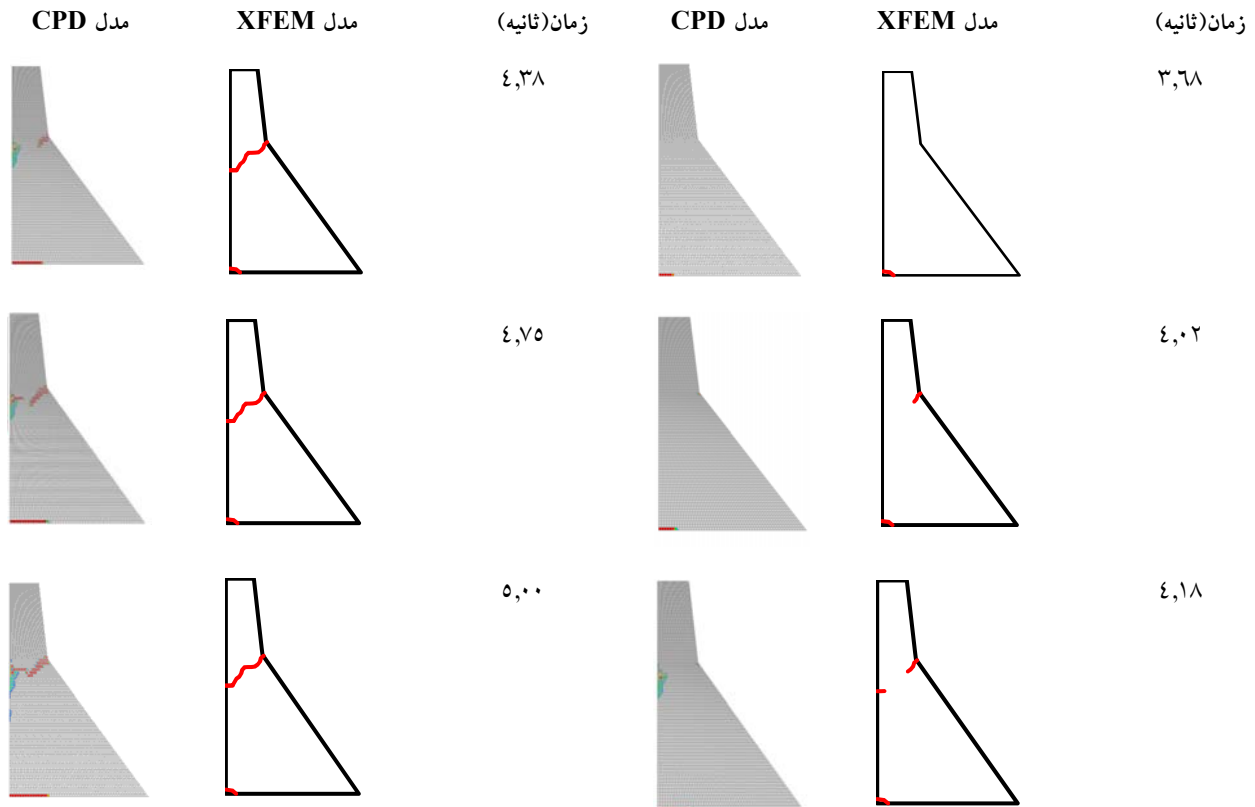


Fig. 14. Comparison of crack path between XFEM and CPD model

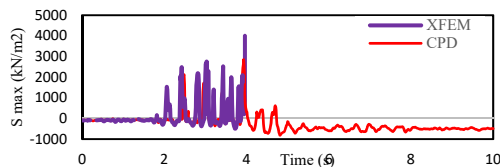


Fig. 17. Max. stress at location of slope change

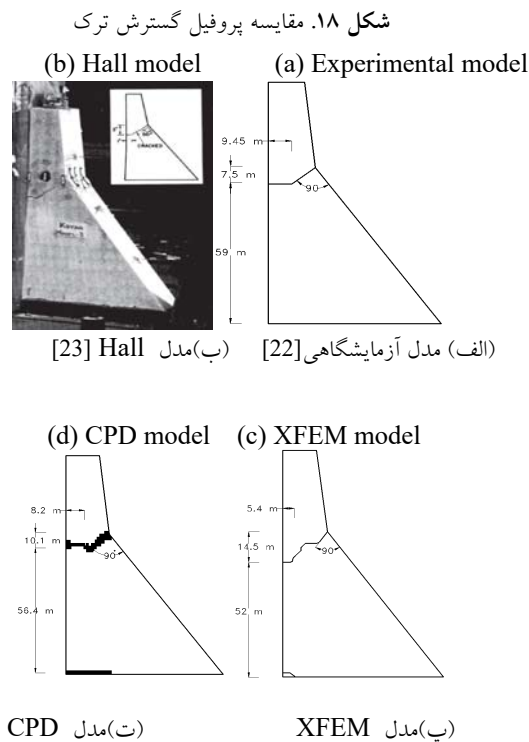


Fig. 18. Crack path in different model

۶. نتیجه گیری

در این مقاله مدل سازی گسترش ترک در سد بتنی وزنی کوینا به روش المان محدود توسعه یافته و روش پلاستیک خسارت بتن انجام گرفته است. از آنجا که تنش فشاری در سدهای بتنی وزنی حتی بهنگام وقوع زلزله کوچک است و نیز با توجه به ضعف کششی بتن، آغاز جوانه زنی فقط در تنش های کششی صورت می پذیرد. زمان و زاویه جوانه زنی ترک در سه بخش مختلف سد برای هر دو مدل XFEM و CPD تقریباً یکسان و مطابق با نتایج آزمایشگاهی است، اگرچه رشد ترک در مدل XFEM سریعتر بوده به گونه ای که بلوک بالایی سد در مدل XFEM زودتر از مدل CPD دچار ناپایداری می شود. مقایسه نتایج حاصل از این پژوهش با مدل آزمایشگاهی نشان می دهد گسترش ترک با شیب نزولی ادامه یافته و قبل از رسیدن به وجه

رویگرد تحلیل ها نسبت داد. همچنین در شکل (۱۷) تاریخچه زمانی تغییرات تنش ماکزیمم در المان محل تغییر شیب سد در وجه پایین دست نمایش داده شده است. در مدل XFEM به دلیل خطی بودن تحلیل، تنش در المان مذکور به مقادیری بیش از مقدار تنش ماکزیمم کششی رسیده و ترک از المان عبور کرده و پس از ثانیه ۴ به دلیل اینکه المان ترک خورده است نمودار تنشی برای المان مذکور قابل ترسیم نیست. اما در مدل CPD، به محض رسیدن تنش به مقدار ماکزیمم، المان دچار خسارت شده و تنش هیچگاه بیش از مقدار ماکزیمم نمی شود. در شکل (۱۸-الف)، نمونه ای از مدل واقعی سد کوینا که در مرکز تحقیقاتی ملی زلزله آمریکا [22] مورد آزمایش قرار گرفته و تحت بارگذاری زلزله کوینا پروفیل گسترش ترک تعیین شده، نمایش داده شده است. جوانه زنی ترک در وجه پایین دست در مدل آزمایشگاهی نیز با زاویه ۹۰ درجه رخ داده که تایید کننده درستی نتایج تحلیل های عددی است. در شکل (۱۸-ب)، رشد ترک آزمایشگاهی توسط هال [23] نمایش داده شده است که هماهنگی بیشتری با مدل ترک منفرد به روش المان محدود توسعه یافته دارد. نسبت میزان پیشروی قائم ترک به طول ناحیه افقی آن در مرجع [22] برابر ۳ و مدل شکل (۱۸-ب) برابر ۰٫۹ است، که در مدل XFEM برابر ۲٫۶۸ (شکل ۱۸-پ) و در مدل CPD (شکل ۱۸-ت) برابر ۱٫۲۴ بدست آمده است.

شکل ۱۵. جابه جایی افقی تاج سد برای تحلیل خطی و مدل های XFEM

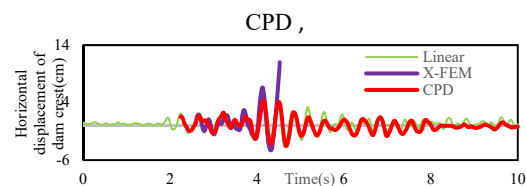


Fig. 15. Horizontal displacement of dam crest for linear analysis, XFEM and CPD model

شکل ۱۶. فشار هیدرودینامیک در المان مخزن مجاور پاشنه سد

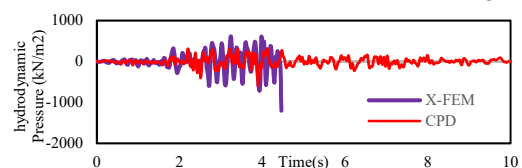


Fig. 16. Hydrodynamic pressure in reservoir element adjacent to dam heel

شکل ۱۷. تنش ماکزیمم در المان محل تغییر شیب سد

- [9] Khoie, A. 2015: Extended Finite Element Method Theory and Applications, Wiley Series in computational mechanics.
- [10] Lee, J. and Fenves, G.L. 1998-b: A plastic–damage model for earthquake analysis of dams. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1(27), 937-956.
- [11] Cevera, M., J. Oliver, J. and Manzoli, E. 1996: A rate-dependent isotropic damage model for the seismic analysis of concrete dams, *Earthquake engineering and structural dynamics*, 25, 987-1010.
- [12] Calayir A. & Karaton, M. 2005: A continuum damage concrete model for earthquake analysis of concrete gravity dam–reservoir systems, *S. Dyn & Ear. Eng.*, 25(11), 857-869.
- [13] Zhang S., Wang, G., Yu X. 2013: Seismic cracking analysis of concrete gravity dams with initial cracks using the extended finite element method, *Eng Str.*, 56, 528–543.
- [14] Omidi O. and V. Lotfi V. 2012: Plastic–Damage Analysis of Koyna Dam in Different Damping Mechanisms, *Water In. 15 WCEE*.
- [15] Vaseghi J. 1998: F.E Modelling of Cracking in Concrete Gravity Dams, Ph.D. thesis, T.M.U, Iran (In Persian).
- [16] Cai Q., Finite Element Modelling Of Cracking In Concrete Gravity Dams, Ph.D. thesis, University Of Pretoria, South Africa, 2007.
- [17] Broek D. 1986: Elementary Engineering Fracture Mechanics, Hingham, MA, Kluwer Academic Publishers.
- [18] Bazant Z. P. Pfeiffer P. A. 1987: Determination of fracture energy from size effect and brittleness number, *ACI Materials Journal* 84, 463–480.
- [19] Bui HD. *Mécanique de la rupture Fragile*. Masson: New York, 1978.
- [20] Kalani S. L., Navayi Neya B., Vaseghi A. J. 2015: Nonlinear dynamic analysis of concrete gravity dams considering rotational component, *Int. J. of Civil.Eng.*, 13(1), 16-29.
- [21] Abaqus C.A.E User Manual. Ver. 2018.
- [22] National Research Council (US). 1990: Earthquake engineering for concrete dams design, performance, and research needs Washington (DC): *Nat.Acd. Press*, 99–105.
- [23] Hall, J.F. 1998: The dynamic and earthquake behavior of concrete dams: Review of experimental behavior and observational evidence. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 1(7), 57-121.

پایین دست بصورت افقی در می‌آید. هیچ یک از دو مدل به صورت دقیق نتوانسته پروفیل ترک آزمایشگاهی را پوشش دهد. این اختلاف را می‌توان به ابعاد نمونه آزمایشگاهی در مقایسه با نمونه واقعی و شرایط آزمایشگاهی نسبت داد. هر چند بر اساس تحلیل‌های انجام شده در این پژوهش پروفیل ترک XFEM تطابق بیشتری با مدل آزمایشگاهی دارد. نرم شدگی کرنش در تنش‌های کششی بر روی پروفیل گسترش ترک تاثیرگذار بوده به گونه‌ای که باعث تغییر در مسیر ترک شده است. این تغییر ناچیز بوده به گونه‌ای که استفاده از روش مکانیک شکست خطی برای محاسبه پروفیل ترک به دلیل کوچک بودن ناحیه پلاستیک نوک ترک در مقایسه با ابعاد سد را معتبر می‌سازد.

۷. مراجع

- [1] Bhattacharjee S. S., & Leger, P. 1993: Finite element modelling of the tensile strain softening behaviour of plain concrete structures, *Eng. Comput.*, 10(3), 205-221.
- [2] Ayari ML, Saouma VE. A. 1990: fracture mechanics based seismic analysis of concrete gravity dams using discrete cracks. *Eng Fract Mech*, 35(1–3), 587–598.
- [3] Ahmadi MT, Izadinia M, Bachmann H. 2001: A discrete crack joint model for nonlinear dynamic analysis of concrete arch dam. *Comput Struct*, 79(4), 403–420.
- [4] Lee J. and Fenves, G.L. 1998-a: A plastic damage model for cyclic loading of concrete Structures, *J. of Eng. M. ASCE*, 124, 892–900.
- [5] Belytschko T, Black T. 1999: Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing. *Int J. N. Met. Eng.*, 45(5), 601–620.
- [6] Melenk JM, Babuška I. 1996: The partition of unity finite element method: basic theory and applications. *Com Met Appl Mech Eng*, 139(1–4), 289–314.
- [7] Moes N, Dolbow J, Belytschko T. 1999: A finite element method for crack growth without remeshing. *Int J N. Met. Eng.*, 46(1), 131–150.
- [8] Lubarda, V.A., Kracjinovic, D. and Mastilovic, S. 1994: Damage model for brittle elasticsolids with unequal tensile and compressive strength, *Engineering Fracture Mechanics*, 49, 681–697.

Nonlinear Seismic Analysis of Concrete Gravity Dams Using Extended Finite Element method and Plastic Damage Model

M. Haghani¹, B. Navayi Neya^{2*}, M.T. Ahmadi³ and J. Vaseghi Amiri

majid_haghani2005@yahoo.com

Abstract

The present paper investigates and compares the crack propagation in concrete gravity dams using two models of linear fracture mechanics and plasticity damage concrete. The first model is based on linear concrete behavior using the extended finite element method without considering the effect of strain softening on the crack tip while the second model is based on the nonlinear concrete behavior and the strain softening in tension with damage parameter. According to two different algorithms and based on two models, several benchmark examples are reviewed and the results compared with those reported in the literature. Then, path of the crack growth in Koyna gravity dam due to a seismic excitation of Koyna earthquake in 1962 has been performed by considering the dam-reservoir interaction.

The results show that due to low compressive stresses during analysis of concrete gravity dams, consideration of compressive nonlinear behavior has no effect on crack initiation and almost is the same for two models. However because of crack opening and closing with tapping the crack faces together in extended finite element model, the compressive stress will be more than the allowable stress of concrete. Crack initiation at downstream and upstream face occurred at angle of 90 and zero degrees respectively, which in both models, the numerical results are in agreement with the experimental model.

The crack in the extended finite element model grows faster such that the crest block of dam in this model is separated from the dam body, earlier than the concrete plastic damage model. Also the values of dam crest displacement and hydrodynamic pressure in the reservoir in extended finite element model with linear elastic fracture mechanic are more than the other model, which can be attributed to the linear and nonlinear behavior of concrete in extended finite element and concrete plastic damage model respectively. In the extended finite element model, due to using linear fracture mechanic, the maximum principal stress in the cracked elements reaches the values greater than the maximum tensile strength, but in the concrete plastic damage model as soon as the stress reaches a tension limit value, elements are damaged and the stress is reduced. In both models, the crack located at the slope change area, propagates with the downward slope from downstream dam face and connects to the crack at upstream face which is growth horizontally.

Because of laboratory sample dimension and boundary condition of dam-reservoir compared with actual manner, neither of two crack profiles covered the experimental model, accurately. But it is shown that the crack profiles in the extended finite element model are more consistent with experimental results. Finally, the results show that the crack profile are slightly different in the two models because of quasi brittle behavior of the dam concrete, which can be attributed to the small fracture process zone of the crack tip in comparison with the dimension of the concrete gravity dams such that by removing strain softness part, the error in the amount of additional computation can be neglected.

Keywords: Extended finite element method, Concrete gravity dam, Linear fracture mechanic, Concrete plastic damage, Dam reservoir interaction