

تأثیر تغییرپذیری چسبندگی بر ظرفیت باربری خاک رس ناهمگون

داود اذان^۱، عبدالحسین حداد^{۲*}

۱- دانشجوی دکترای مکانیک خاک و پی، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه سمنان

۲- دانشیار دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه سمنان، سمنان، ایران

ahadad@semnan.ac.ir

تاریخ پذیرش ۹۷/۰۳/۲۱

تاریخ دریافت ۹۶/۰۹/۲۵

چکیده

فرآیند تشکیل خاک شامل مراحل طولانی و پیچیده‌ای است که این مسئله موجب ایجاد تغییرپذیری فضایی ویژگی‌های خاکی می‌شود. در این پژوهش اثر پارامترهای تغییرپذیری فضایی روی ظرفیت باربری پی‌های نواری سطحی بررسی شده است. برای مطالعه تغییرپذیری فضایی، تئوری میدان تصادفی همراه با روش شبیه‌سازی مونت کارلو مورد استفاده قرار گرفته و برای محاسبه ظرفیت باربری از مدل جامع خاکی مور-کلمب با بهره‌گیری از روش تفاضل محدود استفاده شده است. توزیع لوگاریتم-نرمال برای توزیع پارامتر چسبندگی در محیط خاکی لحاظ شده است و تغییرپذیری فضایی با لحاظ سه پارامتر ضریب تغییرات چسبندگی، مقیاس نوسان در دو راستای افقی و عمودی بررسی شده است. بازه وسیعی از مقادیر برای این پارامترهای مطالعه شده است؛ با بررسی نتایج مشاهده می‌شود که همواره با افزایش در میزان ضریب تغییرات چسبندگی، مقدار ظرفیت باربری کاهش می‌یابد. همچنین روند تغییرات ظرفیت باربری با افزایش در مقیاس نوسان در دو راستای افقی و عمودی تقریباً روندی افزایشی است. در پایان این پژوهش رابطه‌ای کاربردی با استفاده از روش تحلیل رگرسیون چندگانه برای محاسبه ظرفیت باربری پی‌های سطحی واقع بر خاک رسی با لحاظ پارامترهای تغییرپذیری خاک ارائه شده است.

واژگان کلیدی: ظرفیت باربری، تغییرپذیری فضایی، تفاضل محدود، تحلیل رگرسیون چندگانه، روش مونت کارلو

۱- مقدمه

عدم قطعیت در پیش‌بینی رفتار خاک که از تغییرپذیری فضایی^۱ ویژگی‌های خاک ناشی می‌شود، پدیده‌ای شناخته شده و مشکل‌زا برای طراحی سازه‌های ژئوتکنیکی است. یکی از مرسوم‌ترین روش‌ها برای لحاظ تغییرپذیری فضایی خاک استفاده از تئوری

میدان‌های تصادفی^۲ است [1]. تئوری میدان تصادفی-های از دیرباز کاربرد زیادی در مهندسی ژئوتکنیک برای لحاظ تغییرپذیری فضایی و فرموله کردن این نوع عدم قطعیت داشته است.

از جمله مسائل مهندسی که تأثیر تغییرپذیری فضایی خواص ژئوتکنیکی خاک‌ها در آن اهمیت ویژه‌ای دارد مسئله‌ی برآورد ظرفیت باربری پی‌ها است. اثر

تغییرپذیری خواص ژئوتکنیکی خاک روی ظرفیت باربری پی‌ها در پژوهش‌های پیشین مورد بررسی قرار گرفته است [2-11]. در این میان گریفیث^۳ و فنتون^۴ (۲۰۰۱) به بررسی ظرفیت پی‌های منعطف واقع بر خاک رسی زهکشی‌نشده با لحاظ تغییرات فضایی پارامتر چسبندگی زهکشی‌نشده پرداختند. ایشان برای محاسبه‌ی ظرفیت باربری پی نواری منعطف از روش اجزاء محدود با مدل الاستوپلاستیک ترسکا^۵ بهره بردند. ایشان برای بررسی اثر تغییرپذیری فضایی پارامتر چسبندگی زهکشی‌نشده از توزیع لوگاریتم-نرمال و دو پارامتر انحراف معیار $Cov(c_u)$ و نسبت طول همبستگی به عرض پی $\frac{\theta \ln(c_u)}{B}$ استفاده کردند و با انجام تحلیل مونت‌کارلو یک توزیع احتمالاتی برای نتایج به‌دست آوردند. در پژوهش ایشان طول همبستگی در دو راستای X و Y برابر لحاظ شده بود و تنها حالت-های خاصی از نسبت طول همبستگی فضایی در پژوهش ایشان بررسی شده است. ایشان نتیجه گرفتند که همواره با افزایش در پارامتر انحراف معیار، کاهش در میانگین ظرفیت باربری ایجاد می‌شود. همچنین ایشان نتیجه گرفتند که با بزرگتر شدن طول همبستگی از عرض پی، با افزایش در طول همبستگی، افزایش در میانگین N_c رخ می‌دهد؛ ولی هنگامی که طول همبستگی از عرض پی کم‌تر شود، با کاهش در طول همبستگی روند افزایشی در میانگین N_c روی می‌دهد [2].

در پژوهش انجام گرفته توسط گریفیث و همکاران (۲۰۰۲)، اثر تغییرپذیری فضایی روی پی‌های زیر بررسی شد. ایشان نتیجه گرفتند که تأثیر پارامترهای تغییرپذیری فضای برای پی‌های زیر مانند پی‌های منعطف است با این تفاوت که به دلیل اینکه حجم بیشتری از خاک در گسیختگی پی‌های زیر نقش دارد پس گسیختگی در این نوع پی‌ها از حاشیه‌ی امنیت

بالتری نسبت به پی‌های منعطف برخوردار است [3].

جمشیدی چناری و ماهیگیر (۲۰۱۴) پژوهشی برای لحاظ اثر ناهمسانگردی ویژگی‌های تغییرپذیری فضایی روی ظرفیت باربری پی‌های سطحی نواری ارائه نمودند. در این پژوهش از روش تفاضل محدود برای محاسبه‌ی ظرفیت باربری پی‌ها با لحاظ مدل گسیختگی مور-کلمب^۶ استفاده شده است. ایشان تغییرپذیری فضایی پارامتر چسبندگی را توسط توزیع لوگاریتم-نرمال لحاظ کردند؛ همچنین ایشان دو پارامتر $Cov(c_u)$ و نسبت مقیاس نوسان را در دو راستای X و Y (یعنی $\frac{\theta_x}{\theta_y}$) بررسی کردند. بدین‌صورت که ایشان تنها اثر تغییرات در ظرفیت باربری را به نسبت مقیاس نوسان در دو راستا $(\frac{\theta_x}{\theta_y})$ مربوط کردند. مانند پژوهش‌های پیشین نتیجه‌گیری ایشان نیز کاهش در مقدار میانگین ظرفیت باربری با افزایش $Cov(c_u)$ بود. راجع به اثر تغییرات نسبت $\frac{\theta_x}{\theta_y}$ روی تغییرات ظرفیت باربری نیز ایشان افزایش ظرفیت باربری میانگین را با افزایش نسبت مقیاس نوسان $\frac{\theta_x}{\theta_y}$ پیش‌بینی کردند [9].

همان‌گونه که اشاره شد در پژوهش‌های گذشته اثر تغییرات مقیاس نوسان در دو راستای X و Y مورد بررسی قرار نگرفته است و بررسی جامعی از اثر تغییرات این پارامترها روی ظرفیت باربری پی واقع بر خاک با تغییرپذیری فضایی انجام نگرفته است بنابراین در این پژوهش به بررسی جامع اثر تغییرپذیری فضایی چسبندگی روی ظرفیت باربری پی‌های نواری سطحی واقع بر خاک رسی پرداخته می‌شود. برای محاسبه‌ی ظرفیت باربری پی از روش تفاضل محدود با استفاده از نرم‌افزار FLAC2D و با استفاده از مدل گسیختگی مور-کلمب استفاده شده است. همچنین تغییرپذیری فضایی پارامتر چسبندگی خاک توسط کدنویسی با زبان برنامه‌نویسی فیش^۷ که زبان کدنویسی نرم‌افزار فلک

3 GRIFFITHS

4 FENTON

5 TRESCA

6 Mohr-Coulomb

7 FISH

دوبعدی^۸ می باشد لحاظ گردیده است [12].

خصوصیات در نهشته‌ی خاکی و فرموله کردن چگونگی توزیع، پراکنده‌گی مقادیر پارامترها را در محیط خاکی مدلسازی می‌نماید. شکل (۱) تغییرات فضایی پارامترها را با استفاده از تئوری میدان تصادفی بصورت شماتیک نمایش می‌دهد، همان‌گونه که مشخص است تغییرات خصوصیات خاکی در دو راستای x و y لحاظ شده است و مقادیر پارامترهای خاک با توجه به پراکنده‌گی پارامترها حول مقدار میانگین نوسان دارد. در این پژوهش پارامتر چسبندگی زهکشی نشده خاک رسی با بهره‌گیری از تئوری میدان تصادفی توزیع شده است.

شکل ۱. شماتیک چگونگی توزیع پارامترهای خاکی با لحاظ تئوری میدان تصادفی

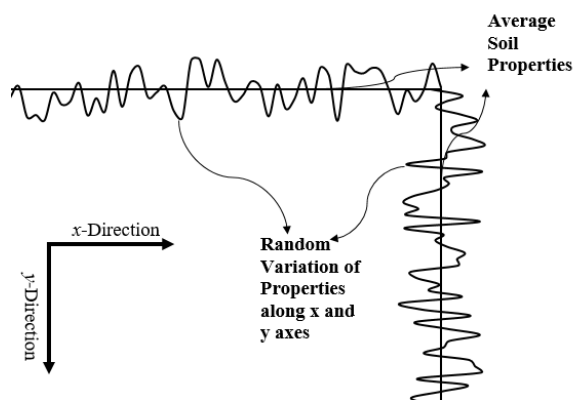


Fig. 1. Schematic view of distribution of soil parameters by applying random field theory

از آنجا که در این پژوهش تغییرپذیری مربوط به مقادیر ظرفیت باربری خاک رسی زهکشی نشده مدنظر است، برای بررسی نتایج از ضریب چسبندگی با معادله:

$$N_c = \frac{q_u}{c_u} \quad (1)$$

استفاده شده است. در این رابطه q_u ظرفیت باربری نهایی پی سطحی نواری و c_u چسبندگی زهکشی نشده خاک است. چون مقدار پارامتر چسبندگی زهکشی نشده خاک رسی ثابت لحاظ شده است بنابراین همواره رابطه‌ای خطی بین ضریب چسبندگی N_c و ظرفیت باربری پی نواری وجود دارد، بنابراین در این پژوهش ظرفیت باربری نهایی پی (q_u) معادل ضریب

برای مطالعه‌ی پارامتریک اثر تغییرپذیری چسبندگی بازه‌ی منطقی برای سه پارامتر $\frac{\theta_y}{B}$ ، $\frac{\theta_x}{B}$ و $Cov(cu)$ لحاظ شده و سپس اثر هر کدام از این پارامترها مورد مطالعه قرار گرفته است. در نهایت در پایان این پژوهش با استفاده از داده‌ها و نتایج حاصل از این پژوهش و با بهره‌گیری از روش رگرسیون چندگانه رابطه‌ای ساده و کاربردی برای لحاظ اثر تغییرپذیری فضایی پارامتر چسبندگی زهکشی نشده روی ظرفیت باربری، برای استفاده مهندسان طراح در طراحی پی نواری واقع بر خاک رسی ناهمگون ارائه شده است.

۲- تغییر پذیری فضایی ویژگی‌های ژئوتکنیکی

ویژگی خاک‌های هر منطقه معرف ویژگی‌های اصلی زمین‌شناسی آن منطقه است که به علت فرآیندهای هوازدگی^۹ و تخریب^{۱۰} تدریجی سنگ‌ها و نیز رسوب‌گذاری به وجود آمده‌اند. خاک‌ها به‌جز نوع خاک برجا^{۱۱} به علت عوامل فیزیکی به مکان کنونی خود انتقال داده شده است و معمولاً تحت شرایط گوناگون فشار آب حفره‌ای و تحت اثر تغییرات فیزیکی و واکنش‌های شیمیایی قرار گرفته‌اند؛ بنابراین تغییرات خصوصیات فیزیکی خاک‌ها در یک مکان نسبت به سایر مکان‌ها در نهشته‌ی موجود موضوعی قابل انتظار است. بنابراین ویژگی‌های خاکی در نهشته‌ی ژئوتکنیکی از مکانی به مکان دیگر دارای تغییر است؛ به این شاخصه نهشته‌های خاکی تغییرپذیری خصوصیات خاکی گفته می‌شود [13].

برای مدلسازی تغییرپذیری فضایی در ویژگی‌های ژئوتکنیکی از تئوری میدان تصادفی استفاده می‌شود. این تئوری با فرض تصادفی بودن و همبستگی فضایی

8 FLAC2D
9 Weathering
10 Erosion
11 Residual

$$\rho = \exp(-2 \sqrt{\left(\frac{\tau_x}{\theta_x}\right)^2 + \left(\frac{\tau_y}{\theta_y}\right)^2}) \quad (3)$$

در این رابطه θ_x ، θ_y طول مقیاس نوسان در راستای دو محور x و y است و τ_x ، τ_y ماتریس‌های مربوط به فاصله‌ی تاخیر^{۱۵} در راستای دو محور x و y است. از آنجایی که چسبندگی دارای توزیع لگاریتم-نرمال است؛ بنابراین $\ln(c_u)$ توزیع نرمال دارد؛ در نتیجه مقادیر چسبندگی زهکشی نشده از رابطه‌ی (۴) محاسبه می‌شود:

$$\ln(c_u) = L \cdot \varepsilon + \mu_{\ln c_u} \quad (4)$$

در این رابطه $\mu_{\ln c_u}$ مقدار میانگین $\ln(c_u)$ ، ε یک بردار گاوسی^{۱۶} (با میانگین صفر و واریانس واحد) و L یک ماتریس زیرماتریس است که از رابطه‌ی (۵) تعیین می‌شود:

$$T = L \cdot L^T \quad (5)$$

که در این رابطه T ، ماتریس کوواریانس است. این ماتریس توسط فرم مشخصی از تابع کوواریانس تشکیل می‌شود. ماتریس همسان‌گرد کوواریانس توسط رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

$$T = \sigma_{\ln c_u}^2 \exp(-2 \sqrt{\left(\frac{\tau_x}{\theta_x}\right)^2 + \left(\frac{\tau_y}{\theta_y}\right)^2}) \quad (6)$$

در این معادله $\sigma_{\ln c_u}$ واریانس $\ln c_u$ است. سایر پارامترهای این رابطه در رابطه (۳) معرفی شده است.

۳- مدل سازی عددی

۳-۱- درستی آزمایی نتایج

برای درستی آزمایی نتیجه حاصل از خاک همگن حاصل برای ضریب N_C از این پژوهش با معادله‌های کلاسیک ظرفیت باربری ترزاقی، هانسن و مایرهورف مقایسه شده است. همان‌گونه که از معادلات کلاسیک ظرفیت

چسبندگی معادله ظرفیت باربری (N_C) لحاظ شده است.

به این دلیل که مقدار چسبندگی همواره مثبت است پس برای ایجاد میدان تصادفی از توزیع لوگاریتم-نرمال استفاده شده است؛ همچنین به دلیل اینکه مقدار چسبندگی خاک تأثیری در نتایج حاصل برای ضریب چسبندگی N_C ندارد، پس در این نوع توزیع مقدار میانگین پارامتر چسبندگی ثابت لحاظ شده است. در این پژوهش به جای استفاده از انحراف معیار برای بیان پراکنده‌گی مقادیر پارامترها، از پارامتر بی‌بعد ضریب تغییرات که به صورت رابطه:

$$COV = \frac{\sigma}{\mu} \quad (2)$$

تعریف شده است، استفاده می‌شود. در این رابطه μ و σ به ترتیب میانگین و انحراف معیار توزیع است. همبستگی فضایی^{۱۲} میان مقادیر چسبندگی یکی دیگر از ویژگی‌های تغییرپذیری فضایی است که برای ایجاد میدان‌های تصادفی باید لحاظ شود. همان‌گونه که مشخص است بین مقادیر چسبندگی خاک در دو محل نزدیک به هم، وابستگی و ارتباط بیشتری یافت می‌شود؛ این وابستگی میان مقادیر چسبندگی خاک توسط مقیاس نوسان^{۱۳} توصیف می‌شود. مقیاس نوسان فاصله‌ای است که در آن مقادیر پارامترها باهم همبستگی دارند و هنگامی که فاصله دو نقطه از فضا از این مقدار بیشتر شود، همبستگی میان مقادیر پارامترها از بین می‌رود. در این پژوهش در دو راستای x و y همبستگی میان چسبندگی لحاظ می‌شود. جهت این امر در این پژوهش از تابع همبستگی فضایی مارکوفین^{۱۴} که با رابطه‌ی (۳) مشخص می‌شود استفاده شده است. این تابع همبستگی کاربرد مرسوم در مهندسی ژئوتکنیک دارد [14].

12 Spatial Correlation

13 Scale of fluctuation

14 Markovian spatial correlation function

15 Lag Distance

16 Gaussian Vector

بندی با اندازه نسبتاً کوچکی نیاز است. برای بررسی اثر اندازه ابعاد زون‌بندی مربعی شبکه نمودار تغییرات مقدار ظرفیت باربری با اندازه ابعاد زون‌بندی مربعی در شکل (۲) نشان داده شده است. برای این پژوهش از ابعاد شبکه ۰/۴ استفاده شده است؛ همانگونه که اشاره شد این اندازه از شبکه مقدار قابل قبولی از نتایج را برای ضریب چسبندگی N_c ارائه می‌کند.

شکل ۲. بررسی اثر اندازه ابعاد شبکه روی نتایج حاصل از تحقیق و مقایسه نتایج با نتایج معادلات کلاسیک

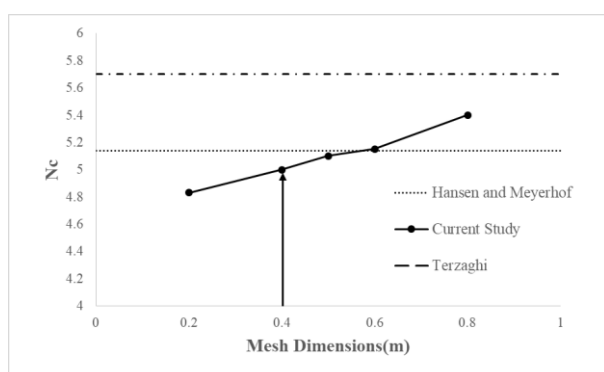


Fig. 2. Investigation of the effect of mesh dimensions on the results of current study and comparison with the results of classical equations

۳-۲- چگونگی مدل‌سازی و معرفی الگوریتم حل مسئله

همان‌گونه که اشاره شد برای محاسبه‌ی ظرفیت باربری پی از نرم‌افزار تفاضل محدود فلک دوبعدی استفاده می‌شود. این نرم‌افزار قابلیت کدنویسی با زبان برنامه‌نویسی فیش برای در نظر گرفتن تغییرات فضایی پارامترهای خاکی را دارد. تغییرات پارامتر چسبندگی در این پژوهش با بهره‌گیری از تئوری میدان تصادفی با کدنویسی فیش تهیه شده و ظرفیت باربری پی‌های واقع بر خاک‌های دارای تغییرات فضایی با استفاده از این نرم‌افزار تفاضل محدود محاسبه شده است. هندسه و شرایط مرزی مدل‌سازی برای محاسبه‌ی ظرفیت باربری پی در شکل (۳) نمایش داده شده است؛ همان‌گونه که در این شکل مشخص است مرزهای قائم و افقی به اندازه ۵ برابر عرض پی از لبه پی فاصله دارند؛ این مقدار فاصله برای عدم تاثیر شرایط مرزی روی نتایج

باربری مشخص است، تاثیر پارامترهای مدول الاستیسیته، نسبت پواسون، وزن مخصوص خاک و همچنین عرض پی در تعیین ظرفیت باربری پی‌های واقع بر خاک کاملاً چسبنده قابل صرف‌نظر است [15,16]؛ همچنین مقدار زاویه‌ی اصطکاک خاک در خاک رسی ناچیز است، بنابراین در این پژوهش این پارامترها ثابت لحاظ شده‌اند. پارامترهای ثابت در این پژوهش در جدول (۱) ذکر شده‌اند.

جدول ۱. پارامترهای ثابت مورد استفاده در پژوهش

Parameter	Numerical Value
Average Undrained Shear Strength(KN/m ²)	10
Foundation Width(m)	2
Unit Weight(KN/m ³)	17
Elasticity Modulus	300.c _u
Poisson Ratio	0.49
Friction Angle(°)	0

Table. 1. Constant parameters used in this research

نتایج عددی حاصل از مقایسه نتایج حاصل از این تحقیق با معادلات کلاسیک ظرفیت باربری در جدول (۲) نمایش داده شده است.

جدول ۲. مقادیر N_c برای درستی‌آزمایی نتایج برای پی واقع بر خاک همگن

Bearing Capacity Equation	N_c
Terzaghi	5.7
Hansen	5.1
Meyerhof	5.1
Current Study	5.0

Table. 2. Verification of N_c values of current study for foundation on homogeneous clay

نتایج حاصل از این تحقیق به مقداری قابل قبول کمتر از نتایج معادلات کلاسیک است که علت آن را می‌توان به ابعاد زون‌بندی شبکه برای محاسبه‌ی ظرفیت باربری نسبت داد؛ زیرا برای اعمال تغییرات فضایی به زون-

می‌توان ماتریس مربوط به مقادیر چسبندگی خاک را برای شبکه ایجاد نمود. در مرحله پایانی با اعمال جابه‌جایی قائم به گره‌های سطح پی تا هنگام گسیختگی، به محاسبه ظرفیت باربری نهایی پی پرداخته می‌شود.

شکل ۴. فلوچارت تعیین ظرفیت باربری پی واقع بر خاک با اعمال تغییرات فضایی پارامتر چسبندگی

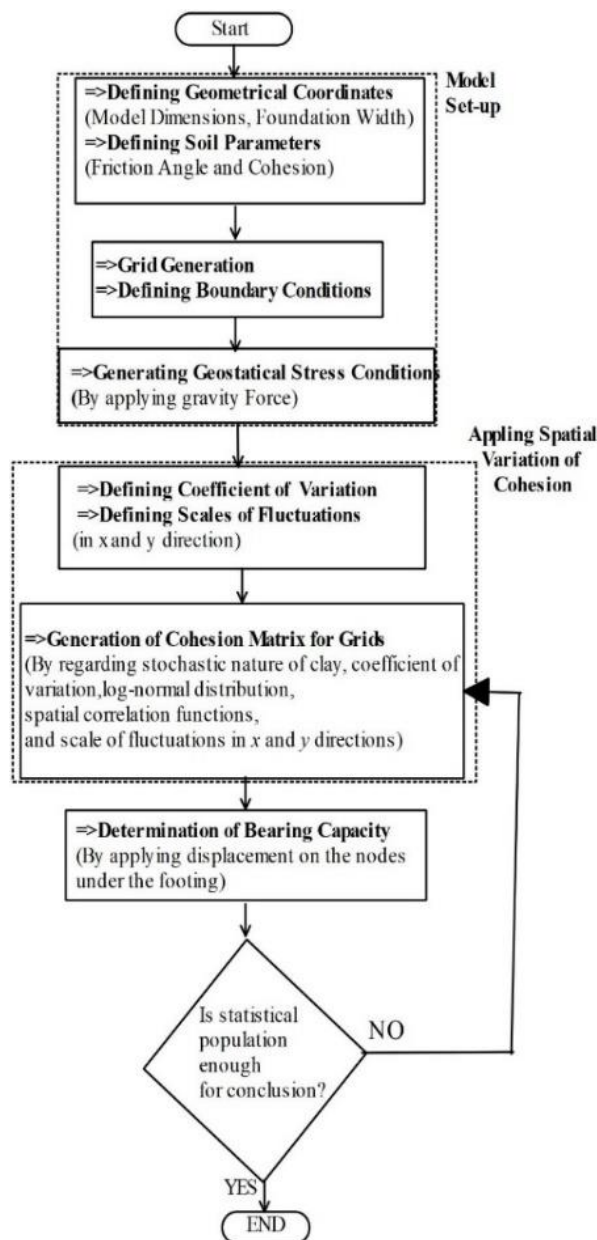


Fig. 4. Flowchart of determination of bearing capacity of foundation on clay by consideration of spatial variability of cohesion

اعمال شده است. همچنین برای رعایت شرایط ژئواستاتیکی^{۱۷} مدل، جابه‌جایی مرزهای قائم مدل در راستای افق و جابه‌جایی مرز کف مدل در دو راستای افقی و عمودی محدود شده است. لازم به ذکر است که در این پژوهش پی صلب و کاملاً زبر در نظر گرفته شده است؛ بدین صورت که جابه‌جایی یکنواخت به صورت افزایشی به کف پی اعمال شده و گره‌های کف پی در دو راستای افقی و قائم ثابت لحاظ شده‌اند.

شکل ۲. هندسه و شرایط مرزی مدل‌سازی

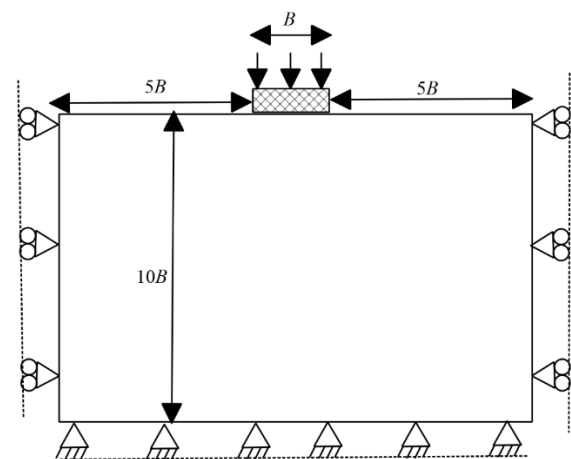


Fig. 3. Geometry and boundary conditions of model

شکل (۴) فلوچارت مربوط به مدل‌سازی در این پژوهش را نمایش می‌دهد. همان‌گونه که در این شکل مشخص است، پس از ورود مشخصات هندسی مدل، پارامترهای ژئوتکنیکی خاک، ایجاد شبکه^{۱۸} و پس از ایجاد شرایط تنش اولیه در مدل به اعمال تغییرات فضایی در مدل پرداخته می‌شود؛ برای این امر، ابتدا پارامترهای مورد بررسی برای اعمال تغییرات فضایی (پارامتر ضریب تغییرات چسبندگی خاک و مقیاس نوسان در راستای دو محور X و Y) به مدل اختصاص داده می‌شود؛ حال با توجه به توزیع لگاریتمی مورد استفاده، تابع همبستگی فضایی، مقادیر مربوط به مقیاس نوسان و ضریب تغییرات خاک

17 Geostatic Conditions

18 Mesh

گسیختگی در خاک زیر پی از رسم نمودار جابه‌جایی قائم زیر پی به تنش وارده تشخیص داده می‌شود. شکل (۵) یک نمونه شماتیک از نمودار فشار جابه‌جایی زیر پی را نمایش می‌دهد. با توجه به این نکته که مدل در نظر گرفته شده برای خاک مدل موهر-کلمب الاستوپلاستیک کامل است پس این نمودار از دو قسمت تشکیل شده است که قسمت ابتدایی (قسمت مورب) این منحنی نشان‌دهنده رفتار الاستیک پی تحت بار قائم و بخش افقی این نمودار نشان‌دهنده رفتار پلاستیک کامل خاک و بنابراین گسیختگی خاک است. ظرفیت باربری پی هنگامی ثبت می‌شود که منحنی تنش قائم متوسط به جابه‌جایی قائم زیر پی مطابق شکل (۵) از حالت شیب‌دار به حالت افقی تغییر شکل دهد. تنش مربوط به این حالت ظرفیت باربری نهایی خاک زیر پی لحاظ می‌شود. مراحل ایجاد ماتریس چسبندگی با استفاده از تئوری میدان تصادفی تا مرحله‌ی محاسبه‌ی ظرفیت باربری باید آنقدر تکرار شود تا جامعه‌ی آماری مناسب برای تحلیل احتمالاتی حاصل شود؛ از این جامعه‌ی آماری برای ایجاد توزیع احتمالاتی، محاسبه میانگین و ضریب تغییرات ظرفیت باربری استفاده می‌شود.

شکل ۵. منحنی متوسط تنش به جابه‌جایی قائم زیر پی

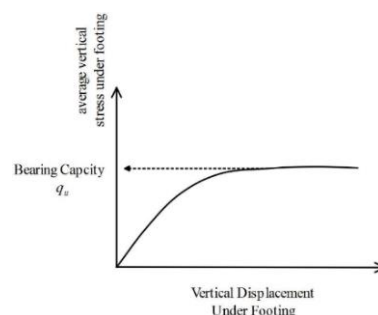


Fig. 5. Average stress vs. vertical displacement under the footing curve

۳-۳- مطالعه‌ی پارامتری

در این پژوهش برای مطالعه‌ی میزان پراکندگی پارامتر چسبندگی در فضا از پارامتر ضریب تغییرات چسبندگی

جدول ۳. پارامترهای مورد بررسی و مقادیر عددی

Parameters	Numerical Values
COV_{c_u}	0,0.2,...,1
$\frac{\theta_x}{B}$	0.5,1,2,3
$\frac{\theta_y}{B}$	0.5,1,2,3

Table. 3. Parameters under investigation and their numerical values

شکل (۶) دو حالت از کانتورهای مربوط به پارامتر چسبندگی در مدل را با تغییر در پارامتر $\frac{\theta_x}{B}$ و $\frac{\theta_y}{B}$ نمایش می‌دهد. در این شکل‌ها نسبت‌های $\frac{\theta_x}{B}$ و $\frac{\theta_y}{B}$ برابر لحاظ شده‌اند و نسبت ضریب تغییرات $Cov(C_u)$ ثابت و برابر مقدار ۰/۸ در نظر گرفته شده است.

شکل ۶. کانتورهای چسبندگی مربوط به مدل در ضریب تغییرات چسبندگی ۰/۸ و مقیاس نوسان برابر در دو راستا (a) ۰/۴ (b) ۰/۸

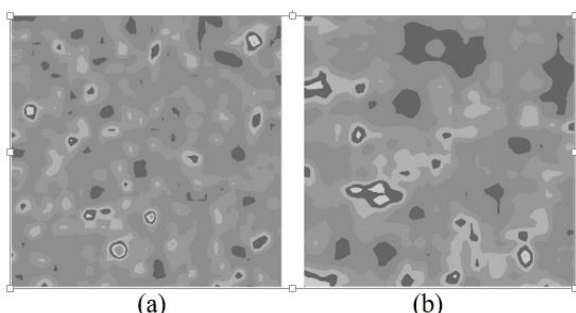


Fig. 6. Cohesion Contours in the model for $Cov(c_u)=0.8$ and equal scale of fluctuations in x and y directions a) 0.2, b) 0.8

شکل ۸. تغییرات در انحراف معیار ضریب N_C با افزایش تکرار تحلیل‌ها

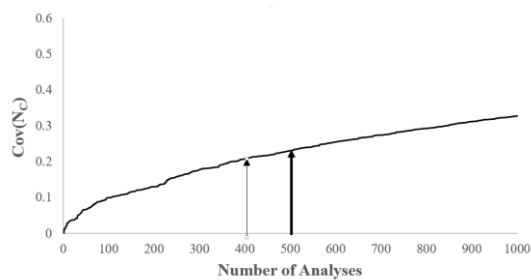


Fig. 8. Variation of coefficient of variation of N_C with increasing the repetition of analyses

با مشاهده‌ی شکل‌های (۷ و ۸) می‌توان نتیجه گرفت که پس از ۴۰۰ تحلیل و میانگین‌گیری و محاسبه واریانس این تحلیل‌ها، مقدار عددی میانگین و انحراف معیار ضریب N_C تقریباً به مقدار ثابتی همگرا می‌شود. می‌توان این تعداد تحلیل را به‌عنوان تعداد تحلیل استاندارد برای این پژوهش در نظر گرفت؛ بنابراین در این بخش و برای حصول بیشینه اطمینان از نتایج حاصل تعداد تکرار تحلیل‌ها برای شبیه‌سازی مونت-کارلو در این پژوهش ۵۰۰ عدد لحاظ شده است. این تعداد تحلیل نتایج قابل قبولی را برای محاسبه احتمالاتی توسط روش شبیه‌سازی مونت-کارلو ارائه می‌نماید.

۴- نتایج

با توجه به انجام شبیه‌سازی مونت-کارلو با ۵۰۰ تکرار مدل‌سازی برای هر دسته از مقادیر پارامترها، نمودارهای تابع چگالی احتمالاتی برای هر دسته از پارامترها بدست می‌آید. برای حالتی که نسبت مقیاس نوسان به عرض پی در دو راستای X و Y برابر ۱ است، منحنی-های تابع چگالی احتمال برای ضریب تغییرات چسبندگی از ۰ تا ۱ با گام ۰/۲ در شکل (۹) نمایش داده شده است. با توجه به این شکل با افزایش ضریب تغییرات چسبندگی خاک منحنی‌های تابع چگالی احتمال پهن‌تر شده و همچنین قله‌ی^{۱۹} این

برای بررسی اثر تکرار تحلیل‌ها در نتایج شبیه‌سازی مونت-کارلو و انتخاب تعداد تحلیل‌ها به‌صورتی که جامعه‌ی آماری مناسبی ایجاد شود و میانگین و واریانس نتایج به عدد ثابتی همگرا می‌شوند یک حالت خاص از مسئله ظرفیت باربری مورد بررسی قرار گرفته است و پس از انجام هر تحلیل میانگین و واریانس کلیه‌ی نتایج محاسبه شده است. مشخصات مربوط به تغییرپذیری فضایی چسبندگی خاک برای این تحلیل در جدول (۴) ذکر شده است. در این حالت تعداد نهایی تحلیل‌ها ۱۰۰۰ عدد لحاظ شده است. نمودارهای مربوط به تغییرات میانگین و همچنین شاخص پراکندگی ضریب تغییرات ظرفیت باربری پی پس از هر تحلیل در شکل‌های (۷ و ۸) نمایش داده شده است.

جدول ۴. پارامترها و مقادیر عددی به‌کار گرفته شده در تحلیل

Parameters	Numerical Value
$\mu_{c_u} \text{ (Kpa)}$	10
$\text{Cov}(c_u)$	0.8
$\frac{\theta_x}{B}$	1
$\frac{\theta_y}{B}$	1

Table. 4. Parameters and their numerical values in the analysis

شکل ۷. تغییرات میانگین ضریب N_C با افزایش تکرار تحلیل‌ها

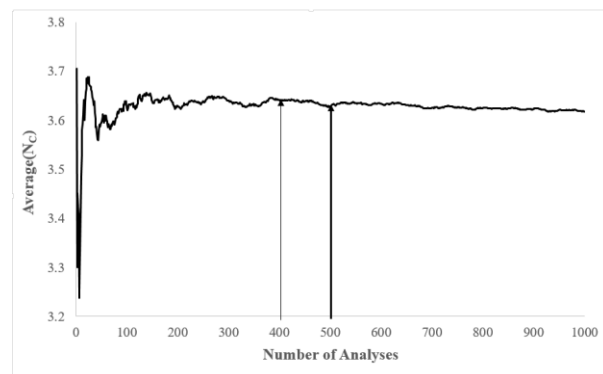


Fig. 7. Variation of Average N_C with increasing the repetition of analyses

است. این روند افزایشی در مقادیر بالاتر ضریب تغییرات چسبندگی تشدید می شود.

با توجه به نمودارهای حاصل، مشاهده می شود که نتایج حاصل از این پژوهش با نتایج سایر پژوهش ها از جمله نتایج گریفیث و همکاران (۲۰۰۲) همخوانی مناسبی دارد. مقایسه ای میان نتایج این پژوهش و نتایج تحقیق مذکور در نمودار شکل (۱۲) نشان داده شده است. همان گونه که اشاره شد در پژوهش گریفیث و همکاران (۲۰۰۲) مقیاس نوسان در دو راستای X و Y برابر لحاظ شده است. پس در این شکل از پارامتر θ که برابر مقیاس نوسان در هر دو راستا است، استفاده شده است $(\theta = \theta_x = \theta_y)$.

شکل ۱۰. تغییرات میانگین ضریب N_C با تغییر در نسبت $(\frac{\theta_y}{B} = 1)$

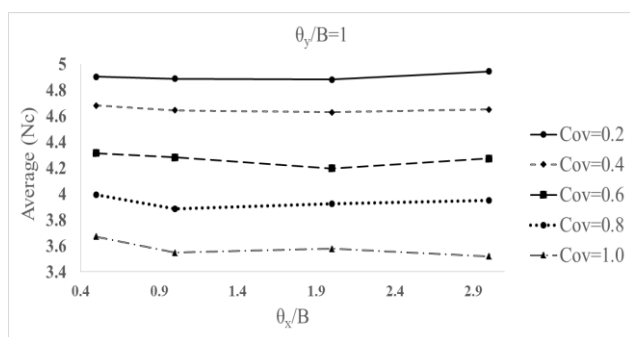


Fig. 10. Variation of average N_C vs. variation of $\frac{\theta_x}{B}$ ratio $(\frac{\theta_y}{B} = 1)$

شکل ۱۱. تغییرات میانگین ضریب N_C با تغییر در نسبت $(\frac{\theta_x}{B} = 1)$

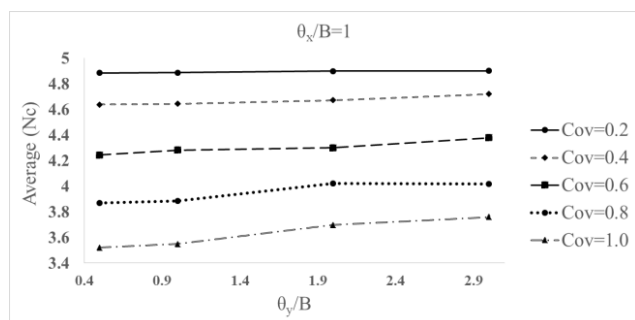


Fig. 11. Variation of average N_C vs. variation of $\frac{\theta_y}{B}$ ratio $(\frac{\theta_x}{B} = 1)$

نمودارها به سمت مقادیر کمتری میل می نمایند. از این مطلب می توان استدلال نمود که با افزایش در ضریب تغییرات چسبندگی خاک رسی میزان متوسط ضریب N_C کاهش یافته و مقدار واریانس و پراکنده گی در مقادیر N_C افزایش می یابد؛ بنابراین ضریب تغییرات N_C نیز کاهش می یابد.

شکل ۹. تابع چگالی احتمال ضریب چسبندگی (N_C) برای ضریب تغییرات چسبندگی مختلف

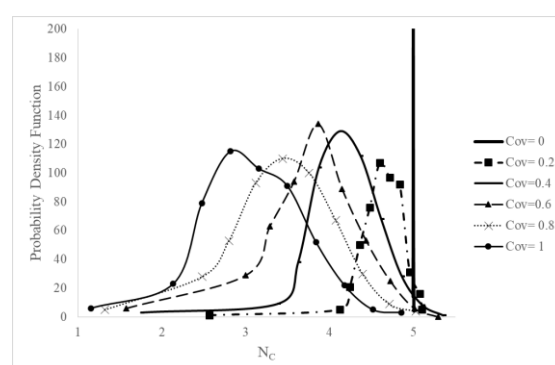


Fig. 9. Probability Density Functions of N_C for different values of Coefficient of variation

۴-۱- بررسی اثر مقیاس نوسان

برای بررسی اثر تغییرات در مقیاس نوسان در راستای X و Y ، در این پژوهش سایر پارامترها ثابت لحاظ شده است و تغییرات در مقیاس نوسان در هر راستا بر روی تغییرات میانگین ضریب N_C مورد بررسی قرار گرفته است. شکل های (۱۰ و ۱۱) مربوط به بررسی اثر تغییرات در مقیاس نوسان در دو راستای X و Y می باشد؛ مشاهده می شود که با ثابت بودن $(\frac{\theta_y}{B} = 1)$ در شکل (۱۰)، با افزایش در نسبت $\frac{\theta_x}{B}$ در مقادیر کوچک تر از واحد برای این نسبت ابتدا مقدار اندکی کاهش در میانگین N_C رخ می دهد و سپس میانگین N_C با افزایش در نسبت $\frac{\theta_x}{B}$ روندی افزایشی خواهد داشت. در شکل (۱۱) نسبت $\frac{\theta_x}{B}$ ثابت و برابر واحد لحاظ شده است. مشاهده می شود که روند کلی تغییرات میانگین N_C با افزایش نسبت $\frac{\theta_y}{B}$ ، روندی افزایشی

نمودار مربوط به تفاوت داده‌های حاصل از رابطه‌ی (۷) و نتایج حقیقی در شکل (۹) و نمودار مربوط به خطای رابطه‌ی (۷) در شکل (۱۰) نمایش داده شده است. همان‌طور که از شکل (۱۰) مشخص است، بیشینه خطای موجود در مقدار میانگین ضریب N_C حاصل از رابطه‌ی (۷) برابر $\pm 8\%$ درصد است. این مقدار با توجه به عملیات آماری، تخمین‌های مدل عددی و همچنین عدم قطعیت‌های موجود در پارامترهای خاکی قابل چشم‌پوشی است.

شکل ۱۳. مقادیر پیش‌بینی شده میانگین N_C نسبت به مقادیر حاصل از مدل‌سازی عددی

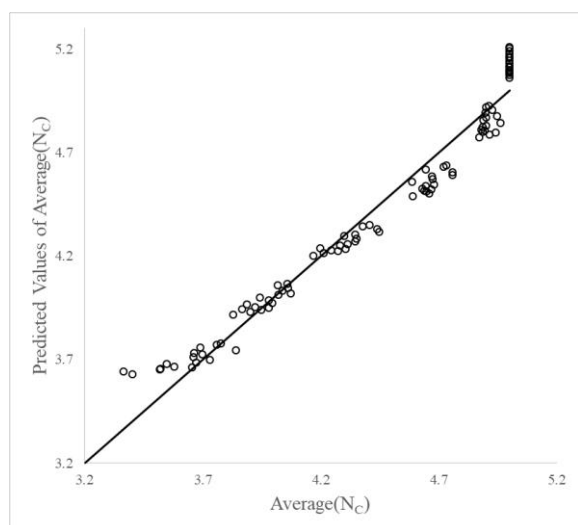


Fig. 13. Predicted values for average N_C vs. average N_C from numerical modelling

شکل ۱۴. درصد تفاضل مقادیر پیش‌بینی شده و مقادیر حاصل از مدل‌سازی عددی برای میانگین N_C

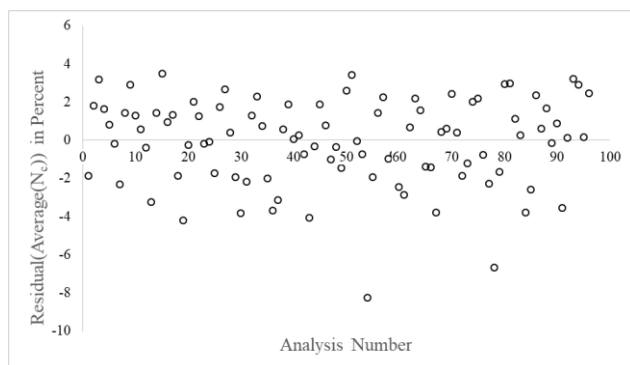


Fig. 14. Residuals for predicted average N_C values and average N_C values from numerical modelling

شکل ۱۲. مقایسه نتایج حاصل از تحقیق کنونی با نتایج حاصل از تحقیق گریفیث و همکاران (۲۰۰۲) ($Cov(c_u)=1$)

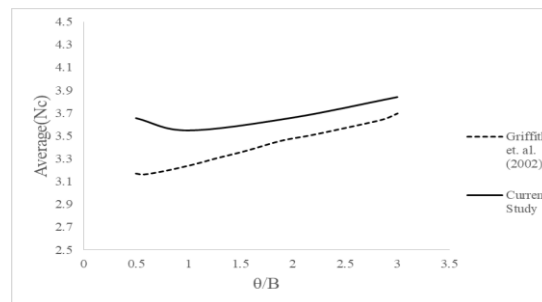


Fig. 12. Comparison of results of current study with the results of Griffith et. al. (2002) ($Cov(c_u)=1$)

۴-۲- تحلیل رگرسیون چندگانه

در این پژوهش برای بدست آوردن یک رابطه‌ی ساده برای محاسبه‌ی مقدار میانگین و ضریب تغییرات این پارامتر از تحلیل رگرسیون چندگانه^{۲۰} استفاده شده است. رابطه‌ی (۷) برای محاسبه‌ی میانگین ضریب N_C با داشتن مقادیر $\frac{\theta_x}{B}$ ، $\frac{\theta_y}{B}$ و $Cov(c_u)$ ارائه شده است. ضرایب مربوط به این رابطه و همچنین ضریب همبستگی پیرسون^{۲۱} R در جدول (۵) نمایش داده شده است. همان‌طور که در این جدول مشخص است، ضریب همبستگی پیرسون R برای تحلیل رگرسیون چندگانه برای مقادیر پیش‌بینی شده توسط این معادله برابر 0.99 است که این مقدار نشان‌دهنده هماهنگی مناسب میان نتایج حاصل از رابطه و نتایج تحلیل است.

$$Average(N_c) = a1 \times \left(\frac{\theta_x}{B}\right) + b1 \times \left(\frac{\theta_y}{B}\right) + c1 \times Cov(c_u) + d1 \quad (7)$$

جدول ۵. ضرایب مربوط به معادله (۷) و مقادیر آنها

Coefficient	Value
a1	0.04666596
b1	-0.013142876
c1	-1.430991893
d1	5.075644975
R	0.99

Table. 5. Numerical values for coefficients in Eq. 7

20 Multiple Regression Analysis

21 Pierson Correlation Coefficient

شکل ۱۵. مقادیر پیش‌بینی شده نسبت به مقادیر مدل‌سازی عددی

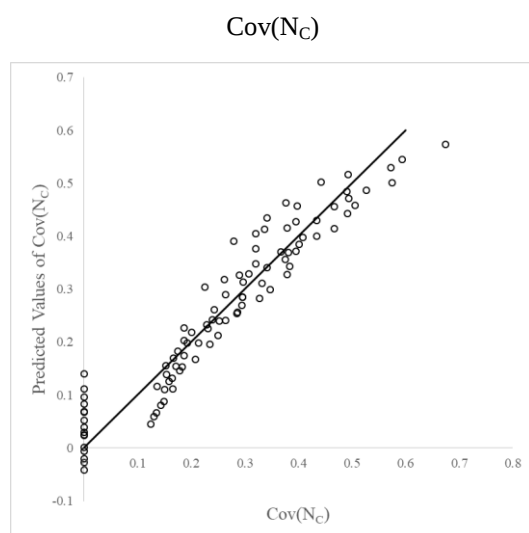


Fig. 15. Predicted values for coefficient of variation of N_c vs. coefficient of variation of N_c from numerical modelling

شکل ۱۶. میزان تفاضل مقادیر پیش‌بینی شده و مقادیر حاصل از مدل‌سازی

عددی برای $Cov(N_c)$

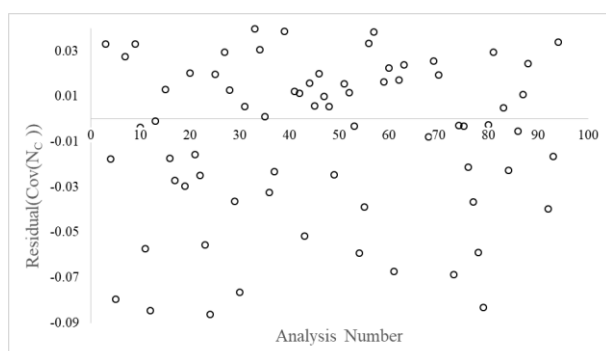


Fig. 16. Residuals for predicted coefficient of variation of N_c values and values of coefficient of variation of N_c from numerical modelling

۵- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این پژوهش به بررسی اثر عدم قطعیت و تغییرپذیری در پارامتر چسبندگی خاک در محاسبه‌ی ظرفیت باربری پی‌های واقع بر خاک ناهمگون پرداخته شده است. برای این امر به مدل‌سازی عددی توسط روش تفاضل محدود و لحاظ تغییرپذیری فضایی با تئوری میدان تصادفی پرداخته شده است؛ پس از آن با بهره‌گیری از روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو یک توزیع برای نتایج ظرفیت باربری حاصل می‌شود و میانگین و واریانس توزیع حاصل، و مشاهده می‌شود که با افزایش

برای محاسبه عدم قطعیت موجود در میانگین ضریب N_c با توجه به پارامترهای $\frac{\theta_y}{B}$ ، $\frac{\theta_x}{B}$ و $Cov(c_u)$ رابطه (۸) ارائه شده است؛ مقادیر مربوط به ضرایب موجود در این رابطه در جدول (۶) ارائه شده است.

$$Cov(N_c) = a2 \times \left(\frac{\theta_x}{B}\right) + b2 \times \left(\frac{\theta_y}{B}\right) + c2 \times Cov(c_u) + d2 \quad (8)$$

جدول ۶. ضرایب مربوط به معادله (۸) و مقادیر آنها

Coefficient	Value
a2	0.044315985
b2	0.028627308
c2	0.432901177
d2	-0.078440695
R	0.96

Table. 6. Numerical values for coefficients in Eq. 8

نمودار مربوط به تفاوت داده‌های حاصل از رابطه‌ی (۸) و نتایج حقیقی در شکل (۱۵) و نمودار مربوط به خطای رابطه‌ی (۸) در شکل (۱۶) نمایش داده شده است. در این نمودارها قابل مشاهده است که مقدار خطا در مقادیر پایین $Cov(N_c)$ (به‌خصوص هنگامی که این پارامتر به عدد صفر میل می‌کند) مقادیر بالایی را به خود اختصاص داده است؛ بنابراین هنگامی که مقدار $Cov(N_c)$ به طرف صفر میل می‌کند مقدار خطای حاصل از رابطه‌ی (۸) بزرگ‌تر از حد انتظار است. البته با توجه به شکل‌های (۱۵ و ۱۶) می‌توان عنوان نمود که رابطه‌ی (۸) در بازه‌ی $Cov(N_c)$ بین ۰/۲ تا ۱/۰ نتایج منطقی با خطای کمی ارائه می‌نماید و چون این خطا در جهت محافظه‌کارانه است می‌توان از این معادله برای محاسبه‌ی تمامی مقادیر $Cov(N_c)$ استفاده نمود و با استفاده از مقدار آن می‌توان میزان پراکندگی نتایج را محاسبه نمود. بدیهی است که هرچه مقدار $Cov(N_c)$ عددی بزرگتر باشد مقدار پراکندگی در نتایج بیشتر و در نتیجه عدم اطمینان در محاسبه ضریب N_c بالاتر است. بنابراین باید مقادیر محافظه‌کارانه‌تری برای طراحی لحاظ کرد.

6- Soubra A.H., Youssef Abdel Massih Dalia S. & Kalfa M. 2008 Bearing Capacity of Foundations Resting on a Spatially Random Soil. In *Geocongress*, ASCE, New Orleans, Louisiana, USA. 66-73.

7- YIEN LIK K. 2008 Effect of soil variability on the bearing capacity of footing on multi-layered soil. In *School of Civil, Environment and Mining Engineering*, The University of Adelaide: Australia. 103.

8- Srivastava A. & Babu G.L.S. 2009 Effect of soil variability on the bearing capacity of clay and in slope stability problems.

9- Jamshidi Chenari, R. & Mahigir A. 2014 The Effect of Spatial Variability and Anisotropy of Soils on Bearing Capacity of Shallow Foundations. *Civil Engineering Infrastructures Journal*, 47(2), 199-213.

10- Jamshidi Chenari R., Zhalehjoo N. & Karimian A. 2014 Estimation on bearing capacity of shallow foundations in heterogeneous deposits using analytical and numerical methods. *Scientia Iranica*, 21(3), 515-505.

11- Ranjbar Pouya K., Zhalehjoo N. & Jamshidi Chenari R. 2014 Influence of Random Heterogeneity of Cross-Correlated Strength Parameters on Bearing Capacity of Shallow Foundations. *Indian Geotechnical Journal*, 44(4), 427-435.

12- FLAC5.0, Reference Manual. 2007, Minneapolis: Itasca Consulting Group Inc.

13- Huber M. 2013 Soil Variability and Its Consequences in Geotechnical Engineering. University of Stuttgart.

14-Griffiths D.V., Fenton G.A. & Manoharan N. 2006 Undrained bearing capacity of two strip footings on spatially random soil. *International Journal of Geomechanics*, 6(6), 421-427.

15- Bowles JE. 1998 Foundation analysis and design. McGraw-Hill.

16- Ahmadi MM., Kouchaki BM. 2016 New and Simple Equations for Ultimate Bearing Capacity of Strip Footings on Two-Layered Clays: Numerical study. *International Journal of Geomechanics*, 16(4).

در میزان ضریب تغییرات چسبندگی در محیط خاکی مقدار میانگین ظرفیت باربری کاهش می‌یابد، همچنین ضریب تغییرات ظرفیت باربری و در نتیجه عدم قطعیت در نتایج مربوط به ظرفیت باربری افزایش می‌یابد؛ بنابراین با افزایش ضریب پراکنده‌گی خاک رسی باید ضریب اطمینان بیشتری را در طراحی لحاظ کرد. همچنین مشاهده می‌شود که روند تغییرات ظرفیت باربری با افزایش در مقیاس نوسان در دو راستا تقریباً افزایشی است. در این پژوهش با توجه به مقادیر حاصل از مطالعه‌ی پارامتری یک رابطه‌ی ساده و کاربردی برای لحاظ تغییر پذیری فضایی چسبندگی برای پی‌های واقع بر خاک رسی ارائه شده است.

References

۵- مراجع

- 1-Vanmarcke E. 1983 Random fields: Analysis and synthesis. Cambridge, MA, MIT Press. 394.
- 2-Griffiths D.V. & Fenton G.A. 2001 Bearing capacity of spatially random soil: the undrained clay Prandtl problem revisited. *Géotechnique*, 51(4), 351-359.
- 3-Griffiths D.V., Fenton G.A. & Manoharan N. 2002 Bearing Capacity of Rough Rigid Strip Footing on Cohesive Soil: Probabilistic Study. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 128(9), 743-755.
- 4- Fenton G.A. & Griffiths D.V. 2003 Bearing-capacity prediction of spatially random $c-\phi$ soils. *Canadian Geotechnical Journal*, 40(1), 54-65.
- 5- Popescu R., Deodatis G. & Nobahar A. 2005 Effects of random heterogeneity of soil properties on bearing capacity. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 20(4), 324-341.

Effect of Spatial Variability of Cohesion on the Bearing Capacity of Nonhomogeneous Clays

Davood Azan¹, Abdolhosein Haddad^{*2}

1- Ph.D. Candidate, Geotechnical Engineering, Faculty of Civil Engineering
Semnan University

*2- Associate Professor, Faculty of Civil Engineering, Semnan University

ahadad@semnan.ac.ir

Abstract

The soil formation consists of complex and longtime processes in which many different chemical and physical changes occur in soil deposit, or in its original source rock. This processes cause the soil to show nonhomogeneous characteristics and to have spatial variation in its mechanical properties. The spatial variation of soil properties lead to many uncertainties in prediction of soil mechanical behavior; subsequently the design of structure which depend on soil deposits becomes troublesome. For dealing with such problem the probabilistic and statistical tools are proposed as convenient methods for choosing appropriate design soil parameters and estimating the uncertainties in design.

The coupled utilization of random field theory and Monte Carlo simulation technique yield probability distribution functions for geotechnical problems in which different cases of soil distribution is assumed for analyses. In such problems the soil properties are distributed into the field according to the assumptions of random field theory by consideration of a probability distribution (with the given mean and standard deviation) and scale of fluctuations. This distribution of soil properties with the use of random field theory is performed repeatedly until a desired statistical distribution for the results is obtained. This distribution can be used as a basis for extracting the statistical characteristics for the problem in hand.

In this paper the effect of spatial variability parameters on the bearing capacity of strip foundations on clayey soils were investigated. The soil un-drained shear strength (C_u) was assumed as spatial variable parameter with the use of logarithmic distribution and the so-called coupled random field theory; the Monte Carlo simulation technique was used for obtaining probability distribution of bearing capacity of foundation on nonhomogeneous clayey soil. The Mohr Coloumb elastic perfectly plastic constitutive model and the Finite Difference Method (FDM) were used for modelling soil behavior and calculating the bearing capacity of foundation. The spatial variability of un-drained shear strength was investigated using three parameters: coefficient of variation of un-drained shear strength ($Cov(C_u)$), and the scale of fluctuation of shear strength in horizontal and vertical directions (x , and y directions). The range of these parameters were chosen such that the results of current research can be generalized to any field problem. The results obtained from this study, were investigated by average and coefficient of variation of N_C parameter which is the cohesion factor in classic bearing capacity equations (i.e. as Terzaghi, Meyerhof, Hansen and Vesic bearing capacity equations).

It can be interpreted from the results that by increasing the coefficient of variation of soil un-drained shear strength the average bearing capacity decreases and the coefficient of variation of bearing capacity increases; also the average bearing capacity of foundation has an approximately increasing trend with increasing the scale of fluctuations in both horizontal and vertical directions. Finally at the end of this paper two practical simplified equations were suggested using multiple regression method for estimation of average and coefficient of variation of bearing capacity factor N_C , given the spatial variation parameters of soil un-drained shear strength. These equations can be implemented by geotechnical experts for applying the variability of cohesion in the design of foundations on nonhomogeneous clayey soil formations.

Keywords: Bearing Capacity, Spatial Variability, Finite Difference Method, Multiple Regression Method, Monte Carlo Simulation.