

حل مسائل معکوس الاستودینامیک دوبعدی با استفاده از روش ترکیبی المان محدود- تفاضل محدود و الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات

بهادر نیک‌پو^۱، محمدایمان خداکرمی^{۲*}

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی عمران، دانشگاه سمنان

۲- استادیار مهندسی عمران، دانشگاه سمنان

Khodakarami@semnan.ac.ir

تاریخ پذیرش: [۱۳۹۵/۱۰/۱۸]

تاریخ دریافت: [۱۳۹۴/۱۲/۸]

چکیده

هدف این مقاله توسعه روش ترکیبی اجزای محدود- تفاضل محدود به منظور حل مسائل معکوس به صورت کمی است که در آن، محیط مسئله در نواحی دور از ناهمگنی با استفاده از روش تفاضل محدود مدل می‌شود و فضای مسئله در حوالی ناهمگنی با استفاده از روش المان محدود مدل‌سازی می‌شود و به این ترتیب به طور همزمان از قابلیت‌های انعطاف‌پذیری روش المان محدود و سرعت بالای آنالیز روش تفاضل محدود بهره گرفته می‌شود.

در این مقاله، از روش فوق به همراه الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات برای اولین بار در حل مسائل معکوس الاستواستاتیک و الاستودینامیک استفاده شده است. الگوریتم بهینه‌سازی در نرم‌افزار MATLAB کد نویسی شده است و با نرم افزار OpenSees ارتباط داده شده‌اند، به گونه‌ای در هر گام زمانی، مسئله ابتدا در نرم افزار OpenSees به صورت اجزای محدود حل می‌شود و سپس نتایج برای گام زمانی بعدی بر اساس الگوریتم روش المان محدود-تفاضل محدود در برنامه تهیه شده در نرم افزار MATLAB تعیین می‌شود و سپس در قسمت الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات کد تهیه شده، مقادیر متغیر تا کمترین تابع هزینه به پیش می‌رود. به منظور ارزیابی کارایی روش استفاده شده، چندین نمونه با هدف شناسایی موقعیت و ابعاد ناهمگنی موجود در محیط و همچنین مشخصات مکانیکی مصالح با استفاده از بارگذاری استاتیکی و دینامیکی مورد بررسی قرار گرفت که نتایج بدست آمده حاکی از حل مسائل با دقت قابل قبول است، به گونه‌ای که در تعیین موقعیت و هندسه کمتر از ۱۰ درصد و در تعیین مشخصات مکانیکی بدون خطا مشاهده شد.

واژگان کلیدی: روش ترکیبی اجزای محدود- تفاضل محدود، الگوریتم ازدحام ذرات، مسائل کمی معکوس، الاستودینامیک دوبعدی

۱- مقدمه

مهندسی عمران اشاره نمود. با افزایش علم بشر درباره پدیده-های ساده و کشف پدیده‌های پیشرفته‌تر و احساس نیاز مدل-سازی و حل مسائل مربوط به پدیده‌های پیچیده‌تر، روش‌های عددی ابداع شد. ایده استخراج اطلاعات یک جسم بر اساس

امروزه مسائل معکوس پراکندگی در حوزه مکانیک جامدات طیف وسیعی از کاربردها را به خود اختصاص داده است که در میان آن می‌توان به مسائل لرزه‌شناسی و تست‌های غیرمخرب در

چگونگی پراکنده کردن امواجی که به آن تابانده می‌شود از زمانی که در سال ۱۹۶۹ برای اولین بار مورد توجه قرار گرفت تا به امروز با اقبال گسترده مهندسان و دانشمندان روبرو بوده است [3-1]. دهه‌ی پایانی قرن بیستم را می‌توان نقطه‌ی عطفی در روند حل مسائل معکوس پتانسیل، الاستواستاتیک، الاستودینامیک، اکوستیک و الکترومغناطیس دانست. در این راستا ایده‌های تیخونوف^۱ چگونگی نگرش به مسئله معکوس را به کلی متحول کرد، این تحولات تا حدی نیز متاثر از گسترش ابزارهای محاسبات عددی و قدرت گرفتن رایانه‌ها بود [4-6]. در عمل هر کجا نیاز به شناسایی اهداف به طور غیرمستقیم و بدون آسیب رساندن به جسم و کارکرد آن باشد، استفاده از امواج الاستیک و به عبارتی حل مسئله پراکندگی معکوس الاستودینامیک، یکی از گزینه‌های اصلی پیش روی پژوهشگران خواهد بود. امروز به کارگیری از الگوریتم‌های فراابتکاری کاربرد وسیعی در مهندسی به ویژه در تعیین مقاومت مصالح، عمق بهینه پی و تعیین محل بهینه عناصر مقاوم نیروی جانبی در برابر زلزله در ساختمان‌ها را دارند [7-8]. کاربردهای این روش در تعیین نواقص در برخی سازه‌ها بدون تخریب و در صورت نیاز مقاوم سازی و بهبود آنها همچنین طراحی بهینه دال‌های بتنی پیش تنیده ظرفیت بالا است [9].

به طور کلی مسائل مهندسی به دو دسته مسائل مستقیم و معکوس تقسیم بندی می‌شود که در مسائل معکوس با داشتن جواب مسئله، صورت سوال و مشخصات اولیه مسئله بدست می‌آید. مسائل معکوس به دو دسته مسائل معکوس کمی^۲ و کیفی^۳ تقسیم می‌شوند. مسائل معکوس کمی به تعیین کامل ترین مشخصات که شامل محل و ابعاد دقیق ناهمگنی و مسائل کیفی به تعیین موقعیت و شکل ناهمگنی می‌پردازد. از مهم‌ترین روش‌های حل معکوس کیفی می‌توان به روش نمونه‌برداری خطی^۴ [10]، روش تجزیه عاملی^۵ [11]، روش منابع تکین^۶ [12]،

روش بررسی^۷ [13] و روش حساسیت توپوگرافی^۸ [14] اشاره نمود. از مهم‌ترین روش‌های حل مسائل معکوس کمی که مبتنی بر الگوریتم‌های تکاملی است می‌توان الگوریتم ژنتیک^۹، الگوریتم تکامل تفاضلی^{۱۰}، جامعه مورچگان^{۱۱}، الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات^{۱۲} را نام برد.

در این مقاله هدف، حل کمی مسائل معکوس الاستودینامیک دوبعدی با استفاده از روش ترکیبی المان محدود- تفاضل محدود^{۱۳} و الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات است که برای اولین بار در حل مسائل شناسایی موقعیت، ابعاد و مشخصات مکانیکی مصالح با استفاده از بارگذاری استاتیکی و دینامیکی بررسی می‌شود. علت استفاده از روش ترکیبی المان محدود- تفاضل محدود، سرعت بالای حل مسائل به روش تفاضل محدود و دقت بالای حل مسائل وانعطاف‌پذیری در روش المان محدود است. از ویژگی‌های این الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات، عدم وابستگی به شرایط مسئله و توزیع یکنواخت برای تمام داده‌های اولیه مسئله است. روند حل بدین شرح است که الگوریتم بهینه‌سازی در نرم‌افزار MATLAB کد نویسی شده است و با نرم افزار OpenSees ارتباط داده شده‌اند، به گونه‌ای در هر گام زمانی، مسئله ابتدا در نرم افزار OpenSees به صورت اجزای محدود حل می‌شود و سپس نتایج برای گام زمانی بعدی بر اساس الگوریتم روش المان محدود- تفاضل محدود در برنامه تهیه شده در نرم افزار MATLAB تعیین می‌شود و سپس در قسمت الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات کد تهیه شده، مقادیر متغیر تا حداقل شدن تابع هزینه به پیش می‌رود. در این مقاله با استفاده از یک تحریک پالس‌گونه بر اساس تابع ریکر- ویولت به حل مسائل تعیین مشخصات مکانیکی (مدول الاستیسیته) برای ناهمگنی‌های با شکل منظم و نامنظم و تعیین محل ناهمگنی با اشکال منظم و نامنظم و تعیین مشخصات لایه‌های خاک در

7 Probe Method

8 Topological Sensitivity

9 Genetic Algorithm

10 Differential Evolution Algorithm

11 Ant Colony optimization

12 Particle Swarm optimization

13 Finite difference Finite element method

1 Tikhonov

2 Quantitative Method

3 Qualitative Method

4 Linear Sampling Method

5 Buried Objects

6 Method Of Singular Sources

حالت دینامیکی پرداخته شده است.

روند حل مسائل به این ترتیب است که ابتدا مسئله به صورت مستقیم به روش المان محدود در نرم افزار Opensees آنالیز می شود و سپس به طور خودکار در کد تفاضل محدود در نرم افزار MATLAB انتقال پیدا کرده و روند آنقدر ادامه پیدا می کند تا پاسخ ها همگرا شده و نتایج حاصل شود. برای انجام این روند حل، ابتدا پاسخ روابط حاکم معادلات (۱ و ۲) با استفاده از روابط (۳ و ۴) در هر گام زمانی محاسبه شده و سپس با یک روند رفت و برگشتی بین بخش اجزای محدود و تفاضل محدود و کد تهیه شده پاسخ ها تعیین می شود.

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + (\lambda + G) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + G \nabla^2 u = f \quad (1)$$

$$\rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + (\lambda + G) \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} + G \nabla^2 v = f \quad (2)$$

که در این روابط، λ ثابت لم، G مدول برشی و ρ چگالی محیط انتشار موج بوده و u و v بردارهای تغییر مکان در راستای افق و قائم و همچنین f بردار نیروهای حجمی است.

$$u_{i,j}^{t+1} = 2u_{i,j}^t - u_{i,j}^{t-1} + \frac{(\Delta t)^2}{\rho} G \left[\frac{u_{i,j+1}^t - 2u_{i,j}^t + u_{i,j-1}^t}{(\Delta y)^2} \right] + \frac{(\Delta t)^2}{\rho} (\lambda + 2G) \left[\frac{u_{i+1,j}^t - 2u_{i,j}^t + u_{i-1,j}^t}{(\Delta x)^2} \right] + \frac{(\Delta t)^2}{\rho} (\lambda + G) \left[\frac{v_{i+1,j+1}^t - v_{i-1,j+1}^t - v_{i+1,j-1}^t + v_{i-1,j-1}^t}{4\Delta x \Delta y} \right] + \frac{(\Delta t)^2}{\rho} f_{i,j}^t \quad (3)$$

$$v_{i,j}^{t+1} = 2v_{i,j}^t - v_{i,j}^{t-1} + \frac{(\Delta t)^2}{\rho} G \left[\frac{v_{i,j+1}^t - 2v_{i,j}^t + v_{i,j-1}^t}{(\Delta x)^2} \right] + \frac{(\Delta t)^2}{\rho} (\lambda + 2G) \left[\frac{v_{i+1,j}^t - 2v_{i,j}^t + v_{i-1,j}^t}{(\Delta y)^2} \right] + \frac{(\Delta t)^2}{\rho} (\lambda + G) \left[\frac{u_{i+1,j+1}^t - u_{i-1,j+1}^t - u_{i+1,j-1}^t + u_{i-1,j-1}^t}{4\Delta x \Delta y} \right] + \frac{(\Delta t)^2}{\rho} f_{i,j}^t \quad (4)$$

به این ترتیب با مشخص بودن مولفه های تغییر مکان در امتداد افق و قائم در زمان t_i و t_{i-1} می توان مقدار مولفه های تغییر مکان را در زمان t_{i+1} تعیین نمود.

۲- خلاصه روش ترکیبی اجزای محدود-

تفاضل محدود

در این روش از ترکیب سرعت مناسب انجام محاسبات توسط روش تفاضل محدود و انعطاف پذیری روش المان محدود، به طور همزمان استفاده می شود که در آن، مرزهای داخلی محدوده مورد نظر توسط روش المان محدود و مرزهای بیرونی توسط روش تفاضل محدود مشخص می شوند (شکل ۱) [15-16].

با استفاده از سرعت بالای حل روش تفاضل محدود و انتقال داده های خروجی به گره های درونی و ادامه روند حل به روش المان محدود است البته به دلیل پیچیدگی در برخی از مدل ها و رسیدن به جواب های دقیق تر و کاهش اندازه مش ها در مسئله این روش انتخاب شده است. در شکل (۱) چگونگی مش بندی در مسئله نشان داده شده است.

همانطور که در شکل (۲) نشان داده شده است نقاطی که با * ، مشخص شده اند با روش المان محدود و نقاطی که با ° ، مشخص شده اند با روش تفاضل محدود آنالیز می شود.

شکل ۱. نحوه مش بندی مسئله در روش ترکیبی المان محدود- تفاضل

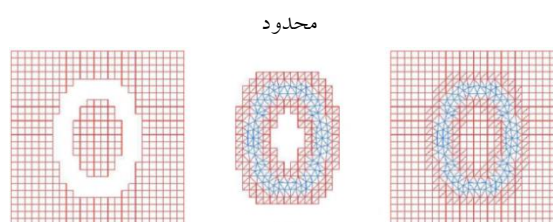


Fig. 1. Domain discretization in FE/FD method

شکل ۲. چگونگی تعریف نقاط داخلی و خارجی در روش ترکیبی المان محدود- تفاضل محدود

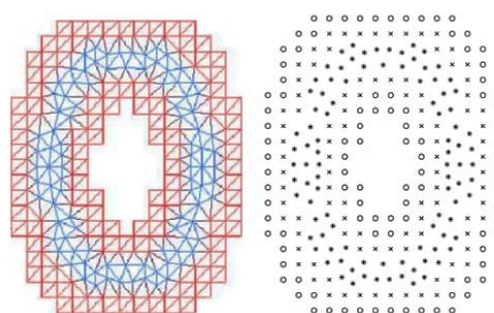


Fig. 2. Internal/External nodes in FE/FD method

۳- الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات

در الگوریتم PSO تعدادی از موجودات وجود دارند که به آن‌ها ذره گفته می‌شود و در فضای جستجوی تابعی که هدف، کمینه کردن (و یا بهینه کردن) مقدار آن است پخش شده‌اند. هر ذره مقدار تابع هدف را در موقعیتی از فضا که در آن قرار گرفته است، محاسبه می‌کند. سپس با استفاده از ترکیب اطلاعات محل فعلی‌اش و بهترین محلی که در گذشته در آن بوده است و هم چنین اطلاعات یک یا چند ذره از بهترین ذرات موجود در جمع، جهتی را برای حرکت انتخاب می‌کند. همه‌ی ذرات جهتی برای حرکت انتخاب می‌کنند و پس از انجام حرکت، یک مرحله از الگوریتم به پایان می‌رسد. این مراحل چندین بار تکرار می‌شوند تا آن که جواب مورد نظر به دست بیاید [17-18].

هر ذره در الگوریتم PSO از سه بردار d بُعدی تشکیل شده است که d بُعد فضای جستجو است. برای ذره‌ی i ام این سه بردار عبارتند از: x^i موقعیت فعلی ذره، V^i سرعت حرکت ذره و $x^{i,best}$ بهترین موقعیتی که ذره تا به حال تجربه کرده است. x^i مجموعه‌ای از مختصات است که موقعیت فعلی ذره را نمایش می‌دهد. در هر مرحله‌ای که الگوریتم تکرار می‌شود، x^i به عنوان یک جواب برای مسئله محاسبه می‌شود. اگر این موقعیت بهتر از جواب‌های پیشین باشد در $x^{i,best}$ ذخیره می‌شود. f^i مقدار تابع هدف در x^i و $f^{i,best}$ مقدار تابع هدف در $x^{i,best}$ است که هر دو از عناصر تشکیل دهنده‌ی هر ذره به حساب می‌آیند. ذخیره کردن مقدار $f^{i,best}$ برای انجام مقایسه‌های بعدی، ضروری است. اما ذخیره کردن مقدار f^i ضروری نیست. در هر تکرار x^i و V^i جدیدی به دست می‌آیند و منظور از اجرای الگوریتم، بهتر کردن $x^{i,best}$ و به احتمال x^i است. الگوریتم PSO چیزی فراتر از یک مجموعه‌ی ذرات است. هیچ کدام از ذرات قدرت حل هیچ مسئله‌ای را ندارند، بلکه هنگامی می‌توان به حل مسئله امیدوار شد که آن‌ها با هم دیگر ارتباط و تعامل داشته باشند. در واقع برای انبوه ذرات، حل مسئله، یک مفهوم اجتماعی است که از رفتار تک تک ذرات و تعامل میان آن‌ها به وجود می‌آید. بهترین موقعیتی که به وسیله همه‌ی ذرات پیدا شده است به

صورت $x^{g,best}$ نشان داده می‌شود که با مقایسه‌ی مقادیر $f^{i,best}$ به ازای همه‌ی ذرات و از میان $x^{i,best}$ انتخاب می‌شود. مقدار تابع هدف در $x^{g,best}$ به صورت $f^{g,best}$ نشان داده می‌شود. اگر تعداد ذرات موجود در جمعیت، n باشد، آن گاه می‌توان روابط زیر را نوشت [19].

$$x^{i,best}[t] = \arg \min f(x^i[t]) = \arg \min \{f(x^i[t]), f(x^{i,best}[t-1])\} \quad (5)$$

$$f^{i,best}[t] = f(x^{i,best}[t]) = \min \{f^i[t], f^{i,best}[t-1]\} \quad (6)$$

$$x^{g,best}[t] = \arg \min f(x^{i,best}[t]) \quad (7)$$

$$f^{g,best}[t] = f(x^{g,best}[t]) = \min f^{i,best}[t] \quad (8)$$

بر این اساس، روابط مورد نیاز به منظور انجام محاسبات با استفاده از الگوریتم PSO در نرم‌افزار MATLAB به صورت زیر استفاده شده است:

$$v_j^i[t+1] = w v_j^i[t] + c_1 r_1 (x_j^{i,best}[t] - x_j^i[t]) \quad (9)$$

$$+ c_2 r_2 (x_j^{g,best}[t] - x_j^i[t])$$

$$x_j^i[t+1] = x_j^i[t] + v_j^i[t+1] \quad (10)$$

در مرحله‌ی ابتدایی الگوریتم، ذرات با موقعیت‌ها و سرعت‌های تصادفی ایجاد می‌شوند. در طی اجرای الگوریتم، موقعیت و سرعت هر ذره در هر مرحله‌ی $t+1$ ام از الگوریتم، از روی اطلاعات مرحله‌ی قبلی ساخته می‌شوند. در این روابط، w ضریب اینرسی، r_1 و r_2 اعدادی تصادفی در بازه‌ی $(0,1)$ با توزیع یکنواخت و هم چنین c_1 و c_2 ضرایب دیگری هستند. r_1 و r_2 باعث می‌شوند که نوعی گوناگونی در جواب‌ها به وجود بیاید و به این شکل جستجوی کاملی روی فضا انجام پذیرد. c_1 ضریب یادگیری مربوط به تجارب شخصی هر ذره است و در مقابل c_2 ضریب یادگیری مربوط به تجارب کل جمع است. از رابطه (۴) می‌توان به این نتیجه رسید که، هر ذره به هنگام حرکت: (الف) جهت حرکت قبلی خود، (ب) بهترین موقعیتی را که در آن قرار داشته است و (پ) بهترین موقعیتی را که به وسیله کل جمع تجربه شده است، در نظر می‌گیرد. که در آن r_1 و r_2 دو بردار هم اندازه با بعد فضای جستجو هستند که

محدود و تفاضل محدود مسئله حل می‌شود و نتایج برای محاسبه مقدار تابع هدف تعیین می‌شود و این روند، آنقدر ادامه دارد تا تابع هدف کمینه شود (شکل ۳).

در حل مسائل از تابع هدف با توجه به رابطه زیر استفاده شده است.

$$\text{cost function} = \sqrt{(\bar{u}_x - u_x)^2 + (\bar{u}_y - u_y)^2} \quad (11)$$

که در آن، $\bar{u}_x$ جابه‌جایی در راستای x در مدل اصلی، u_x جابه‌جایی در راستای x در هر گام حدس، $\bar{u}_y$ جابه‌جایی در راستای y در مدل اصلی و u_y جابه‌جایی در راستای y در هر گام حدس، است.

۵- نمونه‌های عددی

با استفاده از برنامه کامپیوتری تهیه شده، چند نمونه مطرح و مطالعه شد که جزئیات و نتایج آن در ادامه ارائه می‌شود.

شکل ۳. فلوچارت الگوریتم حل مسئله

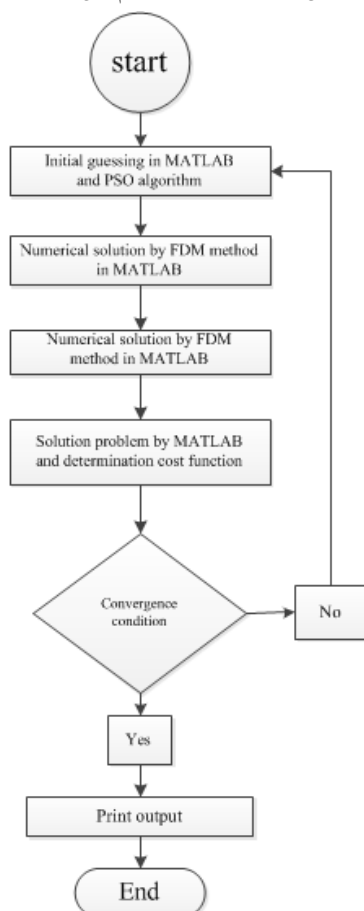


Fig.3. Flowchart of solution procedure

مولفه‌هایشان اعداد تصادفی مستقل با توزیع یکنواخت و در بازه‌ی (۰/۱) هستند. به منظور محدود کردن میزان حرکت هر ذره، مقدار مولفه‌های سرعت ذرات در بازه‌ی $[-V_{max}, V_{max}]$ در نظر گرفته می‌شود و مقادیر بزرگ‌تر یا کوچک‌تر نیز به این بازه تصویر می‌شوند. البته فرض بر این است که عرض فضای جستجو در تمام ابعاد ثابت و برابر با S باشد. در این صورت به طور معمول، $V_{max} = PS$ در نظر گرفته می‌شود که $P \in (0/1, 1)$ است. ضریب اینرسی w بر روی همگرایی الگوریتم PSO مستقیم دارد [20-22] و می‌توان به واسطه‌ی ضریب اینرسی، تاثیر سرعت‌های گذشته را بر سرعت‌های زمان حال کنترل نمود. به منظور ایجاد موازنه‌ی بهتر میان جستجوی سراسری^۱ و جستجوی محلی^۲ مقدار w را می‌توان تغییر داد. مقدار زیاد برای w باعث می‌شود که ذرات موجود در الگوریتم، به جستجوی مناطق جدیدتر روی بیاورند و یک جستجوی سراسری را انجام دهند. در مقابل یک مقدار کم برای w باعث می‌شود که ذرات در منطقه‌ی محدودی بمانند و در واقع یک جستجوی محلی را انجام دهند. جستجوی محلی برای دقیق‌تر کردن جواب‌های فعلی مناسب است و جستجوی سراسری برای یافتن جواب‌های بهتری که به احتمال در جاهای ناشناخته از فضای جستجو وجود دارند، به کار می‌رود. مزیت استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات داشتن پراکندگی یکنواخت برای داده‌ها است که اولین بار برای حل مسائل معکوس دوبعدی در ترکیب با روش المان محدود - تفاضل محدود استفاده شده است.

۴- الگوریتم حل مسئله

همانطور که بیان شد، برای حل مسائل معکوس با استفاده از روند ارائه شده، ابتدا هر مسئله به صورت مستقیم با استفاده از روش المان محدود و در نرم‌افزار Opensees حل می‌شود و سپس با استفاده از کد تهیه شده در نرم‌افزار MATLAB برای الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات، حدس اولیه برای مختصه مورد نظر تعیین می‌شود و سپس با استفاده از روش المان

1 Global exploration(global search)

2 Local exploration(local search)

۱-۵- مسائل الاستواستاتیکی

۱-۱-۵- تعیین مشخصات مکانیکی برای ناهمگنی منظم

در این قسمت به بررسی مسائل شناسایی ناهمگنی با هندسه منظم در مصالح و تعیین مدول الاستیسیته پرداخته شده است. حفره‌ای مربعی به ابعاد 10×10 سانتی‌متر با مدول الاستیسیته $E = 2/1 \times 10^6$ کیلوگرم بر سانتی‌متر مربع در یک صفحه به ابعاد 50×50 سانتی‌متر با مدول الاستیسیته $E = 2/4 \times 10^6$ کیلوگرم بر سانتی‌متر مربع که در این صفحه قرار گرفته شده است؛ که هدف تعیین مقدار مدول الاستیسیته حفره تعبیه شده در این صفحه است.

شکل ۴. صفحه دوبعدی در حالت بارگذاری استاتیکی

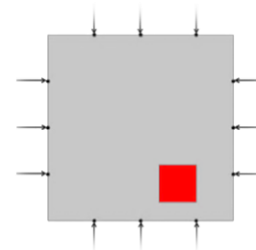


Fig. 4. 2D plate subjected to static loads

شکل ۵. تعیین مدول الاستیسیته حفره منظم در حالت تحلیل استاتیکی

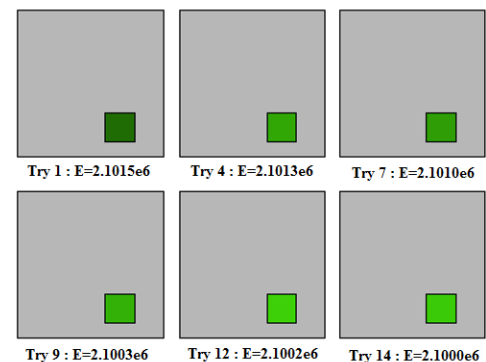


Fig. 5. Determination of elasticity modulus in static analysis in 2D plate with regular hole

شکل ۶. مقادیر مدول الاستیسیته بر حسب تعداد سعی وخطا

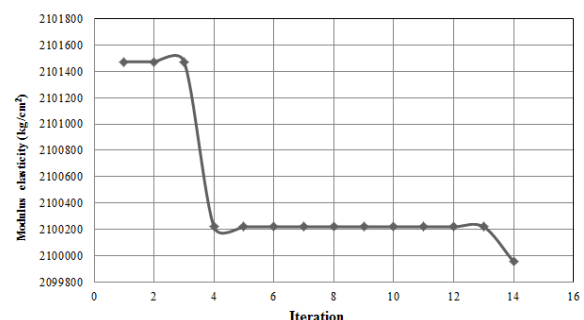


Fig. 6. Variation of modulus of elasticity at each iteration

برای حل این مسئله، تعداد ۱۲ نقطه در پیرامون صفحه برای تعیین جابجایی‌ها در نظر گرفته شده است که بار استاتیکی ۱۰۰ نیوتن به صورت نقطه‌ای در این نقاط بارگذاری شده است. نتایج مربوط به حل این مسئله تا سعی چهاردهم، در شکل‌های (۵) و (۶) نشان داده شده است و همان‌گونه که ملاحظه می‌شود، روش مورد استفاده برای حل توانسته تنها پس از ۴ مرحله سعی به پاسخ بسیار قابل قبولی دست یابد.

شکل ۷. تعیین مدول الاستیسیته ناهمگنی با شکل نامنظم

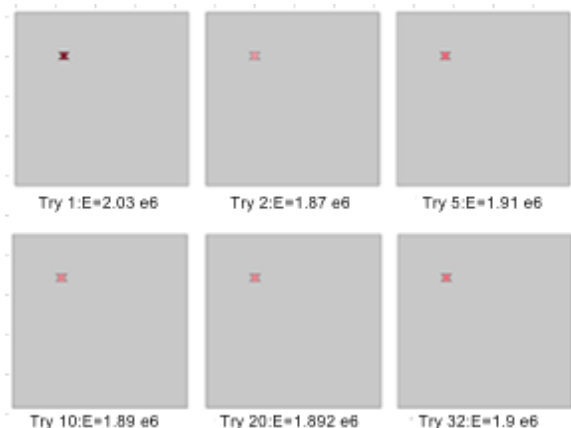


Fig. 7. Determination of elasticity modulus in static analysis in 2D plate with irregular hole

شکل ۸. مقادیر مدول الاستیسیته بر حسب تعداد سعی وخطا

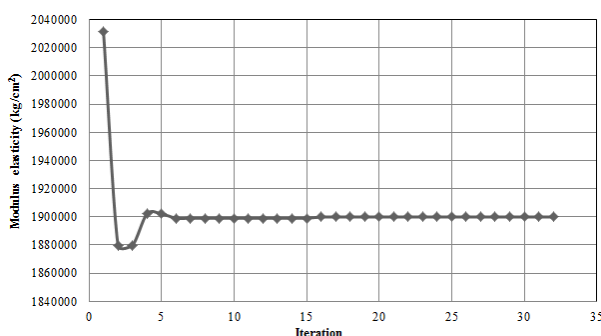


Fig. 8. Variation of modulus of elasticity at each iteration

۱-۲- تعیین مشخصات مکانیکی برای ناهمگنی نامنظم

این نمونه نیز مانند نمونه قبل است، با این تفاوت که حفره بررسی شده دارای هندسه‌ای نامنظم است و در اینجا به تعیین مدول الاستیسیته این ناهمگنی با استفاده از روش حاضر پرداخته شده است. نتایج مربوط به حل این مسئله تا سعی سی‌ودوم، در شکل‌های (۷ و ۸) نشان داده شده است و

سعی و خطا موقعیت و هندسه ناهمگنی را با خطایی کمتر از $10^{-5} \times 9/48$ تعیین نماید.

شکل ۱۰. مقادیر بهینه بر حسب تعداد سعی و خطا

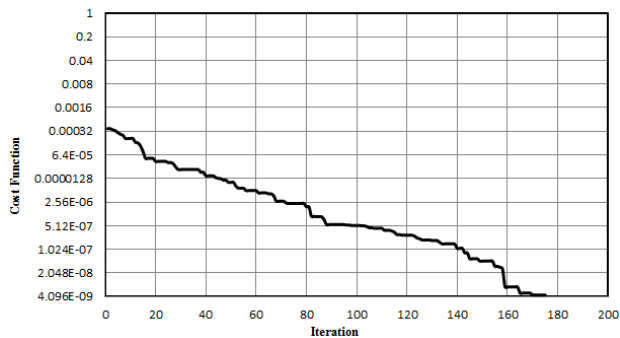


Fig. 10. Optimum values of cost function at each iteration

شکل ۱۱. تعیین مشخصات حفره نامنظم در حالت تحلیل استاتیکی

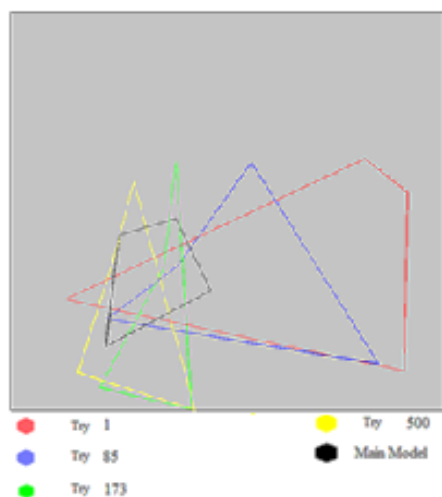


Fig. 11. Determination of geometry of irregular hole in 2D plate at static analysis

شکل ۱۲. مقادیر بهینه بر حسب تعداد سعی و خطا

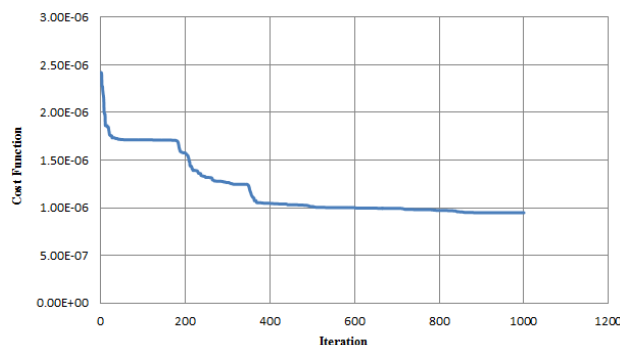


Fig.12. Optimum values of cost function at each iteration

همان‌گونه که در این شکل‌ها ملاحظه می‌شود، روش مورد استفاده برای حل توانسته پس از ۶ مرحله سعی، به پاسخ بسیار قابل قبولی دست یابد که البته تعداد مراحل نسبت به مثال قبل که شامل ناهمگنی منظم بود، بیشتر است.

۳-۱-۵- تعیین هندسه ناهمگنی با شکل منظم

مسئله بررسی شده در این قسمت صفحه‌ای مشابه با نمونه بخش ۳-۱-۵ است با این تفاوت که در این نمونه با مشخص بودن مشخصات مکانیکی ناهمگنی، هدف تعیین موقعیت و همچنین هندسه دقیق این ناهمگنی است.

نتایج مربوط به حل این مسئله تا سعی ۱۷۵، در شکل‌های (۹ و ۱۰) نشان داده شده است و همان‌گونه که در این شکل‌ها ملاحظه می‌شود، روش استفاده شده برای حل توانسته پس از ۱۶۰ مرحله سعی به پاسخ بسیار قابل قبولی دست یابد و با میزان خطایی معادل کمتر از ۰.۰۱٪ موقعیت و هندسه حفره را به خوبی تعیین نماید.

شکل ۹. تعیین مشخصات حفره منظم در حالت تحلیل استاتیکی



Fig. 9. Determination of geometry of regular hole in 2D plate at static analysis

۴-۱-۵- تعیین هندسه ناهمگنی با شکل نامنظم

در این قسمت، مسئله مطالعه شده در بخش ۳-۱-۵ دوباره مطالعه می‌شود با این تفاوت که در این نمونه، حفره‌ای که موقعیت و هندسه آن هدف است، دارای هندسه‌ای نامنظم است (شکل ۱۱). نتایج مربوط به این نمونه، در شکل‌های (۱۱ و ۱۲) نمایش داده شده است و همانطور که ملاحظه می‌شود، الگوریتم استفاده شده در این مقاله توانسته پس از ۴۰۰ مرحله

۲-۵- مسائل الاستودینامیک

در این قسمت به منظور ارزیابی الگوریتم پیشنهادی در حل مسائل معکوس الاستودینامیک، همان نمونه‌های بخش ۱-۵ تحت تاثیر تحریک‌های پالس‌گونه بر اساس تابع ریکر-ویولت که در آن زمان اولیه $t_0 = 0.675 \text{ sec}$ با ماکزیمم دامنه $A_{\max} = 1$ و فرکانس غالب ۴ هرتز در نقاط دوازده‌گانه بارگذاری طبق رابطه زیر استفاده شده است:

$$f(t) = A_{\max} \cdot [1 - 2 \cdot (\pi \cdot f_p \cdot (t - t_0))^2] \cdot e^{-(\pi \cdot f_p \cdot (t - t_0))^2} \quad (12)$$

شکل ۱۳. تعیین مدول الاستیسیته حفره منظم در حالت تحلیل دینامیکی



Fig. 13. Determination of elasticity modulus in dynamic analysis in 2D plate with regular hole

شکل ۱۵. تعیین مدول الاستیسیته حفره نامنظم در حالت تحلیل دینامیکی



Fig. 15. Determination of elasticity modulus in dynamic analysis in 2D plate with irregular hole

شکل ۱۶. نمودار مدول الاستیسیته بر حسب تعداد سعی و خطا

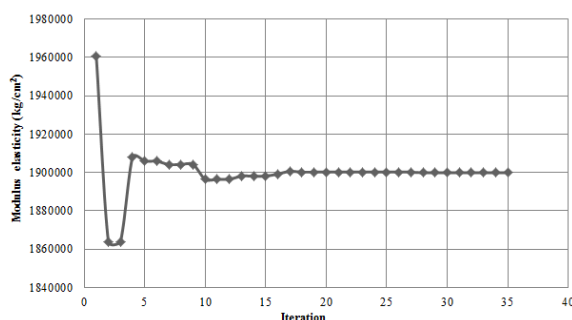


Fig. 16. Variation of modulus of elasticity at each iteration

شکل ۱۴. مقادیر مدول الاستیسیته بر حسب تعداد سعی و خطا

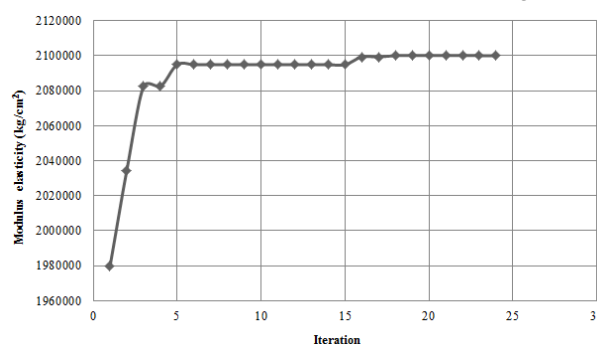


Fig.14. Variation of modulus of elasticity at each iteration

۱-۲-۵- تعیین مشخصات مکانیکی برای ناهمگنی منظم

این نمونه، همان مسئله بررسی شده در بخش ۱-۱-۵ است که در اینجا با استفاده از الگوریتم تحریک دینامیکی مورد مطالعه مجدد قرار گرفته است؛ که هدف تعیین مقدار مدول

(۲۰) بیانگر روند تغییرات مقادیر بهینه تابع هدف در مراحل مختلف حل است.

شکل ۱۹. تعیین مشخصات حفره منظم در حالت تحلیل دینامیکی



Fig. 19. . Determination of geometry of regular hole in 2D plate at dynamic analysis

شکل ۲۰. مقادیر بهینه بر حسب تعداد سعی و خطا

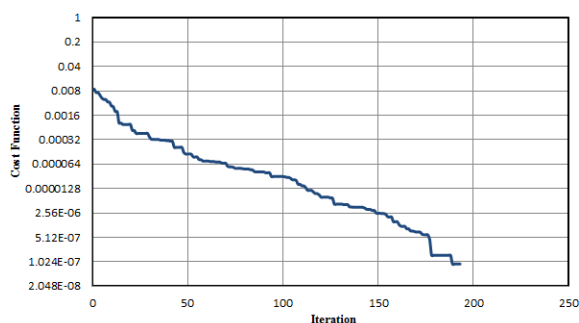


Fig. 20. Optimum values of cost function at each iteration

شکل ۲۱. تعیین مشخصات حفره نامنظم در حالت تحلیل دینامیکی

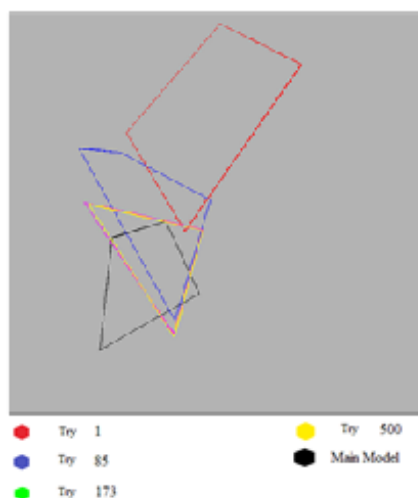


Fig. 21. Determination of geometry of irregular hole in 2D plate at dynamic analysis

۳-۲-۵ ارزیابی آثار خطا در قرائت پاسخ در تعیین مشخصات مکانیکی برای ناهمگنی نامنظم

در دو نمونه مانند مسئله بررسی شده در بخش ۱-۲-۵ با اعمال یک اغتشاش ۲ درصد و ۵ درصد به منظور لحاظ کردن خطای اندازه‌گیری و یا عدم کالیبره بودن وسایل مورد استفاده، به بررسی نتایج پرداخته شده است. در شکل‌های (۱۷ و ۱۸) میزان خطای بدست آمده در این مسائل به ترتیب ۲/۰۷ درصد با اعمال اغتشاش ۲ درصد و مقدار ۵/۴۲ درصد با اعمال اغتشاش ۵ درصد بوده است که حاکی از دقت مناسب الگوریتم استفاده شده در شرایط وجود خطا در قرائت دستگاه است.

شکل ۱۷. مقادیر بهینه بر حسب تعداد سعی برای اغتشاش ۲ درصد

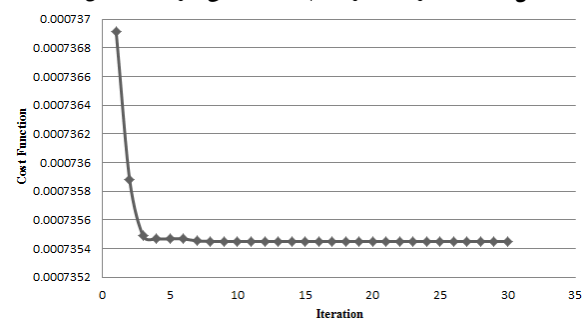


Fig. 17. Variation of cost function at each iteration regarding 2% error in the results

شکل ۱۸. مقادیر بهینه بر حسب تعداد سعی برای اغتشاش ۵ درصد

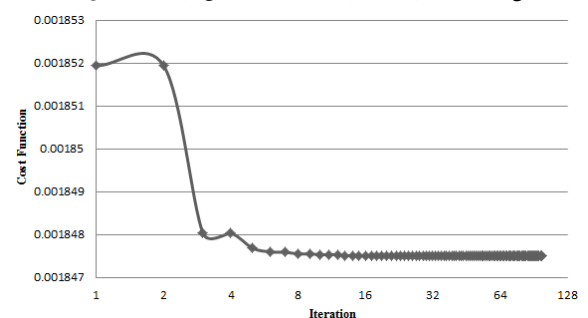


Fig. 18. Variation cost function at each iteration regarding 5% error in the results

۴-۲-۵ تعیین هندسه ناهمگنی با شکل منظم

نمونه بررسی شده در بخش ۱-۳-۵ دوباره در این قسمت تحت اثر تحریک دینامیکی به منظور تعیین موقعیت و هندسه ناهمگنی مورد مطالعه قرار گرفته است. در شکل (۱۹) روند حل مسئله از سعی اول تا سعی ۱۹۴ نشان داده شده است که با در صد خطای صفر به مقدار دقیق مسئله رسیده است. شکل

مطالعه شده است. در شکل‌های (۲۴ و ۲۵) نتیجه به نمایش درآمده است و ملاحظه می‌شود که در صد خطای بدست آمده در این مسئله ۰/۰۴۳۲ بوده است که پس از ۱۰۰ سعی به دست آمده است.

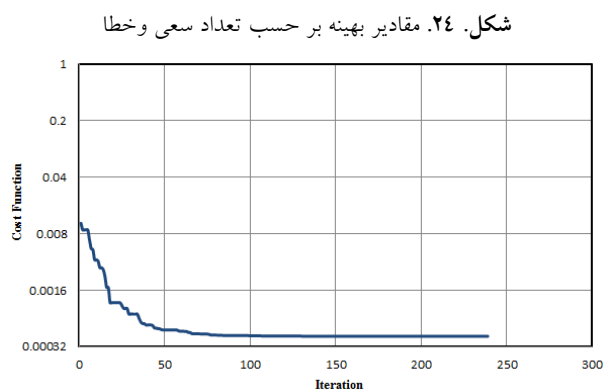


Fig. 24. Variation cost function at each iteration regarding 2% error in the results

۳-۵- تعیین مشخصات لایه‌های خاک

در آخرین نمونه، به تعیین مشخصات لایه‌های خاک با استفاده از الگوریتم پیشنهادی تحت یک تحریک دینامیکی، پرداخته شده است. شرایط مسئله بدین ترتیب است که مقطعی از دولایه خاک نرم و خاک سخت نسبت به یکدیگر به ابعاد 120×60 متر تشکیل شده است که محل مرز این دو لایه با استفاده از این روش تعیین می‌شود. مشخصات مکانیکی برای هر لایه خاک در طول ضخامت خود ثابت فرض شده است؛ خاک نرم با سرعت موج برشی ۲۰۰ متر بر ثانیه و خاک سخت با سرعت موج برشی ۶۰۰ متر بر ثانیه. شرایط مرزی مدل به صورت مرزهای جاذب در نظر گرفته شده و با استفاده از تعدادی فنر و میراگر مدل سازی شده است. سه فرستنده روی سطح به فواصل سی متر از یکدیگر قرار داده شده‌اند و تحریک را به صورت پالس ریکر - ویولت ارسال می‌نمایند؛ در همین نقاط نیز سه گیرنده در نظر گرفته شده‌اند که پاسخ ناشی از این تحریک را دریافت می‌نمایند (شکل ۲۵).

نتایج در طی مراحل مختلف سعی و خطا در شکل (۲۶) ارائه شده است که این تصاویر حاکی از دقت بسیار مناسب روند محاسباتی در نظر گرفته شده برای حل مسائل در محیط‌های

۵-۲-۵- تعیین هندسه ناهمگنی با شکل نامنظم

نمونه ۵-۱-۴ در اینجا دوباره به منظور تعیین موقعیت و ابعاد ناهمگنی تحت تحریک دینامیکی مجدداً مورد مطالعه قرار گرفت. در شکل (۲۱) شرط توقف الگوریتم برای ده پاسخ مشابه متوالی در تمام سعی و خطاها تعیین شده است. در صد خطای بدست آمده در این مسئله ۰/۰۶۹٪ بوده است که پس از سعی به دست آمده است، همان‌گونه که ملاحظه می‌شود، نتایج در این نمونه نسبت به نمونه قبل هم خطای بیشتری دارد و هم در تعداد سعی و خطای بیشتری به دست آمده است.

شکل ۲۲. مقادیر بهینه بر حسب تعداد سعی و خطا

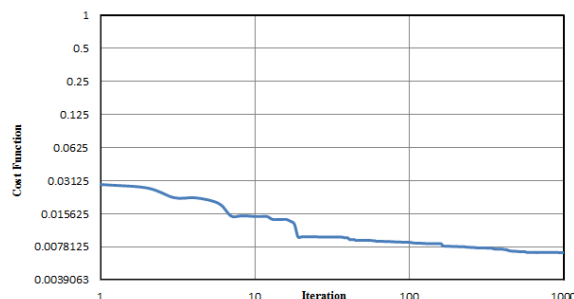


Fig. 22. Optimum values of cost function at each iteration

شکل ۲۳. تعیین مشخصات ناهمگنی با اعمال ۲٪ اغتشاش

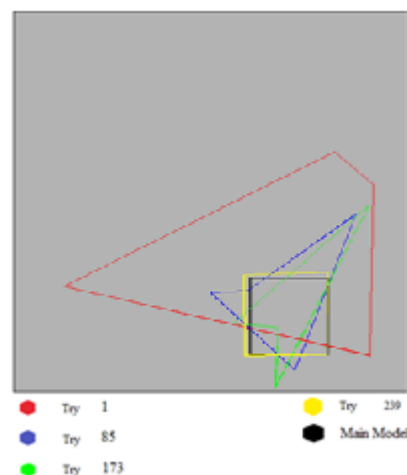


Fig. 23. Determination of geometry of regular hole in 2D plate at dynamic analysis 2% error in the results

۶-۲-۵ ارزیابی اثرات خطا در قرائت پاسخ در تعیین هندسه ناهمگنی در این قسمت، دوباره همان مثال بخش ۵-۲-۴ با اعمال ۲ درصد اغتشاش مقادیر ورودی در تعیین مشخصات هندسی

۶- نتیجه گیری

در این مقاله با تهیه کد کامپیوتری در نرم افزار MATLAB و ارتباط آن با نرم افزار Opensees، از قابلیت‌های انعطاف‌پذیری روش المان محدود و سرعت بالای آنالیز روش تفاضل محدود به طور همزمان بهره گرفته شده است و با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات به حل کمی مسائل الاستواستاتیک و الاستودینامیک پرداخته شده است.

روش حل بدین ترتیب است که ابتدا با توجه به نوع مسئله (تعیین مدول الاستیسیته یا تعیین محل و هندسه ناهمگنی) توسط کد نوشته شده برای الگوریتم بهینه سازی، این الگوریتم حدس اولیه‌ای را با یک توزیع یکنواخت تعیین می‌کند و حل در دو گام یکی توسط روش تفاضل محدود در MATLAB و دیگری با روش المان محدود در اپنسیس انجام می‌گیرد. اگر شرایط همگرایی و مقدار تابع هدف (که در اینجا تابعی است که مقادیر اختلاف بین نتایج واقعی و نتایج حل در هر سعی را کمینه می‌کند) برآورده شد به گام بعد که حل نهایی مسئله توسط الگوریتم بهینه سازی است انتقال پیدا می‌کند. در این راستا مسائل مختلفی با شرایط متفاوت مورد حل و بررسی قرار گرفته است که نتایج حاکی از کارایی این روش برای شناسایی مشخصات هندسی و مکانیکی مصالح در محیط‌های محدود و نیم‌نامحدود، بوده است، به گونه‌ای که پاسخ‌ها در شرایط مختلف با مقادیر خطای کمتر از ۰.۵٪ بدست آمده است. لازم به گفتن است که این روش حل یعنی بکارگیری الگوریتم بهینه سازی ازدحام ذرات برای این گونه از مسائل برای اولین بار بکار گرفته شده که پاسخ‌های قابل قبولی را داشته است.

References

- [1] Kirsch, A., (2011), "An introduction to mathematical theory of inverse problems", Springer, New York.
- [2] Hopcraft K., Smith, P.R., (1992), "An introduction to electromagnetic inverse scattering", Springer, Berlin.
- [3] Tikhonov A., Arsenin, (1997) "Solution of ill-posed problems", Halsted Press, New York.
- [4] Li X., Bond E., Veen B., V. Hagness S., "An overview of ultra-wideband microwave imaging via space-time beamforming for early-stage breast-cancer detection", *Antennas and Propagation Magazine*, IEEE, 147.1 (2005): 19-34.

۷- مراجع

نیم‌نامحدود است و تعیین شکستگی‌ها در لایه‌های خاک با دقت قابل قبولی (میزان خطا در حد صفر است) بدست آمده است و تغییرات تابع هدف در شکل (۲۷) نمایش داده شده است.

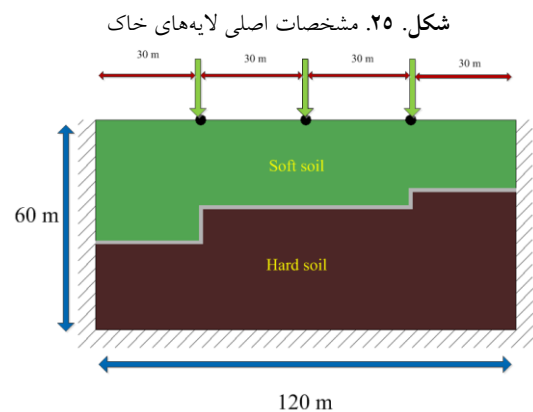


Fig. 25. Properties of Soil layers

شکل ۲۶. نمودار مقادیر بدست آمده براساس سعی وخطا

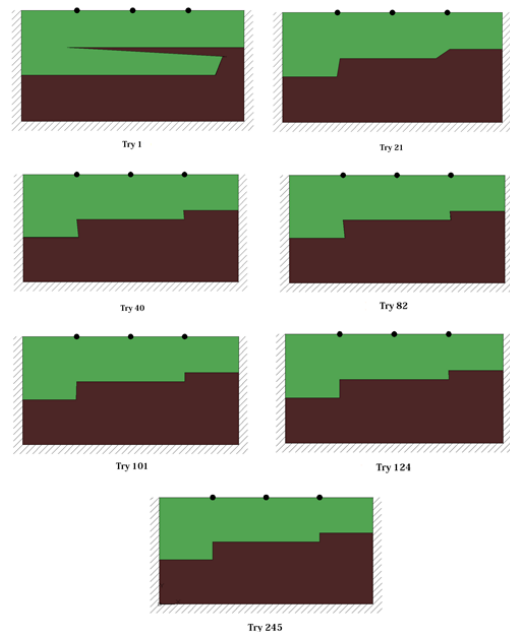


Fig. 26. Geometry of soli layers at each iteration

شکل ۲۷. مقادیر بهینه بر حسب تعداد سعی وخطا

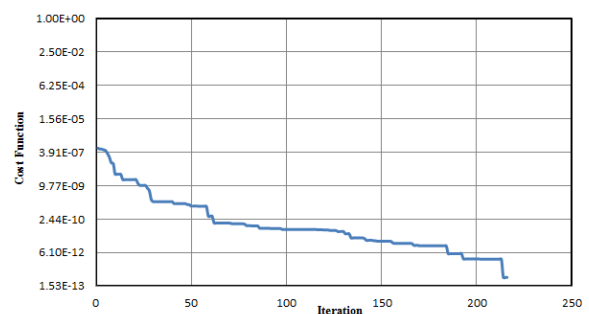


Fig. 27. Optimum values of cost function at each iteration

- [14] Bellis, C., Bonnet, M. "A FEM-based topological sensitivity approach for fast qualitative identification of buried cavities from elastodynamic overdetermined boundary data." *International Journal of Solids and Structures*, 47 (2010):1221–1242.
- [15] Beilina L., (2003), "A Hybrid Method For Elastic Wave", ISSN 1404-4382, Chalmers University of Technology.
- [16] Beilina, L. "Adaptive finite element/difference method for inverse elastic scattering waves." , *Appl. Comput. Math.* 2 (2002): 158-174.
- [17] Kennedy, J., Eberhart, R.C., "Particle Swarm Optimization. " *Proceedings of the 4th IEEE International Conference on Neural Networks*.
- [18] Bleistein, N., (1984), "Mathematical methods for wave phenomena", 1st edition, Academic Press, NewYork.
- [19] Gilmore, C., Mojabi, P., Lovetri, J., "Comparison of an enhanced distorted born iterative method and the multiplicative-regularized contrast source inversion method.", *Antennas and Propagation, IEEE Transactions* 57.8 (2009): 2341-2351.
- [20] Cohen, J.K., Bleistein, N., "An inverse method for determining small variations in propagation speed. ", *SIAM journal on applied Mathematic* 32 (1977): 784-799.
- [21] Belegundu, D., Chandrupatla, T.R., (2011), "Optimization concepts and applications in engineering", 2nd edition, Cambridge University Press, NewYork.
- [22] Moghaddam, M., (1991), "Forward and inverse scattering problems in the time domain", Ph.D, Thesis, University of Illinois at Urbana Champaign.
- [5] Yazdani, M., Khaji, N. and Khodakarami, M.I., 2016. Development of a new semi-analytical method in fracture mechanics problems based on the energy release rate. *Acta Mechanica*, 227(12), pp.3529-3547.
- [6] Colton D., Kress R., (1998), "Inverse acoustic and electromagnetic scattering theory", second edition, Springer, Berlin.
- [7] Mastali, M., Kheyroddin, A., Samali, B. and Vahdani, R., 2016. Optimal placement of active braces by using PSO algorithm in near-and far-field earthquakes. *International Journal of Advanced Structural Engineering (IJASE)*, 8(1), pp.29-44.
- [8] Chou, Jui-Sheng, Wai K. Chong, and Dac-Khuong Bui. "Nature-Inspired Metaheuristic Regression System: Programming and Implementation for Civil Engineering Applications." *Journal of Computing in Civil Engineering* (2016):04016007.
- [9] Kaveh, A., A. Shams Talaei, and A. Nasrollahi. "Application of Probabilistic Particle Swarm in Optimal Design of Large-Span Prestressed Concrete Slabs." *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Civil Engineering* 40.1(2016):33-40.
- [10] Dehghan Manshadi, S.H., Khaji, N., Rahimian, M. . "Cavity/Inclusion Detection in Plane Linear Elastic Bodies Using Linear Sampling Method." *Journal of Nondestructive Evaluation* 33.1(2014): 93-103.
- [11] Kirsch, A., Grinberg, N., 2008. "The factorization method for inverse problems", 1st edition, Oxford University Press, USA.
- [12] Potthast, R., 2001. "Point sources and multipoles in inverse scattering theory", 1st edition, Taylor & Francis Group, NewYork.
- [13] Erhard, K., Potthast, R. "A numerical study of the probe method. " *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 28 (2006): 1597–1612.

Quantitative Solution of 2-D inverse Elastodynamic Problems Using Hybrid FE/FDM and PSO

B. Nikpoo¹, I.m. Khodakarami^{2*}

1- M.Sc. Student, Earthquake Engineering, Faculty of Civil Eng., Semnan University

2- Assist Prof., Earthquake Eng. Dept., Faculty of Civil Eng., Semnan University

*Khodakarami@semnan.ac.ir

Abstract:

It is clear that, having exact knowledge about the geometry and properties of the materials and the domain that engineering problems are involved in are very important in engineering problems. It might be useful if a suitable inverse solution is applied in order to detect the characteristics of the problems' domain.

The main purpose of this paper is the development of hybrid finite element- finite difference method for solving inverse elastodynamic and elastostatic scattering problems and combining that with particle swarm optimization algorithm as a quantitative approach for solving such types of the problems. This hybrid method has been used in order to prepare the forward solution of the problems. By defining a suitable cost function and minimizing that using PSO algorithm, various kind of inverse problems are solved.

In general, an inverse scattering problem can be solved using qualitative or quantitative approaches. In some branches of quantitative techniques, usually, a forward solution is required and then using heuristic algorithm, the goal will be achieved. In this study, a hybrid FE-FD method which has the flexibility of finite element method and low computational cost of finite difference method; is used as forward solver. So, the domain inside and outside of the inclusion will be discretized using finite difference method and the boundaries near the inclusion will be discretized by finite element method. In this condition, the solution will be more flexible near the scatterer. In each solution step, first the finite element will be solved and then the results will be transferred to the finite difference code. Preparing the result, the response of the problem will go to finite element region.

In this research, at first, a geometry and related location will be assumed, randomly. The boundaries of the inclusion will be discretized using an OpenSees program code. Finite difference region is discretized using the MATLAB program, then the results from these two codes will go and back until the response becomes convergent. Then, the PSO code which is developed in MATLAB will qualify the results and evaluate the cost function (e.g., the cost function is defined by minimizing the error between the displacement that is from the main model and the predicted model). If the cost function is large, the PSO algorithm will propose the new location and/or the geometry of the inclusion and again, the loop will be repeated until the cost function is near the zero and the solution procedure will be terminated.

In order to evaluate, the efficiency and accuracy of the proposed approach, several problems are solved, where this algorithm could find the location and geometry of the inclusions (e.g., regular and irregular inclusion), the non-homogeneity of the inclusion and also detecting the soil layers by both static and dynamic loading.; the results show a very good accuracy as well as efficiency of the proposed approach for solving inverse problems in bounded and semi-infinite domains.

Keywords: Hybrid FE-FD method, Particle Swarm Algorithm, Quantitative inverse problems, 2D Elastodynamic