

ردیابی ترک در محیط‌های دو بعدی به کمک روش المان محدود توسعه یافته و الگوریتم بهینه سازی اجتماع ذرات

محمد امین لیوانی^۱، ناصر خاجی^{۲*}، پویا زکیان^۳

۱- کارشناس ارشد مهندسی سازه، دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه تربیت مدرس

۲- استاد مهندسی زلزله، دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه تربیت مدرس

۳- دکترای مهندسی زلزله، دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه تربیت مدرس

nk haji@modares.ac.ir

تاریخ دریافت: [۱۳۹۴/۵/۱۰]

تاریخ پذیرش: [۱۳۹۴/۸/۱۳]

چکیده- در این مقاله ردیابی ترک در سازه‌های دوبعدی، به عنوان یک مساله ارزیابی غیرمخرب، با استفاده از روش المان محدود توسعه یافته به همراه روش بهینه سازی اجتماع ذرات بررسی می شود. روش المان محدود توسعه یافته برای مدل سازی سازه‌ی حاوی ترک و روش بهینه سازی اجتماع ذرات برای تعیین موقعیت ترک استفاده شده است. روش المان محدود توسعه یافته ابزاری قوی برای تحلیل سازه‌ی حاوی ترک بدون مش بندی مجدد است، و بنابراین برای یک فرایند تکراری در تحلیل سازه مناسب است. همچنین، روش بهینه سازی اجتماع ذرات از روش های رایج غیرگرادیانی بوده که برای این مساله‌ی معکوس مناسب است. این مساله طوری تنظیم شده که الگوریتم بهینه سازی اجتماع ذرات، مختصات ترک موجود را با کمینه کردن یک تابع خطا بر اساس مقادیر اندازه گیری شده به وسیله‌ی حسگرهایی که روی سازه نصب شده اند، پیدا می کند. در نهایت، سه نمونه عددی مرجع نیز برای بررسی قابلیت و دقت روش پیشنهادی حل شده است.

واژگان کلیدی: روش المان محدود توسعه یافته، آسیب یابی، مساله معکوس، بهینه سازی اجتماع ذرات، تحلیل ترک.

۱- مقدمه

آسیب یابی در سازه‌ها زمینه پژوهشی مهمی برای حفظ ایمنی و سلامت سازه‌ها است. برای ارزیابی شرایط سازه‌ها، تکنیک‌های سلامت سنجی زیادی در دهه‌های اخیر پیشنهاد شده، و بیشتر روش‌ها غیر مخرب است که به شکل گسترده‌ای برای آسیب-یابی در سازه‌های مهندسی از قبیل هوافضا، عمرانی و دریایی استفاده شده است [۱ و ۲]. در طیف وسیعی از این روش‌ها، ترک موجود در سازه معمولاً با مقایسه‌ی پاسخ انتشار موج در حوزه‌ی زمان سازه‌ی موجود با پاسخ سازه‌ی سالم، شناسایی می شود. بنابراین، با استفاده از این روش‌ها، موقعیت آسیب با بررسی پارامترهای موج پراکنده شده از آسیب تعیین می شود. روش‌های حاضر به آسیب‌های خاصی با هندسه‌ی ساده در

مواد همگن محدود می شوند و گاهی حجم محاسباتی زیادی را به دلیل طبیعت معکوس این مسائل می طلبند [۳ و ۴]. روش‌های عددی به کار گرفته شده برای تشخیص ترک نیاز به حل مسائل معکوس دارند که سرانجام با تعریف یک مسئله بهینه سازی حل می شوند. جواب این مسائل یکتا نبوده و گاهی الگوریتم بهینه سازی ممکن است به جواب محلی همگرا شود که جواب بهینه‌ی واقعی نباشد. علاوه بر این، این نوع مسائل اغلب به صدها تکرار برای همگرایی نیاز دارند. از طرفی در روش‌های مرسوم المان محدود نیاز به مش بندی مجدد در هر تکرار بهینه سازی است که حجم محاسبات را بالا می برد [۵]. به تازگی یک روش با استفاده از الگوریتم ژنتیک به عنوان روش بهینه سازی و روش المان محدود توسعه یافته برای حل مسأله‌ی

ترک به صورت سطح آزاد تنش فرض می‌شود و به دو بخش Γ_c^+ و Γ_c^- تقسیم می‌شود. جزییات حوزه‌ی Ω و مرز Γ در شکل ۱ نشان داده شده است.

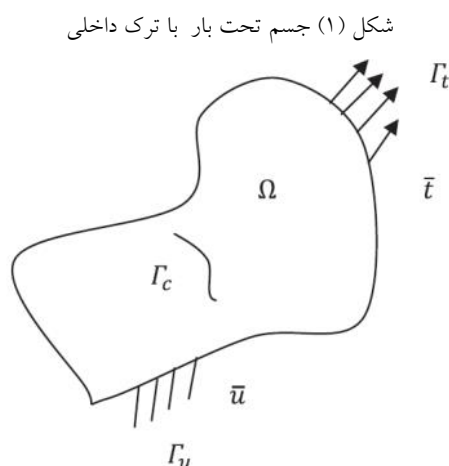


Figure 1. A body with internal traction-free crack.

معادله‌ی تحلیلی تعادل حاکم به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\nabla \cdot \sigma + b = 0 \quad (1)$$

که در آن، σ تانسور تنش کوشی، و b بردار نیروهای حجمی است. شرایط مرزی جسم به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\sigma \cdot n = \bar{t} \quad \text{on } \Gamma_t \quad (2)$$

$$\sigma \cdot n = 0 \quad \text{on } \Gamma_c^+ \quad (3)$$

$$\sigma \cdot n = 0 \quad \text{on } \Gamma_c^- \quad (4)$$

$$u = \bar{u} \quad \text{on } \Gamma_u \quad (5)$$

که در آنها، n بردار واحد عمود بر سطح است. با در نظر گرفتن تغییرشکل‌های کوچک رابطه‌ی تنش-کرنش به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\varepsilon = \nabla_s u \quad (6)$$

که در آن ε تانسور کرنش خطی، ∇_s عملگر گرادیانی متقارن، و u بردار تغییر مکان است. برای ناپیوستگی قوی، توابع شکل توسط توابع غنی‌ساز $H(x)$ و $F_j(x)$ به صورت زیر غنی‌سازی می‌شوند:

$$u^h(x) = \sum_{i=1}^n N_i(x) u_i + \sum_{i=1}^{n_j} N_i(x) H(x) a_i + \sum_{j=1}^{n_f} [N_i(x) \sum_{j=1}^4 F_j(x) b_{ji}] \quad (7)$$

که در آن، N_i توابع شکل استاندارد روش المان محدود است.

پیش رو به کار گرفته و توسعه داده شد [۸-۶]. لازم به گفتن است که روش گفته شده، دینامیکی نبوده و بارگذاری آن استاتیکی است. به بیان دیگر، حل معکوس مسأله با استفاده از الگوریتم ژنتیک، این امکان را فراهم کرده است که بدون استفاده از روش‌های انتشار امواج بتوان موقعیت آسیب را شناسایی کرد؛ چرا که این گونه روش‌ها بدون قید تابع هدف را کمینه می‌کنند. همچنین، چندین پژوهش جدیدتر در زمینه‌ی یافتن آسیب انجام شده است [۹-۱۱] که در آن‌ها نیز از روش المان محدود توسعه یافته استفاده شده است.

در این مقاله، ردیابی ترک در محیط‌های دوبعدی با ترکیب روش المان محدود توسعه یافته و الگوریتم بهینه‌سازی اجتماع ذرات، برای اولین بار ارائه شده است. بنابراین، هدف این مقاله استفاده از روش بهینه‌سازی اجتماع ذرات برای حل دقیق‌تر و سریع‌تر مسئله است. برای این منظور، یک مسأله‌ی بهینه‌سازی به عنوان مسأله معکوس برای ارزیابی غیرمخرب سازه‌ها تعریف می‌شود. ترک به وسیله‌ی روش المان محدود توسعه یافته [۸-۱۲]، مدل شده که زمان محاسباتی را به دلیل عدم نیاز به مش-بندی مجدد در هر تکرار کاهش می‌دهد. روش بهینه‌سازی اجتماع ذرات نیز یک روش بهینه‌سازی غیر گرادیانی است که برای این نوع مسائل معکوس مناسب است. مسأله این‌طور تنظیم شده که الگوریتم بهینه‌سازی اجتماع ذرات، مختصات ترک را با کمینه کردن تابع خطا بر اساس مقادیر اندازه گیری شده به وسیله‌ی حسگرها جستجو می‌کند. سه نمونه عددی نیز برای نشان دادن توانایی این روش حل و بررسی می‌شود.

۲- روش المان محدود توسعه یافته

برای حل مسأله‌ی پیش‌رو برای حل مسأله‌ی معکوس موردنظر، از روش المان محدود توسعه یافته استفاده می‌شود. در این بخش معادلات حاکم بنیادی تحلیل الاستیک ترک مرور خواهد شد [۶]. یک جسم با حوزه‌ی Ω و مرز خارجی Γ را می‌توان در نظر گرفت که تحت نیروی حجمی b و نیروی سطحی Γ_t قرار دارد. شرایط مرزی جابه‌جایی در سطح جسم نیز Γ_u است. بنابراین، شرایط مرزی به صورت کلی $\Gamma = \Gamma_t + \Gamma_u$ می‌شود. مرز سطح ترک نیز با Γ_c نشان داده می‌شود. مرز

جواب بهینه همگرا شود که مختصات ترک موجود است.

۴- الگوریتم شناسایی ترک

همان گونه که پیشتر عنوان شد، در این مقاله، الگوریتم شناسایی ترک به کمک روش المان محدود توسعه یافته به همراه الگوریتم بهینه سازی اجتماع ذرات است. یک مسأله تشخیص ترک عددی معمولاً به صورت یک رویکرد بهینه سازی مطرح می شود. در این رویکرد تابع هدف برابر مقدار اختلاف بین پاسخ در سازهی موجود و پاسخ سازهی (که روش بهینه سازی اجتماع ذرات در هر گام موقعیت ترک آن را حدس می زند) بوده، و متغیرها در نقاط مشخصی که همان مختصات حسگرهاست، در نظر گرفته می شوند. در این مقاله، مختصات نوک ترک به عنوان متغیرهای بهینه سازی در نظر گرفته شده، تا روش بهینه سازی اجتماع ذرات، در فضای جستجو، آن ها را به جواب بهینه همگرا کند، که منجر به کمینه شدن تابع هدف می شود. به عنوان نمونه، می توان از یک تابع هدف مطابق رابطه زیر استفاده کرد

$$r(\beta_i) = \frac{\|\varepsilon(\beta_i) - \varepsilon^0\|}{\|\varepsilon^0\|} \quad (11)$$

که در آن، $\|\cdot\|$ یک نرم L_2 است. همچنین، ε^0 مقادیر کرنش سازهی موجود در محل حسگرها، و ε مقادیر کرنش سازهی تولید شده به وسیلهی روش بهینه سازی اجتماع ذرات در همان مختصات است، که تابعی از متغیرهای بهینه سازی β_i است. متغیرهای بهینه سازی مزبور در هر تکرار بهینه سازی تغییر می کنند.

به دلیل اهمیت هزینهی محاسباتی، انتخاب الگوریتم مناسب بسیار مهم است. به همین دلیل، برای تحلیل سازه در هر تکرار با استفاده از روش المان محدود توسعه یافته برای موقعیت های مختلف ترک، نیاز به مش بندی مجدد نبوده و حجم محاسباتی را نسبت به روش المان محدود کلاسیک پایین می آورد. همچنین روش بهینه سازی اجتماع ذرات توانایی خود را در مسائل مختلف بهینه سازی نشان داده است [۲۲ و ۲۱]، و از این رو به عنوان ابزار بهینه سازی در این مقاله استفاده می شود.

همچنین، $H(x)$ تابع غنی ساز پله ای واحد برای میدان ناپیوستگی در طول ترک، و a_i و b_{ji} توابع غنی ساز اختصاص یافته به گره های غنی سازی شده است. برای مسائل شکست الاستیک خطی، محدوده ی نوک ترک به وسیله ی توابع غنی ساز حاصل از حل تحلیلی، غنی سازی می شود:

$$F_j(r, \theta) = \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{r} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right), \sqrt{r} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ \sqrt{r} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin(\theta), \sqrt{r} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin(\theta) \end{array} \right\}_{j=1, \dots, 4} \quad (8)$$

که در آن، r و θ مختصات قطبی ناحیه اطراف نوک ترک است.

۳- روش بهینه سازی اجتماع ذرات

روش بهینه سازی اجتماع ذرات یک روش فرا-ابتکاری است که به وسیله ی کندی و ابرهارت ارائه شده [۱۹ و ۲۰]، و الگوریتمی الهام گرفته از رفتار تجمعی حیوانات مثل ماهی ها، حشرات و پرندگان است. در این الگوریتم، تعدادی ذره به صورت تصادفی در فضای جستجو مقدار می گیرند، که آن ها را گروه می نامیم. ذرات در فضای جستجو پرواز می کنند و موقعیت آن ها بر اساس بهترین موقعیت فردی ذرات در هر تکرار جایگزین می شود. سپس تابع هدف برای هر ذره بدست می آید و مقادیر برازندگی ذرات محاسبه می شود تا بهترین موقعیت در فضای جستجو تعیین شود [۲۱]. در هر گام بهینه سازی گروه با استفاده از معادلات زیر تغییر می کند:

$$V_i^{k+1} = \omega V_i^k + c_1 r_1 (P_i^k - X_i^k) + c_2 r_2 (P_g^k - X_i^k) \quad (9)$$

$$X_i^{k+1} = X_i^k + V_i^{k+1} \quad (10)$$

که X_i^k و V_i^k به ترتیب موقعیت و سرعت فعلی ذره ی i ام در تکرار k ام است. P_i بهترین موقعیت قبلی ذره ی i ام است که $pbest$ نامیده می شود و P_g بهترین موقعیت کلی در میان کل ذرات گروه است که $gbest$ نامیده می شود. r_1 و r_2 اعدادی تصادفی در بازه ی پیوسته ی (۰ و ۱) است. ω نیز شاخص وزن اینرسی است که برای کم کردن سرعت ذره استفاده شده است [۲۰]. c_1 و c_2 مقادیر ثابتی هستند که برابر ۱٫۵ انتخاب شدند [۲۲]. در این مقاله، X بردار متغیرهای تصادفی است که مربوط به مختصات نوک ترک است، و در هر تکرار تغییر می کند تا به

[۷]. نمونه‌ی سوم نیز مربوط به سازه‌ی دوم حاوی ترک داخلی است [۸].

۵-۱- سازه‌ی حاوی ترک در نمونه‌ی اول

مطابق شکل ۲، صفحه موردنظر به ابعاد ۱×۱ متر، از پایین گیردار بوده و در دو لبه‌ی جانبی تحت بار کششی افقی دو جانبه قرار گرفته است.

یک تابع خطا به عنوان تابع هدف مطابق رابطه‌ی زیر مدنظر است:

$$r(\beta_i) = \frac{\|\varepsilon_x(\beta_i) - \varepsilon_x^0\|}{\|\varepsilon_x^0\|} \quad (12)$$

همچنین، مقادیر کرنش افقی سازه‌ی موجود در محل حسگرها و ε_x مقادیر کرنش افقی سازه‌ی تولید شده به وسیله‌ی روش بهینه‌سازی اجتماع ذرات در همان مختصات است، که تابعی از متغیرهای بهینه‌سازی β_i است، که در این نمونه مختصات نوک ترک در نظر گرفته شده. بنابراین روش بهینه‌سازی اجتماع ذرات مختصات ترکی که تخمین می‌زند را به سمتی می‌برد که این تابع حداقل شود و به مختصات ترک موجود برسد. برای نمونه‌ی اول، مختصات نوک ترک برابر $x_{tip1} = -0.25$ ، $y_{tip1} = 0.20$ و $x_{tip2} = 0.50$ ، $y_{tip2} = 0.50$ در نظر گرفته شد و یک مش 20×20 برای مدل روش المان محدود توسعه یافته (شکل ۳)، تولید شد. در این نمونه، یک مولفه کرنش در محل حسگر ε_x با مقادیر متناظر آن در سازه‌ی اصلی ε_x^0 مقایسه می‌شود، و موقعیت حسگرها نیز در نقاط مرزی صفحه در نظر گرفته شده است. حال برای بدست آمدن موقعیت ترک، الگوریتم باید معادله‌ی (۱۱) را کمینه کند.

تاریخچه همگرایی الگوریتم روش بهینه‌سازی اجتماع ذرات در (شکل ۴) نشان داده شده، که در آن، همگرایی تابع هدف به جواب بهینه پس از تقریباً ۶۰ تکرار قابل قبول است. موقعیت ترک در چندین گام بحرانی الگوریتم در (شکل ۵) نشان داده شده است.

همان‌گونه که در بخش‌های بعدی با جزئیات بیشتری ملاحظه می‌شود، در پیاده‌سازی روش تشخیص ترک پیشنهادی، ابتدا سازه‌ی آسیب‌دیده با مش بندی دلخواهی مدل شده، و بعد از مدل‌سازی آسیب به کمک روش المان محدود توسعه یافته، کرنش‌ها استخراج شده‌اند. سپس، سازه‌ای با مقادیر مجهول آسیب، مدل شده و با بهینه‌سازی تابع هدف مربوطه، آسیب‌ها تشخیص داده می‌شوند. در روش پیشنهادی، برای مدل سازه با آسیب مجهول نیز از همان مش‌بندی سازه‌ی آسیب‌دیده بهره گرفته شده است. برای پیاده‌سازی هر دو مش‌بندی فوق می‌توان از روش المان محدود کلاسیک نیز بهره گرفت که منجر به بار محاسباتی بسیار بیشتری خواهد شد. دلیل این افزایش بار محاسباتی آن است که در گام‌های مختلف روش‌های بهینه‌سازی، موقعیت ترک عوض می‌شود. در روش المان محدود کلاسیک که مش وابسته به موقعیت ترک است، باید مش جدید تولید شود که زمان زیادی را از محاسبات به خود اختصاص می‌دهد. اما روش المان محدود توسعه یافته، به دلیل مستقل بودن مش از موقعیت ترک، در همه‌ی گام‌ها از همان مش اولیه استفاده می‌کند، که زمان اجرای برنامه را بسیار کم می‌کند.

شکل (۲) هندسه‌ی صفحه و الگوی بارگذاری روی آن

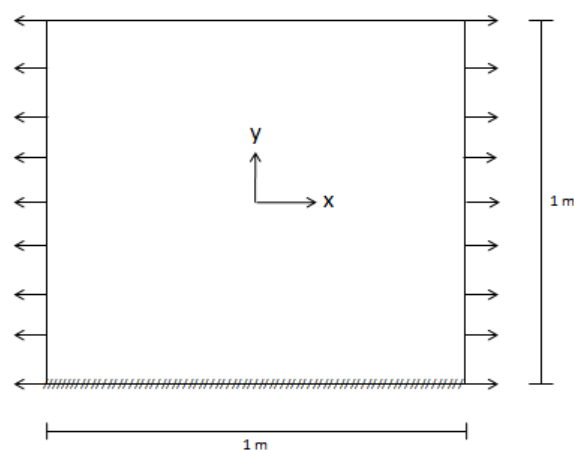


Figure 2. Geometry and load pattern of the plate structure.

۵- نمونه‌های عددی

در این قسمت عملکرد روش پیشنهادی را روی دو صفحه با ابعاد و بارگذاری متفاوت بررسی می‌کنیم. نمونه‌ی اول و دوم به ترتیب مربوط به سازه‌ی اول حاوی ترک لبه و داخلی است

شکل (۳) موقعیت ترک و حسگرها، و آرایش مش بندی صفحه در نمونه ی

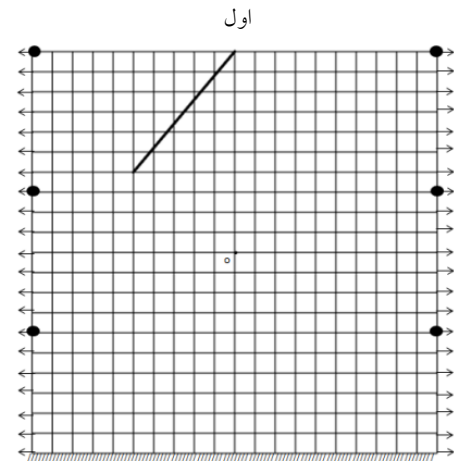


Figure 3. Crack and sensors' placements, and mesh configuration for the case 1.

شکل (۴) منحنی تاریخچه همگرایی الگوریتم روش بهینه سازی اجتماع

ذرات برای نمونه اول

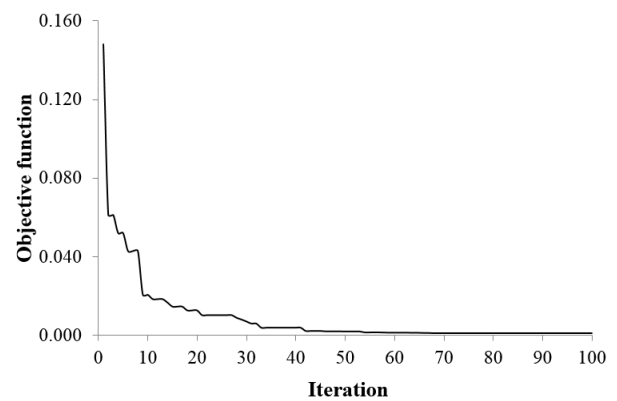
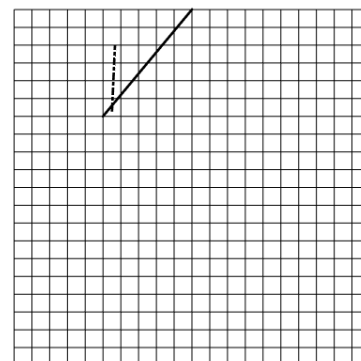


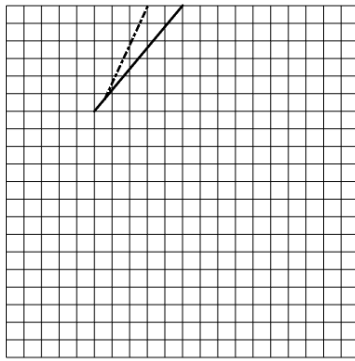
Figure 4. Convergence history of PSO algorithm for the case 1.

شکل (۵) برداشت تصویری از موقعیت ترک در برخی گام های الگوریتم

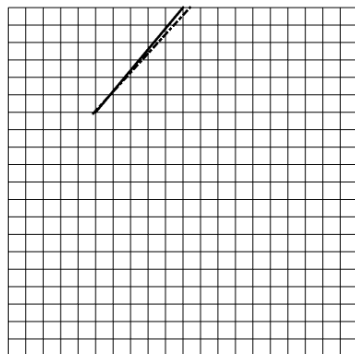
برای نمونه اول



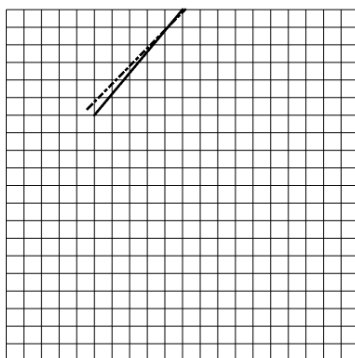
گام ۱



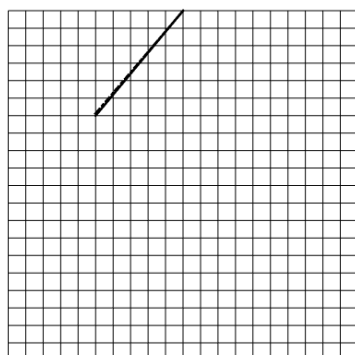
گام ۲



گام ۹



گام ۲۱

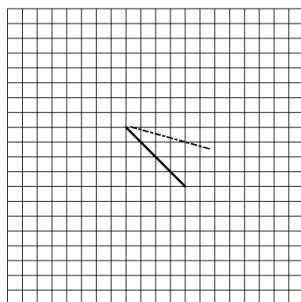


گام ۳۳

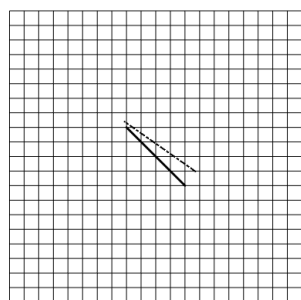
اول است.

تاریخچه همگرایی الگوریتم بهینه‌سازی اجتماع ذرات نیز در شکل ۷ نشان داده شده که در این نمونه، الگوریتم تقریباً پس از ۵۷ گام به جواب بهینه‌ی مطلوبی رسید.

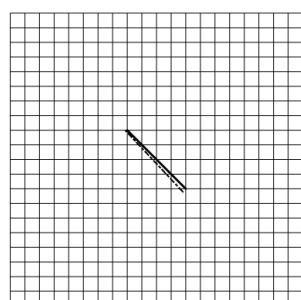
شکل (۸) برداشت تصویری از موقعیت ترک در برخی گام‌های الگوریتم برای نمونه دوم



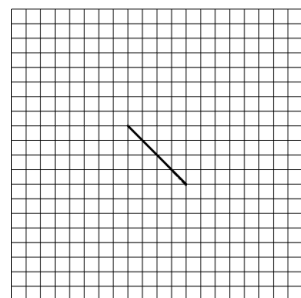
گام ۱



گام ۱۱

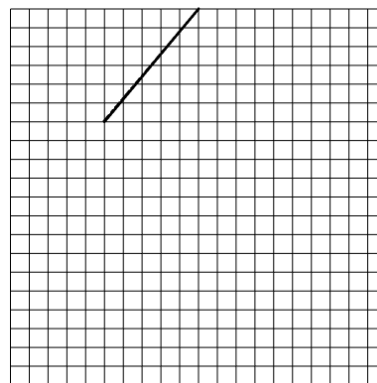


گام ۲۴



گام ۳۰

Figure 8. Snapshots of the algorithm for crack detection for the case 2.



گام ۱۰۰

Figure 5. Snapshots of the algorithm for crack detection for the case 1.

شکل (۶) موقعیت ترک و حسگرها، و آرایش مش‌بندی صفحه در نمونه‌ی

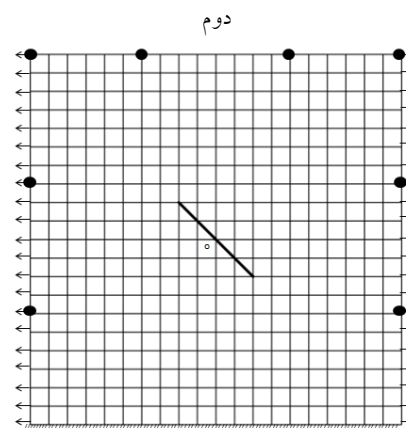


Figure 6. Crack and sensors' placements, and mesh configuration for the case 2.

شکل (۷) منحنی تاریخچه همگرایی الگوریتم روش بهینه‌سازی اجتماع ذرات برای نمونه دوم

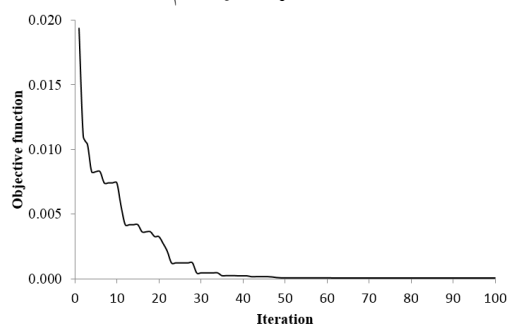


Figure 7. Convergence history of PSO algorithm for the case 2.

۵-۲- سازه‌ی حاوی ترک در نمونه‌ی دوم

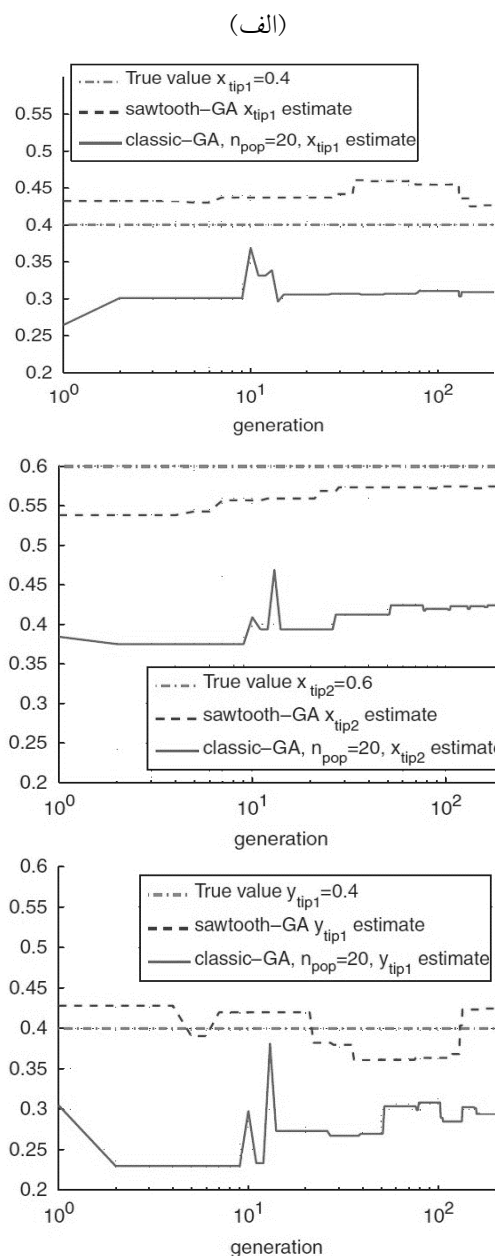
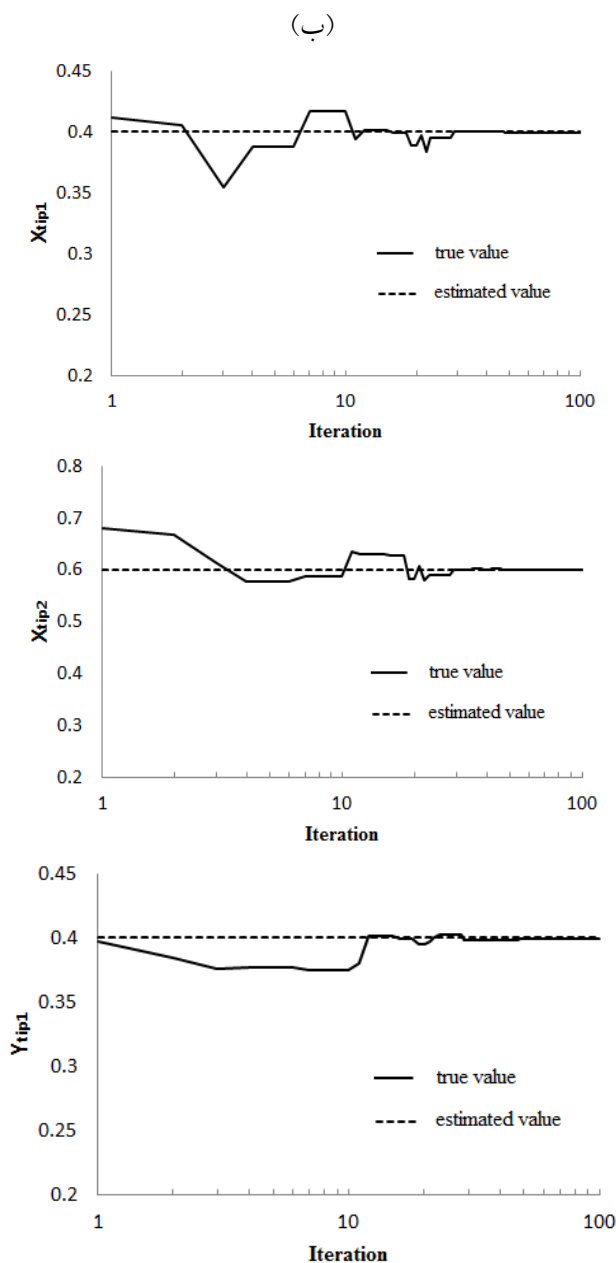
در نمونه‌ی دوم مشخصات نوک ترک برابر $x_{tip1} = -0.1$ ، $y_{tip1} = 0.1$ و $x_{tip2} = 0.1$ و $y_{tip2} = -0.1$ در نظر گرفته شد. همچنین مش 20×20 برای مدل روش المان محدود توسعه- یافته (شکل ۶) تولید شد. مشخصات دیگر نیز مشابه نمونه‌ی

ارهای با روش کلاسیک الگوریتم ژنتیک و مقادیر واقعی مقایسه شده است، ستون الف)، با نمودار مربوط به همان مولفه مختصات در ۱۰۰ گام الگوریتم اجتماع ذرات (ستون ب) انجام شده است. نتایج نشان می‌دهد که الگوریتم بهینه‌سازی اجتماع ذرات به مختصات بسیار دقیق‌تری همگرا شده است. همان‌گونه که ملاحظه می‌شود، برای مقایسه‌ی مناسب‌تر، مختصات بر اساس مبدأ مختصات انتخابی در مرجع [۷] در نظر گرفته شده است.

تصاویر لحظه‌ای از موقعیت ترک در برخی گام‌ها در (شکل ۸) ارائه شده است. نتایج دو نمونه شامل مقادیر نهایی تابع هدف و موقعیت ترکی که الگوریتم به آن همگرا شده در (جدول ۱) نیز آورده شد. همان‌گونه که نمایان است، مختصات بدست آمده برای ترک به وسیله‌ی الگوریتم به مقدار واقعی آن نزدیک است.

در (شکل ۹) مقایسه‌ای بین نمودار همگرایی مختصات نوک ترک (با مقیاس لگاریتمی) در طول ۲۵۰ گام تولید نسل الگوریتم ژنتیک (بر اساس مرجع [۷] که در آن، روش دندان-

شکل (۹) نمودار همگرایی مختصات نوک ترک برای نمونه دوم، (الف) در طول ۲۵۰ گام تولید نسل الگوریتم ژنتیک [۷]، و (ب) در ۱۰۰ گام الگوریتم اجتماع ذرات.



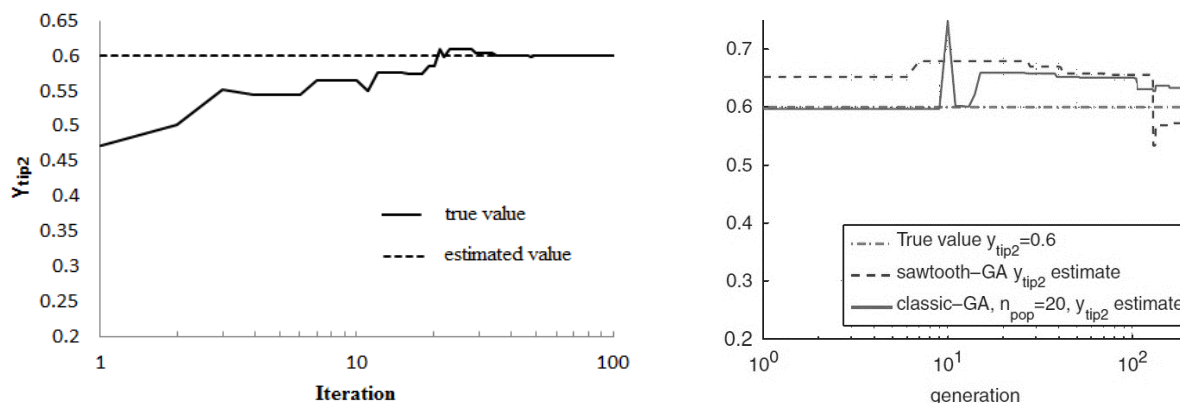


Figure 9. Comparison of convergence for PSO and GA in the case 2. Right curves indicate 250 generations of GA [7], while left ones are obtained during 100 iterations of PSO algorithm.

مختصات در ۱۰۰ گام الگوریتم اجتماع ذرات در ستون (ب)، انجام شده است. نتایج نشان می‌دهد که الگوریتم بهینه‌سازی اجتماع ذرات به مختصات دقیق‌تری همگرا شده است. همان‌گونه که ملاحظه می‌شود، برای مقایسه‌ی مناسب‌تر، مختصات بر اساس مبدأ مختصات انتخابی در مرجع [۸] در نظر گرفته شده است.

شکل (۱۰) هندسه‌ی صفحه، و موقعیت حسگرها در نمونه‌ی سوم [۸]

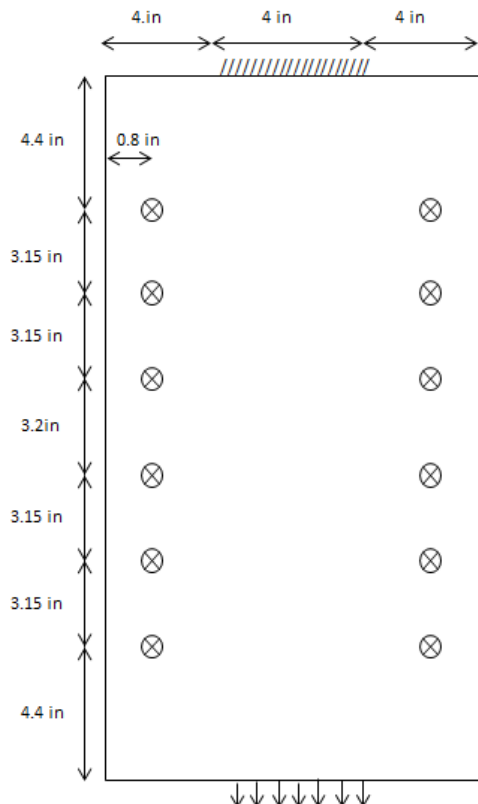


Figure 10. Geometry of the plate structure with sensor's placement for the case 3.

۳-۵- سازه‌ی حاوی ترک در نمونه‌ی سوم

نمونه‌ی مبنای سوم از مقاله‌ی چتری و وایزمن [۸] انتخاب شد، که در آن ابعاد صفحه، و موقعیت حسگرها مطابق (شکل ۱۰) است. در این نمونه، مختصات نوک ترک برابر $x_{tip1} = 0.4$ ، $y_{tip1} = 2.36$ و $x_{tip2} = 0.8242641$ ، $y_{tip2} = 2.7842641$ در نظر گرفته شده است. همچنین یک مش 60×82 مطابق (شکل ۱۱) برای مدل روش المان محدود توسعه‌یافته تعریف شده است.

در این نمونه دو مولفه‌ی کرنش ϵ_x و ϵ_y در محل حسگر با مقادیر متناظر آن در سازه‌ی اصلی (ϵ_x^0 و ϵ_y^0) مقایسه می‌شود. در نتیجه، برای بدست آمدن موقعیت ترک، الگوریتم پیشنهادی باید معادله‌ی زیر را کمینه کند.

$$r(\beta_i) = \frac{\|\epsilon_x(\beta_i) - \epsilon_x^0\|}{\|\epsilon_x^0\|} + \frac{\|\epsilon_y(\beta_i) - \epsilon_y^0\|}{\|\epsilon_y^0\|} \quad (13)$$

تاریخچه همگرایی الگوریتم روش بهینه‌سازی اجتماع ذرات نیز در (شکل ۱۲) نشان آمده است که در این نمونه، الگوریتم تقریباً پس از ۷۵ گام به جواب بهینه‌ی مطلوبی رسید. موقعیت نهایی ترک بدست آمده به وسیله‌ی الگوریتم نسبت به ترک موجود در (شکل ۱۳) نشان می‌دهد که روش پیشنهادی موقعیت ترک را به خوبی تخمین زده است. تصاویر لحظه‌ای از موقعیت ترک در برخی گام‌ها نیز در (شکل ۱۴) ارائه شد. در (شکل ۱۵) مقایسه‌ای بین نمودار همگرایی مختصات نوک ترک در طول ۲۵۰ گام تولید نسل الگوریتم ژنتیک (استخراج شده از مرجع [۸]) در ستون (الف)، با نمودار مربوط به همان مولفه‌ی

شکل (۱۴) برداشت تصویری از موقعیت ترک در برخی گام‌های الگوریتم برای نمونه سوم

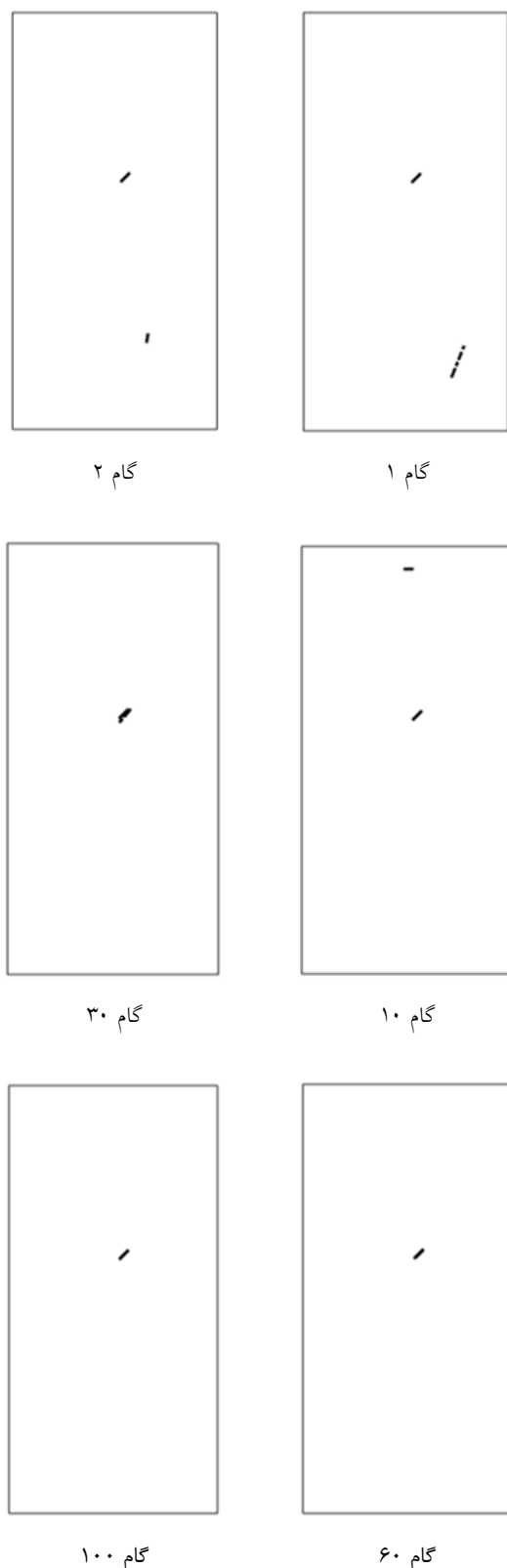


Figure 14. Snapshots of the algorithm for crack detection for the case 3.

شکل (۱۱) آرایش مش‌بندی، موقعیت ترک، چگونگی بارگذاری، و شرایط تکیه‌گاهی نمونه سوم

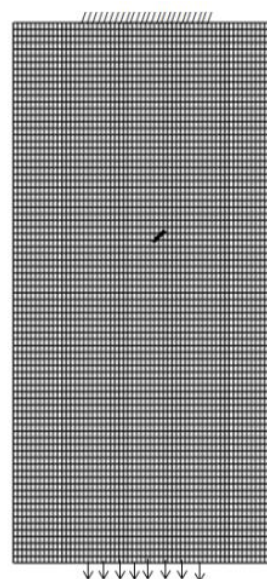


Figure 11. Mesh configuration, crack location, load pattern, and boundary conditions for the case 3.

شکل (۱۲) منحنی تاریخچه همگرایی الگوریتم روش بهینه‌سازی اجتماع ذرات

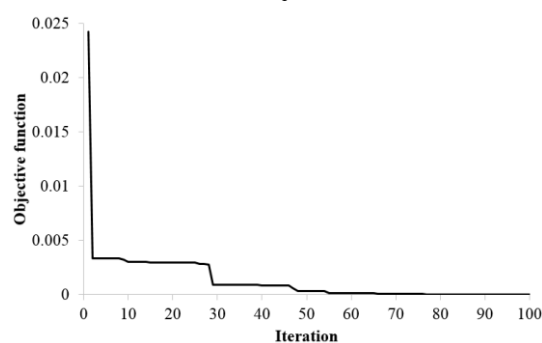


Figure 12. Convergence history of PSO algorithm for the case 3.

شکل (۱۳) موقعیت نهایی ترک به دست آمده نسبت به ترک موجود

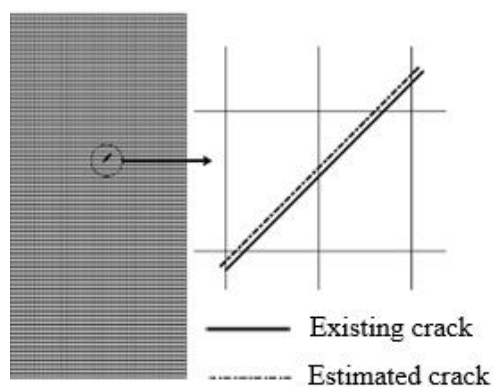


Figure 13. Final estimated location of crack compared to the existing crack.

شکل (۱۵) نمودار همگرایی مختصات نوک ترک برای نمونه سوم (الف) در طول ۲۵۰ گام تولید نسل الگوریتم ژنتیک [۸]، و (ب) در ۱۰۰ گام الگوریتم اجتماع ذرات.

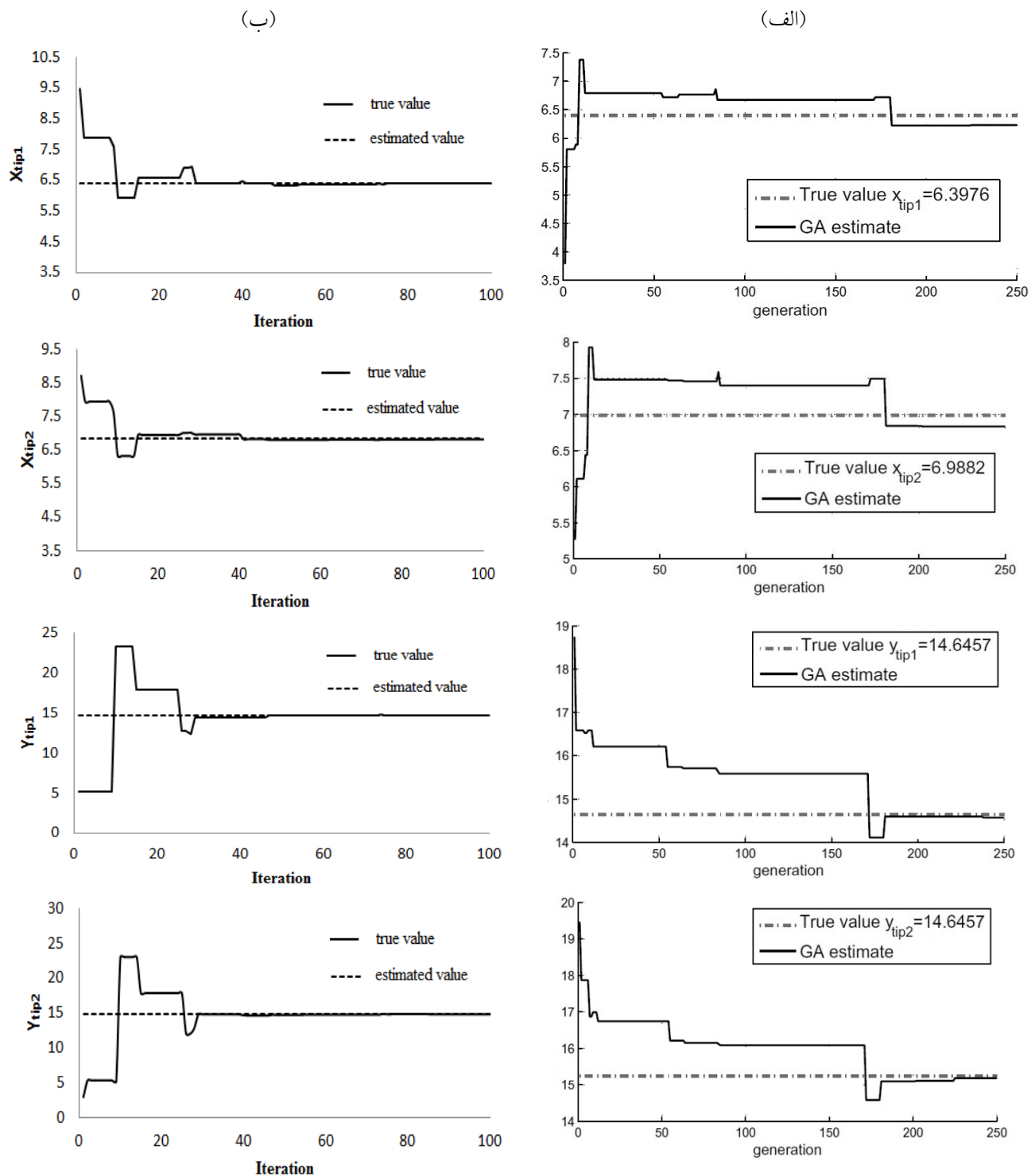


Figure 15. Comparison of convergence for PSO and GA in the case 3. Right curves indicate 250 generations of GA [8], while left ones are obtained during 100 iterations of PSO algorithm.

جدول (۱) مختصات بهینه و مقادیر تابع هدف متناظر آن‌ها در سه نمونه

Result	Final objective function value	$x_{tip 1}$	$y_{tip 1}$	$x_{tip 2}$	$y_{tip 2}$
Case 1	0.00121229	-0.250000005	0.202919979	0.000289692	0.5
Case 2	0.000074935	-0.10067	0.100832	0.100117	-0.09984
Case 3	0.0000204	0.3894	2.36873	0.81426	2.79243

Table 1. Optimal coordinates and the corresponding error function for three cases.

References

۷- مراجع

- [1] Doebling S. W., Farrar C. R. & Prime M. B. 1998 Summary review of vibration-based damage identification methods. *The Shock and Vibration Digest*, **30** 91-105.
- [2] Sohn H., Farrar C. R., Hemez F. M., Shunk D. D., Stinemates D. W. & Nadler B. R. 2004 A Review of Structural Health Monitoring Literature from 1996-2001, Report LA-13976-MS, Los Alamos National Laboratory, the US.
- [3] Ostachowicz W, M, 2008 Damage detection of structures using spectral finite element method. *Computers and Structures*, **86** 454-462.
- [4] Khaji N. & Kazemi Nourini H. 2012 Detection of a through-thickness crack based on elastic wave scattering in plates, Part II: Inverse Solution. *Asian Journal of Civil Engineering*, **13** 433-454.
- [5] Yang Z. L., Liu G. R. & Lam K. Y. 2002 An inverse procedure for crack detection using integral strain measured by optical fibers. *Smart Materials and Structures*, **11** 72-78.
- [6] Rabinovich D., Givoli D. & Vigdergauz S. 2009 Crack identification by 'arrival time' using XFEM and a genetic algorithm. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **77** 337-359.
- [7] Waisman H., Chatzi E. & Smyth A. W. 2010 Detection and quantification of flaws in structures by the extended finite element method and genetic algorithms. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **82** 303-328.
- [8] Chatzi E. N., Hiriyyur B., Waisman H. & Smyth A. W. 2011 Experimental application and enhancement of the XFEM-GA algorithm for the detection of flaws in structures. *Computers and Structures*, **89** 556-570.
- [9] Sun H., Waisman H. & Betti R. 2014 A multiscale flaw detection algorithm based on XFEM. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **100** 477-503.
- [10] Nanthakumar S., Lahmer T. & Rabczuk T. 2014 Detection of multiple flaws in piezoelectric structures using XFEM and level sets. *Computer Methods in applied Mechanics and engineering*, **275** 98-112.
- [11] Yan G., Sun H. & Waisman H. 2015 A guided Bayesian inference approach for detection of multiple

نتایج سه نمونه شامل مقادیر نهایی تابع هدف و موقعیت ترکی که الگوریتم به آن همگرا شده در (جدول ۱) آورده شد. همان‌گونه که نمایان است، مختصات بدست آمده برای ترک به وسیله الگوریتم به مقدار واقعی آن نزدیک است.

۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله، یک روش شبیه‌سازی برای ردیابی ترک در محیط دوبعدی، به عنوان یک آزمایش غیر مخرب سازه‌ای، ارائه و بررسی شد. در این روش، مسأله معکوس با استفاده از روش بهینه‌سازی اجتماع ذرات حل می‌شود و تحلیل سازه در هر گام وسیله‌ی روش المان محدود توسعه‌یافته با یک مش ثابت که فقط موقعیت ترک در آن تغییر می‌کند، حل شده است. همچنین، عملکرد این روش در سه نمونه با موقعیت‌های مختلف ترک بررسی شد. نتایج نشان داد که روش بهینه‌سازی اجتماع ذرات می‌تواند به‌طور مناسبی مسأله را حل کند و با حجم محاسباتی مطلوبی موقعیت ترک را شناسایی کند. علاوه بر این، روش المان محدود توسعه‌یافته با یک مش ثابت قادر به تحلیل سازه با موقعیت‌های مختلف ترک است، در حالی که در روش المان محدود کلاسیک نیاز به مش‌بندی مجدد بوده و زمان محاسباتی بالا می‌رود. در نتیجه، روش المان محدود توسعه‌یافته به همراه روش بهینه‌سازی اجتماع ذرات، ترکیب قابل قبولی برای شناسایی آسیب در این نوع از سازه‌های دوبعدی می‌باشد. می‌توان با ترکیب‌های دیگری از این نوع روش‌ها برای انواع دیگری از سازه‌ها از قبیل پوسته‌ها، قاب‌ها، تیرها و غیره، روش‌های ردیابی ترک مشابه را توسعه داد.

- [16] Moran B., Sukumar N., Moes N. & Belytschko T. 2000 Extended finite element method for three-dimensional crack modelling. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **48** 1549–1570.
- [17] Moes N., Dolbow J. & Belytschko T. 2000 Modeling fracture in mindlin-reissner plates with the extended finite element method. *International Journal of Solids and Structures*, **37** 7161–7183.
- [18] Mohammadi S. 2002 *Extended Finite Element Method*. Wiley/Blackwell Publishing, the UK.
- [19] Kennedy J. & Eberhart R. 1995 Particle swarm optimization. *Proc. IEEE Int. Conf. on Neural Networks*, 1942–1948.
- [20] Shi Y. & Eberhart R. C. 1997 A modified particle swarm optimizer. *Proc. IEEE Int. Conf. on Evolutionary Computation*, 303–308.
- [21] Kaveh A., Bakhshpoori T. & Afshari E. 2014 An efficient hybrid Particle Swarm and Swallow Swarm Optimization algorithm. *Computers and Structures*, **143** 40–45.
- [22] Kaveh A. 2014 *Advances in Metaheuristic Algorithms for Optimal Design of Structures*. Springer Verlag, Switzerland.
- flaws in structures using the extended finite element method. *Computers and Structures* **152** 27–44.
- [12] Moes N., Dolbow J. & Belytschko T. 1999 A finite element method for crack growth without remeshing. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **46** 131–150.
- [13] Belytschko T. & Black T. 1999 Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **45** 601–620.
- [14] Sukumar N., Chopp D. L., Moes N. & Belytschko T. 2000 Modeling holes and inclusions by level sets in the extended finite element method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **190** 6183–6200.
- [15] Dolbow J., Sukumar N., Daux C., Moes N. & Belytschko T. 2000 Arbitrary branched and intersecting cracks with the extended finite element method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **48** 1741–1760.

Damage identification of cracks in structures via extended finite element method and particle swarm optimization

M.A. Livani¹, N. Khaji^{2*}, P. Zakian³

1- M.Sc. in Structural Engineering, Faculty of Civil and Environmental Engineering, Tarbiat Modares University

2- Professor of Earthquake Engineering, Faculty of Civil and Environmental Engineering, Tarbiat Modares University

3- Ph.D. in Earthquake Engineering, Faculty of Civil and Environmental Engineering, Tarbiat Modares University

nkhaji@modares.ac.ir

Abstract:

Damage detection of structures is an important issue for maintaining structural safety and integrity. In order to evaluate the health condition of structures, many structural health monitoring (SHM) techniques have been proposed over the last decades. Major approaches of SHM are non-destructive in nature and are widely used for damage detection in engineering structures. The existence of damage in a structure may be traced by comparing the response of time-domain wave traveling in the structure at its present state with a base-line response. Thus, presence of damage in a structure is detected by inspecting at the wave parameters affected by the damage. The commonly used wave parameters are those representing attenuation, reflection and mode conversion of waves due to damage. Although detection of flaws is extremely important for many industrial applications, current approaches are severely restricted to specific flaws, simple geometries and homogeneous materials. In addition, the computational burden is very large due to the inverse nature of the problems where one solves many forward and backward problems. For instance, conventional ultrasonic methods measure the time difference of returning waves reflected from a crack; however, for laminated composite plates, the ultrasonic wave would be partially reflected at the interface of two layers where no crack actually exists, and partially continues to propagate further where it eventually is reflected back by the true crack. Numerical methods employed in crack detection algorithms require the solution of inverse problems in which the spatial problem is often discretized in space using finite elements in association with an optimization scheme. The solution of these problems is not unique, and sometimes the optimization algorithm may converge to local minima which are not the real optimal solution. Moreover, they often require hundreds of iterations to converge considering the algorithm used in the process. On the other hand, an accurate detection of cracks requires the re-meshing of the finite element domain at each iteration of the optimization. This is a severe limitation to any numerical approach when the conventional finite element method is employed for crack modeling, as the re-meshing of a domain is often not a trivial task. This paper investigates crack detection of two-dimensional (2D) structures using the extended finite element method (XFEM) along with particle swarm optimization (PSO) algorithm. The XFEM is utilized to model the cracked structure as a forward problem, while the PSO is employed for finding crack location as an optimization scheme. The XFEM is a robust tool for analysis of structures having discontinuities without re-meshing. Therefore, it is an efficient tool for an iterative process. Also, the PSO is a well-known non-gradient based method which is suitable for this inverse problem. The problem is formulated such that the PSO algorithm searches crack coordinates in order to detect the existing crack by minimizing an error function based upon sensor measurements. This problem is a non-destructive evaluation of a structure. Three benchmark numerical examples are solved to demonstrate capability and accuracy of the XFEM and the PSO for crack detection of 2D domains.

Keywords: extended finite element method; damage detection; inverse problem; particle swarm optimization; crack analysis.