

# بهبود روش انتگرال گیری جداسازی عملگرها برای شبیه سازی هیبرید عددی و آزمایشگاهی

مائده ذاکر صالحی<sup>۱</sup>، عباسعلی تسنیمی<sup>۲\*</sup>، مهدی احمدی زاده<sup>۳</sup>

۱- دانشجوی دکترای مهندسی عمران، دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست دانشگاه تربیت مدرس

۲- استاد دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست دانشگاه تربیت مدرس

۳- استادیار دانشکده مهندسی عمران دانشگاه صنعتی شریف

tasnimi@modares.ac.ir

تاریخ دریافت: [۱۳۹۴/۷/۹]

تاریخ پذیرش: [۱۳۹۴/۱۲/۲۰]

**چکیده-** روش شبیه سازی هیبرید که ترکیبی از تکنیک های مدل سازی عددی و آزمایشگاهی است، به عنوان یک روش موثر و قابل اعتماد برای بررسی پاسخ دینامیکی سیستم های سازه ای پیچیده استفاده می شود. در این روش پاسخ سازه با انتگرال گیری عددی سیستم معادلات حاکم بر کل سیستم به دست می آید که در میان روش های انتگرال گیری، استفاده از روش جداسازی عملگرها (OS) برای شبیه سازی هیبرید بسیار مطلوب است؛ چراکه دارای دقت و پایداری بیش تری نسبت به روش های صریح بوده و از طرفی برخلاف روش های ضمنی نیاز به انجام تکرار و تناوب روی نمونه آزمایشگاهی ندارد. ولی روش OS دارای این ضعف است که استفاده از ماتریس سختی اولیه در گام اصلاح کننده آن موجب مخدوش شدن دقت نتایج در محدوده رفتار غیرخطی می شود. در این مقاله یک روش بهبود یافته بر پایه روش OS پیشنهاد شده است که روش جداسازی عملگرهای بهبود یافته (MOS) نام گذاری شده و در آن با ارائه پروسه ای، دقت مرحله پیش بینی کننده افزایش داده شده و در نتیجه اثر تقریب ماتریس سختی اولیه در مرحله اصلاح کننده کاهش داده شده است. کارایی این روش برای محدوده وسیعی از سیستم های سازه ای، سطوح شکل پذیری و درجه های آزادی مطالعه شده و نتایج به دست آمده نشان دهنده عملکرد موفقیت آمیز این روش در به دست آوردن پاسخ های صحیح و پایدار و نیز دقت بالاتر این روش نسبت به روش OS است. هم چنین عملکرد روش MOS در شرایطی که خطاهای آزمایشگاهی به صورت مصنوعی مدل سازی شده اند نیز بررسی شده، و نتایج حاکی از کارایی این روش در حل معادلات حرکت با وجود خطاهای آزمایشگاهی است.

**واژگان کلیدی:** شبیه سازی هیبرید، انتگرال گیری عددی، اندیس خطا، دقت، پایداری، پاسخ لرزه ای

## ۱- مقدمه

پاسخگو نبوده و هم چنان مطالعه های آزمایشگاهی به عنوان قابل اعتمادترین روش برای بررسی رفتار سیستم های سازه ای و نیز گسترش مدل های تحلیلی به کار گرفته می شوند. در میان روش های آزمایشگاهی، روش میز لرزه امکان شبیه سازی واقع گرایانه ای از اثر زلزله روی سازه را فراهم می آورد. ولی این روش نه تنها دارای محدودیت هایی از نظر ابعاد و ظرفیت بارگذاری است، بلکه هزینه های اجرایی چنین آزمایش هایی نیز بسیار بالا است و در نتیجه استفاده از این روش برای سازه های بزرگ و یا پیچیده معمولاً عملی نیست. برای رفع این محدودیت ها روش شبیه سازی هیبرید گسترش

درک صحیح عملکرد لرزه ای سیستم های سازه ای جدید و موجود و نیز بررسی رفتار مصالح جدید تحت زلزله های شدید یک فاکتور کلیدی برای کاهش خسارات جانی و مالی ناشی از زلزله است. به علاوه روش های جدید طراحی مانند روش طراحی بر اساس عملکرد نیازمند درک بهتری از رفتار سازه در محدوده غیر خطی است. گرچه توسعه روش ها و نرم افزارهای تحلیل سازه در سال های اخیر پیشرفت چشمگیری داشته است، ولی معمولاً مدل های عددی برای ارزیابی عملکرد لرزه ای سازه ها به ویژه اجزای پیچیده و بحرانی سازه تحت زلزله شدید

محاسبه جابه جایی دستور نیاز به اطلاعات شتاب انتهای گام نیست) به دلیل سادگی به کارگیری، به صورت گسترده در شبیه سازی هیبرید به کار گرفته شده اند. ولی برای ارضای شرط پایداری این روش ها در سیستم های چند درجه آزادی و نیز سیستم های با سختی بالا، گام های زمانی باید کوچک در نظر گرفته شوند که این امر در شبیه سازی هیبرید به دلیل افزایش حساسیت سیستم به تاخیر جک و تشدید گسترش خطا مطلوب نیست [۶].

روش های انتگرال گیری ضمنی (که در آن ها برای محاسبه جابه جایی دستور نیاز به اطلاعات شتاب انتهای گام است) دارای دقت و پایداری بیشتری در مقایسه با روش های صریح است، ولی به کارگیری مستقیم این روش ها برای شبیه سازی هیبرید به دلیل عدم امکان تکرار روی زیرسازه آزمایشگاهی و نیز مشکل تخمین ماتریس سختی مماسی آن، محدود است. تکرارهایی که در روش انتگرال گیری ضمنی مورد نیاز است نمی تواند به صورت مستقیم به زیرسازه آزمایشگاهی اعمال شود، چراکه در مواردی که جک هیدرولیکی بیش از اندازه نمونه را بارگذاری کند برای تصحیح آن، نمونه به صورت ناگهانی باربرداری شده و انرژی زیادی نیز اشتباها به وسیله ی نمونه جذب می شود [۶]. روش انتگرال گیری جداسازی عملگرها (OS) که ترکیبی از الگوریتم انتگرال گیری صریح و ضمنی است به صورت گسترده در شبیه سازی هیبرید به کار گرفته شده است [۷]؛ به این دلیل که روش OS در مقایسه با روش های صریح دارای پایداری و درستی بیشتری است و در مقایسه با روش های ضمنی به کارگیری آن آسان بوده و نیاز به انجام تکرار روی زیرسازه آزمایشگاهی ندارد.

پیدا کرده است که با ترکیب تکنیک های مدل سازی عددی و آزمایشگاهی، امکان ارزیابی کارآمد و واقع گرایانه ای از رفتار لرزه ای سیستم های سازه ای را فراهم می آورد [۱-۵]. در این روش، سازه مطالعه شده به دو یا چند زیرسازه آزمایشگاهی و عددی تقسیم شده که زیرسازه آزمایشگاهی معمولاً شامل قسمتی از سازه است که دارای رفتار پیچیده و ناشناخته بوده و مدل سازی عددی آن مشکل است. به این ترتیب شبیه سازی هیبرید این مزیت را ایجاد می کند که عدم قطعیت هایی که در مورد رفتار اجزای پیچیده و غیرخطی سازه وجود دارد با اندازه گیری های آزمایشگاهی جایگزین شود. هم چنین نسبت به روش میز لرزه دارای این مزیت است که نمونه آزمایشگاهی می تواند در مقیاس بزرگ یا مقیاس واقعی آزمایش شود. به طور کلی هر گام زمانی یک شبیه سازی هیبرید شامل چهار مرحله مجزا است (شکل ۱):

- محاسبه تغییر مکان های دستور با استفاده از اطلاعات گام قبل و دیگر پارامترهای سیستم
- اعمال تغییر مکان های دستور به زیرسازه های عددی و آزمایشگاهی
- جمع آوری اطلاعات نیروهای بازگشتی اندازه گیری شده و محاسبه شده از زیرسازه های آزمایشگاهی و عددی
- حل معادله حرکت گام حاضر با استفاده از مقادیر نیروهای بازگشتی و نیز مقادیر نیروهای وابسته به کرنش، میرایی و اینرسی و نیز نیروی وارد بر سازه محاسبه شده است در شبیه سازی هیبرید پاسخ سازه با انتگرال گیری عددی از معادله حرکت حاکم بر زیرسازه عددی و آزمایشگاهی به دست می آید. روش های انتگرال گیری صریح (که در آن ها برای

شکل ۱- نمودار شماتیک مراحل روش شبیه سازی هیبرید

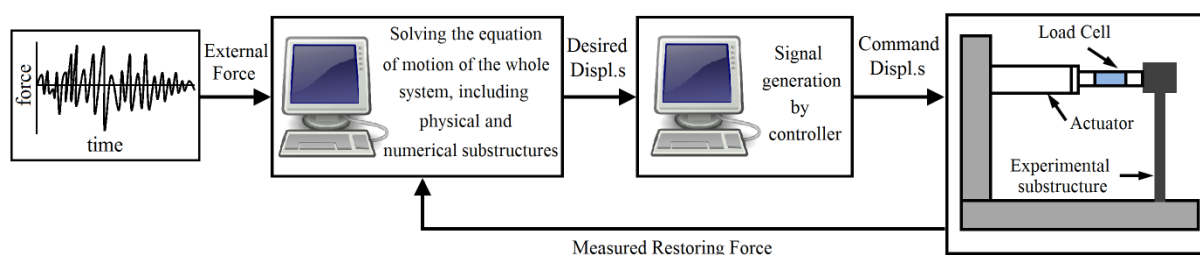


Fig. 1. Schematic view of hybrid simulation procedure

با در نظر گرفتن موارد گفته شده در بالا، هدف از این مطالعه ارائه یک روش بهبود یافته بر پایه روش OS است؛ به گونه‌ای که نه تنها موجب افزایش دقت این روش شود بلکه با اهداف شبیه سازی هیبرید و نیز محدودیت‌های این روش سازگار باشد. در این روش که روش انتگرال‌گیری جداسازی عملگرهای بهبود یافته (MOS) نام‌گذاری شده است، دقت روش OS در مرحله پیش‌بینی‌کننده (یعنی قبل از اعمال جابه‌جایی دستور به زیرسازه آزمایشگاهی) افزایش داده می‌شود. این امر موجب می‌شود که جابه‌جایی دستور نزدیک‌تر به مقدار نهایی آن تخمین زده شود و در نتیجه درصد بالاتری از نیروی بازگشتی مبتنی بر اندازه‌گیری‌های آزمایشگاهی باشد. همچنین از آنجا که الگوریتم پیشنهادی موجب کاهش طول مرحله اصلاح‌کننده می‌شود، اثر تقریب ماتریس سختی اولیه کم اهمیت‌تر شده و نیاز به تخمین آنالین ماتریس سختی مماسی که امری مشکل به ویژه در شبیه سازی‌های با نرخ واقعی است، مرتفع می‌شود. همان‌گونه که در ادامه مقاله مشاهده خواهد شد، روش پیشنهادی MOS به صورت موفقیت آمیزی موجب افزایش دقت روش OS به ویژه در محدوده رفتار غیرخطی سازه می‌شود. جزئیات روش MOS در ادامه به صورت مفصل توضیح داده شده است.

## ۲- روش انتگرال‌گیری جداسازی عملگرهای بهبود یافته (MOS)

در شبیه‌سازی هیبرید، معادله حرکت حاکم بر کل سیستم شامل زیرسازه‌های عددی و آزمایشگاهی به صورت زیر است:

$$Ma + Cv + r = f \quad (1)$$

که در آن  $M$  و  $C$  به ترتیب ماتریس‌های جرم و میرایی سازه،  $a$  و  $v$  بردارهای شتاب و سرعت،  $r$  بردار نیروهای بازگشتی به دست آمده از زیرسازه‌های عددی و آزمایشگاهی و  $f$  نیز بردار نیروی وارد بر سازه است. برای حل معادله حرکت حاکم بر سازه، معمولاً از روش‌های انتگرال‌گیری گام‌به‌گام در حوزه زمان استفاده می‌شود که یکی از پرکاربردترین آن‌ها روش نیومارک-بتا است [۱۲]. در این روش که بر اساس قانون انتگرال‌گیری دوزنقه‌ای است، باید روابط زیر در گام زمانی  $\Delta t$

این روش از دو مرحله پیش‌بینی‌کننده و اصلاح‌کننده تشکیل شده است که در آن ابتدا در مرحله پیش‌بینی‌کننده، جابه‌جایی دستور مانند روش صریح محاسبه شده و به زیرسازه آزمایشگاهی اعمال می‌شود. پس از اندازه‌گیری نیروی بازگشتی، مرحله اصلاح‌کننده روش شروع می‌شود که در آن نیروی بازگشتی و جابه‌جایی با استفاده از ماتریس سختی اولیه اصلاح و به‌روز می‌شوند. ولی این روش نیز دارای این ضعف است که استفاده از ماتریس سختی اولیه به جای ماتریس سختی مماسی، در گام‌های با رفتار غیرخطی ممکن است موجب انحراف نتایج از مقادیر صحیح شود. به ویژه اگر اختلاف بین جابه‌جایی پیش‌بینی شده و جابه‌جایی اصلاح شده بزرگ باشد، این موضوع حادث‌تر است. بنابراین پژوهش‌های زیادی در سال‌های اخیر انجام شده است تا این ضعف روش OS تا حدی برطرف شود [۸-۱۱]. گرچه در این روش‌های ارائه شده دقت بالاتری نسبت به روش معمول OS به دست آمده است، ولی در روش‌های ارائه شده در مراجع [۸-۱۰] نیاز به تخمین آنالین ماتریس سختی مماسی است. تخمین آنالین ماتریس سختی نه تنها سبب افزایش قابل ملاحظه هزینه محاسباتی می‌شود، بلکه اگر ماتریس سختی مماسی بین گام پیش‌بینی‌کننده و اصلاح‌کننده دارای تغییرات قابل توجهی باشد، ممکن است به نتایج اشتباه منجر شود. در روش ارائه شده به وسیله پژوهشگران مرجع [۱۱] نیز گرچه با تخمین سرعت در گام پیش‌بینی‌کننده دقت بالاتری در شبیه‌سازی‌های با نرخ واقعی به دست آمده است؛ ولی هیچ بهبودی در راستای کاهش اثر تقریب ماتریس سختی اولیه نسبت به روش معمول OS ایجاد نشده است. به علاوه در روش‌های ارائه شده در این پژوهش‌ها به جز روش مرجع [۱۰]، الگوریتم روش OS در مرحله اصلاح‌کننده؛ یعنی بعد از اعمال جابه‌جایی به زیرسازه آزمایشگاهی و اندازه‌گیری نیروی بازگشتی بهبود یافته است. ولی از آنجا که هدف از شبیه‌سازی هیبرید اندازه‌گیری آزمایشگاهی رفتار اجزای پیچیده سازه است، بهتر است که درصد بالایی از نیروی بازگشتی به شکل مستقیم از اندازه‌گیری‌های آزمایشگاهی به دست آید و نه این که در یک پروسه اصلاح شونده تغییراتی روی آن انجام شود.

برقرار باشند:

$$\mathbf{r}_n^p = 2\mathbf{r}_{n-1} + \mathbf{r}_{n-2} \quad (5)$$

که در آن بردار نیروی بازگشتی پیش بینی شده (برون یابی شده) در انتهای گام است.

شکل ۲- برون یابی نیروی بازگشتی برای هریک از درجات آزادی

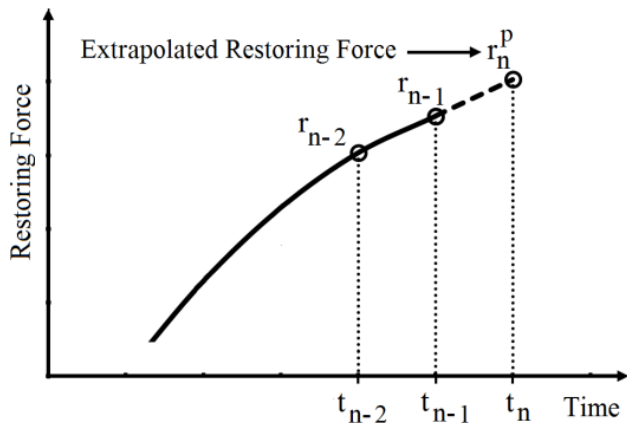


Fig. 2. Extrapolation of restoring force for each DOF

با جای گذاری  $\mathbf{r}_n^p$  از رابطه (۵) و  $\mathbf{v}_n$  از رابطه (۴) در رابطه تعادل (۲)، شتاب تخمینی در انتهای گام زمانی انتگرال گیری ( $\mathbf{a}_n^p$ ) به صورت زیر به دست می آید:

$$\mathbf{a}_n^p = (\mathbf{M} + \mathbf{C}\Delta t\gamma)^{-1} \times (\mathbf{f}_n - 2\mathbf{r}_{n-1} - \mathbf{r}_{n-2} - \mathbf{C}[\mathbf{v}_{n-1} + \Delta t(1-\gamma)\mathbf{a}_{n-1}]) \quad (6)$$

به این ترتیب جابه جایی پیش بینی شده (جابه جایی دستور  $\mathbf{d}_n^p$ ) با جای گذاری شتاب تخمینی رابطه (۶) در رابطه (۳) به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\mathbf{d}_n^p = \mathbf{d}_{n-1} + \Delta t\mathbf{v}_{n-1} + \Delta t^2 \left[ \left( \frac{1}{2} - \beta \right) \mathbf{a}_{n-1} + \beta \mathbf{a}_n^p \right] \quad (7)$$

با توجه به رابطه (۷) مشاهده می شود که در محاسبه جابه جایی پیش بینی شده اثر شتاب انتهای گام نیز در نظر گرفته شده است. این جابه جایی پیش بینی شده در شبیه سازی هیبرید بسیار مهم است؛ چراکه مبنای تولید سیگنال های دستوری به زیرسازه آزمایشگاهی و نیروی بازگشتی متناظر با آن بوده و هرچه نزدیک تر به مقدار نهایی آن پیش بینی شود اثر گام اصلاح کننده که دارای تقریب است، کاهش می یابد. این موضوع به صورت شماتیک در شکل (۳) برای یک گام زمانی نشان داده شده است:

$$\mathbf{M}\mathbf{a}_n + \mathbf{C}\mathbf{v}_n + \mathbf{r}_n = \mathbf{f}_n \quad (2)$$

$$\mathbf{d}_n = \mathbf{d}_{n-1} + \Delta t\mathbf{v}_{n-1} + \Delta t^2 \left[ \left( \frac{1}{2} - \beta \right) \mathbf{a}_{n-1} + \beta \mathbf{a}_n \right] \quad (3)$$

$$\mathbf{v}_n = \mathbf{v}_{n-1} + \Delta t[(1-\gamma)\mathbf{a}_{n-1} + \gamma\mathbf{a}_n] \quad (4)$$

که در آن  $\Delta t$  گام زمانی انتگرال گیری و  $\beta$  و  $\gamma$  پارامترهای روش است. با مساوی صفر قراردادن پارامتر  $\beta$  در معادله (۳) روش نیومارک به یک روش صریح تبدیل می شود. مقادیر غیر از صفر برای  $\beta$  نیز معادل روش های ضمنی است که در میان آن ها  $\beta=0.25$  دارای پایداری بدون شرط است [۱۳].

در شبیه سازی هیبرید، مشکلی که در به کار بردن رابطه (۳) برای محاسبه جابه جایی دستور در روش های انتگرال گیری وجود دارد این است که در ابتدای گام زمانی مقدار شتاب در انتهای گام ( $\mathbf{a}_n$ ) مشخص نیست. برای حل این مشکل، در روش OS در مرحله پیش بینی کننده فرض می شود که مقدار شتاب انتهای گام برابر صفر است که این فرض در بیشتر گام های زمانی فرض صحیحی نیست و موجب می شود که جابه جایی پیش بینی شده (که به زیرسازه آزمایشگاهی اعمال می شود) با جابه جایی نهایی دارای اختلاف بوده که در محدوده رفتار غیرخطی سبب ایجاد خطا می شود. در روش جداسازی عملگرهای بهبود یافته MOS، هدف این است که در مرحله پیش بینی کننده مقدار شتاب انتهای گام تخمین زده شده و از آن برای محاسبه جابه جایی پیش بینی شده استفاده شود. همان گونه که مشاهده خواهد شد، استفاده از شتاب تخمینی موجب می شود که جابه جایی پیش بینی شده نزدیک تر به مقدار نهایی اش محاسبه شده و طول مرحله اصلاح کننده و اثر تقریب ماتریس سختی اولیه کاهش یافته و در پایان دقت نتایج شبیه سازی افزایش یابد. روش MOS نیز مانند روش OS از دو مرحله پیش بینی کننده و تصحیح کننده تشکیل شده است که الگوریتم آن به شرح زیر است:

**مرحله پیش بینی کننده-** در این مرحله ابتدا یک منحنی

درجه یک به دو مقدار آخر نیروی بازگشتی ( $\mathbf{r}_{n-1}$  و  $\mathbf{r}_{n-2}$ ) برازش داده شده و از آن برای برون یابی نیروی بازگشتی در انتهای گام زمانی استفاده می شود (شکل ۲):

### ۳- بررسی عملکرد بهبود یافته روش انتگرال-گیری MOS در مقایسه با روش OS

همان گونه که گفته شد در روش MOS پروسه‌ای در مرحله پیش‌بینی کننده به کار گرفته شده است تا جابه‌جایی دستور با دقت بالاتری نسبت به روش OS پیش‌بینی شده و درصد بالاتری از نیروی بازگشتی مستقیماً از اندازه‌گیری‌های آزمایشگاهی به دست آید. برای بررسی عملکرد این روش و به ویژه نشان دادن برتری آن نسبت به روش OS، یک سازه یک درجه آزادی با زمان تناوب  $\frac{2}{3}$  ثانیه و میرایی ۵٪ میرایی بحرانی در نظر گرفته شده است. سختی اولیه سیستم برابر  $2 \text{ kN/mm}$  است و رفتار غیرخطی سیستم به وسیله‌ی یک مدل دوطبقی با سختی پس از جاری‌شدگی ۱۰٪ سختی اولیه مدل شده است. مقدار جابه‌جایی جاری شدگی نیز برابر با ۱۰ میلی‌متر در نظر گرفته شده است. در این مدل سازه‌ای فرض بر این است که نیروی بازگشتی سازه به صورت آزمایشگاهی و نیروهای اینرسی و میرایی به صورت عددی تعیین می‌شوند (شکل ۴) و شبیه‌سازی با این فرض انجام می‌شود که هیچ اطلاعاتی از سختی سیستم در دسترس نیست. در این مطالعه و سه نمونه بخش ۴ مقاله، از نرم‌افزار MATLAB برای شبیه‌سازی استفاده شده است و کلیه مدل‌سازی‌های مرتبط با بخش عددی، بخش آزمایشگاهی و نیز الگوریتم انتگرال‌گیری در محیط MATLAB کدنویسی شده‌اند. در این شبیه‌سازی، طول گام زمانی برابر با  $0.02$  ثانیه در نظر گرفته شده است و از روش ضمنی نیومارک با  $\beta=0.25$  به عنوان حل مرجع برای ارزیابی نتایج استفاده شده است.

شکل ۴- نمای شماتیک سازه مطالعه شده شامل زیرسازه‌های عددی و آزمایشگاهی

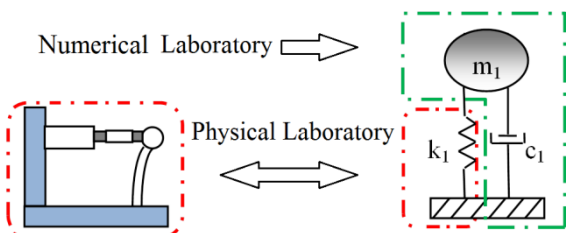


Fig. 4. Schematic view of the considered system including physical and numerical substructures

شکل ۳- نمودار شماتیک اثر دقت جابه‌جایی پیش‌بینی شده بر دقت نیروی بازگشتی

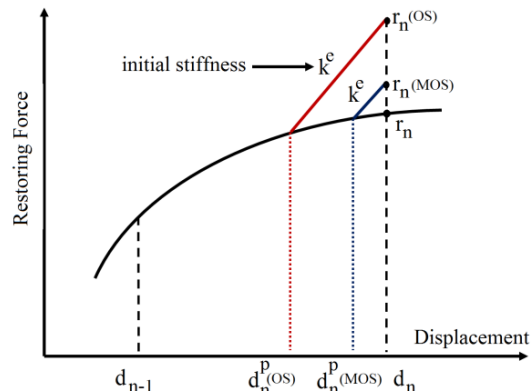


Fig. 3. Schematic effect of the accuracy of predictor displacement on the accuracy of restoring force

بعد از محاسبه جابه‌جایی پیش‌بینی شده، بقیه مراحل مشابه روش معمول OS است: این جابه‌جایی به زیرسازه‌های آزمایشگاهی اعمال شده و نیروی بازگشتی متناظر با آنها اندازه‌گیری می‌شود  $(d_n^m, r_n^m)$ . سپس مرحله اصلاح کننده به شرح زیر شروع می‌شود:

**مرحله اصلاح کننده-** در این مرحله ابتدا بردار نیروی بازگشتی در فاصله جابه‌جایی پیش‌بینی شده و جابه‌جایی اصلاح شده بر اساس ماتریس سختی اولیه به روز می‌شود:

$$r_n = r_n^m + K^e(d_n - d_n^m) = r_n^m + K^e \beta \Delta t^2 (a_n - a_n^p) \quad (8)$$

که در آن  $K^e$  ماتریس سختی اولیه سیستم است. سپس بردار نیروی بازگشتی به روز شده در رابطه (۲) قرار داده شده و بر اساس آن شتاب انتهای گام محاسبه می‌شود:

$$a_n = (M + C \Delta t \gamma + K^e \beta \Delta t^2)^{-1} \times (f_n - r_n^m + K^e \beta \Delta t^2 a_n^p - C[v_{n-1} + \Delta t(1 - \gamma)a_{n-1}]) \quad (9)$$

با قرار دادن  $a_n$  در روابط (۲)، (۳) و (۸) مقادیر جابه‌جایی، سرعت و نیروی بازگشتی محاسبه شده و گام زمانی  $n$  تکمیل می‌شود. این مراحل برای تمام گام‌های زمانی انتگرال‌گیری تکرار می‌شود تا شبیه‌سازی به پایان برسد.

در ادامه مقاله چگونگی عملکرد، دقت و نیز پایداری روش MOS در مقایسه با روش OS برای محدوده وسیعی از سازه‌ها در مطالعات عددی بررسی می‌شود. سپس الگوریتم سیستم شبیه‌سازی هیبرید به صورت عددی و با در نظر گرفتن اثر تأخیر مدل سازی شده و کارایی روش انتگرال‌گیری پیشنهادی در شرایط مصنوعی شبیه‌سازی هیبرید نیز مطالعه می‌شود.

شکل ۵- تاریخچه جابه جایی سازه تحت زلزله طیس با استفاده از روش های MOS, OS و حل مرجع

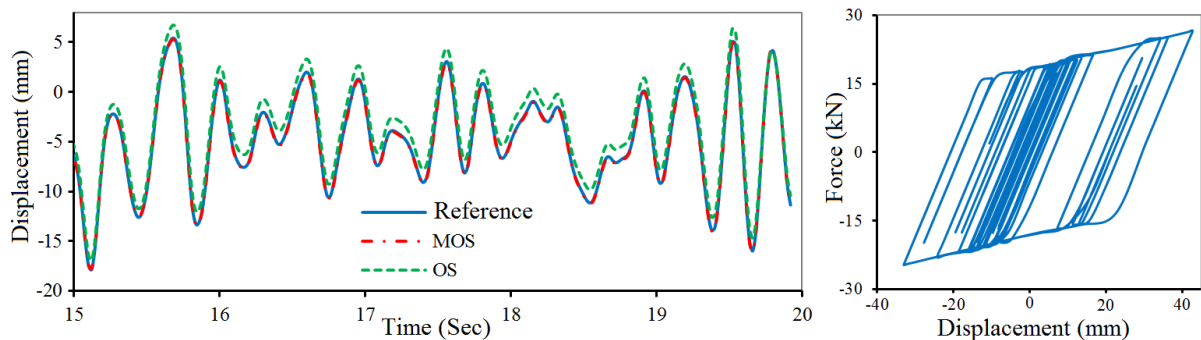


Fig. 5. Displacement history of structure under Tabas record from MOS, OS and reference solution

برای ارزیابی دقت نتایج روش MOS و نیز انجام مقایسه کمی بین نتایج دو روش MOS و OS از دو اندیس خطای زیر استفاده می شود:

- اندیس خطای  $\varepsilon^{\max}$  که برای نشان دادن ماکزیمم خطای جابه جایی روش بررسی شده نسبت به حل مرجع در طول شبیه سازی به کار گرفته می شود و به صورت زیر تعریف می شود [۱۴]:

$$\varepsilon^{\max} = \frac{\text{MAX}|d_r - d|}{\text{MAX}|d_r|} \times 100 \quad (10)$$

که در آن  $\varepsilon^{\max}$  ماکزیمم خطای جابه جایی نرمال شده،  $d$  جابه جایی به دست آمده از روش بررسی شده و  $d_r$  جابه جایی به دست آمده از حل مرجع است.

- اندیس خطای  $\varepsilon^{\text{rms}}$  که در واقع متوسط خطاهای جابه جایی در طول آزمایش را منعکس می کند و به صورت زیر تعریف می شود [۱۴]:

$$\varepsilon^{\text{rms}} = \frac{\text{RMS}|d_r - d|}{\text{MAX}|d_r|} \times 100 \quad (11)$$

که در آن  $\varepsilon^{\text{rms}}$  جذر میانگین مربعات (RMS) خطای جابه جایی نرمال شده است.

در شبیه سازی انجام شده، مقدار اندیس خطای  $\varepsilon^{\max}$  برای دو روش MOS و OS به ترتیب برابر با ۰/۸ و ۹/۲ درصد و مقدار اندیس خطای  $\varepsilon^{\text{rms}}$  به ترتیب برابر با ۰/۲ و ۱/۷ درصد است. این مقادیر اندیس خطا تایید کننده نتایج به دست آمده در بالا بوده و نشان می دهند که نه تنها نتایج روش MOS دارای هماهنگی بسیار بالایی با حل مرجع است، بلکه هر دو خطای

در شکل (۵) تاریخچه جابه جایی سیستم تحت زلزله طیس (ایران، ۱۳۵۷،  $\text{PGA}=0.85$ ) به دست آمده از روش های MOS، OS و حل مرجع نشان داده شده است (برای نمایش بهتر فقط از ثانیه ۱۵ تا ۲۰ شبیه سازی رسم شده است). همان گونه که ملاحظه می شود نتایج روش MOS دارای دقت بالاتری نسبت به روش OS در مقایسه با حل مرجع برای سازه مورد بررسی است. این امر نشان می دهد که روش به کار گرفته شده در مرحله پیش بینی کننده روش MOS به صورت موفقیت آمیزی سبب افزایش دقت نتایج در مقایسه با روش معمول OS شده است.

دلیل این افزایش دقت این است که با استفاده از پروسه پیش بینی کننده روش MOS، جابه جایی پیش بینی شده نزدیک تر به مقدار نهایی آن به دست می آید و در نتیجه طول گام اصلاح کننده که در آن از تقریب ماتریس سختی اولیه به جای ماتریس سختی مماسی استفاده می شود کاهش یافته که نهایتاً سبب افزایش دقت نتایج به ویژه در گام های با رفتار غیرخطی می شود. در این شبیه سازی، در روش MOS اختلاف جابه جایی پیش بینی شده و جابه جایی نهایی به طور میانگین در طول شبیه سازی برابر با ۰/۰۲۴ میلی متر و در روش OS برابر با ۰/۱۴۶ میلی متر بوده است که در روش MOS به میزان قابل ملاحظه ای کمتر است. هم چنین در روش MOS به طور متوسط در هر گام ۰/۷ درصد نیروی بازگشتی در گام اصلاح شونده و با تقریب ماتریس سختی اولیه محاسبه می شود در حالی که مقدار متناظر آن در روش OS برابر با ۴/۶ درصد است.

دادن این موضوع که کاهش طول مرحله اصلاح کننده در روش MOS چه اثری بر دقت نتایج شبیه سازی دارد، فرض بر این است که در همه گام ها سختی واقعی سازه (که در مرحله پیش بینی کننده مبنای محاسبات است) برابر با  $0.1 \text{ kN/mm}$  بوده و در مرحله اصلاح کننده که از تقریب ماتریس سختی اولیه استفاده می شود مقدار سختی برابر با  $1 \text{ kN/mm}$  است. در این نمونه حل مرجع به صورت دقیق از روابط تحلیلی ارتعاش آزاد محاسبه شده و مبنای ارزیابی دقت نتایج قرار می گیرد:

$$d_f(t) = 100 \cos(\omega t) \quad (13)$$

که در آن  $d_f$  جابه جایی مرجع بر حسب میلی متر و  $\omega$  فرکانس ارتعاش سیستم است. در سازه های بررسی شده، مقدار  $\omega_n \times \Delta t$  برابر با  $0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5$  و  $0.6$  در نظر گرفته شده و این سازه ها به ترتیب S-I, S-II, S-III, S-IV, S-V و S-VI نامگذاری شده اند. در شکل (۶) به عنوان نمونه پاسخ ارتعاش آزاد سیستم S-III برای روش های MOS, OS و پاسخ مرجع نشان داده شده اند. با توجه به شکل ملاحظه می شود که پاسخ به دست آمده از روش MOS دارای هماهنگی بسیار بالایی با حل مرجع است؛ در حالی که نتایج روش OS به دلیل کشیدگی دوره تناوب به تدریج از حل مرجع فاصله گرفته و سبب کاهش درستی پاسخ های به دست آمده از این روش می شود. این موضوع با افزایش  $\omega_n \times \Delta t$  بیشتر قابل ملاحظه خواهد بود که اندیس های خطای  $\varepsilon^{\max}$  و  $\varepsilon^{\text{rms}}$  که در شکل (۷) نشان داده شده اند موید این نتیجه گیری است.

لحظه ای و نیز میانگین خطاها در طول شبیه سازی در روش MOS بهبود یافته اند. هم چنین در مقایسه با روش صریح نیومارک که به صورت گسترده در شبیه سازی هیبرید استفاده می شود نیز روش پیشنهادی دقت بالاتری را تامین کرده است که اندیس های خطای  $\varepsilon^{\max} = 13/2$  و  $\varepsilon^{\text{rms}} = 3/9$  درصد برای روش صریح، موید این امر است.

## ۴- مطالعات عددی برای بررسی دقت روش انتگرال گیری MOS

برای بررسی درستی نتایج روش MOS در شبیه سازی هیبرید و نیز بررسی بهبود دقت آن در مقایسه با روش OS، محدوده وسیعی از سازه ها در سه نمونه به شرح زیر مطالعه شده اند: نمونه ۱، که در آن برای محدوده وسیعی از زمان تناوب ها، ارتعاش آزاد یک سیستم یک درجه آزادی بررسی می شود؛ نمونه ۲، که در آن برای سیستم یک درجه آزادی بخش قبل، عملکرد روش MOS برای درجات شکل پذیری مختلف مطالعه می شود و نمونه ۳، که در آن برای بررسی پایداری روش MOS در حضور مدهای با فرکانس بالا، سیستم های چند درجه آزادی بررسی می شود.

**نمونه ۱-** در این نمونه عملکرد روش MOS در مقایسه با روش OS برای محدوده وسیعی از زمان های تناوب بررسی می شود. سازه مورد نظر یک سیستم یک درجه آزادی بدون میرایی است که در حالت ارتعاش آزاد با جابه جایی اولیه  $100 \text{ mm}$  مورد بررسی قرار می گیرد. در این مطالعه برای نشان

شکل ۶- مقایسه پاسخ ارتعاش آزاد روش MOS و OS در مقایسه با حل مرجع برای سازه S-III

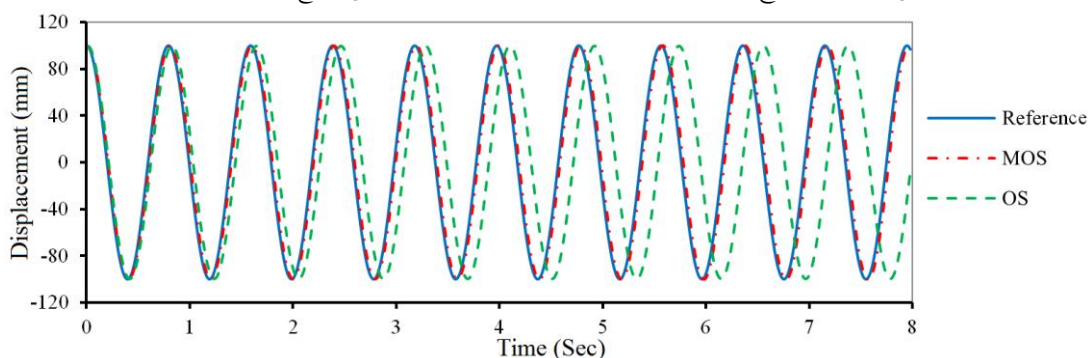


Fig. 6. Comparison of free vibration response of MOS and OS methods with reference solution for S-III system

نتایج روش MOS دارای خطای بسیار پایینی است. بنابراین نتیجه گیری می شود که روش انتگرال گیری MOS با دقتی تقریباً در حد روش ضمنی نیومارک موفق به حل معادلات تعادل دینامیکی سیستم هیبریدی شده است و به علاوه نسبت به روش ضمنی دارای این مزیت است که نیاز به انجام تکرار روی زیرسازه آزمایشگاهی به منظور همگرایی معادلات حرکت نیست. به علاوه در مقایسه با روش OS نیز روش پیشنهادی سبب افزایش قابل ملاحظه دقت نتایج شده است که دلیل اصلی آن همان گونه که اشاره شد، کاهش اثر تقریب استفاده از ماتریس سختی اولیه به جای ماتریس سختی مماسی در گام های با رفتار غیرخطی است.

**نمونه ۳-** هدف از این نمونه بررسی پایداری روش MOS در حضور مدهای با فرکانس بالا است. یکی از مزیت های روش انتگرال گیری OS که استفاده از آن را برای شبیه سازی هیبرید مناسب می سازد این است که این روش برای سازه هایی که در آنها سختی پس از جاری شدن کمتر از سختی اولیه است، دارای پایداری بدون شرط است [۱۵]. این موضوع به ویژه برای سازه های با تعداد درجات آزادی بالا و نیز در شرایط آزمایشگاهی شبیه سازی هیبرید که نویزهای با فرکانس بالا ممکن است سبب ناپایداری پاسخ شوند، دارای اهمیت بالایی است. برای بررسی ویژگی پایداری روش MOS در حضور مدهای با فرکانس بالا، یک سیستم پنج درجه آزادی در نظر گرفته شده است. مشخصات این سیستم به گونه ای انتخاب شده است که شرایط سخت گیرانه ای برای بررسی پایداری برقرار باشد؛ به این معنی که جرم و سختی سیستم به گونه ای انتخاب شده اند که با توجه به گام زمانی انتگرال گیری ( $\Delta t = 0.02$ ) فقط برای مد اول ارتعاش شرط دقت برقرار است و به علاوه فرکانس مدهای ۴ و ۵ نیز فراتر از حد پایداری روش صریح نیومارک قرار گرفته است. برای این منظور جرم هریک از درجات آزادی برابر با ۱۵ کیلوگرم و سختی اولیه آنها برابر با  $0.1 \text{ kN/mm}$  در نظر گرفته شده است. رفتار غیرخطی سیستم نیز به وسیله ی یک مدل دوخطی با سختی پس از جاری شدگی ۱۰٪ سختی اولیه مدل شده است.

شکل ۷- اندیس های خطای  $\epsilon^{\max}$  و  $\epsilon^{\text{rms}}$  در روش های MOS و OS

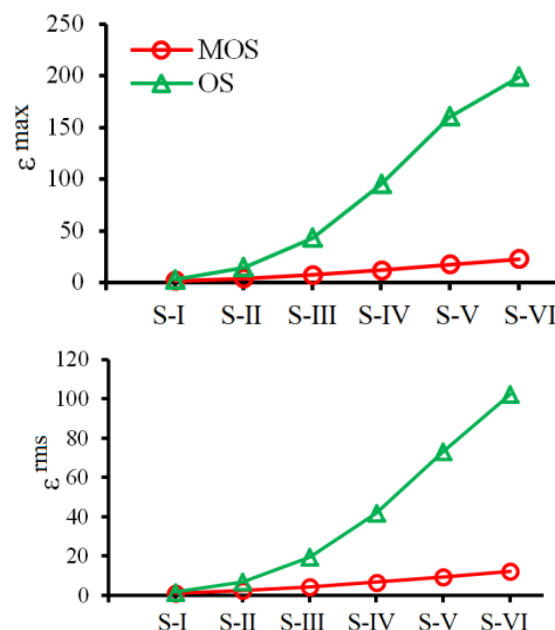


Fig. 7.  $\epsilon^{\max}$  and  $\epsilon^{\text{rms}}$  error indicators for MOS and OS methods

شکل (۷) نشان می دهد که گرچه خطاهای ماکزیمم و متوسط در طول شبیه سازی با افزایش مقدار  $\omega_n \times \Delta t$  در هر دو روش افزایش می یابد، ولی روند صعودی آن در روش OS قابل ملاحظه است. بنابراین نتیجه ای که حاصل می شود این است که پروسه ای که در مرحله پیش بینی کننده روش MOS به کار گرفته شده است نه تنها طول گام اصلاح کننده را کاهش داده و دقت نتایج را افزایش داده است بلکه موجب کاهش حساسیت نتایج این روش به گام زمانی انتگرال گیری شده است.

**نمونه ۲-** هدف از این نمونه بررسی عملکرد روش انتگرال گیری پیشنهادی برای سطوح مختلف شکل پذیری (شکل پذیری = نسبت جابه جایی بیشینه به جابه جایی جاری شدگی) است. سازه مورد نظر در این بخش همان سیستم یک درجه آزادی بخش ۳ مقاله است؛ با این تفاوت که در آن رکورد زلزله طبس به گونه ای مقیاس می شود که شکل پذیری های ۲ تا ۱۰ که رنج معمول در علم مهندسی عمران است، به دست آید. در شکل (۸) اندیس های خطای  $\epsilon^{\max}$  و  $\epsilon^{\text{rms}}$  برای دو روش MOS و OS برای سطوح مختلف شکل پذیری رسم شده است. این نمودارها نشان می دهد که برای تمام سطوح شکل پذیری

آمده از روش صریح نیومارک (EXP) که یکی از پرکاربردترین روش‌ها در شبیه‌سازی هیبرید است، کاملاً ناپایدار است.

پایداری روش MOS برای رنج وسیعی از سیستم‌های چند - درجه‌آزادی بررسی، و ملاحظه شد که تاوقتی که گام‌زمانی انتگرال‌گیری به گونه‌ای انتخاب شود که دقت روش برای مدهای مهم برقرار باشد، که معمولاً در تحلیل‌های دینامیکی برقرار است، هیچ‌گونه نگرانی درمورد پایداری روش وجود نخواهد داشت. در جدول (۱) به عنوان نمونه برای سیستم‌های سه، پنج، ده و پانزده درجه آزادی برای دو حالتی که پاسخ روش صریح نیومارک در مرز ناپایداری باشد و یا ناپایدار شده باشد، نتایج روش‌های MOS، OS و EXP ارائه شده‌است. مشاهده می‌شود که در همه این موارد روش MOS دارای پاسخی کاملاً پایدار و نیز دقیق‌تر از هر دو روش OS و EXP است.

جدول ۱- مقایسه پایداری و دقت روش‌های MOS، OS و EXP

| تعداد درجات آزادی | زمان تناوب مدهای اول و آخر |       | $\varepsilon^{rms}$ |      |          |
|-------------------|----------------------------|-------|---------------------|------|----------|
|                   | $T_1$                      | $T_N$ | MOS                 | OS   | EXP      |
| ۳                 | ۰/۲۲                       | ۰/۰۵۵ | ۲/۷۷                | ۲/۲۱ | ناپایدار |
| ۳                 | ۰/۲۸                       | ۰/۰۷۰ | ۱/۵۷                | ۲/۱۸ | ۱۱/۴۵    |
| ۵                 | ۰/۳۵                       | ۰/۰۵۲ | ۰/۷۰                | ۲/۴۱ | ناپایدار |
| ۵                 | ۰/۴۴                       | ۰/۰۶۵ | ۱/۳۹                | ۳/۱۸ | ۵/۶۷     |
| ۱۰                | ۰/۶۶                       | ۰/۰۵۰ | ۰/۴۱                | ۰/۷۳ | ناپایدار |
| ۱۰                | ۰/۸۴                       | ۰/۰۶۴ | ۰/۲۰                | ۰/۳۹ | ۱/۲۱     |
| ۱۵                | ۰/۹۸                       | ۰/۰۵۰ | ۰/۰۹                | ۰/۴۱ | ناپایدار |
| ۱۵                | ۱/۲۴                       | ۰/۰۶۳ | ۰/۱۲                | ۰/۳۹ | ۰/۸۵     |

Table 1- Comparison of stability and accuracy of MOS, OS and EXP methods

شکل ۸- اندیس‌های خطای  $\varepsilon^{rms}$  و  $\varepsilon^{max}$  برای دو روش MOS و OS برای سطوح مختلف شکل‌پذیری

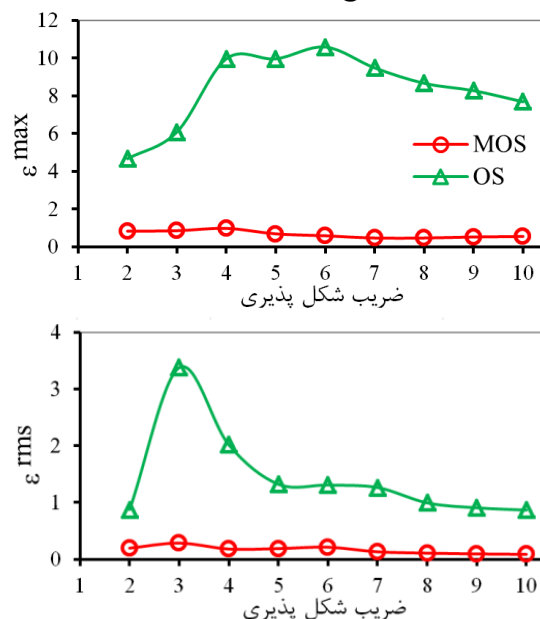


Fig. 8.  $\varepsilon^{max}$  and  $\varepsilon^{rms}$  error indicators for MOS and OS methods for different ductility ratios

در شکل (۹) پاسخ طبقه اول سازه، به دست آمده از روش MOS و نیز حل مرجع رسم شده است. در این نمونه نیز روش ضمنی نیومارک با  $\beta=0.25$  به عنوان حل مرجع در نظر گرفته شده است. مشاهده می‌شود که با وجود تاثیر مدهای با فرکانس بالا، روش MOS به صورت صحیح و پایدار پاسخ سیستم را به دست آورده است. لازم به گفتن است که در این حالت نیز پاسخ روش MOS دقیق‌تر از روش OS است، به گونه‌ای که اندیس خطای  $\varepsilon^{max}$  برای دو روش MOS و OS به ترتیب برابر با ۳/۲ و ۱۰/۹ و اندیس خطای  $\varepsilon^{rms}$  نیز به ترتیب برابر با ۰/۷ و ۲/۴ است. به علاوه در این شبیه‌سازی پاسخ‌های به دست

شکل ۹- پاسخ طبقه اول سیستم پنج درجه آزادی مطالعه شده به دست آمده از روش MOS و حل مرجع

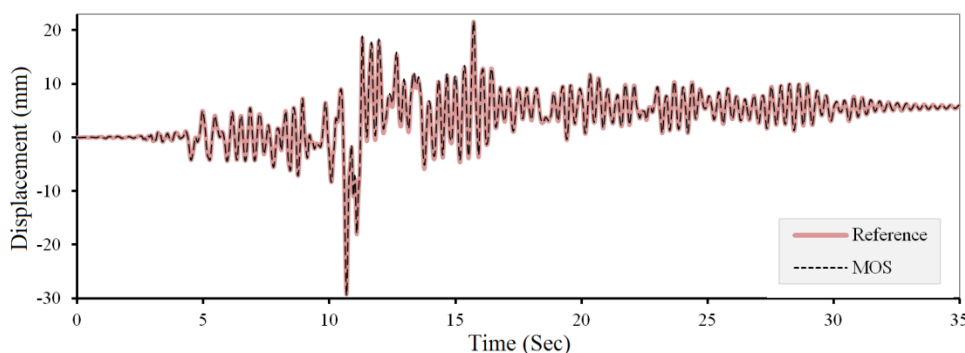


Fig. 9. First story displacement response of the considered five DOF system, from MOS method and reference solution

## ۵- بررسی کارایی روش انتگرال گیری MOS در شرایط شبیه سازی شده آزمایشگاهی

مطالعات عددی انجام شده در بالا نشان داد که روش MOS دارای دقت بالاتری نسبت به روش پرکاربرد OS در به دست آوردن پاسخ سیستم در شبیه سازی هیبرید است. به علاوه نشان داده شد که این روش از نظر پایداری نیز قابل مقایسه با روش OS است.

ولی در شرایط واقعی شبیه سازی هیبرید که در آن قسمتی از سازه به صورت آزمایشگاهی تست می شود، خطاهای آزمایشگاهی نیز بر دقت و پایداری نتایج تاثیر گذار است که این امر در مطالعات بالا منظور نشده است. با فرض استفاده از تجهیزات مناسب آزمایشگاهی و کالیبره کردن آن ها، تاخیر سیستم جک هیدرولیکی به عنوان یکی از مهم ترین و تاثیر گذارترین منابع خطا شناخته می شود. تاخیر با ایجاد یک میرایی منفی سبب ایجاد خطا در شبیه سازی هیبرید می شود [۶] که هدف این بخش پژوهش، این است که این خطا به شکل مناسبی شبیه سازی شده، با شرایط واقعی آزمایشگاه کالیبره شده و اثر آن بر نتایج روش MOS بررسی شود. برای بررسی کارایی روش انتگرال گیری MOS در به دست آوردن پاسخ سازه در شرایط شبیه سازی هیبرید از مدل خطای موسکودا و همکاران [۱۴] استفاده شده است که نمودار بلوکی

آن در شکل (۱۰) نشان داده شده است. در این نمودار، خطای مربوط به تاخیر جک در بلوک "خطای جابه جایی" مدل شده است که قبل از اعمال جابه جایی به زیرسازه آزمایشگاهی به جابه جایی دستور اضافه می شود. جزئیات این خطا در شکل (۱۱) نشان داده شده است. تاخیر جک به صورت یک سیگنال رندوم با توزیع نرمال شبیه سازی شده است ("سیگنال خطا" در شکل ۱۱) که در نمو جابه جایی ضرب می شود. با استفاده از اطلاعات کالیبراسیون مرجع [۱۴] که با آزمایش های واقعی هماهنگ شده اند، میانگین و واریانس توزیع نرمال "سیگنال خطا" برابر با  $0/5$  و  $0/0001$  در نظر گرفته می شوند که این مقادیر تاخیری برابر با  $5$  میلی ثانیه را موجب می شود.

در شکل (۱۰)، پروسه مربوط به مرحله پیش بینی کننده روش MOS در بلوک "انتگرال گیر ۱" و پروسه مربوط به مرحله تصحیح کننده در بلوک "انتگرال گیر ۲" انجام می شوند. هم چنین در بلوک "جبران تاخیر"، مانند یک شبیه سازی هیبرید واقعی پروسه مربوط به جبران تاخیر و محاسبه سیگنال دستور انجام می شود [۱۶]. در این مدل فرض شده است که نیروهای اینرسی و میرایی کاملاً به صورت عددی محاسبه شده اند و نیروی بازگشتی به صورت آزمایشگاهی و از بلوک "مدل دوخطی" به دست آمده است.

شکل ۱۰- نمودار بلوکی پروسه شبیه سازی هیبرید برای روش انتگرال گیری MOS

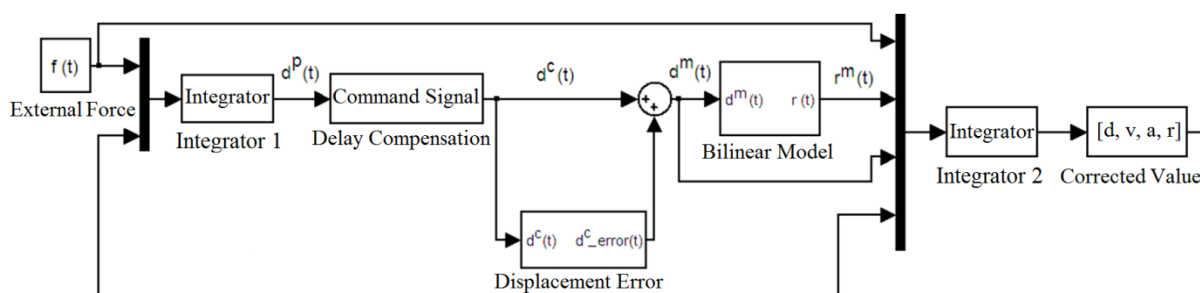


Fig. 10. Block diagram of hybrid simulation algorithm for MOS method

شکل ۱۱- نمودار بلوکی خطای ناشی از تاخیر جک هیدرولیکی

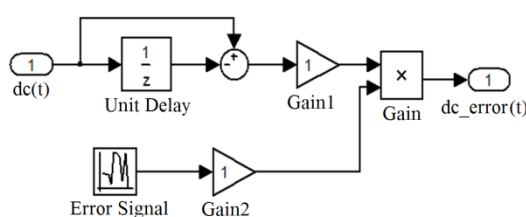


Fig. 11. Block diagram of actuator delay error

شکل ۱۲- پاسخ سازه در شرایط شبیه سازی هیبرید در مقایسه با حل مرجع تحت زلزله طبس

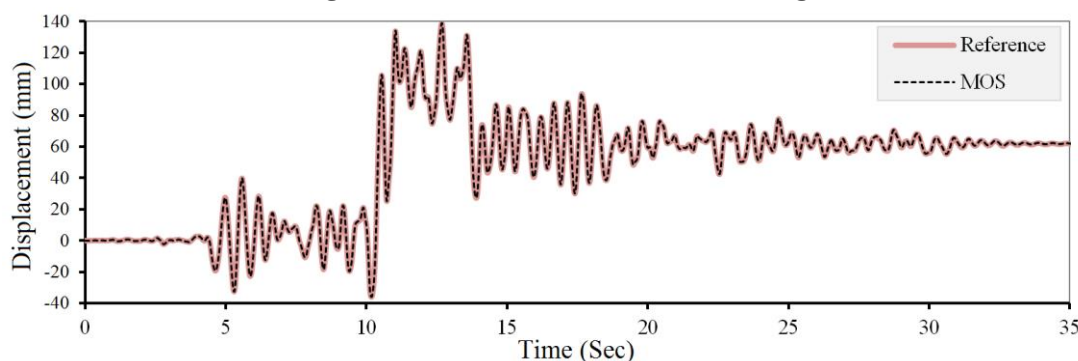


Fig. 12. Displacement history of system in hybrid simulation situation from MOS in comparison with reference solution

روش پیشنهادی که روش انتگرال گیری جداسازی عملگرهای بهبود یافته (MOS) نامگذاری شده است بر پایه روش معمول جداسازی عملگرها (OS) بوده که در آن مرحله پیش بینی کننده به گونه ای اصلاح شده است که دقت بالاتری برای این مرحله حاصل شود. روش انتگرال گیری پیشنهادی نسبت به روش های پرکاربرد در شبیه سازی هیبرید دارای مزایای زیر است:

- روش MOS نسبت به روش پرکاربرد OS دارای دقت بالاتری است. دلیل آن افزایش دقت مرحله پیش بینی کننده و کاهش طول مرحله اصلاح کننده که در آن از تقریب ماتریس سختی اولیه استفاده می شود، است.

- روش MOS نسبت به روش های ضمنی دارای این مزیت است که به کارگیری آن برای شبیه سازی هیبرید بسیار ساده تر است. چراکه در این روش برخلاف روش های ضمنی نیاز به انجام تکرار روی زیرسازه آزمایشگاهی برای همگرا شدن معادلات حرکت و یا تخمین آنالین ماتریس سختی مماسی که امری مشکل در شبیه سازی هیبرید است، نیست.

- روش MOS نسبت به روش صریح نیومارک پایداری و دقت بیش تری را تامین می کند. این دقت و پایداری بیشتر به دو دلیل افزایش دقت مرحله پیش بینی کننده و نیز اصلاحاتی که در مرحله اصلاح کننده روی نیروی بازگشتی انجام می شود، است.

- عملکرد روش MOS برای محدوده وسیعی از سازه ها شامل زمان تناوب ها، شکل پذیری ها و درجات آزادی مختلف به صورت عددی بررسی شد و نتایج به دست آمده نشان داد که برای تمامی سازه های مطالعه شده، دقت روش MOS بیشتر از روش OS بوده و پروسه ارائه شده در مرحله پیش بینی کننده

سازه مطالعه شده یک سیستم یک درجه آزادی با زمان تناوب اولیه ۰/۵ ثانیه و میرایی ۰/۵٪ میرایی بحرانی است. ویژگی های زیرسازه آزمایشگاهی به گونه ای انتخاب شده است که مشابه ویژگی های زیرسازه آزمایشگاهی مرجع [۱۴] بوده تا بتوان پارامترهای مدل های خطا را مشابه آن پژوهش استفاده کرد. برای این منظور سختی اولیه زیرسازه آزمایشگاهی برابر با  $0/49 \text{ kN/mm}$  در نظر گرفته شده است. برای شبیه سازی رفتار غیرخطی سازه از مدل الاستو-پلاستیک استفاده شده است که در آن مقدار نیروی جاری شدگی برابر با  $17 \text{ kN}$  است.

در شکل (۱۲) جابه جایی سازه بر اساس روش MOS و با در نظر گرفتن خطا گفته ی شده رسم شده است. برای انجام مقایسه، پاسخ سازه با استفاده از روش کاملاً ضمنی نیومارک با  $\beta=0/25$  و بدون هیچ خطایی نیز رسم شده است. همان گونه که مشاهده می شود پاسخ به دست آمده از روش MOS دارای هماهنگی بسیار بالایی با حل مرجع است به طوری که مقدار اندیس های خطای  $\epsilon^{\max}$  و  $\epsilon^{\text{rms}}$  به ترتیب برابر با  $0/24$  و  $0/11$  است که مقادیر بسیار پایینی هستند. این نمودار نشان می دهد که روش انتگرال گیری پیشنهادی در شرایط شبیه سازی هیبرید نیز به صورت بسیار دقیق و پایدار موفق به حل معادلات تعادل دینامیکی شده و تا زمانی که تاخیر به درستی تخمین زده و جبران شود، این خطای آزمایشگاهی دارای اثر قابل توجهی بر نتایج به دست آمده از روش MOS نیست.

## References

## ۶- نتیجه گیری

در این مقاله یک روش انتگرال گیری عددی برای حل معادلات حرکت حاکم بر سیستم شبیه سازی هیبرید پیشنهاد شده است.

6. Ahmadizadeh M. "real-time seismic hybrid simulation procedures for reliable structural performance testing" PhD Dissertation in Department of Civil, Structural and Environmental Engineering, 2007, University at Buffalo.
7. Nakashima M, Kaminoso T, Ishida M and Kazuhiro A. Integration techniques for substructure online test. 4th US National Conference of Earthquake Engineering, Palm Springs, CA 1990; 515-524.
8. Ahmadizadeh M and Mosqueda G. Hybrid simulation with improved operator-splitting integration using experimental tangent stiffness matrix estimation. Journal of Structural Engineering 2008, 134(12):1829-1838.
9. Hung CC and El-Tawil S. A method for estimating specimen tangent stiffness for hybrid simulation. Earthquake Engineering and Structural Dynamics 2009; 38(1): 115-134.
10. Hung CC and El-Tawil S. Full operator algorithm for hybrid simulation. Earthquake Engineering and Structural Dynamics 2009; 38: 1545-1561.
11. Wu B, Xu G, Wang Q and Williams MS. Operator-splitting method for real-time substructure testing. Earthquake Engineering & Structural Dynamics 2006; 35(3): 293-314.
12. Newmark NM. A method of computation for structural dynamics. Journal of Engineering Mechanics 1959, 85(3):67-94.
13. Bathe KJ. Finite Element Procedures in Engineering Analysis. Prentice-Hall 1982.
14. Mosqueda G, Stojadinovic B and Mahin SA. Real-time error monitoring for hybrid simulation. II: structural response modification with error. Journal of Structural Engineering 2007; 133(8): 1109-1117.
15. Combescure D, Pegon P.  $\alpha$ -Operator splitting time integration technique for pseudodynamic testing error propagation analysis. Soil Dynamics and Earthquake Engineering 1997; 16(7-8):427-443.
16. Ahmadizadeh M, Mosqueda G and Reinhorn AM. Compensation of actuator delay and dynamics for real-time hybrid structural simulation. Earthquake Engineering and Structural Dynamics 2008, 37(1): 21-42.

روش MOS به صورت موفقیت آمیزی موجب بهبود نتایج این روش شده است. به علاوه مشاهده شد که نتایج روش MOS در حضور مدهای با فرکانس بالا نیز صحیح و پایدار بوده و تا زمانی که دقت شبیه سازی برای مدهای با اهمیت سازه تامین شود، مشکلی از نظر پایداری روش وجود نخواهد داشت.

- برای بررسی عملکرد روش انتگرال گیری MOS در شرایط شبیه سازی هیبرید، پروسه آزمایش در شبیه سازی هیبرید به همراه خطای آزمایشگاهی تاخیر به صورت عددی مدل سازی شده و با اطلاعات آزمایش های واقعی کالیبره شده است. نتایج به دست آمده از این مدل نیز نشان داد که پاسخ های به دست آمده از روش MOS دارای هماهنگی بسیار بالایی با حل مرجع بوده و در صورتی که تاخیر به درستی تخمین زده شده و جبران شود، روش MOS به صورت دقیق و پایدار قادر به حل معادلات حاکم بر سیستم است.

## مراجع:

1. Mahin SA and Shing PSB. Pseudodynamic method for seismic testing. Journal of Structural Engineering 1985; 111(7): P 1482-1503.
2. Takanashi K and Nakashima M. Japanese activities on on-line testing. Journal of Engineering Mechanics 1987; 113(7): 1014-1031.
3. Nakashima M, Kato H and Takaoka E. development of real-time pseudo dynamic testing. Earthquake Engineering & Structural Dynamics 1992; 21(1): 79-92.
4. Shing PSB, Nakashima M and Bursi O. Application of pseudodynamic test method to structural research. Earthquake spectra 1996, 12:29-56.
5. Nakashima M. Development, potential, and limitations of real-time online (pseudodynamic) testing. Philosophical Transactions of the Royal Society of London Series A-Mathematical Physical and Engineering Sciences 2001; 359(1786): 1851-1867.

# Modified Operator Splitting Integration Algorithm for Application to Hybrid Simulation

M. Zakersalehi<sup>1</sup>, A. A. Tasnimi<sup>2\*</sup>, M. Ahmadizadeh<sup>3</sup>

1- PhD Candidate, Faculty of civil and environmental Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

2- Professor, Faculty of civil and environmental Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

3- Assistant Professor, School of civil Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran

tasnimi@modares.ac.ir

## Abstract:

Hybrid simulation which combines experimental and numerical modeling is a powerful and relatively new test method for evaluating the seismic performance of structural systems. In this method only critical components of structure are tested experimentally while the rest of the structure is numerically modeled in the computer. In this method the response of the structure is achieved by numerically integrating the equation of motion of the whole system. Among numerical integration methods, operator splitting (OS) method is of great interest for hybrid simulation, since not only its results are more accurate and stable in comparison with explicit methods but also its application for hybrid simulation is much more easier than implicit methods; the reason is that in OS method it is not required to conduct iteration on experimental element or estimate its tangent stiffness matrix during the simulation, the tasks which limit the application of implicit methods for hybrid simulation. But OS method suffers from the shortcoming that the use of initial stiffness matrix in its corrector step decreases the accuracy of results in nonlinear range. This paper presents a modified form of OS method which is termed MOS integration method in which by proposing a new procedure in the predictor step, the accuracy of this step is increased. When the accuracy of the predictor step increases, the difference between predictor and corrector displacements decreases and as a result the effect of initial stiffness approximation becomes less important. This would finally result in the improved accuracy of the whole simulation, as is shown in the paper.

The performance, accuracy and stability characteristics of the proposed integration method were studied through numerical simulations, where it was assumed that the restoring force of the system is achieved experimentally and no information about the experimental stiffness is available. The results showed that for the wide range of considered systems including various natural periods, various ductility ratios and various degrees of freedom, MOS results are more accurate than OS method. This shows that the employed method of the predictor step of MOS method has successfully decreased the length of the corrector step with initial stiffness assumption. All the employed error indices also verified that not only the results of MOS are in great harmony with the reference solution but also its accuracy is improved over regular OS method, especially in simulations involving severe nonlinearity. Furthermore results of multi degree of freedom systems with high frequency modes show that MOS results are quite stable as long as the accuracy of important modes of the system is maintained, which is usually the case.

As in a real hybrid simulation, experimental errors also affect the accuracy and stability of integration methods, in this paper a hybrid simulation algorithm is numerically modeled and the effect of actuator time delay on the performance of MOS method is investigated. It was observed that in the presence of actuator delay, which is known to be one of the most important sources of experimental errors in hybrid simulation, MOS integration method has solved the equation of motion in an accurate and stable manner with very small level of errors in comparison with the reference solution.

**Keywords:** Hybrid simulation, numerical integration, Error index, Accuracy, Stability, Seismic response