

شبیه‌سازی جریان شکست سد به روش نیمه‌ضمنی ذرات متحرک با تراکم ضعیف (WC-MPS)

احسان جعفری ندوشن^۱، خسرو حسینی^{۲*}، سید فرهاد موسوی^۳، احمد شکیبائی‌نیا^۴ و سعید فرزین^۲

۱- دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه سمنان

۲- استادیار، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه سمنان

۳- استاد، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه سمنان

۴- محقق، مرکز تحقیقات آب و اثرات اقلیم، دانشگاه ویکتوریا، کانادا

kh Hoseini@semnan.ac.ir

تاریخ پذیرش: [۱۳۹۳/۶/۱۲]

تاریخ دریافت: [۱۳۹۳/۱۰/۲۴]

چکیده - روش‌های بدون شبکه (لاگرانژی)، مانند روش نیمه‌ضمنی ذرات متحرک (MPS) و هیدرودینامیک ذرات هموار (SPH)، جدیدترین نسل از این روش‌ها در زمینه دینامیک سیالات محاسباتی است که توجه پژوهشگران را در مسائل کاربردی، که در آن‌ها تغییر شکل‌های بزرگ و ناپیوستگی جریان وجود دارد، به خود جلب کرده‌اند. هدف از این پژوهش، توسعه و بهبود شبیه‌سازی جریان‌های با سطح آزاد با استفاده از مدل جدید نیمه‌ضمنی ذرات متحرک با تراکم‌پذیری ضعیف (WC-MPS) است. به شکل معمول، در روش MPS، تعیین فشار سیال با حل ضمنی معادله پواسون صورت می‌گیرد که مستلزم صرف زمان زیاد برای رایانه است. در روش نیمه‌ضمنی ذرات متحرک با تراکم‌پذیری ضعیف، مشابه روش SPH، از معادله حالت که به صورت صریح حل شده و وقت زیادی از رایانه اشغال نمی‌نماید، بهره گرفته شده است. به منظور ارزیابی روش و مدل پیشنهادی، مسئله شناخته شده و پرکاربرد جریان ناشی از شکست یک سد مورد بررسی قرار گرفته است. برنامه‌نویسی به زبان C انجام گرفته و آزمایش‌های درستی آزمایشی در خصوص کد نوشته شده صورت گرفت. برای مقایسه رویکرد لاگرانژی با رویکرد اوپلری، شکست سد به وسیله نرم‌افزار FLOW-3D نیز مدل‌سازی شده است. نتایج بررسی‌ها و مقایسه با نتایج آزمایشگاهی نشان می‌دهد که هر دو رویکرد دارای دقت قابل قبولی در مدل‌سازی جریان با سطح آزاد است. لیکن، دقت رویکرد لاگرانژی، به‌ویژه روش WC-MPS ارائه شده، نسبت به رویکرد اوپلری بیشتر است. روش پیشنهادی دارای نوسانات فشار بوده و در ادامه راهکارهای کاهش این نوسانات بررسی شده است.

واژگان کلیدی - روش لاگرانژی، روش اوپلری، روش نیمه‌ضمنی ذرات متحرک، جریان با سطح آزاد، شکست سد.

۱- مقدمه

در سال‌های اخیر، نسل جدیدی از روش‌های عددی، به نام روش‌های ذرات بدون شبکه (لاگرانژی) برای حل مسائل دینامیک سیالات محاسباتی (CFD^۱) توسعه یافته‌اند. از اولین

و رایج‌ترین این‌گونه روش‌های به کار رفته می‌توان روش‌های هیدرودینامیک ذرات هموار (SPH^۲) و نیمه‌ضمنی ذرات متحرک (MPS^۳) را نام برد. روش MPS به وسیلهی کوشیزوکا و اکا (۱۹۹۶) معرفی شده است [۱]. این روش

2 - Smoothed Particle Hydrodynamics

3 - Moving Particle Semi-implicit

1 - Computational fluid dynamics

متراکم) را افزایش می‌دهد. شکیبائی‌نیا و جین (۲۰۱۰) تراکم‌پذیری کم برای مدل MPS قائل شده و در مرزها راهکار جایگزینی ذرات را پیشنهاد نمودند [۹]. شکیبائی‌نیا و جین (۲۰۱۱) به تجزیه و تحلیل عددی جت و پرش هیدرولیکی مستغرق و جریان در کانال‌های باز با استفاده از روش WC-MPS پرداختند [۱۰]. هدف از ارائه این مقاله، توسعه و بهبود شبیه‌سازی جریان‌های با سطح آزاد می‌باشد. بدین منظور، یک روش لاگرانژی به نام روش نیمه‌ضمنی ذرات متحرک تراکم‌پذیر ضعیف (WC-MPS) برای شبیه‌سازی جریان سطح آزاد معرفی می‌شود. در روش-WC MPS ارائه شده به وسیله‌ی شکیبائی‌نیا و جین (۲۰۱۰) سیال به جای کاملاً غیر قابل تراکم، به صورت نسبتاً تراکم‌پذیر در نظر گرفته می‌شود و به جای حل معادله پواسن فشار به صورت ضمنی، از معادله حالت، به صورت صریح حل، و استفاده می‌شود. آنها نشان دادند که این روش نه تنها نوسانات MPS مصنوعی را بهبود می‌دهد، بلکه کمی کارایی مدل در مقایسه با MPS استاندارد (کاملاً تراکم‌پذیر) را افزایش می‌دهد [۹]. در ادامه، قابلیت و کارایی مدل مورد نظر با نتایج تجربی معتبر در ادبیات پژوهش و همچنین با دیگر تکنیک‌های عددی معتبر موجود مقایسه شده است. در این رابطه، از دو تکنیک لاگرانژی (SPH) و اوپلری (VOF) استفاده شده است. برای مدل‌سازی با رویکرد اوپلری، نرم‌افزار FLOW-3D به کار گرفته شده است. در روش SPH، نتایج عددی به دست آمده به وسیله‌ی فرزین و همکاران [۱۱] استفاده شده است. در پایان، دقت روش لاگرانژی WC-MPS با روش لاگرانژی IISPH و رویکرد اوپلری VOF در توسعه مسئله شکست سد، مقایسه و تحلیل شده است.

۲- معادلات حاکم

معادلات حاکم بر جریان سیال شامل بقای جرم و اندازه حرکت در فرم لاگرانژی به شرح زیر است:

$$\frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} + \nabla \cdot u = 0 \quad (1)$$

$$\frac{Du}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nabla \cdot (\nu_i \nabla u) + g \quad (2)$$

کاملاً لاگرانژی بوده که به سیال به دید مجموعه‌ای از ذرات نگاه می‌کند. مدل‌های برهمکنش ذرات برای عملگرهای دیفرانسیلی همچون گرادیان، دیورژانس و لاپلاسیان تعریف شده و معادلات حاکم به معادلات برهمکنش ذرات متحرک تبدیل می‌شود [۱]. کوشیزوکا و اکا (۱۹۹۶) فروپاشی ستون آب را به وسیله‌ی روش MPS مدل‌سازی کردند و هماهنگی قابل قبولی بین داده‌های آزمایشگاهی و نتایج عددی به دست آوردند [۱]. از آن زمان به بعد، بسیاری از پژوهشگران از روش MPS برای حل مسائل مختلف استفاده کردند. کوشیزوکا و همکاران (۱۹۹۸) شبیه‌سازی شکست موج روی شیب را انجام دادند [۲]. گوتو و ساکایی (۱۹۹۹) شکست امواج روی هندسه‌های مختلف بستر دریا را شبیه‌سازی نمودند. مدل‌سازی آنها روی شیب یکنواخت غیرقابل نفوذ، شیب یکنواخت نفوذپذیر و یک دیواره عمودی با پله‌های کوچک صورت گرفت و نتایج مطلوبی به دست آمد [۳]. عطایی آشتیانی و فرهادی (۲۰۰۶) توابع کرنل مختلف را مقایسه نموده و رابطه‌ای برای افزایش پایداری مدل MPS ارائه دادند [۴]. شیباتا و کوشیزوکا (۲۰۰۷) مدل MPS سه بعدی را جهت شبیه‌سازی برخورد موج به عرشه کشتی و پیش‌بینی فشار ناشی از برخورد به کار بردند [۵]. خیر و گوتو (۲۰۰۹) روی بخش مومتم مدل کار کردند و رابطه جدیدی برای تغییرات فشار پیشنهاد دادند. آنها همچنین برای غلبه بر نوسانات فشار، کمی تراکم‌پذیری را برای مدل قائل شدند [۶]. خیر و گوتو (۲۰۱۰) مدل مرتبه بالاتری برای پایداری و ارتقای محاسبات فشار در مدل MPS معرفی کردند [۷]. کوندو و کوشیزوکا (۲۰۱۱) به منظور غلبه بر نوسانات فشار، رابطه جدیدی برای جمله منع در معادله پواسن فشار پیشنهاد کردند [۸]. شکیبائی‌نیا و جین (۲۰۱۰) روش MPS با تراکم ضعیف (WC-MPS^۱) را برای مدل‌سازی مایعات تراکم‌ناپذیر پیشنهاد کردند و نشان دادند که این روش نه تنها نوسانات MPS مصنوعی را بهبود می‌دهد، بلکه کمی کارایی مدل در مقایسه با MPS استاندارد (MPS) به طور کامل

1 - weakly compressible MPS

بنابراین، با داشتن جرم هر ذره، چگالی سیال به کمک رابطه ۵ تعیین می‌شود:

$$\langle \rho \rangle_i = \frac{\sum_{i \neq j} m_i W(R_{ij}, r_e)}{\int_v W(R, r_e) dv} \quad (5)$$

که در آن m_i جرم ذره i ، اپراتور $\langle \rangle$ تقریب کرنل و مخرج کسر انتگرال از تابع کرنل در منطقه تعامل است. با فرض این که تمام ذرات دارای جرم مشابه m باشند، چگالی سیال و چگالی عددی ذرات با رابطه ۶ بیان می‌شود:

$$\langle \rho \rangle_i = \frac{m}{\int_v W(R, r_e) dv} \langle n \rangle_i \quad (6)$$

۳-۱۲ اپراتورهای روش MPS

همان‌گونه که در معادلات حاکم دیده می‌شود، جملات اپراتورهای گرادیان و لاپلاسین در این معادلات وجود دارند که لازم است برای گسسته‌سازی به صورت لاگرانژی تعریف شود. اپراتور گرادیان، میانگین وزنی بردارهای گرادیان بین ذره مورد نظر i و ذرات همسایه آن است که در روش MPS استاندارد به صورت رابطه ۷ بیان می‌شود [۹]:

$$\langle \nabla \phi \rangle_i = \frac{d}{n^0} \sum_{i \neq j} \left[\frac{\phi_i - \phi_j}{R_{ij}} \cdot \frac{r_j - r_i}{R_{ij}} W(R_{ij}, r_e) \right] \quad (7)$$

به طور مشابه، فرمول دیورژانس بردار u برای ذره i به صورت رابطه ۸ تعریف می‌شود:

$$\langle \nabla \cdot u \rangle_i = \frac{d}{n^0} \sum_{i \neq j} \left[\frac{u_i - u_j}{R_{ij}} \cdot \frac{r_j - r_i}{R_{ij}} W(R_{ij}, r_e) \right] \quad (8)$$

که در آن d ابعاد فضا، n^0 مقدار متوسط چگالی عددی ذرات اولیه و r بردار موقعیت است. فرمول لاپلاس به وسیله متوسط وزنی مقادیر فیزیکی توزیع شده از ذره i به ذرات مجاور خود محاسبه می‌شود. بر این اساس، اپراتور لاپلاسین به صورت رابطه ۹ تعریف می‌شود [۱۰]:

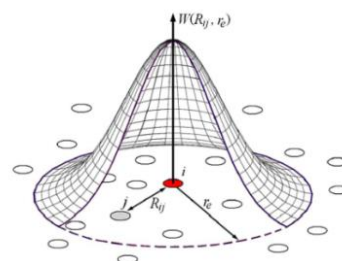
$$\langle \nabla^2 \phi \rangle_i = \frac{2d}{\lambda n^0} \sum_{i \neq j} [(\phi_i - \phi_j) W(R_{ij}, r_e)] \quad (9)$$

که در آن λ پارامتر معرف برای حفظ تساوی افزایش واریانس با راه حل تحلیلی است. این پارامتر به صورت رابطه (۱۰) تعریف می‌شود:

که در آن u بردار سرعت، t زمان، ρ چگالی سیال، P فشار، از g شتاب ثقل و v_t ویسکوزیته گردابی سیال است.

۳-۲ مقطع سازی MPS

در روش‌های لاگرانژی، معادلات حاکم با استفاده از اپراتورهای مختلف به معادلات اندرکنش ذرات تبدیل می‌شوند. در این میان، ذراتی که به ذره مورد بررسی نزدیک‌تر باشند، اثر بیشتری روی آن خواهند گذاشت. به گونه‌ای که می‌توان از اثر ذرات نسبتاً دورتر، در مقایسه با ذرات نزدیک‌تر، چشم‌پوشی کرد و اندرکنش بین ذرات را به قلمرو مشخصی به نام شعاع تأثیر محدود نمود. اثر هر یک از ذرات بر ذره مورد محاسبه با تابعی وزنی سنجیده می‌شود. وزن دهی ذرات همسایه موجود در شعاع تأثیر یک ذره خاص، به وسیله تابع کرنل انجام می‌گیرد. شکل (۱) موقعیت ذره مورد نظر در میدان حل و اندرکنش با ذرات همسایه را نشان می‌دهد. تابع کرنل برای درونیابی کمیت‌های فیزیکی در اطراف هر ذره استفاده می‌شود.



شکل ۱ موقعیت ذره مورد نظر در میدان حل و اندرکنش با ذرات همسایه [۱۰].

۳-۱ چگالی عددی ذرات

پارامتر n چگالی عددی ذرات، برای نشان دادن تراکم ذرات در اطراف یک ذره خاص، به صورت رابطه ۳ تعریف شده است [۱۰]. تعداد ذرات در واحد حجم (N_i) را می‌توان با استفاده از چگالی عددی ذرات طبق رابطه ۴ محاسبه کرد [۱۵]:

$$\langle n \rangle_i = \sum_{j \neq i} W(R_{ij}, r_e) \quad (3)$$

$$\langle N \rangle_i = \frac{\langle n \rangle_i}{\int_v W(R, r_e) dv} \quad (4)$$

جمله فشار حل می‌شوند و سپس نتایج به دست آمده از مرحله قبل شامل سرعت و موقعیت ذرات، با حضور گرادیان فشار و با ثابت نگاه داشتن چگالی، اصلاح می‌شود. به بیان دیگر، از جمله فشار برای تصحیح سرعت ذرات محاسبه شده از مرحله تخمین استفاده می‌شود. بر این اساس، معادله ناویر-استوکس در نیم‌گام اول را می‌توان به زبان ریاضی به صورت رابطه ۱۴ نوشت:

$$\frac{Du}{Dt} = \nabla \cdot (\nu_t \nabla u) + f \quad (14)$$

$$u^{t+1/2} = \Delta u^{t+1/2} + u^t \quad (15)$$

$$r^{t+1/2} = \Delta r^{t+1/2} + r^t \quad (16)$$

که در آن‌ها u^t ، r^t و $u^{t+1/2}$ به ترتیب موقعیت و سرعت هر ذره در گام زمانی فعلی t و نیم‌گام زمانی آینده $t+1/2$ است. آنگاه دوباره چگالی عددی هر ذره $n_i^{t+1/2}$ با توجه به موقعیت جدید ذرات محاسبه می‌شود. جملات مربوط به ثقل و ویسکوزیته از معادله ناویر-استوکس کنار گذاشته شده و طبق رابطه ۱۷ فشار ارزیابی می‌شود:

$$\frac{Du}{Dt} = - \frac{1}{\rho} \nabla P^{t+1} \quad (17)$$

از آنجا که این مرحله در نیم‌گام زمانی دوم انجام می‌شود، مقطع‌سازی معادله فوق به صورت روابط ۱۸ و ۱۹ خواهد بود:

$$\frac{1}{2} \frac{(n^0 - n_i^{t+1/2})}{\Delta t} = - \nabla \cdot \left(- \frac{\Delta t}{\rho} \nabla P^{t+1} \right) \quad (18)$$

$$\left\langle \nabla^2 P^{t+1} \right\rangle = \frac{\rho}{\Delta t^2} \frac{(n^0 - n_i^{t+1/2})}{n^0} \quad (19)$$

MPS بقای جرم را بدون محاسبات اضافی تضمین می‌کند زیرا خود ذرات نشان‌دهنده جرم می‌باشند. در این پژوهش، روش WC-MPS، که به وسیله‌ی شکیبائی‌نیا و جین (۲۰۱۰) برای مدل‌سازی جریان تراکم‌ناپذیر پیشنهاد شده، برای محاسبه فشار مورد استفاده قرار می‌گیرد. در این روش، با نگه داشتن مقدار تراکم‌پذیری بسیار کوچک، سیال به عنوان یک سیال تقریباً تراکم‌ناپذیر رفتار نموده و رابطه صریح (معادله

$$\lambda = \frac{\int W(R, r_e) R^2 dv}{\int W(R, r_e) dv} \quad (10)$$

تابع کرنل که در این مطالعه استفاده شده است تابع چند جمله‌ای ناهمگون مرتبه سوم است که به وسیله‌ی شکیبائی‌نیا و جین (۲۰۱۰) پیشنهاد شده است:

$$W(r_{ij}, r_e) = \begin{cases} (1 - r_{ij}/r_e)^3 & 0 \leq (r_{ij}/r_e) < 1 \\ 0 & (r_{ij}/r_e) \geq 1 \end{cases} \quad (11)$$

۴- مدل‌سازی آشفته‌گی

آشفته‌گی یک عامل مؤثر در محاسبات هیدرولیکی جریان‌های آشفته به شمار می‌آید. در این پژوهش، برای مدل‌سازی تنش آشفته‌گی در معادله اندازه حرکت، از روابط معرفی شده به وسیله‌ی گوتو و همکاران (۲۰۰۱) استفاده شده است [۱۲]. ویسکوزیته آشفته‌گی (ویسکوزیته گردابی سینماتیک) با استفاده از رابطه ۱۲ محاسبه می‌شود:

$$\nu_t = (C_s \Delta)^2 \sqrt{2 S_{ij} S_{ij}} \quad (12)$$

که در آن Δ فاصله بین ذرات و C_s ثابت اسم‌گورینسکی می‌باشد [۱۰ و ۱۳]. همچنین، S_{ij} نرخ تانسور کرنش در مقیاس حل است که به صورت رابطه ۱۳ تعریف می‌شود:

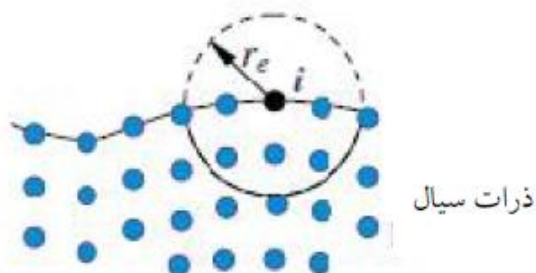
$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (13)$$

۵ - الگوریتم حل روش MPS

برای حل معادلات حاکم ارائه شده، از روش MPS استفاده می‌شود. در این روش، معادلات بر اساس دو سطح زمانی فعلی و آینده نوشته خواهند شد. طبق این روش، مقطع‌سازی معادله ناویر-استوکس در دو نیم‌گام زمانی انجام می‌شود. در نیم‌گام اول (مرحله تخمین)، معادلات حاکم با حضور جملات ویسکوزیته و ثقل، بدون اعمال تراکم‌ناپذیری به صورت صریح حل شده، ولی جمله فشار در نظر گرفته نمی‌شود. تا این مرحله، بقای جرم یا تراکم‌ناپذیری سیال ارضا نشده است. در نیم‌گام دوم (مرحله تصحیح) معادلات حاکم با حضور

صورت شکل ۲ است [۱۰]. مقدار این حد با توجه به مسئله مورد نظر ممکن است از ۸۰٪ تا ۹۹٪ انتخاب شود و با رابطه ۲۲ نشان داده می‌شود:

$$\langle n^* \rangle_i \leq n^0 \beta \quad (22)$$



شکل ۲ ذرات روی سطح آزاد

در این صورت، فشار این ذره روی سطح آزاد در هر گام زمانی برابر صفر قرار داده خواهد شد. در روش MPS نیاز به اعمال شرط اضافه دیگری برای سطح آزاد نیست. در روش SPH غالباً لازم است تدابیر خاصی در نظر گرفته شود تا قرارگیری ذرات حالت متقارن را حفظ نماید.

۲-۶ مرز جامد

در مواردی مانند دیواره‌ها یا کف کانال که با مرز جامد غیر قابل نفوذ روبرو هستیم، از این شرط مرزی استفاده می‌شود. همان‌گونه که بیان شد، در مجاورت مرزهای جامد، چگالی ذرات رو به کاهش می‌گذارد که این امر می‌تواند سبب ایجاد اختلال در محاسبات شود. از این رو تعدادی ذره مجازی در خارج از مرزها مستقر می‌شوند تا از این کاهش ناخواسته چگالی جلوگیری شود. این روش اولین بار به وسیله‌ی کوشیزوکا و همکاران (۱۹۹۵) به کار گرفته شد. مرزهای جامد به صورت چند ردیف ذره مجازی خارج از میدان جریان در نظر گرفته می‌شوند که با فواصلی برابر شعاع اولیه ذرات در کنار هم چیده شده‌اند (شکل ۳) تا چگالی ذرات دیواره با چگالی ذرات سیال ثابت بماند. ضخامت لایه ذرات مجازی به شعاع تأثیر انتخاب شده در تابع کرنل بستگی دارد که حداقل سه لایه ذرات مجازی مورد نیاز است [۱۰].

حالت) برای تعیین فشار در هر گام زمانی، به جای حل ضمنی رابطه (معادله پواسون) استفاده می‌شود. فرض تراکم-پذیری ضعیف در روش MPS سبب کاهش نوسانات فشار مصنوعی و مدت زمان محاسبات می‌شود. رابطه ۲۰ معادله حالت شرح داده شده به وسیله‌ی موناکان و بچلر (۱۹۶۷) و اصلاح شده به وسیله‌ی شکیبائی‌نیا و جین (۲۰۱۰) را نشان می‌دهد [۹]:

$$P_i^{t+1} = k \left[\left(\frac{\langle n^{t+1/2} \rangle_i}{n^0} \right)^\gamma - 1 \right]; \quad k = \frac{\rho c_0^2}{\gamma} \quad (20)$$

که در آن معمولاً $\gamma = 7$ ، k مدول حجمی مایع و C_0 سرعت مصنوعی صوت است. از آنجا که استفاده از سرعت صوت واقعی برای سیال، گام زمانی بسیار کوچک نتیجه می‌دهد، معمولاً از سرعت صوت مصنوعی کوچکتر استفاده می‌شود. برای حفظ تغییرات چگالی مایع کمتر از ۱٪ چگالی مرجع، سرعت صوت باید بیش از ۱۰ برابر بیشینه سرعت سیال باشد. نسبت چگالی عددی ذرات محاسبه شده در گام پیش‌بینی $n^{t+1/2}$ به چگالی عددی ذرات اولیه، n^0 در معادله حالت برای محاسبه فشار در گام زمانی جدید مورد استفاده قرار می‌گیرد. از آنجا که یک طرح تقسیم زمانی صریح و روشن استفاده شده است، شرط پایداری کورانت فردریچ و لوی (۱۹۶۷) (شرایط CFL) باید ارضا شود. شرایط CFL مطابق رابطه ۲۱ داده شده است [به نقل از ۹]:

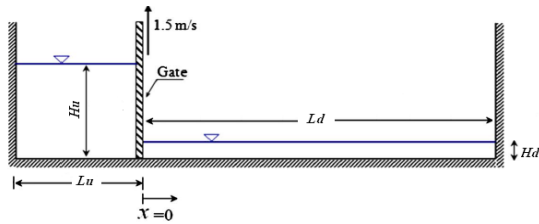
$$\Delta t \leq \frac{C \Delta l}{c_0} \quad (21)$$

که در آن Δl فاصله ذرات و $0 < C \leq 1$ عدد کورانت است. در این مطالعه، $C = 0.5$ یا کمتر یک راه‌حل پایدار برای همه مسائل نمونه می‌دهد.

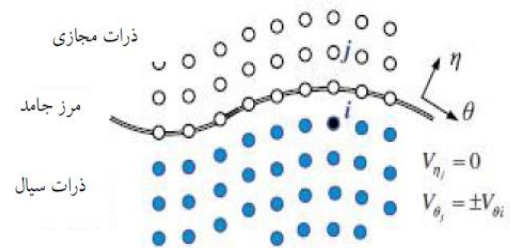
۶- شرایط مرزی

۶-۱ سطح آزاد

در روش MPS هیچ الگوی خاصی برای ردیابی سطح آزاد مورد نیاز نیست و موقعیت سطح آزاد در این روش به



شکل ۴ شماتیک شرایط اولیه برای شبیه‌سازی شکست سد



شکل ۳ ذرات روی مرز جامد و ذرات مجازی

۷-۱ شبیه‌سازی جریان شکست سد در بستر مرطوب

در این بخش، شکست سد در بستر مرطوب، با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی جانوسی و همکاران [۱۴] در سال ۲۰۰۴ شبیه‌سازی می‌شود. مشخصات مدل مطابق ردیف ۱ از جدول ۱ می‌باشد. عمق آب داخل مخزن ۱۵ سانتی‌متر و عمق آب پایین‌دست ۳۸ میلی‌متر است و دریاچه با سرعت ثابت ۱/۵ متر بر ثانیه به سمت بالا. در مدل WC-MPS این پژوهش، برای شبیه‌سازی، از ۱۳۵۹۷ ذره با فاصله اولیه ۰/۰۲۵ متر استفاده شده است. در شکل ۵ نتایج به دست آمده از توزیع ذرات و سطح آزاد در زمان‌های مختلف در مدل‌سازی عددی به روش WC-MPS و نتایج آزمایشگاهی جانوسی و همکاران [۱۴] مقایسه شده‌اند. این شکل نشان‌دهنده دقت و توانایی مدل در پیش‌بینی پروفیل سطح آزاد آب، حتی زمانی که تغییر شکل‌های بزرگ در سطح آزاد وجود دارد، است. شبیه‌سازی‌ها و جین (۲۰۱۱) تأخیر کوچک در جنبش جبهه موج نسبت به نتایج آزمایشگاهی را به علت سرعت باز شدن دریاچه بیان کردند که این چالش در این پژوهش با استفاده از اعمال دریاچه در مدل مرتفع شده است و نتایج نشان دهنده این مهم است.

۸-۲ شبیه‌سازی جریان شکست سد در بستر خشک

تغییرات مکانی و زمانی عمق آب و سرعت در طول رویداد شکست سد پارامترهای مهم و اساسی برای مهندسين هیدرولیک به منظور آماده‌سازی برنامه‌های مدیریت بحران و کاهش خسارات احتمالی در زمان خطر است. در ادامه، به منظور شناخت بهتر مسئله‌ی شکست سد، پارامترهای مهم از جمله تغییرات مکانی و زمانی عمق آب، سرعت و فشار مورد ارزیابی قرار گرفته است.

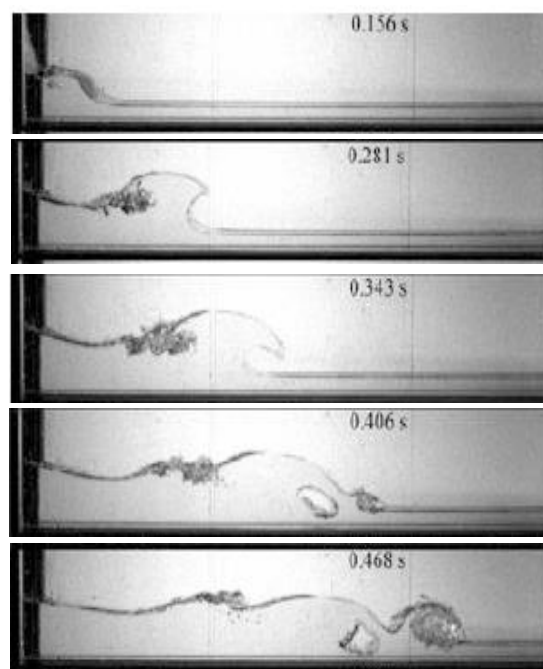
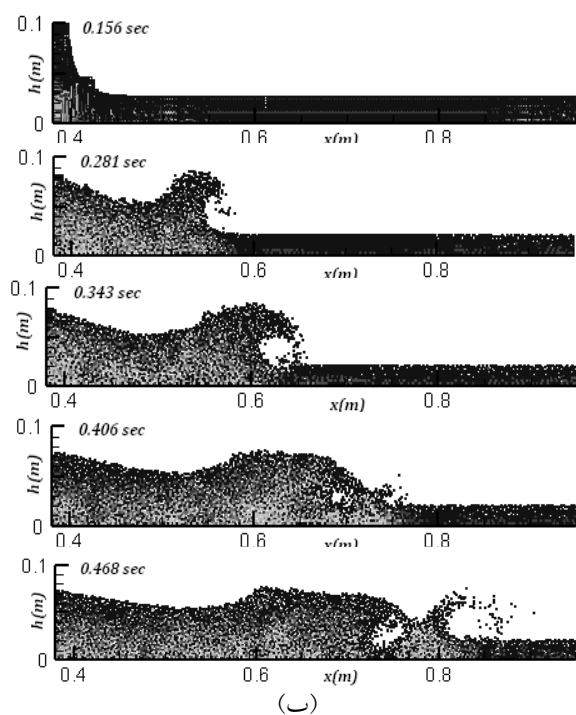
۷- تحلیل نتایج و بحث

در این پژوهش، مسئله شکست سد در یک کانال مستطیل شکل با رویکرد لاگرانژی نیمه‌ضمنی ذرات متحرک با تراکم-پذیری ضعیف (WC-MPS) مورد بررسی قرار خواهد گرفت. برای بررسی کارایی، روش لاگرانژی حاضر با روش لاگرانژی IISPH معرفی شده در پژوهش فرزین و همکاران [۱۱] و روش اوپلری مقایسه شده است. جریان ناشی از شکست سد در رویکرد اوپلری با استفاده از نرم‌افزار Flow-3D مدل‌سازی و در نهایت نتایج با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده و عملکرد هر کدام مورد ارزیابی قرار گرفته است. شکل ۴ وضعیت مدل فیزیکی شکست سد و جدول ۱ مشخصات مدل‌های فیزیکی انجام شده برای مدل‌سازی شکست سد را نشان می‌دهند.

جدول ۱ مشخصات آزمایش‌های شکست سد

آزمایش	نوع بستر	عمق آب مخزن (Hu)	عمق آب پایین دست (Hd)	طول مخزن (Lu)	طول پایین دست (Ld)
جانوسی و همکاران [۱۵]	مرطوب	۰/۱۵	۰/۰۳۸	۰/۳۸	۳/۵۵
مارتین و مویس [۱۶]	خشک	۰/۰۵۷	۰	۰/۰۵۷	۰/۲۴۹
لاروک و همکاران [۱۷]	خشک	۰/۲۵	۰	۳/۳۷	۳/۹۴
ژو و همکاران [۱۸]	خشک	۰/۶۰	۰	۱/۲۰	۲/۰۲

*تمامی واحدها بر حسب متر می‌باشند



(الف)

(ب)

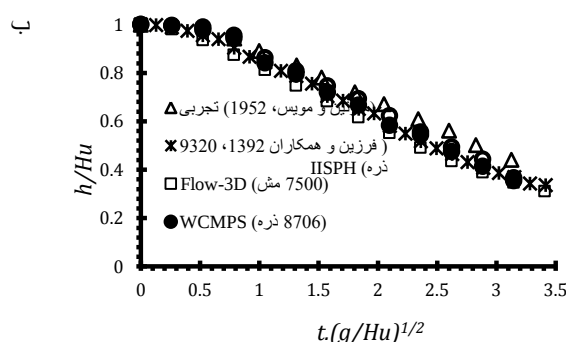
شکل ۵ نمودار سطح آزاد بستر مرطوب در زمان‌های مختلف: (الف) نتایج روش آزمایشگاهی (جانوسی و همکاران، ۲۰۰۴) و (ب) نتایج روش WC-MPS

۸-۲-۱ موقعیت پیشانی موج ناشی از شکست سد

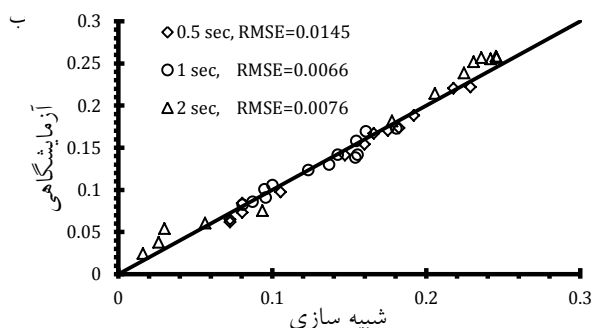
برای درستی آزمایشی نتایج به دست آمده از مدل پیشنهادی در این پژوهش، از نتایج مدل فیزیکی مورد استفاده در آزمایش تجربی مارتین و مویس (۱۹۵۲) استفاده شده است. مشخصات مدل فیزیکی مورد نظر در ردیف ۲ از جدول ۱ و شکل ۴ ارائه شده است. همچنین، برای مقایسه، شبیه‌سازی انتشار امواج ناشی از شکست سد روی بستر افقی و بدون اصطکاک از دو رویکرد لاگرانژی (IISPH) و اوپلری (FLOW-3D) استفاده شده است. برای انجام این موضوع، موقعیت ذره‌ای که در محور مختصات دارای بیشترین مقدار طول از دیواره سمت چپ مخزن است به عنوان ناحیه پیشانی موج در نظر گرفته شده است. برای بی‌بعدسازی محور عمودی که زمان (t) است، از پارامتر $t(g/H)^{1/2}$ و محور افقی که موقعیت پیشانی موج (x_{front}) است از پارامتر x_{front}/H استفاده شده که g شتاب ثقل می‌باشد. نتایج عددی این پژوهش با نتایج آزمایشگاهی موجود در مراجع و نتایج عددی موجود با دو رویکرد VOF و IISPH در شکل ۶ نشان داده شده است. برای بررسی اثر افزایش تعداد ذرات و نیل به نتایج مطلوب‌تر، دو سری ذره سیال (به ترتیب به قطر ۰/۰۰۱۲۵ متر، تعداد ۳۵۰۸ ذره و قطر ۰/۰۰۰۷۵ متر و ۸۷۰۶ ذره) در

رویکرد لاگرانژی (WC-MPS) و تعداد ۷۵۰۰ مش در روش اوپلری مدل‌سازی شده است. شکل ۶-الف، فاصله بی‌بعد جبهه موج نسبت به دیواره قائم را نسبت به زمان بی‌بعد نشان می‌دهد. برای موج مثبت، پایین‌دست روش پیشنهادی حاضر از دقت قابل ملاحظه‌ای در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی برخوردار است. رویکرد اوپلری (VOF) نیز پدیده را خوب مدل‌سازی نموده و روند کلی مطابق نتایج آزمایشگاهی است. در حالت کلی، رویکرد لاگرانژی معرفی شده در این پژوهش از دقت بالاتری برخوردار است. شکل ۶-ب مقایسه نتایج آزمایشگاهی و عددی تغییرات سطح آب نسبت به سطح آب اولیه در مخزن برحسب زمان بی‌بعد برای موج منفی ایجاد شده در مخزن را نشان می‌دهد. همان‌گونه که در این شکل مشاهده می‌شود، مدل‌سازی عددی نتایج قابل قبولی نسبت به نتایج آزمایشگاهی ارائه می‌دهد. علاوه بر اینکه برای موج منفی بالادست، رویکرد لاگرانژی WC-MPS نتایج بهتری نسبت به رویکرد اوپلری نشان می‌دهد. مقایسه نتایج WC-MPS و IISPH نشان می‌دهد که هر دو روش دقت یکسانی دارند. لیکن در روش این پژوهش تعداد ذرات کمتری در شبیه‌سازی استفاده شده است.

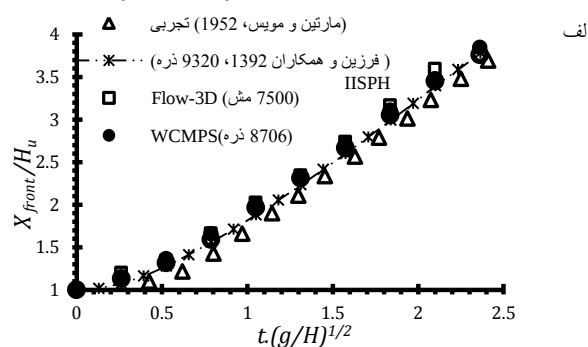
شده است. در زمان ۰/۵ ثانیه، هماهنگی نتایج مدل عددی با داده‌های آزمایشگاهی نسبت به زمان‌های ۱ و ۲ ثانیه قدری کمتر است. نمودار پراکندگی شبیه‌سازی عددی در مقابل آزمایشگاهی سطح آب در شکل ۷-ب نشان داده شده است. خط ترسیم شده با زاویه ۴۵ درجه نسبت به محور افقی در شکل ۷-ب نشان می‌دهد که راه‌حل عددی همبستگی بسیار بالایی با داده‌های آزمایشگاهی دارد.



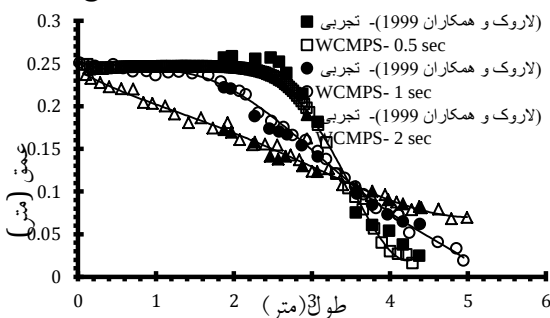
شکل ۶: الف) میزان پیشروی موج ناشی از شکست سد و ب) میزان افت تراز آب مخزن



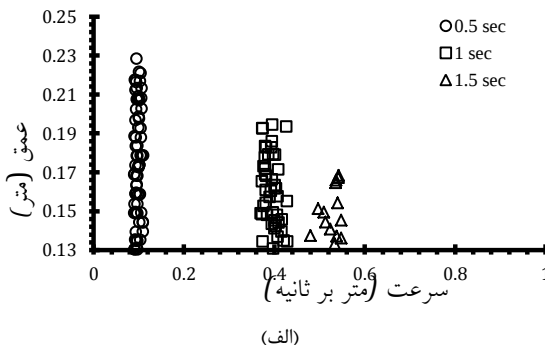
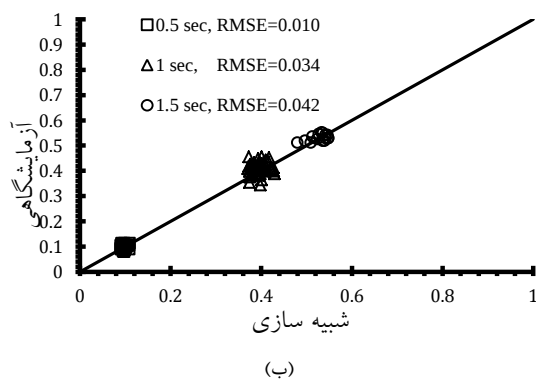
۸-۲-۲ شبیه‌سازی پروفیل سطح آب ناشی از شکست سد
در این بخش، از نتایج مدل فیزیکی لاروک و همکاران (۲۰۱۳) برای شبیه‌سازی پروفیل سطح آزاد و سرعت استفاده شده است. مشخصات مدل فیزیکی مورد نظر در ردیف ۳ از جدول ۱ و شکل ۴ ارائه شده است [۱۶]. پروفیل سطح آب حاصل از موج منفی بالادست ناشی از شکست سد با عمق اولیه ۰/۲۵ متر برای زمان‌های ۰/۵، ۱ و ۲ ثانیه بعد از شکست در شکل ۷-الف نشان داده شده است. نتایج عددی در روش WC-MPS برای تعداد ۱۱۷۰۹ ذره و قطر ۰/۰۱ متر محاسبه



الف

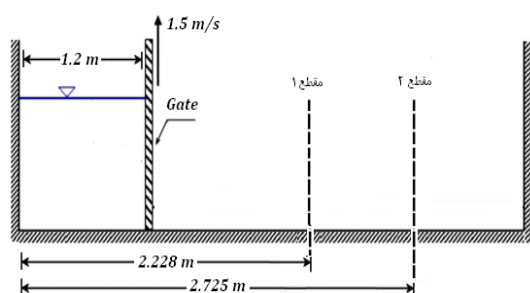


شکل ۷: الف) مقایسه پروفیل سطح آب در زمان‌های ۰/۵، ۱ و ۲ ثانیه و ب) نمودار پراکندگی نتایج WC-MPS با نتایج آزمایشگاهی



شکل ۸: الف) پروفیل سرعت بالادست در موقعیت ۹۰ سانتی‌متر بالادست دریچه و ب) نمودار پراکندگی نتایج WC-MPS با نتایج آزمایشگاهی

مقاطع ۱ و ۲ و همچنین فشار وارده از طرف جریان به دیواره پایین دست را در قالب پارامترهای بدون بعد ارائه نموده‌اند.



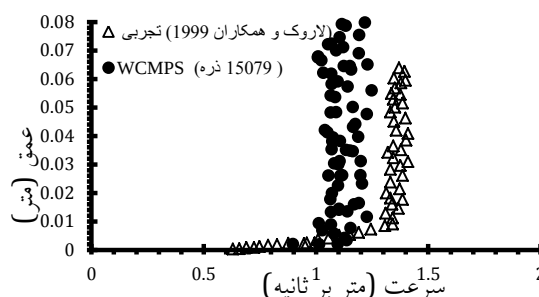
شکل ۱۰ موقعیت مقاطع محاسبه عمق سطح آزاد جریان

شبیه‌سازی عددی این مدل آزمایشگاهی نیز با روش‌های لاگرانژی و اویلری انجام گرفته و نتایج به دست آمده با یکدیگر و همچنین با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده است. در روش WC-MPS، به منظور بررسی اثر تعداد ذره بر دقت نتایج، از ۶۱۹ و ۹۳۱۲ ذره به ترتیب با فاصله اولیه ۰/۰۱۵ و ۰/۰۱ متر استفاده شده است. در آزمایش فرزین و همکاران [۱۱] با روش IISPH و تعداد ۱۱۸۷ ذره در رویکرد اویلری، از شبکه متعامد با ۸۰۰۰ سلول کمک گرفته شده است. خاطر نشان می‌سازد که انتخاب تعداد سلول در روش اویلری براساس زمان محاسباتی معادل روش WC-MPS بوده است. در شکل ۱۱ نیمرخ‌های سطح آزاد در گذر زمان امواج ضربه‌ای که به دیوار انتهایی برخورد کرده و بازتاب می‌شوند و چگونگی توزیع فشار در این فرایند، با استفاده از دو روش لاگرانژی WC-MPS و اویلری با نرم-افزار Flow-3D با یکدیگر مقایسه شده است. همان‌گونه که در این شکل مشاهده می‌شود، در هر دو رویکرد مدل‌سازی، سطح آزاد جریان و مقادیر توزیع فشار و رفتار جریان مشابه یکدیگر می‌باشند. موج پس از بازتابش از روی دیوار پایین دست، به سمت بالادست منتشر می‌گردد. این حرکت نوسانی تا اتمام کامل انرژی جریان ادامه می‌یابد. در شکل ۱۲-الف و ب، نتایج بی‌بعد شده شبیه‌سازی عددی تغییرات عمق جریان در مقاطع ۱ و ۲ به وسیله‌ی روش پیشنهادی WC-MPS و با استفاده از ۶۱۹ و ۹۳۱۲ ذره محاسباتی در زمان‌های مختلف ارائه شده است. بررسی نتایج نشان می‌دهد که ارتفاع آب در نقاط اندازه‌گیری شده به تدریج بالا می‌آید و

۸-۲-۳ شبیه سازی پروفیل سرعت موج ناشی از شکست سد

شکل ۸-الف پروفیل‌های سرعت محاسبه شده بعد از شکست سد در زمان‌های ۰/۵، ۱ و ۲ ثانیه برای موقعیت ۹۰ سانتی‌متر بالای دریچه برای ارتفاع اولیه ۰/۲۵ متر را نشان می‌دهد. در شکل ۸-ب نمودارهای پراکندگی متناظر آزمایشگاهی در مقابل مدل‌سازی روش WC-MPS نشان داده شده است. این شکل توافق عالی و همبستگی بالای بین پروفیل‌های سرعت اندازه‌گیری شده و محاسبه شده را نشان می‌دهد. در این شبیه‌سازی از تعداد ۱۱۰۷۹ ذره با فاصله اولیه ۰/۰۱ متر استفاده شده است.

پروفیل‌های سرعت شبیه‌سازی شده روش WC-MPS و آزمایشگاهی در زمان ۲/۲۵ ثانیه برای موقعیت ۳۰ سانتی‌متر در بالادست دریچه، برای ارتفاع بالادست ۰/۳۵ متر، در شکل ۹ نشان داده شده است. براساس این شکل، پروفیل‌های سرعت نزدیک سطح آزاد یکنواخت است. یک لایه‌ی برشی نازک در پروفیل‌های سرعت نزدیک بستر در هر دو روش قابل مشاهده است. نمودار نشان می‌دهد که راه‌حل عددی، توافق رضایت‌بخشی را با داده‌های آزمایشگاهی فراهم می‌کند. شبیه‌سازی در این بخش با تعداد ۱۱۰۷۹ ذره با فاصله اولیه ۰/۰۱ متر انجام گرفته است.



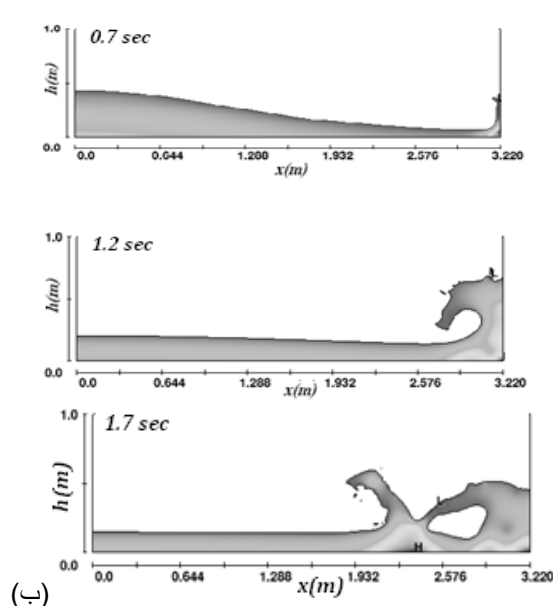
شکل ۹ پروفیل سرعت بالادست در موقعیت ۳۰ سانتی‌متر از دریچه

۸-۲-۴ نیمرخ سطح آزاد جریان، امواج ضربه‌ای و پروفیل‌های توزیع فشار

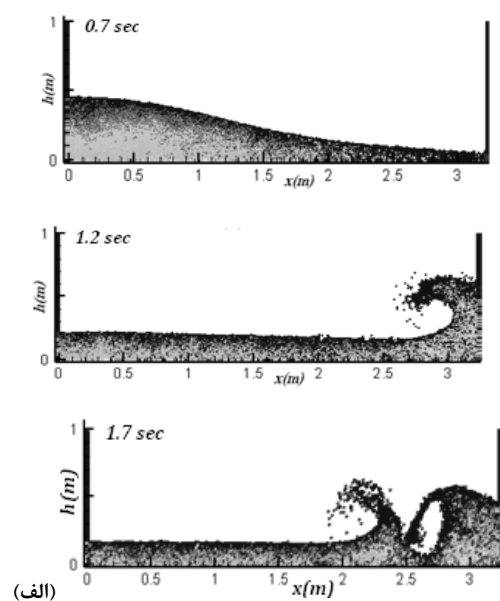
مدل آزمایشگاهی ژو و همکاران [۱۷] (شکل ۱۰) به عنوان سومین مدل درستی آزمایشی، برای شبیه‌سازی نیمرخ سطح آزاد آب مورد استفاده قرار گرفته است. ابعاد اولیه مدل در جدول ۱ ارائه شده است. ژو و همکاران [۱۷] تغییرات سطح آب در

همان‌گونه که در شکل ۱۳-الف نشان داده شده، فشار از لحظه برخورد آب به دیواره افزایش می‌یابد، تا جایی که اولین اوج فشار نمایان می‌شود که نشان دهنده برگشت آب از دیواره است. یک اوج کوچکتر هم در اثر پایین آمدن آب روی دیواره ظاهر می‌شود. با مقایسه نتایج این پژوهش با داده‌های آزمایشگاهی [۱۷]، روش لاگرانژی IISPH و روش اوپلری Flow-3D چنین استنباط می‌شود که نتایج عددی در محاسبه فشار روی دیواره پایین‌دست از لحظه برخورد آب به دیواره مطابق نتایج آزمایشگاهی افزایش می‌یابد و اولین اوج را نمایش می‌دهد. در ادامه، نتایج عددی در هر دو رویکرد اوپلری و لاگرانژی، روند ثابتی مانند داده‌های تجربی دارد. این روند در اوج دوم و ادامه آن نیز مشاهده می‌شود. از نقطه نظر عملکرد هر یک از روش‌ها، می‌توان چنین نتیجه گرفت که در رویکرد اوپلری (VOF) و لاگرانژی IISPH، در محاسبه فشار، روش IISPH در ابتدا و در نقاط اوج دقت بالاتری نسبت به WC-MPS دارد. ولی در انتها، روش WC-MPS محاسبه فشار را دقیق‌تر ارائه می‌دهد. دیدگاه اوپلری اوج فشار ابتدایی را خیلی واضح نشان نمی‌دهد؛ اما در ادامه، تغییرات کمتری نسبت به دو روش دیگر نشان می‌دهد. رویکرد اوپلری در انتها روند محاسبه فشار را به‌خوبی مدل‌سازی نمی‌کند.

پس از برخورد به دیواره و برگشت آب، به‌صورت ناگهانی افزایش می‌یابد. این افزایش عمق در مقطع ۲ محسوس‌تر است. تا قبل از برخورد آب به دیواره، روش‌های مختلف اختلاف چندانی نداشته و تا حدودی بر هم منطبق است. اما به محض برخورد آب به دیواره و برگشت موج، اختلاف نتایج زیاد می‌شود. همان‌گونه که از شکل ۱۲ مشخص است، ارتفاع آب محاسبه شده به روش‌های عددی بعد از برخورد آب به دیواره در مقاطع ۱ و ۲ بیشتر از سطح آب در مدل آزمایشگاهی می‌باشد. نتایج روش WC-MPS، با وجود این که در محاسبات از تعداد نسبتاً کمتری ذره نسبت به روش لاگرانژی IISPH استفاده کرده، از هماهنگی بسیار بالایی با داده‌های آزمایشگاهی برخوردار است و همچنین نسبت به دیدگاه اوپلری دقیق‌تر است. به منظور مقایسه تعداد ذره نیز اگرچه با افزایش تعداد ذره در محاسبه عمق آب در مقطع ۱ در ابتدا و وسط نمودار تغییر قابل توجهی مشاهده نمی‌شود، اما در قسمت انتهایی، با افزایش تعداد ذره، دقت نتایج افزایش یافته است. نکته قابل ذکر این که در مدل آزمایشگاهی، به سبب اصطکاک دیواره‌ها، نسبت به روش عددی، روند افزایشی سطح آب تأخیر زمانی نشان می‌دهد. برای تعیین مقدار فشار روی دیوار انتهایی در زمان‌های مختلف، مدل فیزیکی ژو و همکاران [۱۷] مورد استفاده قرار گرفت.



(ب)



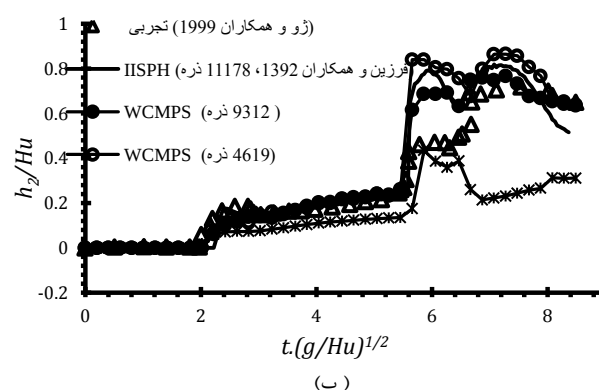
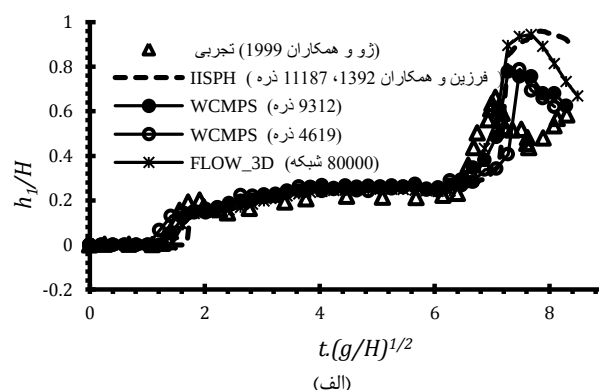
(الف)

شکل ۱۱ شبیه‌سازی نیم‌رخ سطح آزاد، اثر امواج ضربه‌ای و توزیع فشار در زمان‌های مختلف با استفاده از: (الف) روش WC-MPS و (ب) نرم‌افزار FLOW-3D

کاهش نوسانات فشار و امکان افزایش گام زمانی در محاسبات می‌شود. در این بخش، تأثیر مقدار سرعت صوت بر دقت و نوسانات فشار مورد بررسی قرار می‌گیرد. در شکل ۱۳-الف، مقایسه عددی و آزمایشگاهی فشار وارد بر دیواره پایین‌دست نشان داده شده است. در کلیه روش‌های عددی، نوسانات فشار مشاهده می‌شود. در شکل ۱۳-ب، تأثیر مقدار سرعت صوت مصنوعی (C) به کار گرفته شده در معادله حالت بر نوسانات فشار نشان داده شده است. همان‌گونه که در این شکل دیده می‌شود، با کاهش مقدار C (سرعت صوت)، نوسانات فشار کاهش قابل ملاحظه‌ای پیدا می‌کند. اما مقدار عددی فشار، هنگامی که سرعت مصنوعی صوت کاهش پیدا می‌کند، کاهش پیدا خواهد کرد.

۹- نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

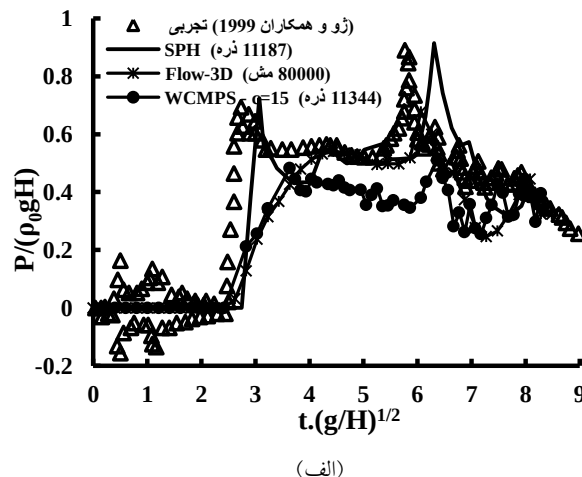
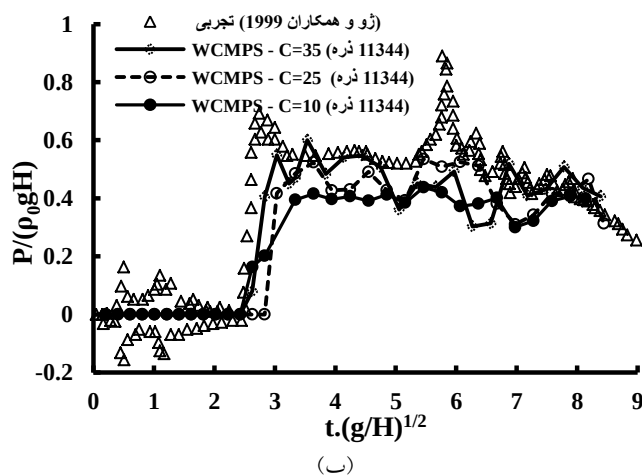
هدف از این مطالعه، ارائه درک و بینش کلی نسبت به روش نیمه‌ضمنی ذرات متحرک با تراکم‌پذیری ضعیف در تحلیل جریان‌های سطح آزاد و مقایسه آن با رویکردهای اولیه‌ری (VOF) و لاگرانژی (IISPH) و اثبات قابلیت‌های این روش در زمینه هیدرولیک محاسباتی است. این قابلیت‌ها به شرح زیر است:



شکل ۱۲ ارزیابی نتایج شبیه‌سازی تغییرات عمق سطح آزاد در مقطع ۱ (الف) و مقطع ۲ (ب)

۸-۳ کاهش نوسانات فشار در روش WC-MPS

همان‌گونه که در رابطه ۲۰ نشان داده شد، استفاده از سرعت صوت واقعی برای سیال، گام زمانی بسیار کوچک را نتیجه می‌دهد. استفاده از سرعت صوت مصنوعی کوچکتر منجر به



شکل ۱۳: الف) ارزیابی فشار دیوار پایین‌دست در زمان‌های گوناگون پس از شکست سد با روش‌های مختلف و ب) ارزیابی فشار دیوار پایین‌دست در زمان‌های گوناگون پس از شکست سد با سرعت صوت مصنوعی (C=10, 25, 35)

breaking wave using particle method, Coastal Engineering Journal, Vol. 41, No. 3-4, pp. 303-326, 1999.

[4] B. Ataei-Ashtiani, L. Farhadi, A stable moving-particle semi-implicit method for free surface flows, Fluid Dynamics Research, Vol. 38, pp. 241-256, 2006.

[5] K. Shibata, S. Koshizuka, Numerical analysis of shipping water impact on a deck using a particle method, Ocean Engineering, Vol. 34, pp. 585-593, 2007.

[6] A. Khayyer, H. Gotoh, Modified moving particle semi-implicit methods for the prediction of 2D wave impact pressure, Coastal Engineering Journal, Vol. 56, pp. 419-440, 2009.

[7] A. Khayyer, H. Gotoh, A higher order Laplacian model for enhancement and stabilization of pressure calculation by the MPS method, Applied Ocean Research, Vol. 32, pp. 124-131, 2010.

[8] M. Kondo, S. Koshizuka, Improvement of stability in moving particle semi-implicit method, International Journal of Numerical Methods in Fluids, Vol. 65, No. 6, pp. 638-654, 2011.

[9] A. Shakibaeinia, Y.C. Jin, A weakly compressible MPS method for simulation of open-boundary free-surface flow, International Journal of Numerical Methods in Fluids, Vol. 63, No. 10, pp. 1208-1232, 2010.

[10] A. Shakibaeinia, Y.C. Jin, MPS-based mesh-free particle method for modeling open-channel flows, Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 137, No. 11, pp. 1375-1384, 2011.

[11] S. Farzin, Y. Hassanzadeh, M.T. Aalami, R. Fatehi, An implicit incompressible SPH method for free surface flow problems, Modares Mechanical Engineering Journal, Vol. 14, No. 3, pp. 99-110, 2014. (In Persian).

[12] H. Gotoh, Shibahara, T., Sakai, T. Sub-particle-scale turbulence model for the MPS method: Lagrangian flow model for hydraulic engineering. Advanced methods for Computational Fluid Dynamics, Vol. 9, No. 4, pp. 339-347, 2001.

[13] G.R. Liu, M.B. Liu, Smoothed particle hydrodynamics: A mesh-free particle method, World Scientific, Singapore, 2003.

[14] I.M. Janosi, D. Jan, K.G. Szabo, T. Tel, Turbulent drag reduction in dam-break flows, Experimental Fluids, Vol. 37, No. 2, pp. 219-229, 2004.

[15] J.C. Martin, W.J. Moyce, An experimental study of the collapse of liquid columns on a rigid horizontal plane, Philosophical Transactions of the Royal Society, Vol. 244, No. 882, pp. 312-324, 1952.

[16] L.A. LaRocque, J. Imran, M.H. Chaudhry, Experimental and numerical investigations of two-dimensional dam-break flows, Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 139, No. 6, pp. 569-579, 2013.

[17] Z.Q. Zhou, J.O. De Kat, B. Buchner, A nonlinear 3D approach to simulate green water dynamics on deck, Proc. of the 7th International Conference on Numerical Ship Hydrodynamics, Nantes, France, pp. 1-15, 1999.

- دقت در پیش‌بینی نیمرخ طولی سطح آزاد آب در پدیده شکست سد با بستر مرطوب، که در بیشتر منابع تأخیر کوچک در جنبش جبهه موج نسبت به نتایج آزمایشگاهی را به علت سرعت باز شدن دریچه بیان کردند. این چالش، در این پژوهش، با استفاده از کارگذاری دریچه مرتفع شده است.

- بررسی نیمرخ طولی سطح آزاد آب و همچنین توزیع سرعت در راستای قائم در شکست سد است که در پژوهش‌های گذشته کمتر به آن پرداخته شده است. در این پژوهش، موارد فوق شبیه‌سازی شده که نتایج حاکی از دقت بالای مدل در شبیه‌سازی پروفیل سرعت جریان با داده‌های آزمایشگاهی موجود است.

- مشکل نوسان‌های فشاری موجود در این روش با کاهش سرعت صوت مصنوعی کاهش پیدا خواهد کرد.

- در این پژوهش، علاوه بر مدل‌سازی به روش لاگرانژی WC-MPS، مدل‌سازی به روش اویلری با نرم‌افزار FLOW-3D نیز انجام گرفت و هر دو رویکرد در تحلیل مسئله شکست سد با هم مقایسه شدند. نتایج نشان داد که روش WC-MPS در تحلیل مسئله شکست سد، به‌ویژه در مسائل سطح آزاد، از دقت بالاتری برخوردار است.

- در این پژوهش، دیدگاه لاگرانژی WC-MPS با دیدگاه لاگرانژی IISPH مورد مقایسه و تحلیل قرار گرفت. بررسی‌ها حاکی از این است که مدل WC-MPS در ردیابی و مدل‌سازی سطح آزاد با توجه به اینکه هیچ شرط اضافه دیگری برای ردیابی از سطح آزاد مورد نیاز نیست، نسبت به روش IISPH از دقت قابل قبول‌تری برخوردار می‌باشد. اما در محاسبه فشار، روش IISPH نسبت به روش WC-MPS دارای نوسانات نسبتاً کمتری است.

۱۰- مراجع

- [1] S. Koshizuka, Y. Oka, Moving particle semi-implicit method for fragmentation of incompressible fluid, Nuclear Science and Engineering, Vol. 123, No. 3, pp. 421-434, 1996.
- [2] S. Koshizuka, A. Nobe, Y. Oka, Numerical analysis of breaking waves using the moving particle semi-implicit method, International Journal of Numerical Methods in Fluids, Vol. 26, No. 7, pp. 751-769, 1998.
- [3] H. Gotoh, T. Sakai, Lagrangian simulation of