

تشخیص آسیب در تیرها با کمک اندازه‌گیری خیز استاتیکی و آزمون فرض آماری

غلامرضا قدرتی‌امیری^{۱*}، علی زارع حسین‌زاده^۲، سید علی سیدرزاقی^۳

۱- استاد، دانشکده ی مهندسی عمران، دانشگاه علم و صنعت ایران

۲- کارشناس ارشد مهندسی عمران-زلزله، دانشکده ی مهندسی عمران، دانشگاه علم و صنعت ایران

۳- استادیار، گروه مهندسی عمران، دانشگاه پیام نور

*ghodrati@iust.ac.ir

تاریخ پذیرش: [۱۳۹۲/۴/۱۸]

تاریخ دریافت: [۱۳۹۱/۱/۱۹]

چکیده- تشخیص آسیب‌های ایجاد شده در اعضای ساختمانی از اهمیت بسیار زیادی برخوردار است. در این مقاله، روشی جدید برای تشخیص آسیب‌های رخ داده در تیرها، با کمک خیز تیر در اثر اعمال بار استاتیکی، ارائه شده است. برای این منظور، جابه‌جایی تیر، تحت اثر بار استاتیکی تعیین شده و با کمک آزمون فرض آماری، محل آسیب رخ داده در تیر مشخص شده است. گفتنی است که آزمون فرض آماری، جزء روش‌های مناسب استنباط آماری بوده و می‌تواند در مورد ادعای مطروحه پیرامون یک قضیه، با بررسی حالات مختلف و محتمل، اظهارنظر کند. ادعای آماری مورد استفاده در این مقاله، وجود آسیب در یک المان از تیر است که این ادعا با عنوان «فرض مقابل یا Alternative Hypothesis» در نظر گرفته می‌شود. در پایان برای بررسی کارایی روش پیشنهادی، سناریوهای خرابی مختلفی مطالعه شده است. نتایج به دست آمده حاکی از آن است که با روش پیشنهاد شده، می‌توان محل آسیب در تیر را با دقت بسیار زیادی تعیین کرد. هم چنین نتایج به دست آمده، بیانگر حساسیت بسیار کم روش پیشنهادی به وجود نوفه‌های اتفاقی است.

واژگان کلیدی- خیز استاتیکی تیر، خرابی، روش تشخیص آسیب، فرض آماری، آزمون فرض آماری.

۱- مقدمه

محل آن، اظهارنظر کرد. بدیهی است چنانچه گام اول طرح پایش سلامتی سازه‌ها به طور کامل و دقیق انجام شود، بدون شک سایر مراحل نیز با دقت و اطمینان بیشتری ادامه خواهند یافت.

آسیب در سازه‌ها، معمولاً به صورت نقصان در مشخصه‌های فیزیکی سازه مثل جرم، میرایی و سختی تعریف می‌شود. مطالعات انجام شده، حاکی از آن است که متداولترین نوع آسیب در سازه‌ها، کاهش در میزان سختی سازه است. بنابراین، تقریباً تمام روش‌های تشخیص آسیب، خرابی را به

تشخیص زود هنگام وجود آسیب^۱ در یک سازه، می‌تواند از بروز وقایع فاجعه آمیز، پیش‌گیری کند. بنابراین بحث پایش سلامتی سازه‌ها^۲ از اهمیت بسیار زیادی برخوردار است. اولین گام در یک برنامه‌ی مدون و منسجم سلامت سنجی سازه‌ها، تکنیک تشخیص آسیب^۳ در سازه‌ها است [۱]. چرا که با کمک این تکنیک، می‌توان در مورد وجود آسیب و

1 Damage

2 Structural Health Monitoring (SHM)

3 Damage detection technique

صورت کاهش در میزان سختی سازه‌ی سالم، تعریف می‌کنند [۲۱].

روش‌های مختلفی برای تشخیص آسیب در سازه‌ها ارائه شده است که این روش‌ها را به صورت‌های مختلف می‌توان دسته‌بندی کرد. توضیح مفصلی در رابطه با چگونگی دسته‌بندی‌های مختلف روش‌های شناسایی آسیب، در منابع [۱] و [۲] مطرح شده است. یکی از مهم‌ترین انواع این طبقه‌بندی‌ها، تقسیم روش‌ها به دو گروه کلی روش‌های دینامیکی و استاتیکی است. در روش‌های دینامیکی، از پارامترهای دینامیکی برای شناسایی آسیب استفاده می‌شود. ایده‌ی اصلی روش‌های دینامیکی، بر پایه‌ی رابطه‌ی بین مشخصات مودال و مشخصات فیزیکی سازه استوار است. پارامترهای مودال، تابعی از مشخصات فیزیکی سازه (مثل جرم، میرایی و سختی) است، بنابراین، هرگونه تغییر در مشخصات فیزیکی باعث ایجاد تغییراتی در مشخصات مودال خواهد شد. کارهای بسیار زیادی برای تشخیص آسیب با کمک در نظر گرفتن فرکانس‌ها، بردارهای شکل مودی و انحنای اشکال مودی صورت پذیرفته است [۳-۹]. شمار قابل توجهی از این روش‌ها، بر پایه‌ی محاسبه‌ی «بردار نیروی باقیمانده‌ی مودال»^۴ استوار بوده و عموماً دو مرحله‌ای است: مرحله‌ی اول: تشخیص محل آسیب‌ها^۵، و مرحله‌ی دوم: محاسبه‌ی شدت آسیب در محل‌های تشخیص داده شده. روش‌های یاد شده، دارای مزایا و معایب خاص خود است، لیکن حجم وسیع محاسبات، ناکارآمدی عمومی این روش‌ها به هنگام در نظر گرفتن عدم قطعیت‌های موجود (مانند تاثیر عوامل محیطی مثل تاثیرات درجه‌ی حرارت) و واگرایی مرحله‌ی اول این روش‌ها در اثر وجود نوفه‌هایی با شدت بالا، جزء مهم‌ترین معایب این روش‌ها است.

یکی دیگر از انواع روش‌های دینامیکی تشخیص آسیب،

استفاده از پاسخ‌های جابه‌جایی، سرعت و یا شتاب سازه‌ی سالم و سازه‌ی آسیب دیده تحت اثر بار دینامیکی است [۱۰-۱۳]. به طور کلی، بیشتر این روش‌ها، از بحث انتظام بخشی ریاضی^۷ برای حل مسأله‌ی معکوس^۸ تشخیص استفاده می‌کنند.

دسته‌ی دیگر از روش‌های تشخیص آسیب در سازه‌ها، روش‌های استاتیکی است. فلسفه‌ی اصلی این روش‌ها، از ارتباط بین معادله‌ی تعادل استاتیکی و سختی سازه‌ها، نشئت می‌گیرد. بنان و همکاران [۱۴ و ۱۵]، الگوریتمی پویا برای تعیین مشخصات المان‌ها در یک مدل اجزای محدود، در اثر اعمال بار استاتیکی بیان کردند. این الگوریتم بر پایه‌ی کمینه کردن یک اندیس خرابی، بر اساس روش کمینه مربعات استوار بود و بر پایه‌ی داده‌های موجود از سازه‌ی سالم و داده‌های اندازه‌گیری شده از سازه‌ی آسیب دیده، به بروز رسانی^۹ مدل می‌پرداخت. هلمستاد و شین [۱۶]، روشی برای آشکارسازی آسیب، با بررسی پاسخ‌های استاتیکی و انجام آنالیز حساسیت، ارائه کردند. گرچه روش آنها، به داده‌های اندازه‌گیری شده‌ی بسیار کمی نیاز داشت، ولی میزان محاسباتی که روی این داده‌ها انجام شد، بسیار زیاد بود. چن و همکاران [۱۷]، با استفاده از تئوری ارتباط خاکستری^{۱۰} فرایند دو مرحله‌ای برای تعیین محل و شدت آسیب‌ها پیشنهاد کردند. آنها، برای تشخیص وجود آسیب از بارگذاری‌های استاتیکی متعددی استفاده کردند و بر این باور بودند که نمی‌توان با کمک یک نوع بارگذاری، تمامی آسیب‌های محتمل را شناسایی کرد. برای رفع این مشکل و برای تشخیص وجود آسیب با اعمال فقط یک نوع بار استاتیکی، عبدو [۱۸]، با کمک بار استاتیکی گسترده-یکنواخت و از طریق اعمال تئوری ارتباط خاکستری روی انحنای جابه‌جایی استاتیکی^{۱۱}، محل آسیب را در تیرها کرد.

7 Mathematical regularization

8 Inverse problem

9 Updating

10 Grey Relation Theory

11 Static displacement curvature

4 Modal residual force

5 Damage localization

6 Noise

چشم پوشی از عبارات درجه ی بالاتر، می توان رابطه ی (۱) را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{M}{EI} \quad (2)$$

چنانچه از معادله ی بالا دو بار انتگرال گیری کرده، شرایط مرزی تیر لحاظ شود، می توان خیز تیر را در هر نقطه تعیین کرد. به لحاظ این که بار مورد استفاده در روش پیشنهادی از نوع گسترده-یکنواخت است، بنابراین، در رابطه ی (۲)، لنگر خمشی تابعی از x بوده و به هنگام انتگرال گیری از داخل انتگرال خارج نمی شود. داریم:

$$y = \iint \frac{M(x)}{EI} dx dx \quad (3)$$

بررسی رابطه ی (۳) نشان می دهد که به آسانی می توان با دانستن خیز تیر تحت بار استاتیکی معین، میزان سختی خمشی را برآورد کرد. عبدو [۱۸] با کمک رابطه ی (۲) و بدون انتگرال گیری، فقط با محاسبه ی انحنای جابه جایی استاتیکی، به بررسی مساله ی تشخیص آسیب در تیرها پرداخته است، اما نظر به این که بیشتر سنسورهای پایش سلامتی موجود در بازار، خیز تیرها را بیان می کنند، بنابراین، از معادله ی تقریبی لاپلاس، برای محاسبه ی انحناء از روی خیزهای گزارش شده به وسیله ی سنسورها استفاده کرده است، که این قضیه، باعث زیادتیر شدن خطاها (به لحاظ انجام محاسبات اضافی) می شود. در این مقاله، سعی بر این است تا میزان کارایی استفاده ی مستقیم از پاسخ جابه جایی استاتیکی (خیز) برای تشخیص وجود خرابی در المانهای تیر، ارزیابی شود. در این راستا، تلاش می شود روشی ارائه شود که نه تنها عوامل خطای برداشت داده ها به وسیله ی سنسورها را در نظر بگیرد، بلکه امکان رخداد خطای اضافی (بخاطر انجام اعمال ریاضی روی اطلاعات به دست آمده از سنسورها) را به حداقل مقدار ممکن برساند. همچنین، مانند سایر پژوهش های انجام شده، فرض می شود که در

در این مقاله، با در نظر داشتن تئوری های پیشنهادی به وسیله ی چن [۱۷] و عبدو [۱۸]، و با کمک بحث استنباط آماری و آزمون فرض آماری^{۱۲}، روشی جدید برای تعیین محل آسیب در تیرها ارائه می شود. شایان ذکر است که قبلا، از بحث نظریه های برآوردیابی، برای تشخیص محل آسیب در قاب های برشی، تحت اثر بار زلزله استفاده شده است [۱۹].

در روش پیشنهاد شده در این مقاله، به منظور تولید مناسب آماره های مورد نیاز، از اختلاف بین خیزهای محاسباتی و خیزهای تخمین زده شده به کمک درونیابی خطی استفاده شده است که جزئیات به کار رفته، در بخش های بعدی ارائه خواهد شد.

۲- ارتباط بین مولفه های جابجایی استاتیکی و سختی خمشی تیرها

در این مقاله مانند بیشتر روش های تشخیص آسیب در سازه ها، آسیب به صورت کاهش سختی مدل می شود. نظر به اینکه در تیرها، بیشترین احتمال رخداد آسیب، نقصان در سختی خمشی تیرهاست [۸ و ۱۸]، بنابراین، کاهش در میزان مدول الاستیسیته (E) را مشخصه ی اصلی خرابی در نظر می گیریم.

در بررسی روند تشخیص آسیب در تیرها به کمک اعمال بار استاتیکی، مهم ترین پارامتر مرتبط را می توان خیز و یا تغییر مکان استاتیکی دانست. از مباحث مقاومت مصالح، داریم:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}}{\left(1 + \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}} = \frac{M}{EI} \quad (1)$$

که در آن: ρ ، شعاع انحناء، $1/\rho$ ، انحناء^{۱۳}، y خیز ایجاد شده در تیر، M لنگر خمشی و EI سختی خمشی است. با

12 Statistical hypothesis testing

13 Curvature

برای تمام گره‌ها، هم در تیر سالم و هم در تیر آسیب دیده تکرار خواهد شد. لازم به ذکر است که در حالت بررسی تیر سالم، سنسوری در کار نبوده و فقط از نتایج تحلیل کلاسیک تیر، استفاده می‌شود. بعد از محاسبه‌ی مقادیر واقعی و تخمینی خیزها، از طریق رابطه‌ی زیر، اختلاف بین این دو مقدار محاسبه می‌شود:

$$E(x_i) = \hat{y}_{(x_i)} - y_{(x_i)} \quad (5)$$

که در آن $\hat{y}_{(x_i)}$ خیز واقعی گره‌ی i -ام تیر، $y_{(x_i)}$ خیز تخمین زده شده به وسیله‌ی رابطه‌ی (۴) در گره‌ی i -ام تیر و $E(x_i)$ هم میزان اختلاف بین خیزهای واقعی و تخمین زده شده، است. در ادامه، برای تشخیص وجود آسیب، از مباحث آنالیز آماری و استنباط آماری روی داده‌های سازه‌ی سالم (محاسبات تحلیلی) و داده‌های سازه‌ی آسیب دیده (اطلاعات به دست آمده از سنسورها) استفاده می‌کنیم.

در بخش بعد، مفاهیم بحث‌های «فرض آماری» و «آزمون فرض آماری» و جایگاه آن‌ها در روش پیشنهادی، تشریح می‌شود.

۲-۳- استنباط آماری (فرض آماری، آزمون فرض آماری)

فرض آماری، ادعایی در مورد کل جمعیت جامعه‌ی آماری است که این ادعا می‌تواند درست و یا غلط باشد. برای قضاوت در مورد صحت و سقم این ادعای آماری، باید آن‌را آزمایش کنیم. این آزمون باید به گونه‌ای باشد که اولاً، تمام حالات محتمل را در نظر بگیرد، دوماً، در صدد رد فرضیات ادعا، برای اثبات عکس آن برآید. به بیان دیگر، چنانچه دلیلی بر رد ادعا نداشته باشیم، بدون شک آن‌را خواهیم پذیرفت [۲۰ و ۲۱]. چنانچه بخواهیم یک ادعای آماری را از طریق تایید آن به وسیله‌ی اطلاعات حاصل از نمونه ثابت کنیم، خلاف آن را تحت عنوان

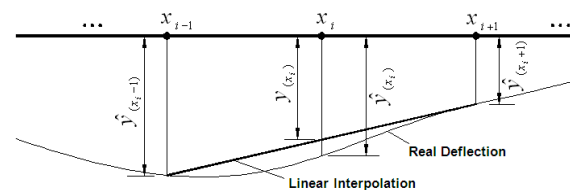
المان‌های آسیب دیده، سختی به صورت یکنواخت در طول المان کاهش پیدا کند.

۳- روش پیشنهادی

۱-۳- رویکرد معکوس پیشنهادی برای تشخیص رخداد آسیب در تیرها

روندی که برای تشخیص وجود آسیب در تیرها ارائه می‌شود، بر مبنای یافتن اختلاف بین جابه‌جایی (یا خیز) اندازه‌گیری شده و خیز تخمین زده شده از طریق درون‌یابی خطی خیز (بر اساس خیز نقاط ماقبل و مابعد) استوار است. به این ترتیب که، ابتدا برای سازه‌ی بارگذاری شده، مانند آنچه در شکل (۱)، نشان داده شده است، مقدار واقعی خیز را تحت اثر بار استاتیکی گسترده-یکنواخت، تعیین و سپس در هر گره‌ی x_i ، با فرض معلوم بودن خیزهای نقاط x_{i-1} و x_{i+1} ، مقدار خیز را به صورت خطی درون‌یابی می‌کنیم. توجه شود که طول المان‌ها باهم برابر در نظر گرفته می‌شود. رابطه‌ی استفاده شده برای درون‌یابی خطی به شکل زیر است:

$$y_{(x_i)} = \frac{\hat{y}_{(x_{i+1})} + \hat{y}_{(x_{i-1})}}{2} \quad (6)$$



شکل (۱) درون‌یابی خطی خیز هر گره با فرض وجود سنسور در گره‌های ماقبل و مابعد و عدم وجود سنسور در گره مورد بررسی.

در استفاده از رابطه‌ی (۴) فرض می‌شود که در گره‌ی مورد بررسی i -ام، خیز قرائت شده از سنسور $(\hat{y}_{(x_i)})$ مجهول بوده و بنابراین مقدار تخمینی آن‌را، با میانگین‌گیری از خیزهای قرائت شده از سنسورهای متناظر گره‌های ماقبل و مابعد $(\hat{y}_{(x_{i-1})}$ و $\hat{y}_{(x_{i+1})}$) محاسبه کرده و با نماد $y_{(x_i)}$ نمایش می‌دهیم. این روند

فرضیات H_0 و H_1 به صورت زیر تعریف می شود:

تیر در مختصه ی طولی x_i سالم است = فرض خنثی:

$$H_0: \mu_{E_D}(x_i) = \mu_{E_U}(x_i) \quad (6)$$

تیر در مختصه ی طولی x_i آسیب دیده است = فرض مقابل:

$$H_1: \mu_{E_D}(x_i) > \mu_{E_U}(x_i) \quad (7)$$

چنانچه سطح تشخیص آزمون را α در نظر بگیریم، آنگاه شرط لازم برای رد فرض خنثی و قبول فرض مقابل به صورت زیر خواهد بود [۲۱]:

$$\frac{E_D(x_i) - \mu_{E_U}(x_i)}{\sigma_{E_U}} > Z_{(1-\alpha)} \quad (8)$$

که در آن $E_D(x_i)$ اختلاف محاسبه شده به وسیله ی رابطه ی (۵) برای سازه ی آسیب دیده است. $Z_{(1-\alpha)}$ هم مقدار متغیر توزیع نرمال استاندارد است، به گونه ای که سطح زیر منحنی در سمت چپ آن، برابر با $1-\alpha$ است. چنانچه عبارت سمت راست رابطه ی (۸) را به سمت چپ انتقال دهیم، رابطه ای خواهیم داشت که می توان بر اساس مقادیر آن در مورد سالم بودن المان های تیر، بحث کرد:

$$D(x_i) = \frac{E_D(x_i) - \mu_{E_U}(x_i)}{\sigma_{E_U}} - Z_{(1-\alpha)} > 0 \quad (9)$$

بنابراین، $D(x_i)$ به عنوان اندیس خرابی، عمل خواهد کرد: چنانچه $D(x_i)$ مثبت باشد، تیر در گره ی مورد نظر، دارای آسیب است. در غیر این صورت ($D(x_i) \leq 0$)، دلیلی بر رد فرض خنثی نخواهیم داشت، پس تیر در گره مورد نظر سالم خواهد بود. بدیهی است که در بررسی المان های تشکیل دهنده ی تیرها، المانی آسیب دیده تلقی خواهد شد که اندیس خرابی برای هر دو گره ی آن المان دارای مقدار مثبت باشد.

همان گونه که در بالا اشاره شد، α سطح معنی دار و یا سطح تشخیص آزمون است. این پارامتر معمولاً برای

فرض صفر یا خنثی^{۱۴} در نظر گرفته و با نماد H_0 نمایش می دهیم. خود ادعا را هم تحت عنوان فرض مقابل^{۱۵} در نظر گرفته و با H_1 نشان می دهیم. قضاوت نهایی پیرامون ادعای آماری مطرح شده، با بررسی نتایج حاصل از انجام آزمون فرض آماری روی فرض خنثی، صورت می گیرد. برای این که بتوانیم از بحث استنباط آماری استفاده کنیم، باید اطلاعاتی را پیرامون آماره های مهم جمعیت مورد بررسی (نظیر میانگین و واریانس) در دست داشته باشیم. در روند تشخیص آسیب پیشنهادی، برای محاسبه این اطلاعات، فرضیات زیر را در نظر می گیریم:

* **آماره های تیر سالم** ($\sigma_{E_U}^2, \mu_{E_U}$): فرض می شود که تمام اطلاعات آماری تیر سالم (میانگین و واریانس برای هر گره) را در اختیار داریم. برای یافتن این آماره ها، مقدار $E(x_i)$ هر گره را طبق رابطه ی (۵)، برای چند مورد بارگذاری بر روی تیر سالم، محاسبه کرده و از طریق روابط آماری، واریانس و میانگین $E(x_i)$ را برای هر گره محاسبه می کنیم. هم چنین فرض می شود که این داده ها، دارای توزیع نرمال است؛ بنابراین تابع چگالی احتمال برای هر گره، معلوم خواهد بود.

* **آماره های تیر آسیب دیده** ($\sigma_{E_D}^2, \mu_{E_D}$): فرض می شود واریانس داده های مربوط به هر گره ی تیر آسیب دیده با واریانس داده های گره ی نظیر در تیر سالم مساوی است. علت این فرض آنست که می خواهیم تیر آسیب دیده را تنها یک بار تحت بارگذاری قرار دهیم و محل آسیب را تنها با استفاده از داده های به دست آمده از یک بار بارگذاری استاتیکی تیر آسیب دیده، تعیین کنیم. به علاوه، هدف آن است که بحث استنباط آماری را به صورت یک «آزمون استاندارد یک جهته»^{۱۶} روی میانگین نامشخص داده های تیر آسیب دیده و میانگین معلوم داده های تیر سالم، اجرا کنیم.

14 Null hypothesis

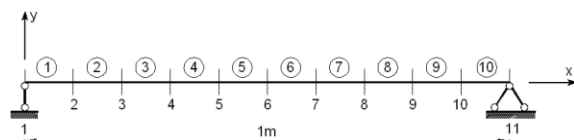
15 Alternative hypothesis

16 Standard one-side test

کارآیی روش پیشنهادی می‌پردازیم.

۴-۱- نمونه اول

در این مثال، به بررسی قابلیت روش پیشنهادی در شناسایی آسیب‌های رخ داده در تیرها تحت سناریوهای آسیبی مختلف، پرداخته می‌شود. همچنین، مقایسه‌ای بین نتایج روش پیشنهادی و نتایج به دست آمده از بررسی سناریوها با روش مبتنی بر انحنای جابه‌جایی استاتیکی (ارائه شده در مرجع [۱۸]) انجام می‌شود. در روش پیشنهادی در مرجع [۱۸]، با اعمال تئوری ارتباط خاکستری بر روی انحنای جابه‌جایی استاتیکی گره‌های سازه در حالات سالم و آسیب دیده، به تشخیص محل آسیب در تیرها پرداخته شده است. اندیس محلی ساز ارائه شده، ضرایب ارتباط خاکستری^{۱۷} است. چنانچه این ضریب لاقل در یکی از گره‌های دو سر یک المان کمتر از ۰/۶ شود، المان یاد شده به عنوان المان آسیب دیده در نظر گرفته می‌شود. لازم به ذکر است که بار استاتیکی اعمال شده برای هر دو سازه سالم و آسیب دیده، با هم مساوی، و از نوع گسترده یکنواخت است. جزئیات بیشتر را می‌توان در مرجع [۱۸] پیدا کرد.



شکل (۲) تیر مورد استفاده در مثال اول.

شمای کلی تیر بررسی شده در این مثال، در شکل (۲) نشان داده شده است. این تیر شامل ده المان با طول مساوی و یازده گره است؛ چنین تیرهایی می‌توانند در دهانه‌ی پل‌ها، استفاده شوند. سطح مقطع و ممان اینرسی تیر به ترتیب ۰/۷ مترمربع و 0.040 m^4 ، فرض می‌شود. هم چنین، مدول الاستیسیته، ضریب پواسون و چگالی تیر به ترتیب برابر با 210 GN/m^2 ، ۰/۳ و $۷۸۵۰ \text{ کیلوگرم بر مترمکعب}$ در نظر گرفته می‌شود. جزئیات سناریوهای آسیبی مطالعه شده، در

تعیین سطح تشخیص یک آزمون تعریف می‌شود. بدین صورت که ممکن است فرض خنثی (H_0) درست باشد اما نتایج حاصل از نمونه‌ها (به خاطر مناسب نبودن شرایط فضای نمونه‌ای) باعث شود تا ما آن را رد کنیم. این نوع خطا را خطای نوع اول گفته و احتمال آنرا با α نمایش می‌دهیم؛ بنابراین سطح تشخیص آزمون را می‌توان به صورت زیر تعریف کرد [۲۰ و ۲۱]:

$$(10) \quad P(\alpha = \text{درست است} | \text{فرض } H_0 \text{ رد شود})$$

هم چنین امکان دارد فرض خنثی نادرست باشد ولی نتایج حاصل از نمونه‌ها، منجر به تایید آن شود. این نوع خطا را خطای نوع دوم گفته و احتمال آنرا با β نمایش می‌دهند. β را به صورت زیر می‌توان تعریف کرد:

$$(11) \quad P(\beta = \text{درست است} | \text{فرض } H_0 \text{ قبول شود})$$

با تعاریف α و β ، احتمال رد درست و به حق فرض خنثی، به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$(12) \quad P(\beta^* = \text{درست است} | \text{فرض } H_0 \text{ رد شود})$$

می‌توان گفت:

$$(13) \quad \beta^* = 1 - \beta$$

در مطالعات انجام شده در این مقاله، $\alpha = 0.147$ در نظر گرفته شده است که خواهیم داشت: $Z_{(1-\alpha)} = 1.03$. گفتنی است که این انتخاب دارای توجیه مناسبی برای رخداد خطاهای نوع اول و دوم و β^* است [۲۰ و ۲۱].

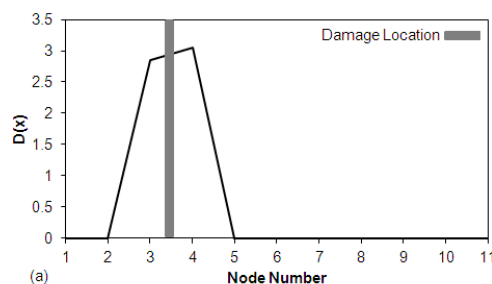
بر اساس جزئیات مطرح شده، ملاحظه می‌شود که در اندیس پیشنهادی، تاثیر انواع خطاهای سیستماتیک محتمل، در نظر گرفته شده است.

۴- مطالعات عددی

در بخش‌های قبلی جزئیات روش پیشنهادی ارائه شد. در این قسمت، با مطالعه‌ی نمونه‌های عددی، به بررسی

گره محاسبه می‌شود و چنانچه دارای مقدار مثبت باشد، آن مقدار برای آن گره در نظر گرفته می‌شود، در غیر این صورت عبارت $D(x)$ در گره‌ی گفته شده برابر صفر قرار می‌گیرد. گفتنی است که در نمونه‌های ارائه شده در این مقاله، بارگذاری‌های یاد شده، با کمک مدلسازی عددی صورت پذیرفته است. نتایج به دست آمده در شکل (۴-ا)، رسم شده است. همان‌گونه که از این شکل واضح است مقدار $D(x)$ در گره‌های ۵، ۶ و ۱۰ مثبت است. بدیهی است که المان پنجم دارای آسیب خواهد بود چرا که در هر دو گره‌ی انتهایی آن، اندیس $D(x)$ مثبت است. اما المان‌های چهارم و ششم نمی‌توانند آسیب دیده تلقی شوند چرا که تنها در یکی از گره‌های آن‌ها $D(x)$ مثبت است. به طور مشابه، مثبت بودن $D(x)$ در گره‌ی ۱۰، نمی‌تواند دلیلی بر وجود آسیب در المان نهم باشد چرا که گره‌ی دیگر این المان (گره‌ی نهم) دارای مقدار مثبت برای پارامتر $D(x)$ نیست.

لازم به توضیح است که در المان‌های انتهایی (المان‌های ختم شونده به تکیه گاه‌ها) روند تشخیص آسیب کمی متفاوت است. به این ترتیب که در این المان‌ها، بدون شک یکی از گره‌ها (بواسطه‌ی خیز صفر در تکیه‌گاه‌ها) دارای مقدار صفر برای $D(x)$ خواهد بود پس فقط مثبت بودن مقدار $D(x)$ در گره‌ی دیگر، دلیلی بر آسیب دیده بودن این المان، خواهد بود. بنابراین، در شکل (۴-ب)، المان دهم دارای آسیب است.

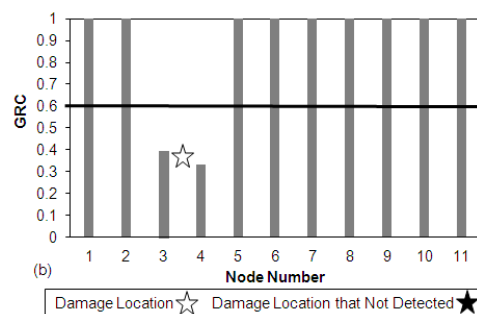


جدول (۱)، تشریح شده است. سناریوی (۱) به بررسی آسیب منفرد اختصاص یافته است. سناریوهای (۲) و (۳) به بررسی آسیب‌های دوگانه با شدت‌های متفاوت (شدت آسیب ملایم و شدید) در المان‌های حساس (المان‌های میانی و انتهایی) می‌پردازند. در سناریوی (۴) الگوی آسیب سه گانه با در نظر داشتن شدت آسیب بسیار خفیف و بسیار شدید مطالعه می‌شود. نتایج هر سناریو برای روش پیشنهادی و روش مبتنی بر انحنای جابه‌جایی استاتیکی، در شکل‌های (۳) تا (۶)، رسم شده است.

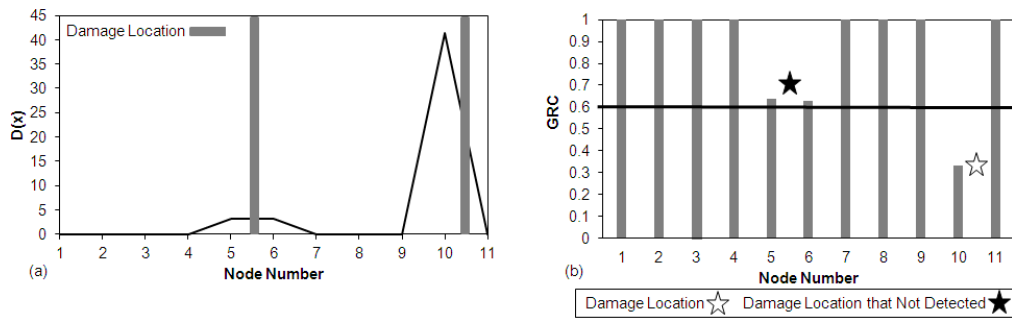
جدول (۱) سناریوهای آسیب تعریف شده در تیر مربوط به مثال اول.

شماره ی سناریو	المان آسیب دیده	درصد کاهش E
(۱)	۳	۳۰
(۲)	۵ و ۱۰	۳۰ و ۸۰
(۳)	۵ و ۱۰	۳۰ و ۸۰
(۴)	۹ و ۶، ۱	۳۰، ۵ و ۸۰

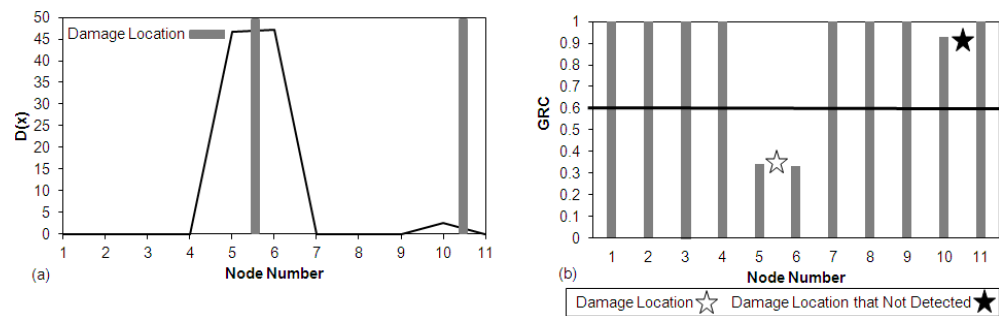
برای بیان مفهوم اشکال و چگونگی پیاده سازی الگوریتم پیشنهادی، شکل (۴) (سناریوی دوم) را مورد بررسی قرار می‌دهیم. نمود عملی قضیه به این صورت خواهد بود که بر اساس نتایج حاصل از بارگذاری استاتیکی (با شدت ۱۰۰ نیوتن بر متر) روی تیر تحت بررسی (آسیب دیده) و قرائت خیزها از طریق سنسورها، و هم چنین براساس روند پیشنهادی برای محاسبه‌ی آماره‌های سازه‌ی سالم (تحت چهار بارگذاری استاتیکی به شدت‌های ۱۰۰، ۲۰۰، ۳۰۰ و ۵۰۰ نیوتن بر متر)، طبق رابطه‌ی (۹) مقدار $D(x)$ برای هر



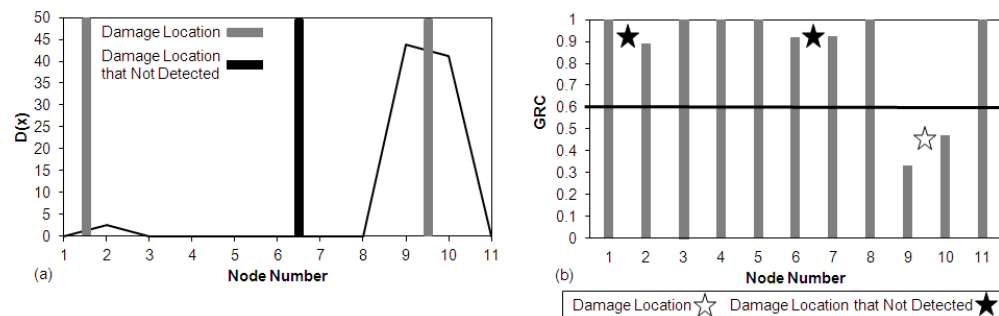
شکل (۳) نتایج حاصل از تشخیص آسیب در سناریوی (۱): (ا): روش پیشنهادی، (ب): روش مبتنی بر انحنای جابه‌جایی استاتیکی [۱۸].



شکل (۴) نتایج حاصل از تشخیص آسیب در سناریوی (۲): (a): روش پیشنهادی، (b): روش مبتنی بر انحنای جابه‌جایی استاتیکی [۱۸].



شکل (۵) نتایج حاصل از تشخیص آسیب در سناریوی (۳): (a): روش پیشنهادی، (b): روش مبتنی بر انحنای جابه‌جایی استاتیکی [۱۸].



شکل (۶) نتایج حاصل از تشخیص آسیب در سناریوی (۴): (a): روش پیشنهادی، (b): روش مبتنی بر انحنای جابه‌جایی استاتیکی [۱۸].

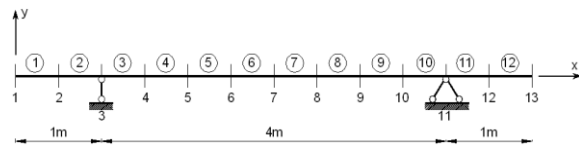
عملی، لازم است در نزدیکی تکیه‌گاه‌ها از سنسورهای بیشتری استفاده کرد.

در شکل (۴-ب) نتایج حاصل از روش مبتنی بر انحنای جابه‌جایی استاتیکی ارائه شده است. لازم به توضیح است که بار استاتیکی استفاده شده در این روش، برابر با ۱۰۰ نیوتن بر متر است.

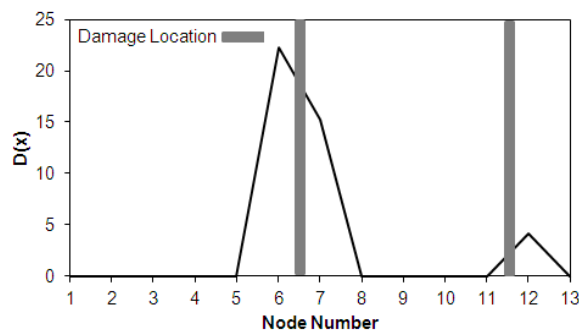
ملاحظه می‌شود روش پیشنهاد شده، توانسته است محل آسیب‌ها را به خوبی تشخیص دهد. این درحالی است که

نکته‌ی مهم دیگر پیرامون المان‌های انتهایی، مربوط به حالتی است که در آن، علاوه بر المان ختم شونده به تکیه‌گاه، المان مجاور آن نیز آسیب دیده باشد. در این حالت، نمی‌توان از روی مثبت شدن $D(x)$ در گره‌ی مشترک دو المان، در مورد وجود آسیب در المان انتهایی اظهار نظر کرد. در چنین حالاتی، لازم است المان‌ها ریزتر (یا سنسورها بیشتر) انتخاب شوند تا بتوان وجود آسیب را با دقت بیشتری تخمین زد. بنابراین به عنوان یک نکته، در کاربردهای

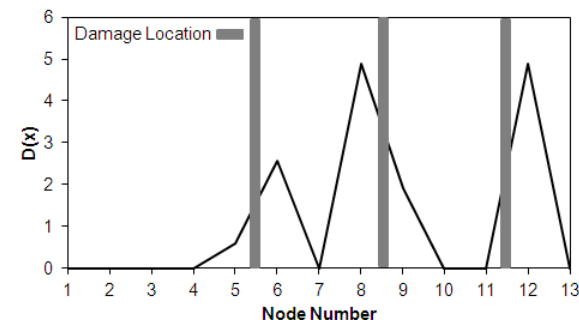
شکل‌های (۸) و (۹) نشان داده شده است. بررسی این شکل‌ها، حاکی از کارایی مناسب روش پیشنهادی در شناسایی آسیب‌های مدلسازی شده در این مثال، است.



شکل (۷) ابعاد و المان بندی تیر مورد بررسی در نمونه دوم.



شکل (۸) نتایج به دست آمده از تشخیص آسیب در سناریوی (۵).



شکل (۹) نتایج به دست آمده از تشخیص آسیب در سناریوی (۶).

۵- بررسی تاثیر نوفه روی روش پیشنهادی

در این مقاله، برای تاثیر دادن شرایط نوفه‌های ناخواسته (اعم از نوفه‌های محیطی و نوفه‌های دستگاهی)، از نوفه‌ی سفید^{۱۸} با توزیع گاوسی^{۱۹} و میانگین صفر استفاده می‌کنیم. شدت نوفه به شکل زیر است [۲۲]:

$$\eta = \frac{RMS(\varepsilon)}{RMS(y)} \times 100 \quad (14)$$

که در آن، η شدت نوفه، RMS مجذور میانگین مربعات، ε

روش مبتنی بر انحنای جابه جایی استاتیکی، با خطا در تشخیص محل آسیب‌هایی با شدت متوسط و متوسط به بالا روبرو است.

نکته ی قابل توجه، حساسیت کم روش پیشنهادی در تشخیص آسیب‌های بسیار جزئی در کنار آسیب‌های قوی می باشد. این نکته، بر اساس نتایج بدست آمده از سناریوی چهارم قابل استنتاج می باشد (شکل (۶)). ملاحظه می شود در این سناریو، اندیس پیشنهادی $D(x)$ بخاطر تجربه‌ی آسیب‌های شدید ۸۰ و ۳۰ درصدی، قادر به تشخیص آسیب بسیار جزئی پنج درصدی در المان ششم نیست. این پدیده، با توجه به ماهیت پارامتر $Z_{(1-\alpha)}$ قابل توجیه است و می توان با کاهش این پارامتر، آسیب‌های جزئی را هم شناسایی کرد. بنابراین، می‌توان نتیجه گرفت که روش پیشنهادی دارای قابلیت بسیار مناسبی در شناسایی آسیب‌های رخ داده در تیرها (به ویژه آسیب‌های ملایم و شدید)، است.

جدول (۲) سناریوهای خرابی تعریف شده در نمونه دوم.

سناریوی آسیب	المان آسیب دیده	درصد کاهش E
(۵)	۶ و ۱۱	۸۰ و ۳۰
(۶)	۵، ۸ و ۱۱	۵۰، ۶۰ و ۴۰

۴-۲- نمونه دوم

در نمونه دوم، یک تیر دو سر کنسول به طول ۶ متر، با المان‌هایی به طول ۰/۵ متر را بررسی می‌کنیم (شکل (۷)). مشخصات کلی این تیر، مانند مشخصات تیر مطالعه شده در نمونه قبلی است. دو سناریوی خرابی طبق آنچه در جدول (۲)، اشاره شده است، ارزیابی می‌شود. نیروهای استاتیکی اعمال شده به تیر برای تحصیل پارامترهای مورد نیاز از سازه‌ی سالم و سازه‌ی آسیب دیده، دقیقاً مشابه نیروهای مطرح شده در نمونه اول، است. همان‌گونه که از جدول (۲) هم آشکار است، در سناریوهای این نمونه، رخداد آسیب‌های شدید را، بررسی می‌کنیم. نتایج به دست آمده در

18 White noise

19 Gaussian distribution

دارد که بعضی المان‌ها، به طور اشتباه، به عنوان المان آسیب دیده مطرح شود. اما، بررسی‌ها نشان می‌دهد که در این گونه موارد، گره‌هایی که به اشتباه به عنوان گره‌ی یک عضو آسیب دیده مطرح می‌شوند، دارای مقدار مثبت بسیار کوچکی (کمتر از ۰/۵ و بسیار نزدیک به صفر) است و همین نکته می‌تواند گواهی بر رخداد نوفه باشد. پس، محدودیتی در کارایی روش پیشنهادی در حضور نوفه‌ها، به وجود نمی‌آید.

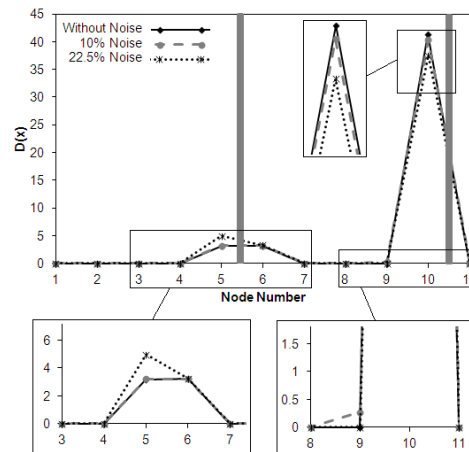
۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله، روش جدیدی برای تعیین وجود آسیب در یک تیر، بر اساس خیز به وجود آمده در اثر اعمال بار استاتیکی گسترده-یکنواخت، ارائه شد. روش پیشنهادی، بر پایه‌ی مقایسه‌ی داده‌های به دست آمده از اختلاف بین خیز ثبت شده به وسیله‌ی سنسورها و خیز پیش بینی شده (از طریق درون یابی خطی) استوار است. این مقایسه، از طریق بحث آزمون فرض آماری (استنباط آماری) صورت می‌گیرد. پارامتری با عنوان $D(x)$ به عنوان اندیس خرابی تعریف شد که مثبت بودن آن در هر دو گره‌ی المان‌های میانی و مثبت بودن آن در گره‌های غیر متصل به تکیه‌گاه‌ها در المان‌های انتهایی، مبین وجود آسیب در المان‌ها است. سناریوهای خرابی مختلفی روی تیر ساده (به عنوان یکی از مهم‌ترین المان‌های به کار رونده در پل‌ها) بررسی شده است؛ که نتایج حاصل، حاکی از قابلیت خوب روش پیشنهادی در تشخیص آسیب است. نتایج حاصل از بررسی‌ها، به شرح زیر ارائه می‌شود:

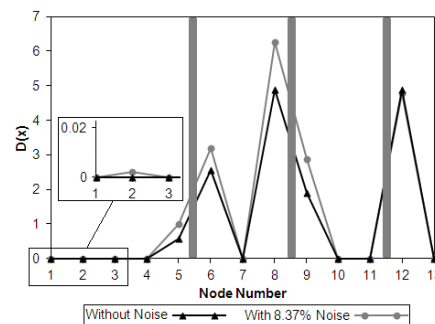
۱- نتایج به دست آمده از سناریوهای بررسی شده، نشان داد که روش پیشنهادی نسبت به رخداد آسیب‌های ملایم و شدید از حساسیت خوبی برخوردار است. در پایان، مقایسه‌ای بین نتایج روش پیشنهادی و روش مبتنی بر انحنا‌ی جابه‌جایی استاتیکی، انجام شد که این مقایسه هم حاکی از توانایی خوب و حساسیت بالای روش پیشنهادی

نوفه‌ی تولیدی و y هم خیز استاتیکی اولیه (بدون نوفه) است. نوفه تولید شده با شدت‌های مختلف را به خیز به دست آمده از سنسورها (y) اضافه می‌کنیم. در این حالت، خیز مطالعاتی به صورت زیر خواهد بود:

$$Y = y + \varepsilon \quad (15)$$



شکل (۱۰) بررسی تاثیر نوفه در سناریوی (۲).



شکل (۱۱) بررسی تاثیر نوفه در سناریوی (۶).

برای بررسی تاثیرات نوفه‌های اتفاقی، سناریوی آسیب (۲) را برای دو سطح نوفه‌ی ۱۰ و ۲۲/۵ درصدی و سناریوی (۶) را برای سطح نوفه‌ی ۸/۳۷ درصدی، بررسی می‌کنیم. قدر مسلم این که بیشینه‌ی نوفه‌ی موجود در عمل، چیزی در حدود ۱۵ تا ۲۰ درصد خواهند بود. بنابراین رخداد نوفه ۲۲/۵ درصد، احتمال بسیار کمی را خواهد داشت [۱]. نتایج این بررسی‌ها، در شکل‌های (۱۰) و (۱۱)، نشان داده شده است.

بررسی این شکل‌ها، حاکی از آن است که روش پیشنهادی حتی در شدت‌های نوفه بسیار بالا هم دارای کارایی بسیار مناسبی است. البته، در شدت نوفه‌های بالا این امکان وجود

Structures; 89: 2011, 733–743.

[10] Lu, Z.R., and Law, S.S.; “Features of dynamic responses sensitivity and its application in damage detection”, *Journal of Sound and Vibration*; 303: 2007, 305–329.

[11] Li, X.Y., and Law, S.S.; “Structural damage detection with statistical analysis from support excitation”, *Mechanical Systems and Signal Processing*; 22: 2008, 1793–1808.

[12] Gul, M., and Catbas, F.N.; “Statistical pattern recognition for Structural Health Monitoring using time series modeling: Theory and experimental verifications”, *Mechanical Systems and Signal Processing*; 23: 2009, 2192–2204.

[13] Lu, Z.R., and Law, S.S.; “Differentiating damage effects in structural components from the time response”, *Mechanical Systems and Signal Processing*; 24: 2010, 2914–2928.

[14] Banan, M.R., Banan, M.R., and Hjelmstad, K.D.; “Parameter estimation of structures from static response, I: computational aspects”, *Journal of Structural Engineering ASCE*; 120(11): 1994, 3243–3258.

[15] Banan, M.R., Banan M.R., and Hjelmstad, K.D.; “Parameter estimation of structures from static response, II: numerical aspects”, *Journal of Structural Engineering ASCE*; 120(11): 1994, 3259–3283.

[16] Hjelmstad, K.D., and Shin, S.; “Damage detection and assessment of structures from static response”, *Journal of Engineering Mechanics*; 123(6): 1997, 568–576.

[17] Chen, X-Z., Zhu, H-P., and Chen, C-Y.; “Structural damage identification using test static data based on grey system theory”, *Journal of Zhejiang University SCIENCE A*; 6A(8): 2005, 790–796.

[18] Abdo, M.A-B.; “Parametric study of using only static response in structural damage detection”, *Engineering Structures*; 34: 2012, 124–131.

[19] Limongelli, M.P.; “The interpolation damage detection method for frames under seismic excitation”, *Journal of Sound and Vibration*; 330(22): 2011, 5474–5489.

[20] Bendat, J.S., and Piersol, A.G.; *Random Data: Analysis and Measurement Procedures*, Wiley-Interscience, 3rd edition, NewYork, 2000.

[۲۱] نعمت‌اللهی، نادر، آمار و احتمالات مهندسی،

انتشارات دلفک، چاپ دوازدهم، تهران، ۱۳۸۹.

[22] Yan, G., Duan, Z., and Ou, J., and Stefano, A.D.; “Structural damage detection using residual forces based on wavelet transform”, *Mechanical Systems and Signal Processing*; 24: 2010, 224–239.

در تشخیص آسیب است.

۲- برای بررسی حساسیت روش پیشنهادی به نوفه‌های محیطی و دستگامی، شدت‌های مختلفی از نوفه‌ها به پاسخ‌ها اضافه شد. نتایج به دست آمده، حاکی از حساسیت بسیار کم روش پیشنهادی به نوفه‌ها بوده بنابراین در استفاده از این روش، نیازی به اعمال روش‌های نوفه زدایی رایج، نیست.

۳- برای کارایی مناسب‌تر روش پیشنهادی، استفاده از المان‌های ریزتر (سنسورهای بیشتر) امری مهم است. البته این قضیه در لبه‌های منتهی به تکیه‌گاه‌ها، از اهمیت بسیار زیادی برخوردار است.

۷- مراجع

[1] Doebling, S.W., Farrar, C.R., Prime, M.B., and Shevitz, D.W.; “Damage identification and health monitoring of structural and mechanical systems from changes in their vibration characteristics: A literature review”, Los Alamos National Laboratory, Report LA-13070-MS, 1996.

[2] Doebling S.W., Farrar C.R., and Prime M.B.; “A summary review of vibration-based damage identification Methods”, *Shock and Vibration Digest*; 30(2): 1998, 91-105.

[3] Bicanic, N., and Chen, H.P.; “Damage identification in framed structures using natural frequencies”, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*; 40: 1997, 4451–4468.

[4] Zhao J., and Dewolf, J.T.; “Sensitivity study for vibrational parameters used in damage detection”, *Journal of Structural Engineering ASCE*; 125(4): 1999, 410–416.

[5] Xia, Y., and Hao, H.; “Statistical damage identification of structures with frequency changes”, *Journal of Sound and Vibration*; 263: 2003, 853-870.

[6] Yang, Q.W., and Liu, J.K.; “Structural damage identification based on residual force vector”, *Journal of Sound and Vibration*; 305: 2007, 298–307.

[7] Yang, Q.W.; “A numerical technique for structural damage detection”, *Journal of Applied Mathematics and Computation*; 215: 2009, 2775–2780.

[8] Ge, M., Lui, E.M., and Khanse, A.C.; “Non-proportional damage identification in steel frames”, *Engineering Structures*; 32: 2010, 523-533.

[9] Zhu, H., Li, L., and He X-Q.; “Damage detection method for shear building using the changes in the first mode shape slopes”, *Journal of Computers and*

