

رویکرد تصادفی در تخمین ظرفیت آزادراه: موردپژوهی آزادراه تهران - کرج

امیررضا ممدوحی^{۱*}، محمود صفارزاده^۲، سیاوش شجاعت^۳

۱- استادیار دانشگاه تربیت مدرس، دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست

۲- استاد دانشگاه تربیت مدرس، رییس پژوهشگاه حمل و نقل پارسه

۳- دانشجوی دکتری دانشگاه ایالتی اوئیزیانا

armamdoohi@modares.ac.ir

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۱/۰۸/۱۵

تاریخ دریافت: ۱۳۹۱/۰۲/۲۱

چکیده- ظرفیت، به عنوان یکی از ویژگی‌های اصلی بخش عرضه سیستم حمل و نقل، بیشترین نرخ جریان است که تسهیلات قابلیت عبور آن را دارد و به شکل سنتی عددی ثابت فرض می‌شود. از جمله مشکلات این رویکرد بزرگتر شدن حجم تردد از ظرفیت در بسیاری از تسهیلات است. مطالعات اخیر نشان می‌دهند که ظرفیت تسهیلات، نه تنها بیشترین نرخ جریان تردد نیست، بلکه ماهیتی تصادفی دارد. رویکرد تصادفی به ظرفیت، با توجه به پیچیدگی بیشتر آن نسبت به رویکرد سنتی قطعی یا معین، نیاز به داده‌های بیشتر و اطلاع از شکل تابع توزیع ظرفیت دارد که مبتنی بر مفهوم شکست در جریان ترافیک به عنوان گذار از شرایط نامتراکم به شرایط متراکم و آستانه ظرفیت است. مقاله جاری به تحلیل نظری رویکرد تصادفی در ظرفیت آزاد راه به عنوان حالت جامع‌تر، و کاربرد آن را در قالب موردپژوهی آزاد راه تهران - کرج به عنوان قدیمی‌ترین و پر رفت و آمدترین آزاد راه کشور با جایی روزانه ۹۰ تا ۱۰۰ هزار وسیله نقلیه می‌پردازد. پس از تعیین نرخ‌جریان‌های شکست و نرخ‌جریان‌های روان، برای تخمین تابع توزیع ناپارامتری ظرفیت، از روش حد حاصل ضربی و برای تخمین تابع توزیع پارامتری، از روش بیشینه درست‌نمایی با فرض تابع توزیع ظرفیت استفاده می‌شود. نتایج نشان می‌دهد که بر اساس اطلاعات چهار ماهه تردد در دو مقطع منتخب برای مورد پژوهی، تابع گامبل دارای بیشترین برازش از نظر لگاریتم احتمال است.

واژگان کلیدی: رویکرد تصادفی، ظرفیت آزاد راه، بیشینه درست‌نمایی، حد حاصل ضربی، تابع توزیع، گامبل

۱- مقدمه

داشت افراد یا وسایل نقلیه، به نحوی معقول از یک نقطه یا قطعه‌ای یکنواخت از یک مسیر، طی مدت زمان معین، تحت شرایط حاکم ترافیک، مسیر و کنترل عبور داده شوند. بنابر این تعریف، هرگونه تغییر در شرایط حاکم باعث تغییر ظرفیت می‌شود [۱]. این شرایط عبارتند از:

تحلیل ظرفیت، در حقیقت مطالعه بخش عرضه سیستم حمل و نقل است، که قابلیت تسهیلات مختلف را در عبور دادن ترافیک بررسی می‌کند. بنابر تعریف سنتی، ظرفیت راه عبارت از بیشترین نرخ جریان ساعتی است که بتوان انتظار

۱. شرایط مسیر: مانند تعداد خطوط، عرض خطوط، عرض شانه، سرعت طرح، و واقع بودن مقطع در قوس عمودی یا افقی.

۲. شرایط ترافیک: مانند نوع وسایل نقلیه، توزیع ترافیک در جهت‌ها و خطوط مختلف، و جمعیت رانندگان.

۳. شرایط کنترل: مانند علایم بازدارنده و هشداردهنده، زمان‌بندی چراغ‌های راهنمایی، محدودیت پارک، محدودیت دورزدن در تعاطع‌ها، و یکطرفه کردن خیابان.

به‌منظور تخمین ظرفیت قطعه‌ای از مسیر، می‌توان روش‌های تخمین ظرفیت را بر اساس نحوه‌ی نگرش به مقوله‌ی ظرفیت به انواع قطعی^۱ و تصادفی^۲ تقسیم کرد. بنابر نگرش سنتی قطعی به ظرفیت، اگر ظرفیت مقطعی معادل ۳,۶۰۰ وسیله نقلیه در ساعت فرض شود، در نرخ جریانی معادل ۳,۵۹۹ (وسیله نقلیه در ساعت)، جریان روان و در نرخ جریان ۳,۶۰۱ (وسیله نقلیه در ساعت)، جریان متراکم خواهد بود [۲]. مشاهده میدانی نشان می‌دهد که تراکم در جریان ممکن است در نرخ جریانی بالاتر یا حتی پایین‌تر از ۳,۶۰۰ (وسیله نقلیه در ساعت) رخ دهد. برای نمونه، امکان دارد ۳,۸۰۰ (وسیله نقلیه در ساعت) از مقطعی عبور کرده و تراکم در جریان ترافیک رخ ندهد، حال آنکه در زمانی دیگر ۳,۴۰۰ (وسیله نقلیه در ساعت) باعث تراکم در همان مقطع شود.

در رویکرد تصادفی، ظرفیت به عنوان نرخ جریانی شناخته می‌شود که در ترددی کمتر از آن، جریان ترافیک روان بوده و در ترددی بیش از آن، شکست^۳ در جریان رخ می‌دهد [۲]. با چنین تعریفی، ظرفیت یک مقدار قطعی و ثابت نبوده و به طور مثال، بارندگی، روشنایی، محدودیت سرعت و یا آشنایی رانندگان با مسیر بر آن اثر دارند. به این

ترتیب، ظرفیت مقطعی معین از راه، در شرایط یکسان کنترل، ترافیک و مسیر می‌تواند متغیر باشد.

در این مقاله، کوشش می‌شود با رویکرد تصادفی به مقوله ظرفیت (توابع توزیع پارامتری و ناپارامتری)، به عنوان رویکردی جامع‌تر، ظرفیت آزادراه از دیدگاه نظری تحلیل شده و از دیدگاه تجربی نیز مفاهیم مطرح‌شده برای موردپژوهی آزادراه تهران- کرج پیاده‌سازی شود.

۲- مرور ادبیات

برای اولین بار، پونزلت (۱۹۹۶) نشان‌داد که ظرفیت براساس شرایط خارجی، مانند مرطوب یا خشک بودن سطح مسیر، روشنایی یا تاریکی و نوع ترافیک مسیر تغییر می‌کند [۲].

میندرهود و همکاران (۱۹۹۷) روش‌های تخمین ظرفیت را به دو گروه کلی ۱- تخمین بر اساس سرفاصله زمانی و ۲- تخمین براساس احجام ترافیک تقسیم کرده و از روش‌های صف تعمیم‌یافته، نیمه پواسون، بیشینه منتخب، حد حاصل‌ضربی، توزیع دونمایی و دیاگرام پایه به عنوان روش‌های مختلف تخمین ظرفیت نام برده‌اند. این پژوهشگران بر اساس تفاوت در رفتار رانندگان و شرایط متغیر آب و هوا و مسیر، ظرفیت را دارای طبیعتی تصادفی دانسته و روش حد حاصل‌ضربی را با توجه به مفهوم نظری آن و استفاده از تابع توزیع ظرفیت، به‌عنوان بهترین روش تخمین ظرفیت معرفی می‌کنند [۳].

لورنز و الفتریاد (۲۰۰۱) در مطالعه‌ی دو مقطع در آزادراه ۴۰۱ تورنتوی کانادا، به جمع‌آوری اطلاعات ترافیک در بازه‌های زمانی ۱۶ ساعتی (از ساعت ۸ تا ۲۴) و به‌مدت ۱۷ روز برای مقطع اول و ۲۰ روز برای مقطع دوم پرداختند. در این مدت، حدود ۴۰ مورد شکست در هر مقطع مشاهده‌شد و سرعت ۹۰ کیلومتر در ساعت آستانه و مرز

1- Deterministic
2- Stochastic
3- Breakdown

میان جریان روان و متراکم تشخیص داده شد. این پژوهشگران مدل‌های ابتدایی برای نمایش احتمال شکست به عنوان تابعی از نرخ جریان در بازه‌های زمانی ۱، ۵ و ۱۵ دقیقه‌ای ساخته و مشاهده کردند که احتمال وقوع شکست با افزایش نرخ جریان، و در نرخ-جریان‌های یکسان با افزایش بازه‌های زمانی، افزایش می‌یابد [۴].

الفتریاد و لرتوراونیش (۲۰۰۳) با استفاده از آمار مطالعه‌ی لورنز و الفتریاد (۲۰۰۱)، به تعریف و تحلیل سه شاخص نرخ جریان شکست، بیشترین جریان ماقبل شکست و بیشترین جریان تخلیه صف پرداختند. در این پژوهش، جریان شکست^۱ به عنوان جریان ۵ دقیقه‌ای (یا ۱۵ دقیقه‌ای) قبل از وقوع شکست تعریف شد. همچنین، بیشترین جریان ماقبل شکست^۲ به عنوان بیشترین جریان تحمل‌شده‌ی ۵ دقیقه‌ای (یا ۱۵ دقیقه‌ای) مشاهده شده قبل از شکست؛ و بیشترین جریان تخلیه صف^۳ به عنوان بیشترین جریان مشاهده شده‌ی پس از وقوع شکست و در شرایط متراکم تعریف شدند. این پژوهشگران مشاهده کردند که (در هر دو مقطع مورد مطالعه) بیشترین جریان ماقبل شکست و بیشترین جریان تخلیه صف، دارای مقداری بزرگتر (و از نظر آماری معنی‌دار) از جریان شکست هستند و پیشنهاد کردند که برای تعریف ظرفیت، از مفهوم جریان شکست استفاده شود [۵].

بریلن و همکاران (۲۰۰۵) در مطالعه‌ای جامع براساس داده‌های نرخ-جریان ۵ دقیقه‌ای به مدت یک سال به تخمین تابع توزیع ظرفیت در آزادراه‌های آلمان پرداختند. این پژوهشگران برای تعیین تابع توزیع ناپارامتری ظرفیت از روش حد حاصل-ضربی^۴ و برای تخمین تابع توزیع

پارامتری ظرفیت از روش تخمین بیشینه‌درست‌نمایی^۵ استفاده کرده و نشان دادند که مرطوب‌بودن سطح جاده ۱۱ درصد، محدودیت سرعت ۳ درصد و عدم روشنایی فاقد تأثیر بر ظرفیت است [۲].

گستفلدت و بریلن (۲۰۰۹) به مقایسه‌ی روش تخمین مستقیم احتمال وقوع شکست با روش تخمین تابع توزیع ظرفیت بر پایه‌ی مدل‌های آماری با داده‌های سانسور شده از نظر سازگاری، دقت و کاربردی‌بودن پرداختند. این پژوهشگران با مدل‌سازی تابع توزیع ظرفیت به روش‌های حد حاصل-ضربی و بیشینه‌ی درست‌نمایی به تحلیل چگونگی تأثیرگذاری شرایط آب‌وهوایی، روشنایی، حوادث و تصادفات، مناطق کاری، درصد وسایل نقلیه سنگین و آشنایی رانندگان با مسیر پرداختند و نحوه‌ی حذف هریک از موارد نامبرده از تخمین ظرفیت را بررسی کردند. آنها علاوه بر شیوه‌ی معمول ردیابی شکست، مجموعه‌ای از ۵ قانون را برای تخمین ظرفیت پیشنهاد کردند [۶].

شائو (۲۰۱۰) با به کارگیری تعریف لورنز و الفتریاد (۲۰۰۱) و آمار تردد (۱۰ دقیقه‌ای) ۱ ماهه آزادراه سه‌خطه در پکن، تابع توزیع ظرفیت آزادراه را به روش حد حاصل-ضربی تخمین زد. براساس این پژوهش، سرعت ۸۰ (کیلومتر در ساعت) آستانه‌ی بین نرخ-جریان روان و متراکم تعیین، و نتایج تخمین ظرفیت آزادراه در جداول طول‌عمر خلاصه شد [۷].

کیم و همکاران (۲۰۱۰) احتمال وقوع شکست در شرایط بارانی و خشک را در پنج مقطع مختلف از آزادراه-های کشور آمریکا بررسی کردند. این پژوهشگران نیز از روش‌های بیشینه‌ی درست‌نمایی و حد حاصل-ضربی، به ترتیب، برای تخمین توابع توزیع پارامتری و ناپارامتری استفاده کردند و دریافتند که باران تأثیر معنی‌داری در کاهش

1- Breakdown Flow
 2- Maximum Pre- Breakdown Flow
 3- Maximum Queue Discharge Flow
 4- Product Limit Method

5- Maximum Likelihood Estimation

ظرفیت دارد. آنها با مقایسه‌ی توابع توزیع وایبول، نرمال و لوجستیک برپایه‌ی مقدار لگاریتم درست‌نمایی دریافتند که تابع توزیع نرمال در کل دارای بیشترین برازش با اطلاعات مشاهده‌شده در شرایط بارانی و خشک است. در این پژوهش با به‌کاربردن مدل مخاطره تناسبی کاکس^۱ تأثیر شرایط بارانی در افزایش زمان تراکم نیز بین ۳۴.۸ تا ۴۳.۸ درصد تخمین زده شد [۸].

۳- روش تحقیق

۳-۱- مفهوم ظرفیت تصادفی

در رویکرد تصادفی، ظرفیت قطعه‌ای معین از مسیر یک متغیر تصادفی در نظر گرفته می‌شود تا مقداری قطعی. هر متغیر تصادفی دارای جامعه‌ای مخصوص خود است که با تابع توزیع آن شناخته می‌شود. برای تعیین تابع توزیع ظرفیت و نوع آن، ابتدا نیاز به تعریف ظرفیت و اطلاعات تشکیل دهنده‌ی آن است.

لورنز و الفترياد (۲۰۰۱)، ظرفیت راه را به عنوان نرخ جریان (وسیله نقلیه عبوری از هر خط در ساعت در بازه‌ای مشخص از زمان) متناظر با احتمال وقوع شکست قابل انتظار، تحت شرایط حاکم بر ترافیک و مسیر در یک جهت از مقطعی یکنواخت از آزادراه تعریف کرده‌اند [۴]. مفهوم شکست (گذار از شرایط جریان نامتراکم یا قابل قبول به شرایط جریان متراکم یا غیرقابل قبول) در این تعریف (تصادفی)، نقشی حیاتی دارد. گذار از شرایط دارای جریان قابل قبول به شرایط دارای جریان غیرقابل قبول شکست نامیده می‌شود. درواقع شکست به معنی گذار از جریان نامتراکم به جریان متراکم است [۲].

معیار کمی برای تشخیص شکست، سرعت آستانه^۲، به معنای سرعت حد فاصل بین جریان متراکم و جریان روان

است. سرعت آستانه می‌تواند باتوجه به فرهنگ رانندگی، از کشوری به کشور دیگر متفاوت باشد. شکست در آزادراه، زمانی رخ می‌دهد که متوسط سرعت سفر از مقدار قابل قبول به مقدار بسیار کمتر برای شرایط متراکم برسد. این گذارها بیشتر با کاهش ناگهانی سرعت همراه هستند.

براساس سرعت آستانه (حاصل از نمودار نقطه‌ای سرعت- نرخ جریان)، می‌توان نرخ جریان شکست را تعیین کرد. به این ترتیب، در صورتی که سرعت متوسط در بازه‌ی زمانی (i) بیش از سرعت آستانه، و در بازه‌ی زمانی بعدی (i+1) کمتر از آن باشد، به عنوان بازه‌ی منجر به شکست در جریان شناخته شده و نرخ جریان آن نرخ جریان شکست نامیده می‌شود که مقدار آن به عنوان ظرفیت مسیر در نظر گرفته می‌شود.

برای تخمین تابع توزیع ظرفیت، نرخ جریان‌های متناظر با بازه‌های شکست به عنوان مقادیر سانسور نشده^۳ و نرخ جریان‌های متناظر با بازه‌های روان به عنوان مقادیر سانسور شده^۴ استفاده می‌شوند. نرخ جریان‌های متناظر با بازه‌های متراکم، با توجه به اینکه شکست قبل از این نرخ- جریان‌ها رخ داده و این بازه‌ها فاقد اطلاعات در مورد وقوع شکست هستند، در نظر گرفته نمی‌شوند. برای تخمین تابع توزیع ناپارامتری ظرفیت از روش تخمین حد حاصل‌ضربی و جهت تخمین تابع توزیع پارامتری ظرفیت از روش تخمین بیشینه‌ی درست‌نمایی استفاده می‌شود.

۳-۲- روش تخمین حد حاصل‌ضربی

تخمین‌زن (برآوردگر) کاپلان- میر^۵ یا حد حاصل‌ضربی برای تخمین تابع بقا^۶ از روی اطلاعات طول عمر^۷ به کار می‌رود. در پژوهش‌های پزشکی، این روش برای برآورد

3- Censored Value

4- Uncensored Value

5- Kaplan- Meier Estimator

6- Survival Function

7- Life Time Data

1- Cox Proportional Hazard Model

2- Threshold speed

تعداد بیماران زنده مانده تا زمانی معین پس از معالجه؛ در اقتصاد برای برآورد مدت زمانی که افراد بیکار باقی می‌مانند؛ و در مهندسی، برای برآورد زمان تا خرابی قطعات به کار می‌رود.

مزیت مهم روش حد حاصل‌ضربی آن است که می‌تواند اطلاعات سانسور شده را نیز به حساب آورد. اطلاعات زمانی سانسور شده تلقی می‌شود که بیمار از نمونه بیرون کشیده شود، و طول عمر چند مشاهده از مدت زمان آزمایش بیشتر شود و یا آنکه قبل از مشاهده خروجی نهایی، بیمار از نمونه ناپدید شود. بنابراین طول عمر بیمار قابل اندازه‌گیری نبوده و تنها می‌توان گفت از مدت زمان آزمایش بیشتر است. این داده‌ها به خاطر محتوای اطلاعات اضافی در مورد طول عمر بیماران ارزشمند است. از آنجا که مشاهده‌ی شکست در جریان ترافیک به معنی رسیدن آزادراه به ظرفیت است، نرخ جریان‌های فاقد شکست (نرخ جریان‌های روان) به عنوان مقادیر سانسور شده و نرخ-جریان‌های منجر به شکست (نرخ جریان‌های شکست) به عنوان مقادیر سانسور نشده در نظر گرفته می‌شوند.

نمودار تخمین‌زن کاپلان- میر برای تابع بقا، به صورت مجموعه‌ای از پله‌های افقی با کمیتی نزولی با مقداری ثابت بین هر دو مشاهده‌ی مجزا است. زمانی که حجم نمونه به اندازه‌ی کافی بزرگ باشد، این تخمین‌زن به تابع بقای جامعه نزدیک می‌شود. بنابراین احتمال بقا پس از زمان t مانند رابطه (۱) خواهد بود.

$$t'' = S(t) = P(T > t) \quad (1)$$

تابع بقای تخمین‌زده شده به وسیله‌ی روش حد حاصل‌ضربی به صورت رابطه (۲) است [۹].

$$\hat{S}(t) = \prod_{j: t_j \leq t} \left(\frac{n_j - d_j}{n_j} \right) \quad (2)$$

که در آن:

$$\hat{S}(t) = \text{تابع بقای تخمین زده شده}$$

$$n_j = \text{تعداد مشاهده با طول عمر } T \geq t_j$$

$$D_j = \text{تعداد مرگ‌ها در زمان } t_j$$

اما تابع توزیع احتمال طول عمر مکمل تابع توزیع احتمال بقا است. بدین معنی که:

$$F(t) = 1 - S(t) \quad (3)$$

بریلن و همکاران روش اصلاح‌شده‌ی حد حاصل‌ضربی را برای تخمین ناپارامتری ظرفیت بکار برده‌اند که بر پایه‌ی آن، با فرض شکست به عنوان ناکامی در عملکرد مناسب تسهیلات، تشبیه تحلیل اطلاعات طول عمر به تحلیل ظرفیت به صورت جدول (۱) است.

جدول (۱) تشبیه تحلیل اطلاعات طول عمر به تحلیل ظرفیت [۲]

کمیت	تحلیل اطلاعات طول عمر	تحلیل ظرفیت
پارامتر	زمان (t)	حجم ترافیک (q)
وقوع ناکامی	مرگ در زمان (t)	شکست در حجم (q)
متغیر طول عمر	طول عمر (T)	ظرفیت (C)
سانسور شدن	طول عمر (T) طولانی‌تر از مدت آزمایش است	ظرفیت (C) بزرگتر از تقاضای ترافیک است
تابع بقا	$S(t) = 1 - F(t)$	$Sc(q) = 1 - Fc(q)$
تابع چگالی احتمال	f(t)	fc(q)
تابع توزیع احتمال	F(t)	Fc(q)

با برگرداندن تابع توزیع احتمال طول عمر برای تحلیل ظرفیت، می‌توان آنرا به صورت رابطه (۴) نوشت [۲].

$$Fc(q) = P(C \leq q) = 1 - \prod_{i: q_i \leq q} \left(\frac{k_i - d_i}{k_i} \right) \quad (4)$$

که در آن:

$$Fc(q) = \text{تابع توزیع ظرفیت (C) = احتمال کمتر بودن}$$

مطلوب، تابع توزیعی است که بازسازی مشاهدات را **محتمل ترین** کند. با داشتن داده‌های مشاهده، تابع چگالی انتخاب می‌شود که منجر به بیشترین احتمال در بازسازی مشاهده شود [۱۰].

با تعیین تابع درست‌نمایی (با داشتن نرخ جریان‌های شکست و روان)، می‌توان در مورد جامعه آماری فهمید و در مورد نوع تابع توزیع ظرفیت اظهار نظر کرد. از آنجا که مقادیر مختلف پارامترها نشان‌دهنده‌ی توابع توزیع متفاوت است، هدف یافتن پارامترهایی (متناظر با تابع توزیعی) است که تابع درست‌نمایی را بیشینه کند. معادله‌ی بیشینه‌ی درست‌نمایی با اعمال سانسور برای تخمین ظرفیت راه به صورت رابطه‌ی (۵) است [۱۱].

$$L = \prod_{i=1}^n f_c(q_i)^{\delta_i} \cdot [1 - F_c(q_i)]^{1-\delta_i} \quad (5)$$

برای آسانی محاسبات، لگاریتم تابع درست‌نمایی^۱ به جای آن به صورت رابطه‌ی (۶) بیشینه‌سازی می‌شود [۶].

$$L^* = \ln(L) = \sum_{i=1}^n \left\{ \delta_i \cdot \ln[f_c(q_i)] + (1 - \delta_i) \cdot \ln[1 - F_c(q_i)] \right\} \quad (6)$$

که در آن:

$f_c(q_i)$ = تابع چگالی ظرفیت (C)

$F_c(q_i)$ = تابع توزیع تجمعی ظرفیت (C)

n = تعداد بازه‌ها

Δt = اگر سانسور نشده باشد (شکست در جریان اتفاق افتاده باشد)

Δt^* = در بقیه نقاط (شکست در جریان ترافیک اتفاق نیفتاده باشد)

ظرفیت از حجم $P(C \leq q)$

q = حجم ترافیک (وسیله نقلیه در ساعت)

q_i = حجم ترافیک در بازه‌ی i (وسیله نقلیه در ساعت)

k_i = تعداد بازه‌ها با حجم ترافیک $q_i \leq q$

d_i = تعداد شکست‌ها در حجم q_i

i = مجموعه بازه‌های شکست

روش تخمین حد حاصل‌ضربی نیازمند فرض نوع خاصی از تابع توزیع نیست. همچنین مقدار تابع توزیع ظرفیت تنها در صورتی برابر یک می‌شود که بیشترین نرخ-جریان روان، شکست در جریان را بدنبال داشته باشد. در غیر این صورت، تابع توزیع در مقداری کوچکتر از یک متوقف خواهد شد.

۳-۳- روش تخمین بیشینه‌ی درست‌نمایی

دو روش معمول برای تخمین پارامترها عبارتند از روش تخمین کمینه مربعات و روش تخمین بیشینه‌ی درست‌نمایی. معیار روش کمینه مربعات برای تخمین پارامترها، کمینه‌سازی مجموع مربعات خطاست. از آن رو که شکست‌های ترافیکی در جریان، در مقاطع مختلف زمانی اتفاق می‌افتند و نرخ جریان‌های روان فاقد شکست نیز به عنوان مقادیر سانسور شده در تخمین تابع توزیع ظرفیت نقش دارند، اطلاعات مربوط به تابع توزیع آزادراه دارای گسستگی بوده و روش تخمین حداقل مربعات بر خلاف بیشینه‌ی درست‌نمایی (که برای تخمین پارامترهای اطلاعات دارای گسستگی مناسب است)، کارایی چندانی ندارد.

روش تخمین بیشینه درست‌نمایی (MLE) ابتدا بوسیله-ی فیشر در دهه‌ی ۱۹۲۰ توسعه داده شد. برخلاف روش کمینه مربعات، معیار این روش، بیشینه‌سازی احتمال وقوع همزمان مشاهده است. مطابق این روش تابع توزیع

مقطع ۲۵ کیلومتری پیش از پل کلاک و مقطع کلاک پس از آن واقع شده‌اند. بنابراین سفرهای منتهی به جاده‌ی چالوس از مقطع ۲۵ کیلومتری عبور کرده، اما از مقطع کلاک عبور نمی‌کنند. پس با توجه به حجم سفرهای منتهی به جاده‌ی چالوس، انتظار می‌رود تعداد شکست‌ها در مقطع ۲۵ کیلومتری بیش از مقطع کلاک باشد.

با توجه به ناشناخته‌بودن پارامترهای تابع توزیع ظرفیت، آزمون انواع توابع و مقایسه‌ی آنها بر مبنای برازش مناسب‌تر (مانند مقدار تابع لگاریتم درست‌نمایی) ضروری است.

۴- برداشت اطلاعات

۴-۱- انتخاب مقاطع

برای به دست آوردن اطلاعات مناسب درمورد نحوه‌ی توزیع ظرفیت، مقاطع مختلفی در بزرگراه‌های درون‌شهری تهران، جاده‌های برون‌شهری و نیز آزادراه تهران-کرج ارزیابی شدند. معیار انتخاب مقاطع مناسب برای تحلیل نحوه‌ی توزیع ظرفیت، تشکیل نمودار نقطه‌ای سرعت-نرخ جریان و همچنین معقول بودن اعداد نمودار نقطه‌ای سرعت-نرخ جریان بود. با توجه به عدم تشکیل نمودار نقطه‌ای سرعت-نرخ جریان در مقاطع برون‌شهری و همچنین معقول نبودن اعداد نمودار سرعت-نرخ جریان در بزرگراه‌های درون‌شهری تهران، آزادراه تهران-کرج برای تحلیل مناسب تشخیص داده‌شد.

آزادراه تهران-کرج دارای سه خط به عرض ۳.۶۵ متر و محدودیت سرعت ۱۲۰ کیلومتر بر ساعت است. اطلاعات آزادراه تهران-کرج شامل نرخ جریان و سرعت متوسط مکانی وسایل نقلیه عبوری (برداشت شده به وسیله‌ی دوربین) در بازه‌های ۱۵ دقیقه‌ای از تاریخ ۱۴ اردیبهشت الی ۲۱ شهریور ۱۳۹۰ پایگاه داده‌ای این پژوهش را تشکیل می‌دهد. بر اساس نمودارهای سرعت-نرخ جریان نقطه‌ای برای هفت مقطع این آزادراه، دو مقطع ۲۵ کیلومتری و کلاک (در مسیر تهران به کرج) برای تحلیل انتخاب شدند. انتخاب دو مقطع برای آن بود که با افزایش تعداد مقاطع، می‌توان با اطمینان بیشتری در مورد نوع تابع توزیع ظرفیت نتیجه‌گیری کرد.

۴-۲- پالایش بازه‌های زمانی

برای به دست آوردن تابع توزیع ظرفیت، لازم است که تمامی نرخ جریان عبوری در بازه‌های زمانی یکسان جمع‌آوری شوند. بنابراین پس از انتخاب مقاطع، پالایش آمار گردآوری شده به وسیله‌ی دوربین‌ها صورت گرفت که طی آن، بازه‌های زمانی بزرگتر از ۱۵ دقیقه از پایگاه داده‌های هر دو مقطع حذف شدند.

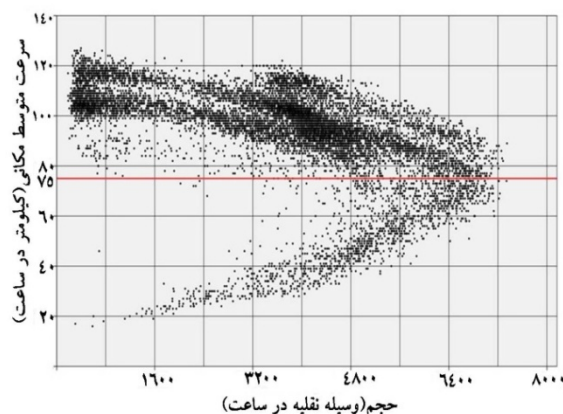
با توجه به ضرورت معقول بودن تخمین ظرفیت (تکرار ظرفیت در ساعات اوج با تقاضای کافی [۱])، سه مشاهده‌ی پرت در بازه‌ی ۱۵ دقیقه‌ای در مقطع ۲۵ کیلومتری با نرخ جریان‌هایی معادل ۸,۵۶۸، ۱۱,۴۰۸ و ۱۱,۹۶۰ وسیله نقلیه در ساعت شناسایی و حذف شدند.

۴-۳- پالایش اخلاص مربوط به گسستگی در

اطلاعات

گسستگی در اطلاعات (در مقاطع زمانی مختلف) به این معنی است که اطلاعات گزارش نشده یا اینکه (به دلیل پرت بودن) حذف شده و اطلاعات لازم در مورد نرخ-جریان و سرعت در دسترس نیست. این کمبود باعث اختلال در ردیابی شکست در جریان می‌شود، زیرا سرعت در بازه‌ی زمانی قبل از گسستگی بیش از سرعت آستانه بوده و در بازه زمانی بعد (به خاطر عدم وجود رکورد اطلاعاتی)، به وسیله‌ی نرم‌افزار به منزله‌ی سرعت صفر

به همراه سرعت آستانه



شکل (۲) نمودار سرعت- نرخ جریان نقطه‌ای مقطع کلاک به همراه سرعت آستانه

در کل مدت نمونه برداری، تعداد ۹,۷۹۱ نرخ جریان نامتراکم ۱۵ دقیقه‌ای در مقطع ۲۵ کیلومتری به دست آمد که از این تعداد ۲۲۹ مشاهده سانسور نشده و ۹,۵۶۲ مشاهده سانسور شده بودند. همچنین در مقطع کلاک نیز ۹,۲۹۶ نرخ جریان نامتراکم به دست آمد که از این تعداد ۱۶۹ مشاهده سانسور نشده و ۹,۱۲۶ مشاهده سانسور شده بودند. با توجه به سه خطه بودن آزادراه تهران- کرج، نرخ جریان‌های منجر به شکست در حجمی کمتر از ۳,۶۰۰ وسیله نقلیه در ساعت که به احتمال زیاد ناشی از وقوع حادثه یا عامل خارجی دیگر بوده‌اند برای پالایش بیشتر داده‌ها حذف شدند.

۲-۵- تخمین نوع تابع توزیع

تابع توزیع ناپارامتری حد حاصل ضربی پس از حذف نرخ- جریان‌های واقع در ناحیه متراکم، در مقطع کلاک (۷۰ درصد تابع مطابق شکل ۳) و در مقطع ۲۵ کیلومتری (تابع کامل مطابق شکل ۴) تخمین زده شد. یعنی بیشترین نرخ جریان مشاهده شده‌ی روان در این مقطع همراه با وقوع شکست در جریان ترافیک بوده‌است.

مطابق با تابع توزیع ناپارامتری، دامنه‌ی توزیع ظرفیت

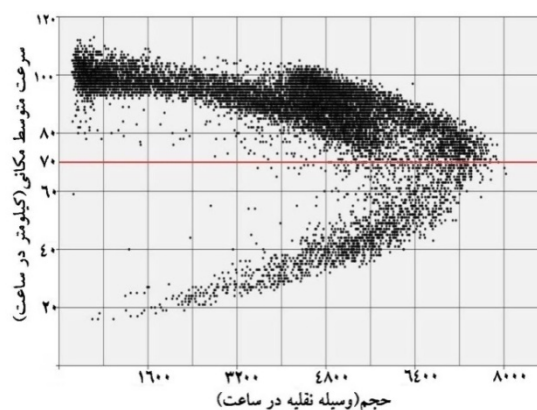
تلقی شده و به اشتباه، این کاهش سرعت شکست در نظر گرفته می‌شود. در صورت عدم رفع این نقص، تعداد زیادی از نرخ جریان‌های روان به عنوان شکست در نظر گرفته می‌شود. داده‌های این پژوهش از این نظر نیز پالایش شدند.

۵- تحلیل و نتایج عددی

۵-۱- ردیابی شکست

تعیین سرعت آستانه بر اساس نمودار سرعت- نرخ جریان نقطه‌ای با توجه به شاخه‌های متراکم و نامتراکم آن صورت می‌گیرد: در صورت پیوسته بودن این نمودار، نقطه‌ی اتصال شاخه‌های متراکم و نامتراکم؛ و در صورت ناپیوسته بودن، فضای خالی بین این شاخه‌ها معیار خوبی برای تشخیص سرعت آستانه است. بر این اساس، سرعت آستانه آزادراه تهران- کرج، در دو مقطع ۲۵ کیلومتری و کلاک مطابق شکل‌های ۱ و ۲، به ترتیب، برابر ۷۰ و ۷۵ کیلومتر بر ساعت به دست می‌آید.

با فرض اینکه معیار ردیابی شکست، کاهش سرعت متوسط وسایل نقلیه به سرعتی کمتر از آستانه باشد، بازه‌ی زمانی i در صورتی به عنوان بازه‌ی منجر به شکست شناخته می‌شود که سرعت متوسط در آن بازه بیش از آستانه، و در بازه‌ی بعدی $(i+1)$ کمتر از آستانه باشد.



شکل (۱) نمودار سرعت- نرخ جریان نقطه‌ای مقطع ۲۵ کیلومتری

شکل (۴) برازش تابع توزیع گامبل بر تابع توزیع ناپارامتری در مقطع کلاک تابع توزیع مقدار حدی^۶ یا گامبل دارای دو فرم متداول به نام‌های کوچک‌ترین مقدار حدی^۷ و بزرگ‌ترین مقدار حدی^۸ است، که در این مقاله از فرم اول آن به صورت رابطه (۷) استفاده شد [۱۲].

$$F(x) = 1 - e^{-e^{\frac{x-\alpha}{\beta}}} \quad (7)$$

که در آن:

α = پارامتر مکان^۹

β = پارامتر مقیاس^{۱۰}

نتایج حاصل از پرداخت شامل پارامترهای مکان و مقیاس و همچنین مقادیر میانگین و میانه در جدول (۲) ارائه شده است.

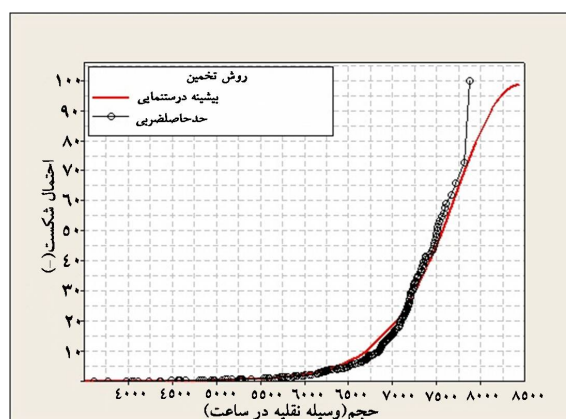
جدول (۲) نتایج پرداخت تابع توزیع گامبل در هر دو مقطع

مقطع	$\alpha(veh/h)$	$\beta(veh/h)$	میانگین (وسیله نقلیه در ساعت)	میانه (وسیله نقلیه در ساعت)	لگاریتم درست‌نمایی
۲۵ کیلومتری	۷,۷۳۴	۴۵۸	۷,۴۷۰	۷,۵۶۶	-۲,۲۲۰.۵
کلاک	۷,۲۱۷	۴۳۶	۶,۹۶۶	۷,۰۵۸	-۱,۶۴۵.۷

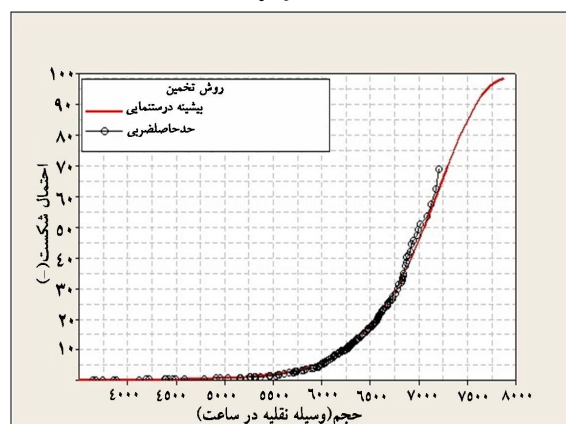
با استفاده از نتایج این جدول، تابع توزیع ظرفیت آزادراه سه‌خطی تهران-کرج مطابق رابطه (۸) به دست می‌آید، که با استفاده از آن می‌توان احتمال وقوع ظرفیت در هر نرخ- جریان دلخواه را محاسبه کرد. برای مثال، در نرخ جریان ۷,۳۱۱ وسیله نقلیه در ساعت، احتمال شکست برابر ۰.۵ خواهد بود.

در مقطع ۲۵ کیلومتری از نرخ جریان حدود ۳,۶۰۰ تا بیش از ۷,۸۰۰ وسیله نقلیه در ساعت و در مقطع کلاک نیز دامنه‌ی آن از حدود ۳,۶۰۰ تا بیش از ۷,۲۰۰ وسیله نقلیه در ساعت است. این دامنه‌ی وسیع شکست نشان‌دهنده ضعف و ناتوانی تعریف سنتی و غیر تصادفی از ظرفیت مسیر است.

برای توزیع پارامتری ظرفیت، فرم‌های تابع متفاوتی مانند توزیع نرمال^۱، لوجستیک^۲، گامبل^۳، وایبول^۴ و لگ-نرمال^۵ بر اساس ادبیات مورد برازش قرار گرفتند. تابع گامبل در هر دو مقطع به دلیل داشتن بیشترین مقدار لگاریتم درست‌نمایی، مناسب‌تر تشخیص داده شد.



شکل (۳) برازش تابع توزیع گامبل بر تابع توزیع ناپارامتری در مقطع ۲۵ کیلومتری



6- Extreme Value Distribution
7- Smallest Extreme Value
8- Largest Extreme Value
9- Location Parameter
10- Scale Parameter

1- Normal Distribution
2- Logistic Distribution
3- Gumbel Distribution
4- Weibull Distribution
5- Log- Normal Distribution

گامبل دارای بیشترین برازش از نظر لگاریتم احتمال است. مانند سایر مطالعات مشابه، علی‌رغم مدت طولانی برداشت اطلاعات، در مقطع کلاک تابع توزیع ظرفیت ناپارامتری کامل حاصل نشد و در مقطع ۲۵ کیلومتری نیز به‌رغم حصول تابع توزیع ناپارامتری کامل، در احجام بالا، تابع به‌علت تعداد کم مشاهده منجر به شکست، تخمین دقیقی از ظرفیت ارائه نمی‌دهد.

پیشنهاد می‌شود مطالعاتی برای تعیین تابع توزیع ظرفیت در مسیرهای مختلف با تعداد خطوط متفاوت انجام شود. همچنین می‌توان با برداشت اطلاعات در بازه‌های زمانی ۱ و ۵ دقیقه‌ای (علاوه بر بازه‌های ۱۵ دقیقه‌ای)، تخمین‌های متفاوتی از نحوه‌ی توزیع ظرفیت ارائه کرد. در خصوص تأثیر شرایط آب‌وهوایی، نور، تصادفات، و آشنایی رانندگان با مسیر بر روی ظرفیت آزادراه‌ها نیز جای دارد که مطالعه‌ای صورت گیرد تا تأثیر هریک از عوامل فوق بر روی تابع توزیع ظرفیت مشخص شود.

۷- منابع و مراجع

- [1] Highway Capacity Manual, Transportation Research Board, Washington D.C., 2000.
- [2] Brilon, W., Geistefeldt, J., and Regler, M., Reliability of Freeway Traffic Flow: A stochastic Concept of Capacity, 16th International Symposium on Transportation and Traffic Theory, College Park, Maryland, 2005, pp. 125-144.
- [3] Minderhoud, M.M., Botma, H., and Bovy, P.H.L., Assessment of Roadway Capacity Estimation Methods, Transportation Research Board, Washington D.C., 1997, pp. 59-67.
- [4] Lorenz, M., and Elefteriadou, L., A Probabilistic Approach to Defining Freeway Capacity and Breakdown, Proceedings of the 4th International Symposium on Highway Capacity, Transportation Research Board, TRB-Circular E-C018, Washington D.C., 2000, pp. 84-95.
- [5] Elefteriadou, L., and Lertworawanich, P., Defining, Measuring and Estimating Freeway Capacity, TRB Annual Meeting, Transportation Research Board, Washington D.C., 2003.

$$F(q) = 1 - e^{-e^{\left(\frac{q-7470}{447}\right)}} \quad (8)$$

که در آن:

q = نرخ جریان (وسیله نقلیه در ساعت)

۶- نتیجه‌گیری و پیشنهاد

رویکرد سنتی به مقوله بسیار مهم ظرفیت، رویکرد قطعی و معین است، که از جمله مشکلات آن، تجاوز حجم تردد از ظرفیت است. مطالعات نشان می‌دهند که ظرفیت تسهیلات، به عنوان بیشترین نرخ جریان تردد، ماهیتی غیرقطعی و تصادفی دارد، که با توجه به پیچیدگی‌های بیشتر آن، نیاز به داده‌های بیشتر و اطلاع از شکل تابع توزیع ظرفیت دارد. تعریف ظرفیت تصادفی مبتنی بر مفهوم شکست در جریان ترافیک به عنوان گذار از شرایط نامتراکم به شرایط متراکم و آستانه ظرفیت است.

مقاله جاری به تحلیل نظری رویکرد تصادفی و کاربرد آن در قالب موردپژوهی آزادراه تهران- کرج می‌پردازد، که برای آن نرخ جریان‌های شکست و روان تعیین می‌شود. برای تخمین تابع توزیع ناپارامتری ظرفیت، از روش حد حاصل‌ضربی و برای تخمین تابع توزیع پارامتری، از روش بیشینه درست‌نمایی با فرض تابع توزیع ظرفیت استفاده می‌شود. براساس شیوه‌های سنتی، ظرفیت مسیری سه‌خطه باید مقداری قطعی باشد، در صورتی که نتایج تحلیل‌های مبتنی بر داده‌های شمارش حجم در بازه‌های ۱۵ دقیقه‌ای از تاریخ ۱۴ اردیبهشت الی ۲۱ شهریور ۱۳۹۰ در دو مقطع کلاک و ۲۵ کیلومتری نشان می‌دهد که ظرفیت آزادراه سه-خطه تهران- کرج نه‌تنها مقداری قطعی نیست، بلکه دارای دامنه‌ی (نرخ جریان‌های منجر به وقوع شکست) وسیعی است. نتایج همچنین نشان می‌دهد که بر اساس اطلاعات چهارماهه تردد در دو مقطع منتخب برای موردپژوهی، تابع

- [11] Washington, S.P., Karlaftis, M.G., and Mannering, F.L., Statistical and Econometric Methods for Transportation Data Analysis, Florida, Chapman & Hall, CRC Press, 2003.
- [12] Strong, A.W., Wu, E.Y., Vollertsen, R.P., Sune, J., La Rosa, G., Sullivan, T.D., and Rauch, S.E., Reliability Wear out Mechanisms in Advanced CMOS Technologies, Hoboken, New Jersey, John Wiley & Sons, 2009, pp.41.
- [6] Geistefeldt, J., and Brilon, W., A Comparative Assessment of Stochastic Capacity Estimation Methods, Transportation and Traffic Theory, Springer Science and Business Media, 2009, pp. 583-602.
- [7] Shao, C., Implementing Estimation of Capacity for Freeway Sections, Journal of Applied Mathematics, 2011.
- [8] Kim, J., Mahmassani, H., and Dong, J., Flow Breakdown Likelihood and Duration: Modeling The Effect of Weather, Submitted for presentation at the 89th Annual Meeting of the Transportation Research Board, Washington D.C., January 2010.
- [9] Kaplan, E.L., and Meier, P., Nonparametric estimation from Incomplete Observations, Journal of the American Statistical Association, 1985, pp. 457-481.
- [10] Myung, J., Tutorial on maximum likelihood estimation, Journal of Mathematical Psychology, 2002, pp. 90-100.

A Stochastic Approach to Freeway Capacity Estimation: Tehran-Karaj Freeway Case Study

A.R. Mamdoohi^{1*}, M. Saffarzadeh², S. Shojaat³

1- Assistant Prof., Faculty of Civil and Environmental Eng., Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

2- Professor, Tarbiat Modares University, and Dean of Parseh Transport Research Institute

3- Ph.D. Student, Louisiana State University, Louisiana, USA

armamdoohi@modares.ac.ir

Abstract:

Capacity of a road facility as an important characteristic in transportation and traffic studies is defined as the maximum rate of flow that could be held by that facility, which has been supposed to have a constant and certain value. This assumption, although necessary for most traffic studies, has also caused some problems, like that of demand exceeding capacity in many road facilities. Researchers have recently shown that capacity is not necessarily the maximum flow rate held by a facility. They have also demonstrated that capacity has a stochastic nature rather than a constant and deterministic value. Stochastic approach to capacity is more complicated and comprehensive. In this approach, capacity is treated as a random variable generated from a population, and having corresponding distribution function. Knowing more about breakdown phenomenon, as transition from acceptable to unacceptable flow, plays a key role in this approach. To obtain breakdown flow rates, threshold speed as the quantitative measure is used to distinguish congested and non-congested flow rates. Flow rates occurring immediately before decrease of average speed below the threshold speed, are regarded as breakdown flow rates and their value in addition to non-congested flow rates are used to estimate the distribution function. Product Limit Method with analogy to life time data is used to estimate non-parametric function. The main advantage of this method is that it considers censoring data. In capacity estimation, if a time interval is followed by a breakdown, it will be regarded as uncensored interval; if it is non-congested it will be regarded as censored interval, meaning that capacity of the road is bigger than incoming demand. If it is located in a congested area, it would not be used in the estimation process.

Two common parametric estimation methods are (OLS) ordinary least squares and (MLE) maximum likelihood estimation. Since binary data is used to estimate capacity distribution function, the ordinary least squares method is not useful with such data. Maximum likelihood estimation with a presumption about the type of distribution is used to estimate the parameters. Distribution function with the maximum log-likelihood value would be the function that has most likely produced the sample, and is known as the capacity of the freeway. In this paper, both non-parametric and parametric capacity distribution functions of Tehran-Karaj freeway as the oldest and the busiest freeway in Iran, serving and average of 100,000 passenger cars a day, are estimated. Threshold speed is found to be respectively 70 km/h and 75 km/h in two sections under investigation located in the direction to Karaj. Based on the data gathered for four months by traffic cameras; and refining to meet standard criteria, a sample of 229 and 169 breakdowns were detected at each section. Different distribution functions are fitted to the data, and with trial about different kinds of functions, Gumbel distribution is found to be the best distribution fitting the observed data.

Keywords: Freeway Capacity, Stochastic Approach, Maximum Likelihood Estimation, Product Limit Method, Distribution Function, Gumbel Distribution