

مدل رفتاری الیاف فولادی خمیده در بتن

پرویز قدوسی^{۱*}، رسول احمدی^۲، مهدی شریفی^۳

- ۱- عضو هیئت علمی دانشگاه علم و صنعت ایران
۲- عضو هیئت علمی مرکز تحقیقات ساختمان و مسکن
۳- دانشجوی دکتری سازه، دانشگاه علم و صنعت ایران

ghoddousi@iust.ac.ir

تاریخ دریافت: ۱۳۸۸/۰۱/۳۱ تاریخ پذیرش: ۱۳۸۹/۱۰/۰۸

چکیده- در این پژوهش یک مدل ریاضی چند خطی برای پیش‌بینی رفتار بیرون کشیدن الیاف خمیده با بدنه صاف از بتن ارائه شده است. بنای این مدل بر روش نیرویی استوار است. در این مدل ابتدا با استفاده از نظریه رابطه بین "تنش مهاري و لغزش بین بدنه الیاف و ماتریس کنار آن" و فرض توزیع یکنواخت تنش محیطی، یک مدل ساده ریاضی برای الیاف مستقیم استخراج شده است؛ و سپس با استفاده از آن، مدل ریاضی الیاف خمیده با تجزیه و تحلیل نیروها در محل‌های خمیده قلاب‌ها ارائه شده است. یکی از ویژگی‌های این مدل توانایی آن در برآورد منحنی نیرو-لغزش الیاف در سه محدوده مهار کامل، جداشدگی نسبی و لغزش الیاف است. در این مدل امکان پیش‌بینی سازوکارهای اصلی لغزش و میزان نیروهای متناظر ارائه شده است. سرانجام این مدل با نتایج تحقیقات آزمایشگاهی موجود و همچنین انجام آزمایش بیرون کشیدن الیاف، اعتبارسنجی شده است.

کلیدواژگان: بتن‌های الیافی، الیاف خمیده، مهار کامل، جداشدگی نسبی، لغزش

۱- مقدمه

ایجادشده در الیاف به‌وسیله تنش‌های مهاري یا تعاملی^۱ به ماتریس کنار آن منتقل می‌شود [۱]. در بتن‌های الیافی با حجم کم و متوسط به دلیل آن‌که تنش‌های تعاملی الیاف از حد بیشینه خود می‌گذرند، الیاف از ماتریس کنار جدا شده و از داخل آن بیرون کشیده^۲ می‌شود. بیرون کشیده شدن الیاف نقش زیادی را در جذب انرژی وارد شده و کنترل عرض ترک دارد [۲]؛ بنابراین پیش‌بینی رفتار بیرون کشیدن الیاف از اهمیت زیادی برخوردار است. از طرف دیگر در آزمایش‌های فراوانی به اثر قلاب در

مواد سیمانی مانند بتن و ملات، ضعف ذاتی ماتریس در مقاومت کششی دارند و در مقادیر پایین تنش‌های کششی دچار ترک‌خوردگی می‌شوند. افزودن الیاف به چنین ماتریس‌هایی که منجر به تولید مواد مرکب الیافی می‌شود، راهکاری برای برطرف کردن این عیب است. بر اساس یک اتفاق نظر همگانی، نقش اصلی الیاف، بعد از ترک‌خوردگی ماتریس و ایجاد مقاومت در برابر بازشدگی و گسترش ترک با ایجاد پل‌بندی در دو وجه ترک ایفا می‌شود. در محدوده ترک‌خورده قسمتی از تنش‌های وارد شده به ماتریس و باقی آن به‌وسیله الیاف تحمل می‌شود. نیروی

1 - Interfacial bond Stress
2 - Pull-out

جذب انرژی بیشتر نسبت به الیاف مستقیم و همچنین ارائه سازوکارهای رفتاری متفاوت اشاره شده است [۵، ۴ و ۳]. زمانی که الیاف در انتهای خود قلاب دارند نیروی لازم برای بیرون کشیدن الیاف، به دلیل وجود مهار انتهایی الیاف، بیشتر خواهد بود. این حالت منجر به وجود اختلاف‌هایی در رفتار بیرون کشیده شدن الیاف از ماتریس نسبت به الیاف مستقیم خواهد شد. بنابراین مدل‌های ریاضی موجود برای الیاف مستقیم را نمی‌توان برای پیش‌بینی رفتار الیاف خمیده استفاده کرد.

هدف اصلی این مقاله، ارائه یک مدل ریاضی برای پیش‌بینی رفتار بیرون کشیدن الیاف خمیده با بدنه صاف می‌باشد. بنای اصلی این مدل بر روش نیروئی استوار است. در این مطالعه ابتدا با استفاده از نظریه فرضی رابطه بین "تنش مهاری و لغزش بین بدنه الیاف و ماتریس کنار آن" و فرض توزیع یکنواخت تنش محیطی ابتدا یک مدل ساده ریاضی برای الیاف مستقیم استخراج شده است؛ سپس با تجزیه و تحلیل نیرویی در محل‌های خمیده الیاف، مدل رفتار بیرون کشیدن الیاف فولادی مستقیم ارتقا داده شده است. یکی از ویژگی‌های این مدل توانایی آن در برآورد منحنی نیرو-لغزش الیاف در سه محدوده رفتاری مهار کامل، جداشدگی نسبی و لغزش الیاف است. در این مدل امکان پیش‌بینی سازوکارهای اصلی لغزش و میزان نیروهای متناظر فراهم شده است. در نهایت این مدل با نتایج تحقیقات آزمایشگاهی موجود و همچنین انجام آزمایش بیرون کشیدن الیاف، اعتبارسنجی شده است.

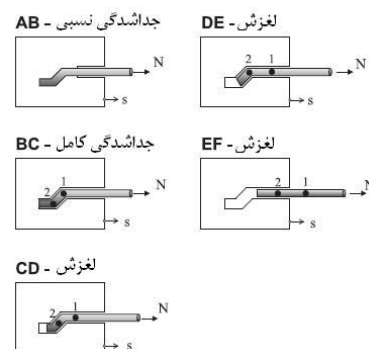
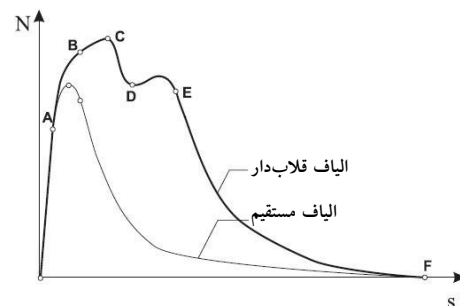
۲- مدل‌های ریاضی موجود

مدل‌های ریاضی پیش‌بینی رفتار بیرون کشیده شدن الیاف بر اساس فرض اولیه‌ای که برای شرایط جدا شدن ماتریس از الیاف در نظر می‌گیرند به دو گروه نیرویی یا انرژی

تقسیم‌بندی می‌شوند [۶]. یکی از اولین مدل‌ها به‌وسیله‌ی لارنس [۷] توسعه داده شد که در آن توزیع تنش تعاملی بین الیاف و ماتریس به ویژگی‌های الاستیک ماتریس و الیاف مرتبط شده است. نعمان و همکارانش [۸ و ۹] یک مدل کامل نیرویی برای پیش‌بینی رفتار بیرون کشیدن الیاف مستقیم بر اساس نظریه "تنش مهاری و لغزش بین بدنه الیاف و ماتریس کنار آن" ارائه داده‌اند. استانگ و همکاران [۱۰] نیز با استفاده از معیار انرژی، مدل ریاضی بیرون کشیدن الیاف مستقیم را ارائه داده‌اند. آلتون و همکاران [۱۱] مدلی تحلیلی برای پیش‌بینی میزان مشارکت مهار مکانیکی قلاب در الیاف فولادی خمیده تهیه کرده‌اند. در آخرین تحقیقات نیز سوجی کوراوول و همکاران [۱۲] یک مدل برای پیش‌بینی رفتار الیاف صاف خمیده ارائه کردند که در واقع توسعه مدل نعمان و همکاران [۸ و ۹] است. در این مدل الیاف خمیده به دو قسمت تقسیم می‌شوند: بدنه اصلی و قسمت موهومی؛ این دو قسمت با یک فنر به یکدیگر متصل شده است. قسمت موهومی و فنر وصل‌کننده بیان‌گر، اثر قلاب در الیاف است. در این مدل رابطه بین تنش-لغزش در قسمت اصلی همانند رابطه تنش برشی تعاملی-لغزش بین الیاف و ماتریس در الیاف مستقیم نعمان و همکاران [۸ و ۹] است و در قسمت موهومی رابطه به‌صورت خطی در نظر گرفته شده است. سختی فنر وصل‌کننده نیز مقدار ثابتی نداشته و در هر مرحله باید با برآوردن همسازی تغییر شکل‌ها بین دو قسمت بدنه اصلی و قسمت موهومی به‌صورت سعی و خطا محاسبه شود. برای حل معادلات در این مدل غیرواقعی، لازم است عملیات ریاضی پیچیده و وقت‌گیری انجام شود. افزون بر آن، این مدل توانایی پیش‌بینی سازوکارهای رفتاری الیاف خمیده را به‌صورت صریح ندارد.

۳- سازوکار رفتار الیاف خمیده در کشش

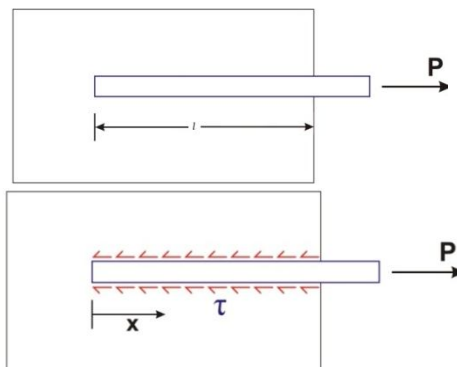
الیاف خمیده نیز همانند الیاف مستقیم دارای مراحل سه‌گانه رفتاری [مهارکامل، جداشدگی نسبی و لغزش] است. البته این مراحل نسبت به الیاف مستقیم مقداری اختلاف دارد. این اختلاف ناشی از تغییر در توزیع نیرو به دلیل وجود خمیدگی‌ها در طول الیاف است مهم‌ترین اختلاف، نوع سازوکار لغزش الیاف خمیده ماتریس کنار خود است. در الیاف مستقیم بعد از جداشدن کامل الیاف از ماتریس، لغزش الیاف از ماتریس آغاز می‌شود. اما در الیاف خمیده زمانی که الیاف در تمام طول خود از ماتریس جدا می‌شود به دلیل وجود خمیدگی‌ها در الیاف یک نوع مهار مکانیکی ایجاد که در شکل ۱ مراحل لغزش الیاف خمیده نشان داده شده است. همان‌گونه که در این شکل مشاهده می‌شود شاخه CD و DE تفاوت اصلی سازوکار لغزش الیاف خمیده نسبت به الیاف مستقیم است که در مدل ارائه شده، شرایط لازم برای پیش‌بینی این مراحل واری و ارائه شده است.



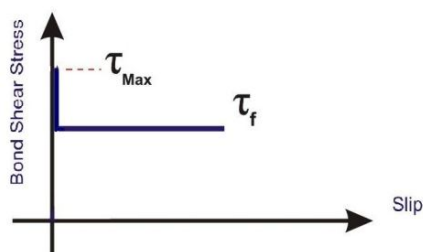
شکل (۱) سازوکار الیاف خمیده در کشش [۱۳]

۴- مدل ریاضی پیشنهادی برای الیاف مستقیم

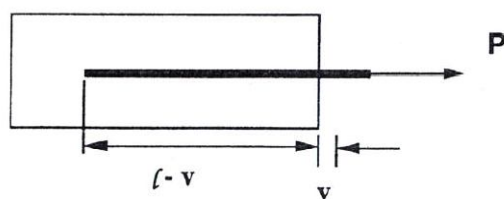
در این قسمت از مقاله مدل جدید ریاضی ساده‌ای برای الیاف مستقیم تحت اثر کشش ارائه شده است. در شکل ۲ الیاف مستقیم تحت اثر نیروی P نشان داده شده است. این نیرو به صورت تنش‌های محیطی به ماتریس کنار خود منتقل شده و در سر الیاف تغییر ایجاد می‌کند. با افزایش مقدار نیرو، الیاف از ماتریس کنار به تدریج جدا شده و با تکمیل جداشدگی، الیاف شروع به لغزش می‌کند. فرض کنید که رابطه بین تنش‌های محیطی (تنش‌های تعاملی) با ماتریس کناری مطابق با شکل ۳ باشد. در این مدل فرض می‌شود تنش محیطی تا آستانه مقاومت مهاری (τ_{max}) به ماتریس کناری منتقل می‌شود. سپس در این حد از تنش، الیاف از ماتریس کنار خود جدا شده و تنش محیطی به مقدار ثابت τ_f کاهش می‌یابد و لغزش الیاف از ماتریس آغاز می‌شود.



شکل (۲) الیاف مستقیم و توزیع تنش در آن تحت اثر نیرو

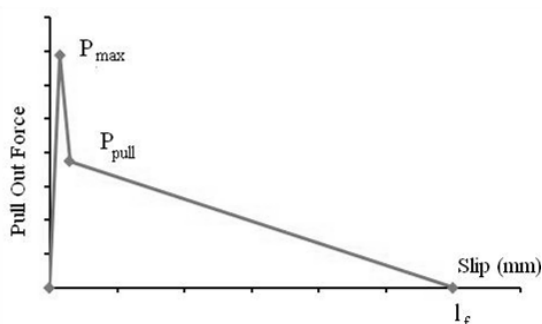


شکل (۳) رابطه بین تنش تعاملی و لغزش



شکل (۴) لغزش و بیرون آمده الیاف از ماتریس

با جمع‌بندی مطالب بیان‌شده، مدل ریاضی بیرون کشیده شدن برای الیاف مستقیم مطابق با شکل ۵ به‌دست خواهد آمد.



شکل (۵) مدل ریاضی بیرون کشیده شدن الیاف مستقیم

۵- مدل ریاضی پیشنهادی الیاف صاف خمیده

در این بخش از مقاله با استفاده از مدل ساده ریاضی ارائه‌شده برای الیاف مستقیم و تحلیل توزیع نیروها و تنش‌ها در محل خمیدگی‌های الیاف خمیده، مدل ریاضی ساده چندخطی برای الیاف خمیده ارائه شده است.

۵-۱- تحلیل نیروها و تنش‌ها در محل خمیدگی

قبل از ارائه روابط ریاضی برای الیاف خمیده، لازم است تغییرات نیرو در طول الیاف که به‌دلیل وجود خمیدگی‌ها ایجاد شده است بررسی شود. برای تحلیل نیروها و تنش‌ها در محل خمیدگی‌ها، الیاف در طول خود همانند شکل ۶، به سه قطعه تقسیم می‌شود.

در صورتی که توزیع تنش محیطی یکنواخت فرض شود با استفاده از تعادل استاتیکی، رابطه بین نیروی بیرون کشیدن الیاف و تنش‌های داخلی قبل از شروع لغزش به صورت زیر خواهد بود:

$$P = \tau \psi l \leq P_{max} = \tau_{max} \psi l \quad (1)$$

که τ ، تنش محیطی ψ محیط الیاف، l طول الیاف و P_{max} نیروی آستانه جداسازی الیاف از ماتریس کنار خود است. در این مرحله یعنی زمانی که هنوز نیروی واردشده به حد P_{max} نرسیده است، تغییر شکل نوک الیاف با رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\Delta = \int_0^l \frac{P(x)}{AE} dx = \int_0^l \frac{\tau \psi x}{AE} dx = \frac{\tau \psi}{2AE} l^2 \quad (2)$$

که AE ، سختی مؤثر است که $AE = A_f E_f + A_m E_m$ و $A_f E_f$ سختی الیاف و $A_m E_m$ سختی ماتریس کنار آن است. زمانی که نیروی P به حد نیروی آستانه جداسازی (P_{max}) برسد، لغزش و بیرون آمدن الیاف شروع می‌شود. در این مدل به دلیل فرض توزیع یکنواخت تنش در بدنه، جداسازی الیاف در یک لحظه اتفاق می‌افتد. در این زمان نیروی وارد شده به مقدار $P_{pull} = \tau_f \psi l$ افت می‌کند. بعد از افت نیرو، الیاف از ماتریس بیرون آمده و جابه‌جایی صلب v الیاف، که در شکل ۴ نشان داده شده است، به مقدار قبلی تغییر شکل افزوده می‌شود. نیروی اعمال شده به سر الیاف حین بیرون کشیده شدن، از رابطه $P_{dyn} = \tau_f \psi (l - v)$ محاسبه می‌شود. در این رابطه، τ_f تنش محیطی بعد از جداسازی، ψ محیط الیاف، l ، طول الیاف و v جابه‌جایی صلب الیاف است. زمانی که الیاف به‌صورت کامل از ماتریس بیرون کشیده شود نیروی متناظر آن به صفر میل می‌کند.

در صورتی که نیروی P به انتهای الیاف وارد شود علاوه بر تنش‌های محیطی ایجاد شده در راستای بدنه الیاف، در محل‌های خمیدگی قلاب، نیروها و تنش‌هایی همانند شکل ۷- الف ایجاد می‌شود. در تحقیقات گذشته نیز [۱۴ و ۱۵] به وجود چنین نیروهایی اشاره شده است، اما روابطی برای محاسبه آن‌ها ارائه نشده است. در این پژوهش برای محاسبه این نیروها، روابط ریاضی استخراج شده است که در ادامه ارائه می‌شود.

همان‌گونه که در شکل ۷ دیده می‌شود، به‌خاطر وجود انحنا، در قلاب، نیرو قبل و بعد از انحنا تغییر می‌کند. این تغییر نیرو به دلیل وجود یک نیروی قائم در محل خمیدگی و تنش‌های اصطکاکی حاصل از آن است. در شکل ۷-ب و ۷-ج جزئیات نیروهای وارد شده در محل قلاب دید می‌شود.

فرض کنیم نیروی الیاف در محل انحنای (خمیدگی) اول برابر با $f(0)$ است و نیروی بعد از خمیدگی-نیروی وارد شده بر قطعه دوم- برابر با f_1 باشد. در صورتی که معادلات تعادل در محل خمیده را در دستگاه مختصات $x'y'$ نوشته شود، خواهیم داشت:

$$f(0) \cos \frac{\theta}{2} = f_1 \cos \frac{\theta}{2} + \mu f_n \quad (3)$$

$$f(0) \sin \frac{\theta}{2} + f_1 \sin \frac{\theta}{2} = f_n \quad (4)$$

با حل دستگاه معادله بالا خواهیم داشت:

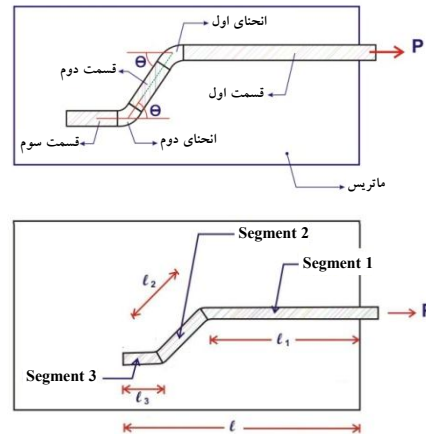
$$f_1 = \frac{\cos \frac{\theta}{2} - \mu \sin \frac{\theta}{2}}{\cos \frac{\theta}{2} + \mu \sin \frac{\theta}{2}} f(0) = \alpha_1 f(0) \quad (5)$$

$$\alpha_1 = \frac{\cos \frac{\theta}{2} - \mu \sin \frac{\theta}{2}}{\cos \frac{\theta}{2} + \mu \sin \frac{\theta}{2}} \quad (6)$$

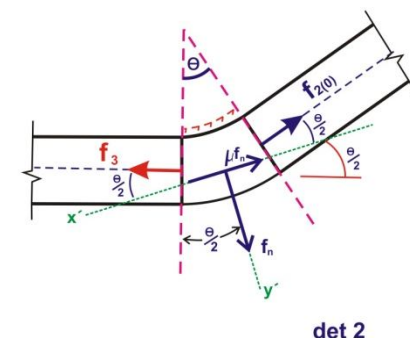
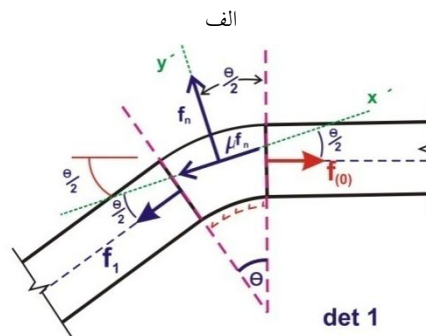
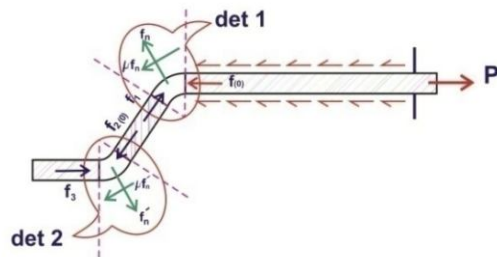
و همچنین

$$f_n = \frac{\sin \theta}{\cos \frac{\theta}{2} + \mu \sin \frac{\theta}{2}} f(0) = \alpha_2 f(0) \quad (7)$$

$$\alpha_2 = \frac{\sin \theta}{\cos \frac{\theta}{2} + \mu \sin \frac{\theta}{2}} \quad (8)$$



شکل (۶) شکل هندسی الیاف خمیده



شکل (۷) توزیع نیروها و تنش‌ها در الیاف خمیده

در ادامه با استفاده از معادلات به دست آمده، مدل ریاضی پیشنهادی برای الیاف مستقیم، ارتقا داده شده و مدل ریاضی برای پیش‌بینی رفتار بیرون کشیدن الیاف خمیده ارائه می‌شود.

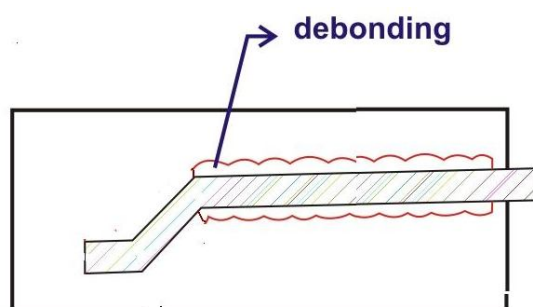
۲-۵- مدل ریاضی الیاف خمیده

۱-۲-۵- محدوده مهار کامل^۱-مرحله اول

در مراحل اولیه اعمال بار P -تا زمانی که قسمت اول الیاف خمیده به حد جداشدگی نرسیده باشد- می‌توان رفتار الیاف خمیده را مشابه با الیاف مستقیم با طول l_1 و روابط ۱ و ۲ را تا نیروی $P_{max1} = \tau_{max} \psi l_1$ در نظر گرفت.

۲-۲-۵- محدوده جداشدگی نسبی^۲، مرحله دوم

همان‌گونه که در بخش ۱-۵ ملاحظه شد، به دلیل وجود خمیدگی‌ها در قلاب‌ها، نیروی اعمالی به قسمت‌های دوم و سوم الیاف کاهش می‌یابد و باعث می‌شود دو قسمت مذکور نسبت به قسمت اول، با تأخیر زمانی از ماتریس کنار خود جدا شود. در واقع در این زمان، همان‌گونه که در شکل ۸ نشان داده شده است، الیاف در قسمت اول از ماتریس جدا شده و به وسیله قلاب‌ها که همانند یک تکیه‌گاه عمل می‌کنند، در بتن نگه داشته می‌شود.



شکل (۸) وقوع جداشدگی نسبی در الیاف خمیده

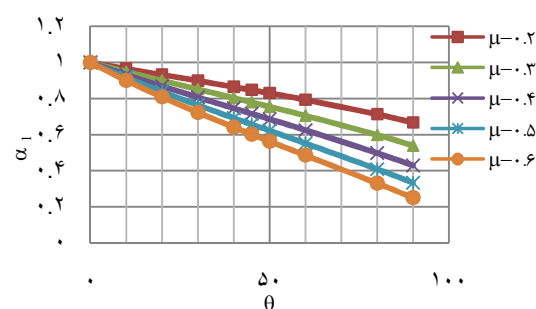
همان‌گونه که در معادلات بالا دیده می‌شود، به‌خاطر وجود خمیدگی در قلاب، نیروی وارد بر قسمت دوم با یک ضریب ثابت α_1 کاهش می‌یابد. این موضوع بدان معناست که تنش‌های محیطی اطراف قلاب‌ها (بعد از خمیدگی‌ها) دیرتر از بدنه اصلی به حد بیشینه خود و جدا شدگی از ماتریس کنار می‌رسد. این موضوع در انتهای دیگر قلاب نیز صادق است؛

یعنی:

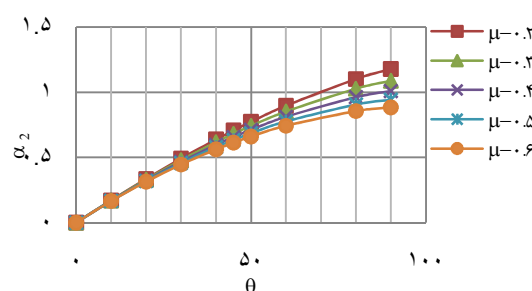
$$f_2 = \alpha_1 f_2(0) \quad (9)$$

$$f_n = \alpha_2 f_2(0) \quad (10)$$

در نمودارهای یک و دو تغییرات ضرایب α_1 و α_2 در تابع تغییرات زاویه خمیدگی‌ها و مقادیر مختلف μ نشان داده شده است.



نمودار (۱) مقادیر مختلف α_1 در تابع زاویه خمیدگی و μ



نمودار (۲) مقادیر مختلف α_2 در تابع زاویه خمیدگی و μ

1 -Perfect Bonding
2 - Partial De-bonding

$$\alpha_1 P_1 - t_{f1} l_2 > \frac{t_{f1} l_3 \cos \frac{\theta}{2}}{(\cos \frac{\theta}{2} - \mu \alpha_2)} \quad (14)$$

و سرانجام مقدار نیروی لازم که با P_{p1} نشان داده می‌شود برابر است با:

$$P_{p1} > t_{f1} l_1 + \frac{t_{f1} l_2}{\alpha_1} + \frac{t_{f1} l_3 \cos \frac{\theta}{2}}{\alpha_1 (\cos \frac{\theta}{2} - \mu \alpha_2)} \quad (15)$$

تغییر شکل نوک الیاف در حد نیروی P_{p1} از روابط زیر محاسبه می‌شود:

$$\Delta_2 = \Delta_f \quad (16)$$

که در رابطه ۱۶، Δ_f تغییر شکل الیاف است و طبق رابطه ۱۷ محاسبه می‌شود:

$$\Delta_f = \int_0^{l_1} \frac{(P - \tau_f \psi x)}{A_f E_f} dx = \frac{P l_1}{A_f E_f} - \frac{\tau_f \psi}{2 A_f E_f} l_1^2 \quad (17)$$

۵-۲-۳- لغزش^۱

پس از آن‌که مقدار نیرو به حد P_{p1} (رابطه ۱۵) رسید، قسمت سوم الیاف از محل خود خارج و لغزش الیاف آغاز می‌شود. بعد از آغاز لغزش، در مرحله بعدی، قسمت سوم الیاف در انحنای اول مطابق شکل ۱۰ گیر خواهد افتاد.

همانند بخش پیشین برای حرکت قسمت سوم از انحنای اول لازم است رابطه‌ی $\sum F(x') > 0$ در راستای محور x' برقرار باشد؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$(P - \tau_{f1} l_1) \cos \frac{\theta}{2} > t_{f1} l_2 \cos \frac{\theta}{2} + \mu \alpha_2 (P - \tau_{f1} l_1) \quad (18)$$

به عبارت دیگر:

$$(P - \tau_{f1} l_1) > \frac{t_{f1} l_2 \cos \frac{\theta}{2}}{(\cos \frac{\theta}{2} - \mu \alpha_2)} \quad (19)$$

$$P_{p2} > \tau_{f1} l_1 + \frac{t_{f1} l_2 \cos \frac{\theta}{2}}{(\cos \frac{\theta}{2} - \mu \alpha_2)} \quad (20)$$

در این فاز که وضعیت الیاف در شکل ۸ نشان داده شده است، قسمتی از نیروی وارد شده P به ماتریس کناری قسمت اول الیاف منتقل می‌شود و سهم آن برابر با $P_{m1} = \tau_f \psi l_1$ است و بقیه‌ی آن به بدنه الیاف و قلاب‌ها وارد می‌شود. این فاز تا زمانی ادامه دارد که الیاف در کل طول خود شامل قلاب‌های انتهایی، از ماتریس کناری جدا شود. برای محاسبه این حد نیرویی، توزیع تنش‌ها و نیروهای پیرامون الیاف در شکل ۹ را در نظر بگیرید. همان‌گونه که در این شکل دیده می‌شود در الیاف خمیده‌ای که در تمام طول خود از ماتریس کناری جدا شده است علاوه بر تنش‌های محیطی، نیروهای مقاومی در محل خمیدگی‌ها وجود دارد که منجر به افزایش نیروی P برای شروع لغزش الیاف می‌شود. این نیروها طبق بخش ۵ این مقاله، خود ناشی از نیروی اعمالی P ، است و با افزایش مقدار P آن‌ها نیز افزایش می‌یابند.

بر اساس تعادل نیرویی در محل انحنای (خمیدگی) دوم، زمانی که رابطه $\sum F(x'') > 0$ در شکل ۹-ج برقرار شود، سازوکار خارج شدن الیاف از انحنای (خمیدگی) دوم - که شروع لغزش محسوب می‌شود - برقرار خواهد شد:

$$P_2 \cos \frac{\theta}{2} > t_{f1} l_3 \cos \frac{\theta}{2} + \mu \alpha_2 P_2 \quad (11)$$

با مرتب کردن رابطه ۱۱ - که در ادامه آورده شده - بیشینه‌ی نیروی لازم برای خارج کردن قسمت سوم الیاف از محل انحنای دوم، طبق رابطه ۱۵ به دست می‌آید.

$$P_2 \left(\cos \frac{\theta}{2} - \mu \alpha_2 \right) > t_{f1} l_3 \cos \frac{\theta}{2} \quad (12)$$

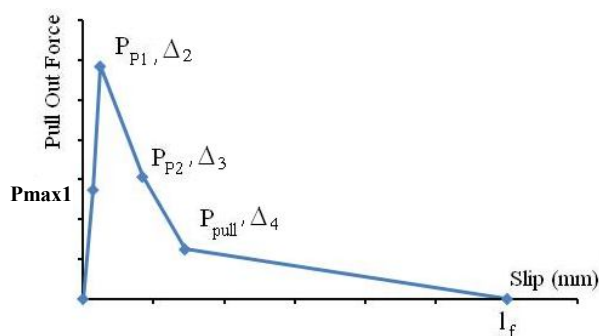
$$P_2 > \frac{t_{f1} l_3 \cos \frac{\theta}{2}}{(\cos \frac{\theta}{2} - \mu \alpha_2)} \quad (13)$$

با جای‌گذاری مقدار $P_2 = \alpha_1 P_1 - t_{f1} l_2$ در معادله ۱۳ خواهیم داشت:

در ادامه با محقق شدن رابطه ۲۰، قسمت سوم الیاف از انحنای اول حرکت کرده و الیاف فولادی باقی مانده تنها در قسمت اول وجود خواهد داشت که شرایط موجود، مشابه با الیاف مستقیم است. بر اساس تعادل استاتیکی در این حالت میزان نیروی P_{P2} به مقدار $P_{pull} = t_f l_1$ افت می کند. در این زمان تغییر شکل نوک الیاف برابر است با تغییر شکل مرحله قبل (رابطه ۲۱) به اضافه تغییر شکل صلب قسمت دوم الیاف. به عبارت دیگر:

$$\Delta_4 = \Delta_3 + l_2 \quad (22)$$

با جمع بندی مطالب ارائه شده در بخش های ۵-۲-۱ تا ۵-۲-۳ مدل ریاضی بیرون کشیدن الیاف خمیده مطابق با شکل ۱۱ بدست خواهد آمد.



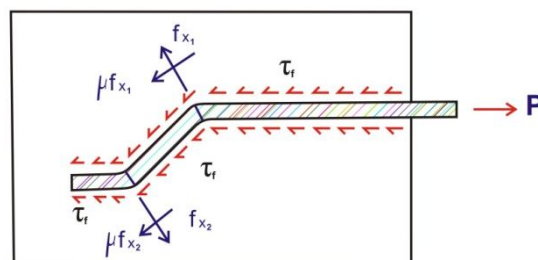
شکل (۱۱) مدل ریاضی چند خطی بیرون رفتار بیرون کشیدن الیاف خمیده

۵-۲-۴- اثر اتکایی قلابها^۱

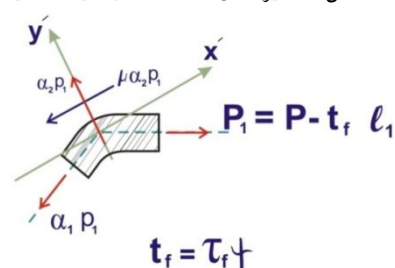
در معادلات ۱۵ و ۲۰ با توجه به آثار هندسی قلابها، نیروهای حادی برای بیرون کشیدن الیاف از محل خمیدگیها استخراج شد. مقایسه بین نتایج آزمایشگاهی با روابط نشان می دهد که این آثار به تنهایی توانایی رسیدن به نیروهای مشاهده شده در آزمایشها را ندارد و در کنار آنها اثر دیگری وجود دارد. این اثر که "اثر اتکایی" نامیده

که P_{P2} آستانه نیروی لغزش الیاف در خمیدگی اول است. تغییر شکل نوک الیاف درست در لحظه ای که میزان نیرو به مقدار P_{P2} می رسد برابر است با تغییر شکل مرحله قبل به اضافه تغییر شکل صلب قسمت سوم الیاف:

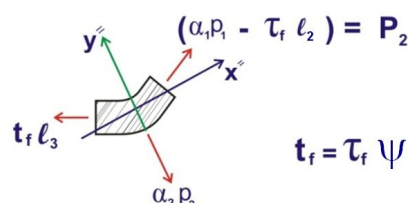
$$\Delta_3 = \Delta_2 + l_3 \quad (21)$$



الف- تنشها و نیروهای اعمال شده به الیاف خمیده

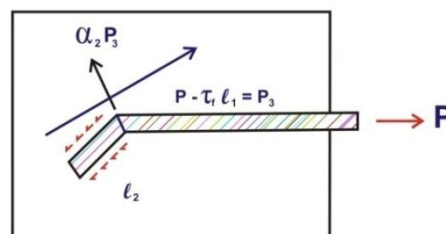


ب- جزئیات نیروها در خمیدگی اول



ج- جزئیات نیروها در خمیدگی دوم

شکل (۹) وضعیت تنشها و نیروها در الیاف در آستانه بیرون کشیدن قسمت سوم از ماتریس



شکل (۱۰) نیروها و تنشهای وارد شده به الیاف

1 -Bearing Effect of Hooks

۶- اعتبار سنجی مدل با نتایج آزمایشگاهی

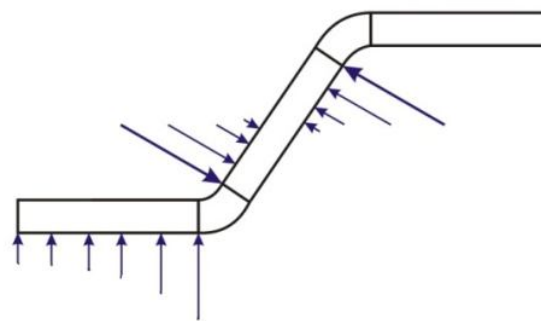
اعتبارسنجی این مدل با انجام تعدادی آزمایش جدید و اطلاعات آزمایشگاهی موجود انجام شده است.

۶-۱- اعتبارسنجی مدل با استفاده از نتایج آزمایشگاهی جدید

برای اعتبارسنجی مدل، یک برنامه آزمایشگاهی کشش الیاف انجام شده است. در این برنامه، آزمایش کشش الیاف روی دو دسته الیاف مستقیم و الیاف خمیده انجام شد. دو نوع الیاف با طول مدفون ۲۰ و ۳۰ میلی‌متر در هر دسته در نظر گرفته شد. الیاف استفاده شده در این آزمایش‌ها از نوع DRAMIX ZC-60/0.8 است. طول این نوع الیاف $60(l_f)$ میلی‌متر، قطر آن $0.8(d_f)$ میلی‌متر، نسبت ظاهری آن l_f/d_f ۷۵ و تنش گسیختگی آن ۱۱۰۰ مگاپاسکال است. الیاف مستقیم با بریدن قلاب انتهایی الیاف خمیده تهیه شده است. بتن استفاده شده در این آزمایش از نوع خودتراکم (SCC) است که نسبت اختلاط آن در جدول ۱ و مشخصات رئولوژی و مقاومتی آن در جدول ۲ آمده است.

جزئیات دستگاه و روش انجام آزمایش در شکل ۱۳ نشان داده شده است. همان‌طور که در این شکل دیده می‌شود الیاف مورد نظر در یک نمونه مکعبی ۲۰ سانتی‌متری حین بتن‌ریزی با طول مدفون مورد نظر قرار می‌گیرد. سپس قسمتی از الیاف که بیرون از بتن است، به وسیله یک گیره مخصوص گرفته می‌شود. این گیره به گونه‌ای طراحی شده که حین اعمال نیرو هیچ گونه لغزشی بین گیره و الیاف رخ ندهد. در این زمان نیرو به وسیله این گیره به الیاف منتقل شده و الیاف به سمت بالا، بیرون کشیده می‌شود. برای اندازه‌گیری مقدار نیروی وارد شده یک قرائت‌کننده نیرو^۱ بین گیره و جک قرار گرفته است.

می‌شود ناشی از تنش‌های دیگری است که بر محور الیاف در قسمت‌های دوم و سوم عمود است. این تنش‌های عمودی که در شکل ۱۲ به صورت شماتیک نشان داده شده است آثار ثانویه وجود قلاب‌ها است که علاوه بر تنش‌های محیطی نشان داده شده در شکل ۷ به وجود می‌آیند. این تنش‌ها در اثر نیروهای متمرکز ایجاد شده در خمیدگی‌ها که تمایل دارند قسمت‌های دوم و سوم را به بتن کنار فشار دهند ایجاد می‌شوند.



شکل (۱۲) اثر اتکایی قلاب‌ها و تنش‌های کناری ایجاد شده

وجود این تنش‌های قائم باعث می‌شود تا تنش بیشینه جداسدگی (τ_{max}) در قسمت قلاب‌ها بر اساس قانون کولمب افزایش یابد؛ بنابراین لازم است روابط ۱۵ و ۲۰ به صورت زیر اصلاح شوند:

$$P_{p1} > t_f l_1 + \frac{t_{f2} l_2}{\alpha_1} + \frac{t_{f3} l_3 \cos \frac{\theta}{2}}{\alpha_1 (\cos \frac{\theta}{2} - \mu \alpha_2)} \quad (23)$$

$$P_{p2} > t_f l_1 + \frac{t_{f2} l_2 \cos \frac{\theta}{2}}{(\cos \frac{\theta}{2} - \mu \alpha_2)} \quad (24)$$

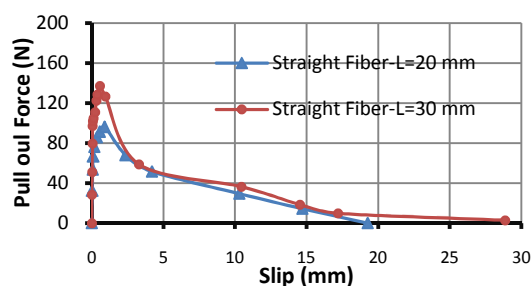
که در رابطه ۲۳ و ۲۴ مقادیر t_{f1} و t_{f2} تنش‌های بیشینه اصلاح شده در قسمت قلاب‌ها است که از مقدار t_f بیشتر است. در این پژوهش مقادیر t_{f1} و t_{f2} با یکدیگر برابر فرض شده که حدود (۸-۹) است.

جدول (۱) نسبت اختلاط بتن استفاده شده

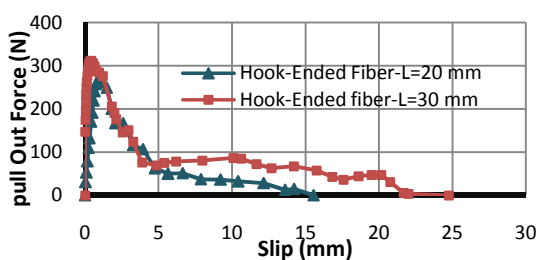
مقدار	واحد	اجزا
۴۷۷	kg/m ³	سیمان
۵۳	kg/m ³	میکرو سیلیس
۲۴۰	kg/m ³	پودر سنگ
۵۴۴/۶	kg/m ³	شن
۸۲۶/۸	kg/m ³	ماسه
۱۵۰	kg/m ³	آب
۲/۷	lit/m ³	فوق روان کننده
۰/۳	-	نسبت آب به سیمان

جدول (۲) مشخصات رئولوژی و مکانیکی بتن

مقاومت فشاری (MPa)	حلقه J (mm)	قیف V (Sec)	اسلامپ جاری سنجی (cm)	
۶۰	کمتر از ۱۵	۱۲ تا ۶	۸۰ تا ۶۵	[16] مقدار مجز
	۴	۳/۱۲	۶۶	مقدار اندازه گیری شده



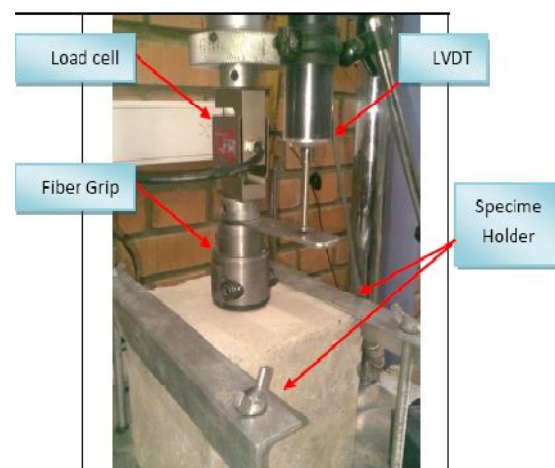
نمودار (۳) رفتار بیرون کشیدن الیاف صاف



نمودار (۴) رفتار بیرون کشیدن الیاف خمیده

برای اعتبارسنجی مدل رفتاری، پارامترهای مورد نیاز مدل مانند تنش محیطی بیشینه و تنش محیطی اصطکاکی از روی رفتار بیرون کشیدن الیاف مستقیم با طول مدفون ۳۰

برای اندازه‌گیری تغییر شکل نوک الیاف، با طراحی خاص یک قطعه فلزی به گیره و دستگاه اندازه‌گیری تغییر شکل^۱ به آن متصل شده است. بدین صورت تغییرات نیرو و تغییر شکل مجموعه آن با سامانه قرائت بار و دستگاه اندازه‌گیری تغییر شکل، اندازه گرفته می‌شود.



شکل (۱۳) جزئیات و روش انجام آزمایش کشش الیاف

در نمودارهای ۳ و ۴ نتایج به دست آمده از آزمایش کشش الیاف صاف و خمیده آمده است.

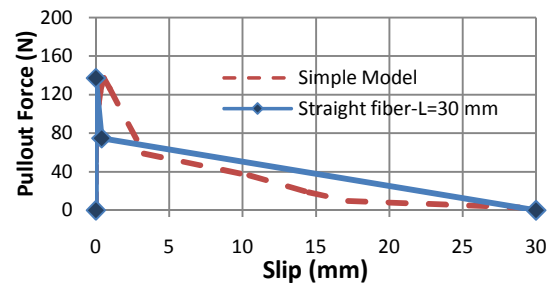
1- LVDT (Linear Versus Displacement Transducer)

همان گونه که در نمودارهای ۶ و ۷ دیده می شود مدل ریاضی ارائه شده می تواند با تقریبی بسیار مناسب و با استفاده از چند پارامتر آسان و محاسبات ساده، رفتار بیرون کشیدن الیاف را ارائه دهد.

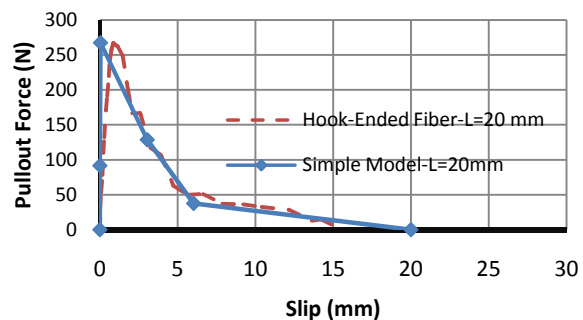
۶-۲- اعتبارسنجی مدل با استفاده از نتایج آزمایشگاهی موجود

در این بخش نتایج اعتبارسنجی مدل با استفاده از تعدادی داده ی آزمایشگاهی موجود ارائه شده است. این نتایج در یک پژوهش تحت نظر دانشگاه Minho پرتغال به وسیله ی ویکتور و همکاران [۱۶] انجام شده است. در این برنامه، آزمایش کشش الیاف روی دو دسته الیاف مستقیم و خمیده انجام شده است. دو نوع الیاف با طول مدفون ۱۰، ۲۰ و ۳۰ میلی متر در هر دسته در نظر گرفته شده است. الیاف استفاده شده در این آزمایش ها از نوع RC-80/60-BN است. طول این نوع الیاف (l_f) ۶۰ میلی متر، قطر آن (d_f) ۰/۷۵ میلی متر، نسبت ظاهری آن (l_f/d_f) ۸۰ و تنش گسیختگی آن ۱۱۰۰ مگاپاسگال است. در این پژوهش نیز الیاف مستقیم با بریدن قلاب انتهایی الیاف خمیده تهیه شده است. بتن استفاده شده در این آزمایش مقاومت فشاری ۸۳/۴ مگاپاسگال برای نمونه مکعبی با ابعاد ۱۵۰ میلی متر می باشد. در نمودارهای ۸ و ۹ نتایج آزمایش بیرون کشیدن الیاف مستقیم و صاف آورده شده است. در ادامه، مدل ریاضی ساده شده برای این نتایج، استخراج شده و در نمودارهای ۱۰ و ۱۱ مقایسه بین رفتار بیرون کشیدن الیاف و مدل ساده ریاضی، ارائه شده است. نتایج حاصل در این بخش نشان دهنده توانایی مدل در برآوردن آسان و سریع رفتار بیرون کشیدن الیاف با دقت مناسب است.

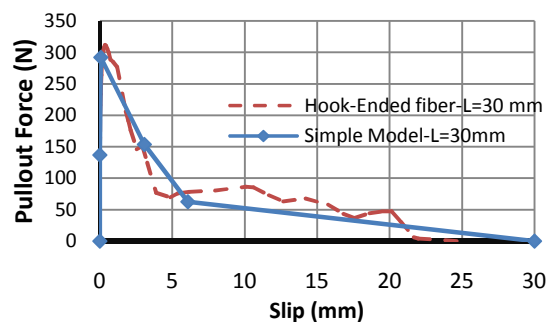
میلی متر (نمودار ۳) استخراج شده است. در نمودار ۵، مدل ریاضی الیاف صاف با نتایج آزمایش مقایسه شده است؛ سپس با استفاده از این پارامترها مدل ریاضی بیرون کشیدن الیاف خمیده استخراج و نتایج آن در نمودارهای ۶ و ۷ آورده شده است.



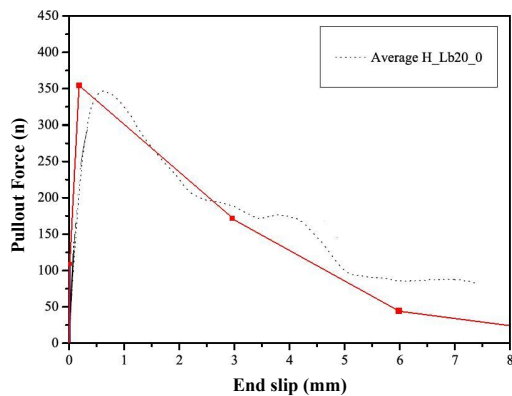
نمودار (۵) مقایسه رفتار بیرون کشیدن الیاف مستقیم ۳۰ میلی متر با مدل ریاضی ارائه شده



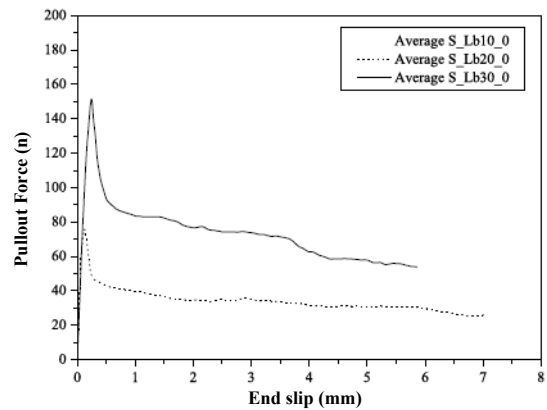
نمودار (۶) مقایسه رفتار بیرون کشیدن الیاف خمیده ۲۰ میلی متر با مدل ریاضی ارائه شده



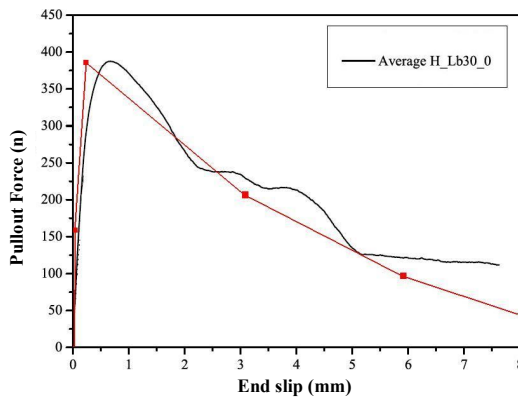
نمودار (۷) مقایسه رفتار بیرون کشیدن الیاف خمیده ۳۰ میلی متر با مدل ریاضی ارائه شده



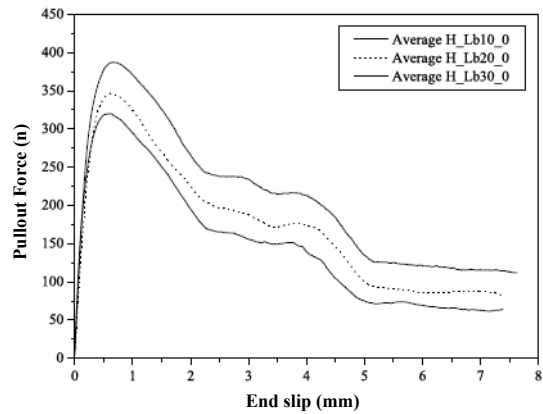
نمودار (۱۱) مقایسه رفتار بیرون کشیدن الیاف خمیده ۲۰ میلی متر در نتایج ویکتور و همکاران [۱۶] و مدل ساده ریاضی



نمودار (۸) رفتار بیرون کشیدن الیاف صاف در مطالعات ویکتور و همکاران [۱۶]



نمودار (۱۲) مقایسه رفتار بیرون کشیدن الیاف خمیده ۳۰ میلی متر در نتایج ویکتور و همکاران [۱۶] و مدل ساده ریاضی



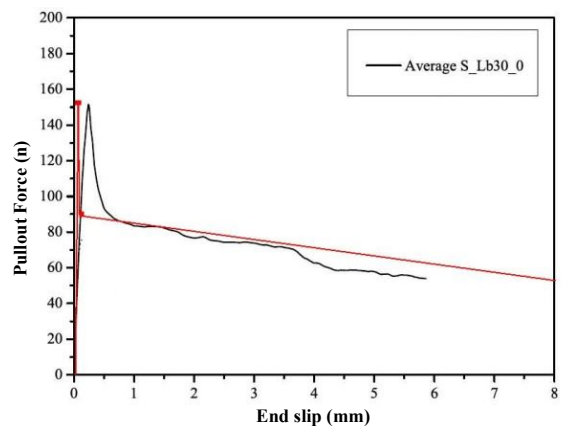
نمودار (۹) رفتار بیرون کشیدن الیاف خمیده در مطالعات ویکتور و همکاران [۱۶]

۷- نتیجه گیری

در این پژوهش مدل ریاضی چندخطی برای پیش بینی رفتار بیرون کشیدن الیاف خمیده ارائه شد و با تعدادی از نتایج آزمایشگاهی موجود و جدید بررسی و مقایسه شد. نتایج به دست آمده نشان می دهد که مدل ارائه شده به صورت آسان و با استفاده از چند پارامتر می تواند رفتار بیرون کشیدن الیاف خمیده را پیش بینی کند.

۸- تشکر و قدردانی

در انتها نویسندگان مقاله مراتب تشکر خود را از



نمودار (۱۰) مقایسه رفتار بیرون کشیدن الیاف مستقیم ۳۰ میلی متر در نتایج ویکتور و همکاران [۱۶] و مدل ساده ریاضی

- [10] Stang, H., Li, Z. and Shah, S. P. \Pullout problem: Stress versus fracture mechanical approach." *Journal of Engineering Mechanics*, 116(10): 2136{2150 (1990).
- [11] Alwan, J. M., Naaman, A. E. and Guerrero, P. "Effect of mechanical clamping on the pull-out response of hooked steel fibers embedded in cementitious matrices." *Concrete Science and Engineering RILEM*, 1(1): 15 {25 (1999).
- [12] Sujivorakul, C., Waas, A. M. and Naaman, A. Pullout response of a smooth fiber with an end anchorage." *Journal of Engineering Mechanics*, 126(9): 986{993 (2000).
- [13] Markovic, I. *High-Performance Hybrid-Fibre Concrete - Development and utilization*. Ph.D. thesis, Delft University, Netherlands (2006).
- [14] Pauley, Prislely, Seismic Design of Concrete and Masonry Structures.
- [15] Hiroshi Suemasu et all, A probabilistic approach to the toughening mechanism in short-fiber-reinforced ceramic-matrix composites, 2001, Composite Science and Technology.
- [16] Vítor M.C.F, Cunha, Pullout behaviour of hooked-end steel fibres in self-compacting concrete, April 2007, University of Minho

حمایت‌های مسئولین دانشگاه علم و صنعت و دانشگاه قم ابراز می‌کنند. همچنین از زحمات آقای مهندس شاه‌چراغی از شرکت پایاهور و مهندسین زرین قلم و آقابابازاده از شرکت حدیش که در تهیه الیاف مورد نیاز این پژوهش همکاری کردند، تشکر و قدردانی می‌شود.

۹- مراجع

- [1] N. Banthia, M. Sappakittipakorn, "Toughness enhancement in Steel Fibre Reinforced Concrete Through Fibre Hybridization", 2007, Cement and Concrete Research.
- [2] ACI 466.1R-91, Fracture Mechanics of Concrete: Concept , Models and Determination of Material Prperties.
- [3] Burakiewicz, A., 1978. "Testing of Fibre Bond Strength in Cement Matrix," Testing and Test Methods if Fibre Cement Composites, RILEM Symposium, The Construction Press, Lancaster, pp: 355-365.
- [4] Soroushian, P. and Bayasi, Z. Fiber-type effeccts on the performance of steel fiber reinforced concrete." *ACI Materials Journal*, 88(2): 129{134 (1991).
- [5] Banthia, N., and Trottier, J.F., 1994. "Concrete Reinforced with Deformed Steel Fibers, Part 1: Bond-Slip Mechanisms", *ACI Materials Journal*, September-October, pp: 435-446.
- [6] Serge Zhandarov, Edith Mader, Characterization of fiber/matrix interface strength: applicability of different tests, approaches and parameters, composites science and technology, 2005
- [7] Lawrence, P. \Some theoretical considerations of fibre pull-out from an elastic matrix." *Journal of Materials Science*, 7(1): 1{7 (1972).
- [8] Naaman, A. E., Namur, G. G., Alwan, J. M. and Najm, H. S. \Fiber pullout and bond slip I: Analytical study." *Journal of Structural Engineering ASCE*, 117(9): 2769{2790 (1991b).
- [9] Naaman, A. E., Namur, G. G., Alwan, J. M. and Najm, H. S. \Fiber pullout and bond slip II: Analytical study." *Journal of Structural Engineering ASCE*, 117(9): 2769{2790 (1991b).

Simple Fiber Poullout Model for Aligned Hook Eeneded Stell Fibre

P. Ghoddousi^{1*}, R. Ahmadi², M. Sharifi³

1- PHD of Structure, Assistance Professor of IUST (Iranian University of Science Technology)

2- PHD of Structure, Assistance Professor of BHRC (Building and House Research Centre)

3- PHD Student of IUST (Iranian University of Science Technology)

ghoddousi@iust.ac.ir

Abstract:

Cement based material such as mortar and concrete are brittle in nature and crack under low tensile stress and strain levels. Adding discontinuous fibers as reinforced concrete remedy some concern related to cement based material brittleness and poor resistance to crack growth. After cracking the fibers arrest between two crack faces and provide mechanisms that abate their unstable propagation []. Fibers bridging force is achieved by transmission of the bond interfacial stress between the fiber and surrounding matrix. The resistance of the section to further crack opening depends largely on the fiber pullout mechanisms and related possibilities including complete fiber pullout or fiber fracture []. The high levels of interfacial shear strength may prevent fibers from complete debonding and result in fiber fracture. Although the strength of composite may increase, its toughness reduces significantly and failure is brittle. On contrary the low interfacial shear strength causes complete fiber debonding from matrix and fiber pullout. The effectiveness of fiber is often assessed by using single fiber pullout test. The experiments have shown that in improving the pullout resistance, hook-end fiber is more effective than straight fiber [, ,]. The pullout process of hooked-end fibers is more complex than that of straight steel fibers and there is one additional deformation mechanism because of mechanical anchorage. So the analytical models for straight fiber are not valid for the fibers having mechanical anchorage. The main objective of this paper is to develop an analytical model for hook-end steel fiber pullout behavior. In this model the concept of bond shear stress versus slip relation between fiber and matrix has been used to develop fiber force and bond stress. Also the interfacial stress has been supposed that to be distributed uniformly. Based on two mentioned assumption a theoretical relation have been developed for aligned straight fiber at first. Then this relation is promoted for hook ended steel fiber pullout response. In order to do this, the effect of hooks on force and stress distribution has been analyzed along the fiber length and utilized for developing the pullout response of hook ended steel fiber. Based on obtained relation, the hooks change the fiber along the fiber length at the hooks and this force will be decreased with constant coefficient which is the function of fiber geometry. Despite that a normal force and its frictional force will be occurred at the hook bent. Decreasing the fiber force and creating a normal force at the hook bend are the factors that create an extra resistance force against the pullout in hook-end fiber. This study investigates these factors and develops the relations in order to calculating the maximum load required for pulling out the hook-end fiber. Finally the model has been validated by experimental results on the hook-end steel fiber. Proposed model is able to estimate the main pullout mechanism due to mechanical anchorage of hooks.

Keywords: Fiber pullout, Hook-end, bond stress, mechanical anchorage, bearing effect