

بررسی اثر ساختار سلولی بر سطح تسلیم فوم‌های فلزی دوبعدی

عبداله داودی کیا^۱، شریف شاه‌بیک^{۲*}

۱- کارشناس ارشد مهندسی سازه، دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه تربیت مدرس

۲- استادیار مهندسی سازه، دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه تربیت مدرس

shahbeyk@modares.ac.ir

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۰/۱۲/۲۰

تاریخ دریافت: ۱۳۹۰/۰۶/۰۶

چکیده- فوم‌های فلزی دسته‌ای نوین از مصالح سلولی با ویژگی‌های سازه‌ای جالب توجه می‌باشند که تاکنون شناخت جامعی از خواص خمیری آن‌ها به دست نیامده است. دشواری‌های انجام آزمایش‌های رایج مکانیکی روی مصالح بحث شده موجب شده است تا شبیه‌سازی عددی ریزساختار این مواد مورد علاقه پژوهشگران قرار گیرد. در راستای چنین مطالعاتی تحقیق پیش رو به بررسی عددی ارتباط میان ساختار سلولی و سطح تسلیم این مصالح می‌پردازد. در مرحله نخست و برای شبیه‌سازی تا حد امکان دقیق ریزساختار سلولی، فرایند فیزیکی تولید فوم با استفاده از نمودار ورونویی مبتنی بر مجموعه دایره‌ها مدل گردیده و سپس تأثیر خمیدگی یال‌ها و توزیع اندازه سلول‌ها بر سطح تسلیم اولیه مدل‌های دوبعدی بررسی شده است. تحلیل به روش اجزای محدود و در مسیرهای گوناگون کرنش دومحوری انجام پذیرفته و نقاط تسلیم در هر حالت بارگذاری با روشی مبتنی بر انرژی تعیین می‌گردند. در پایان ویژگی‌های کلی سطوح تسلیم و چگونگی وابستگی آن به ساختار فوم‌ها بحث شده است.

واژگان کلیدی: سطح تسلیم، فوم فلزی، نمودار ورونویی، تحلیل اجزای محدود، ریزساختار.

۱- مقدمه

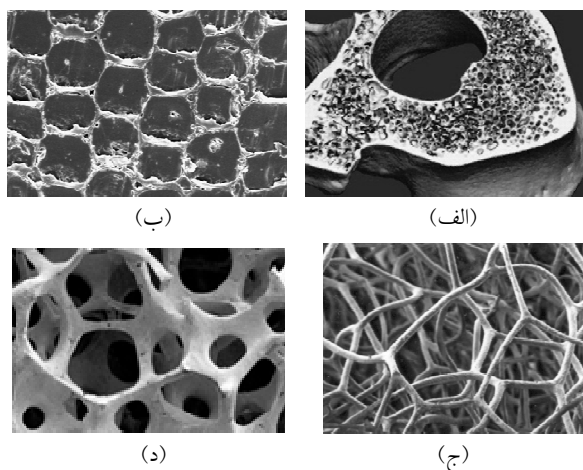
تکوین را برای ورود به کاربردهای سازه‌ای سپری می‌کنند. از جمله کاربردهای قابل پیش‌بینی این مواد می‌توان به تولید پانل‌های ساندویچی^۲ و سازه‌های جدارنازک^۳ پر شده با فوم فلزی اشاره کرد [۵]. اما باید توجه داشت که به‌کارگیری این مصالح، نیازمند شناخت دقیق رفتار مکانیکی و بیان آن به زبان ریاضی است. در این بین مبحث مقاومت در برابر تخریب و در نتیجه تعیین سطح تسلیم فوم‌های فلزی از اهمیت ویژه برخوردار است. در عمل دو رویکرد متفاوت آزمایشگاهی و شبیه‌سازی

بسیاری از مواد کارآمد طبیعی همانند بافت استخوان، چوب، انواع اسفنج‌ها و هم‌چنین نمونه‌های مصنوعی آن‌ها مانند انواع فوم‌ها ساختاری متشکل از سلول‌های چند وجهی با هندسه تصادفی و اندازه‌های گوناگون دارند (شکل ۱). در این میان فوم‌های فلزی^۱ به‌عنوان دسته جدیدی از مواد سلولی با ارائه خواص جالب توجه همانند مقاومت و سختی بالا در کنار وزن اندک و قابلیت بالا در جذب و استهلاک انرژی و هم‌چنین قابلیت بازیافت، مراحل نخستین

2- Sandwich panels
3- Thin-walled structures

1- Metallic foams

مجموعه نقطه‌ها شباهت بیش‌تری به فرایند واقعی فوم‌زایی دارد. بر این اساس، در این تحقیق به منظور بررسی اثر خمیدگی یال‌ها و تأثیر توزیع اندازه سلولی بر سطح تسلیم فوم‌های فلزی دوبعدی، نخست با استفاده از نمودار ورونویی مجموعه دایره‌ها، ساختارهای سلولی دو بعدی متنوعی از لحاظ توپولوژی و هندسه تولید شده است. سپس این ساختارهای هندسی به کمک روش اجزای محدود تحلیل عددی شده و ابر نقاط مربوط به سطح تسلیم هر ساختار به کمک روش پیشنهادی الکادر و وورال [۲۶] استخراج شده است. در پایان نیز دستاوردهای حاصل از تحلیل عددی ارائه و بحث شده است.



شکل (۱) ریزساختار مواد سلولی: (الف) - استخوان [۱]؛ (ب) - چوب بالسا [۲]؛ (ج) - اسفنج [۳]؛ (د) فوم فولادی سلول باز [۴]

۲- مشخصات هندسی نمونه‌ها

در این تحقیق از نمودار ورونویی مجموعه دایره‌ها^۳ - که در ادامه تعریف آن آمده است - برای تولید شبکه‌های سلولی دوبعدی فوم استفاده شده است. با فرض مجموعه‌ای از دایره‌های نامتلاقی در فضای اقلیدسی دوبعدی، اگر هر نقطه درون صفحه به نزدیک‌ترین عضو مجموعه دایره‌ها واگذار

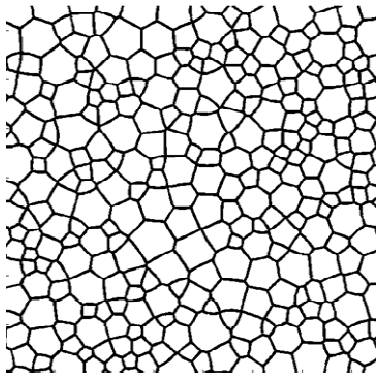
ریزساختار برای بررسی سطح تسلیم در فوم‌های فلزی استفاده شده است. از مهم‌ترین بررسی‌های آزمایشگاهی می‌توان به کارهای دشپنده و فلک [۶]، گیوکس و همکاران [۷]، لو و اونگ [۸]، هانسن و همکاران [۹]، دویویو و ویرزبیک [۱۰]، بلیزی و همکاران [۱۱]، روان و همکاران [۱۲]، پرونی و همکاران [۱۳] و کامباز و همکاران [۱۴؛ ۱۵] اشاره کرد. با مطالعه این مراجع می‌توان دریافت که تعیین آزمایشگاهی سطح تسلیم این مواد با دشواری‌های متعدد همراه است که از آن جمله می‌توان به نفوذ مایع یا غشای محافظ به درون ساختار سلولی اشاره کرد. این موضوع در کنار وسعت عمل موجود در روش‌های ریزشیه‌سازی^۱، موجب شده است که تلاش فراوانی در راستای تعیین رفتار فوم‌ها به کمک بررسی‌های عددی انجام شود.

ساده‌ترین رویکرد در ریزشیه‌سازی فوم‌ها استفاده از یک سلول پایه و تکرار منظم آن است. تاکنون سلول‌های پایه متنوعی پیشنهاد شده است که از میان آن‌ها می‌توان سلول‌های پایه پلاتیو، کلون، پاتل و فینی، گیسون و فالن و همکاران را نام برد [۱۶]. از نمونه‌های مهمی که از این رویکرد بهره گرفته‌اند، باید به کارهای گیسون و همکاران [۱۷؛ ۱۸] اندروز و همکاران [۱۹] و ژتگ و همکاران آن [۲۰؛ ۲۱] اشاره کرد. در سال‌های اخیر روش دیگری بر پایه ساختارهای تصادفی و نامتناوب مانند نمودار ورونویی مبتنی بر مجموعه نقطه‌ها^۲ رواج یافته است که به کمک آن ژو و همکاران [۲۲؛ ۲۳]، رابرتز و همکاران [۲۴؛ ۲۵] و الکادر و وورال [۲۶؛ ۲۷؛ ۲۸] به نتایج ارزشمندی رسیده‌اند.

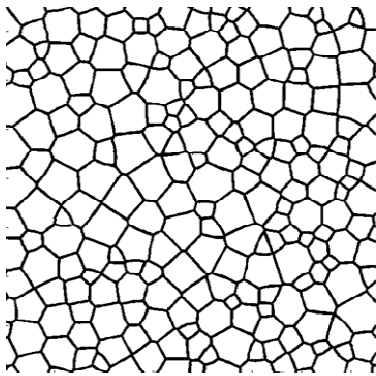
نمونه دیگری از این ساختارها، نمودار ورونویی مبتنی بر مجموعه دایره‌ها [۲۹؛ ۳۰] است که فرایند ریاضی ساخت آن نسبت به ساختار ورونویی مبتنی بر

1- Microstructural modeling
2- Voronoi diagram of point set

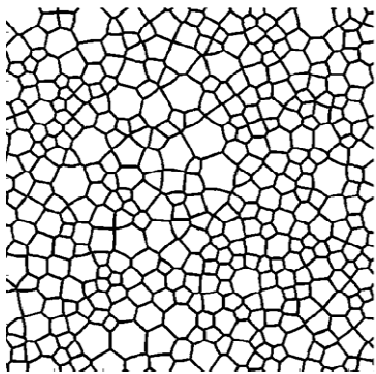
3- Voronoi diagram of circle set



(الف) ساختار سلولی نوع ۱



(ب) ساختار سلولی نوع ۲



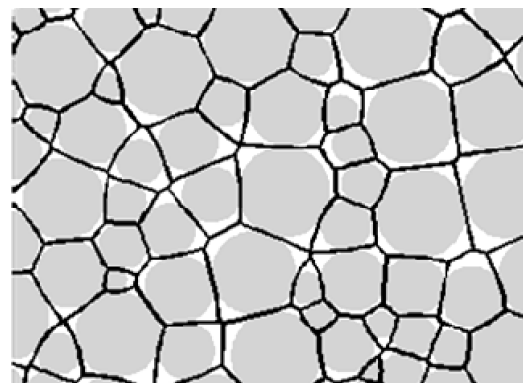
(ج) ساختار سلولی نوع ۳

شکل (۳) ریزساختار ورونویی فوم‌های دوبعدی: (الف) ساختار نوع ۱ با منحنی خطی توزیع اندازه دایره‌های مولد؛ (ب) ساختار نوع ۲ با درصد سلول‌های درشت بیشتر؛ (ج) ساختار نوع ۳ با درصد سلول‌های ریز بیشتر

علاوه بر سه ساختار پیشین، نمونه چهارمی هم تحلیل شده است. این نمونه در حقیقت ساختاری مشابه با نمونه ۱ دارد که در آن یال‌های سلول‌ها از حالت خمیده به حالت

شود، آن‌گاه مجموعه نقطه‌های واگذار شده به هر دایره، یک منطقه ورونویی^۱ نامیده می‌شود و مجموع این منطقه‌ها، شکل‌دهنده افرازی در صفحه است که نمودار ورونویی مجموعه دایره‌ها خوانده می‌شود (شکل ۲). برخلاف انواع نمودارهای ورونویی مبتنی بر مجموعه نقطه‌ها (حالتی که شعاع همه دایره‌ها صفر باشد) که در آن‌ها هر منطقه ورونویی یک چند ضلعی با اضلاع خطی است، نمودار ورونویی مجموعه دایره‌ها (با شعاع غیر صفر) صفحه را به منطقه‌های چند ضلعی با اضلاع خمیده تقسیم می‌کند.

بنابراین این نوع نمودار ورونویی شباهت بیشتری با ساختار واقعی فوم‌ها دارد که در آن‌ها اضلاع خمیده هستند. همان‌گونه که در شکل (۳) مشاهده می‌شود، سه شبکه سلولی مختلف برای بررسی اثر ساختار فوم دو بعدی بر سطح تسلیم این مواد تولید شده است. در همه این نمونه‌ها فرض می‌شود که شعاع کمینه و بیشینه دایره‌های مولد به ترتیب ۰/۵ و ۱/۵ میلی‌متر می‌باشد. در نمونه ۱ (شکل ۳ الف) توزیع اندازه دانه‌ها خطی است. در نمونه ۲ (شکل ۳ ب) این توزیع به گونه‌ای تغییر یافته است تا درصد سلول‌های درشت‌تر نسبت به نمونه ۱ افزایش پیدا کند. در نمونه ۳ (شکل ۳ ج) برخلاف نمونه دوم، درصد سلول‌های ریز نسبت به نمونه ۱ بیش‌تر است.



شکل (۲) نمودار ورونویی مجموعه دایره‌ها

خطی مبدل شده است تا بتوان اثر خمیدگی یال‌ها را نیز به صورت مستقل ارزیابی کرد.

مشاهده‌ها و بررسی‌های مختلف نشان داده است که برای حذف اثر توزیع تصادفی سلول‌ها بر خواص مکانیکی مواد سلولی، نمونه استفاده‌شده در آزمایش و یا تحلیل عددی باید بعدی بیش از ۷ برابر بعد بزرگ‌ترین سلول در تمامی راستاها داشته باشد [۵]. به همین دلیل و در جهت اطمینان، بعد نمونه‌های مربعی تولید شده برابر با ۱۵ میلی‌متر انتخاب شده که در حدود ۱۰ برابر اندازه بزرگ‌ترین سلول آن‌ها است.

مقطع عرضی یال‌ها در همه نمونه‌ها دایره‌ای شکل و با مساحت ثابت در طول یال در نظر گرفته شده است. نکته مهم دیگر چگونگی انتخاب سطح مقطع یال‌ها در نمونه است. در این راستا چگالی نسبی (نسبت چگالی فوم به ماده سازنده آن) همه نمونه‌ها یکسان و برابر با ۱۵ درصد انتخاب شده است. این چگالی نسبی که به‌وسیله الکادر و وورال [۲۶] نیز فرض شده است، در محدوده قابل قبول برای بسیاری از انواع فوم‌های فلزی قرار می‌گیرد. لازم به ذکر است که یکسان بودن چگالی نسبی این امکان را فراهم می‌کند تا خواص خمیری نمونه‌هایی با هم مقایسه شود که تنها از لحاظ ساختاری با هم متفاوت باشد، درحالی‌که مقدار ماده سازنده در حجم آن‌ها یکسان است. بر این اساس می‌توان نوشت.

$$\bar{\rho} = \frac{\rho_f}{\rho_s} = \frac{\sum_{i=1}^N l_i d}{A_0} \quad (1)$$

در این رابطه $\bar{\rho}$ چگالی نسبی توده فوم، ρ_f چگالی فوم، ρ_s چگالی ماده توپر سازنده فوم، l_i طول هر یک از یال‌ها، d قطر یال‌ها، N تعداد یال‌ها و A_0 مساحت توده فوم است. بنابراین می‌توان قطر یال‌ها را از رابطه اخیر محاسبه کرد که برای ساختارهای نوع ۱، نوع ۱ با یال‌های خطی (نوع ۴)،

نوع ۲ و نوع ۳ به ترتیب برابر با ۰/۰۷۲۷، ۰/۰۷۲۳، ۰/۰۸۳۸ و ۰/۰۶۲۷ میلی‌متر به دست می‌آید.

۳- شبیه‌سازی اجزای محدود

پس از تولید ساختارهای ورونوئی مورد نظر، به کمک برنامه‌ای- که به زبان Matlab نگارش شده است- اطلاعات هندسی به شکل خودکار به فایل‌های ورودی نرم‌افزار اجزای محدود Abaqus تبدیل می‌شود. یال‌ها بسته به طول خود با ۱ تا ۱۴ عنصر تیر تیموشنکوی درجه دوم سه گرهی (عنصر B22 در نرم‌افزار) مدل شده‌اند. بر این اساس تعداد المان‌های ساختارهای ورونوئی نوع اول تا چهارم به ترتیب برابر با ۵۱۴۷، ۴۳۷۹، ۶۰۰۵ و ۴۶۸۳ است.

با توجه به عواملی هم‌چون مدت زمان تحلیل، همگرایی پاسخ‌ها، اندازه مسئله و نیز محدودیت‌های موجود در هر یک از روش‌های حل معادلات غیرخطی، روش تحلیل دینامیکی صریح به همراه مقیاس‌بندی جرمی^۱ (به‌منظور تسریع در زمان حل) به کار رفته است. البته مقیاس‌بندی جرمی به گونه‌ای انجام شده است که در تمام حالت‌ها نسبت انرژی جنبشی به انرژی داخلی کم‌تر از ۱ درصد باشد. با رعایت این شرط کاربر اطمینان دارد که تحلیل‌ها از ماهیت شبه‌استاتیکی برخوردار بوده و نقش آثار دینامیکی ناچیز است. افزون بر این به دلیل تشکیل مفصل‌های خمیری در برخی یال‌ها و نیز رخداد کرنش‌های بزرگ، آثار غیر خطی هندسی لحاظ شده است.

بار به صورت کنترل شونده تغییر مکانی در دو راستای اصلی نمونه‌ها اعمال و نسبت تغییر مکان در راستای ۱ به تغییر مکان در راستای ۲ به‌عنوان عامل کنترل‌کننده مسیر بارگذاری به کار رفته است.

در مرحله نهایی با استفاده از نتایج تحلیل‌ها و

1- Mass scaling

به کارگیری روشی که به وسیله الکادر و وورال [۲۶] پیشنهاد شده است - و در ادامه مقاله توضیح داده خواهد شد - نقاط تسلیم تعیین گردیده‌اند.

۴- تعیین نقاط تسلیم در بارگذاری دو محوری

مشخص کردن نقطه تسلیم اولیه برای نمونه‌ای که تحت بارگذاری تک‌محوری قرار گرفته است و به لحاظ ساختاری تغییر رفتار ناگهانی از حالت ارتجاعی به خمیری دارد، کار آسانی به نظر می‌رسد. اما در صورت نقض شدن هر کدام از شرایط بیان شده، تعیین نقطه تسلیم با دشواری‌های خاصی مواجه خواهد شد. در حالت نخست اگر منحنی تنش-کرنش ماده بررسی شده تحت آزمایش تک‌محوری به آرامی از ناحیه ارتجاعی به ناحیه خمیری تغییر وضعیت دهد، آن‌گاه تعیین نقطه تسلیم نیازمند به کارگیری روش‌هایی مانند روش کرنش خمیری انحراف^۱ می‌باشد. در مرجع [۳۱] برخی از راه‌حل‌های پیشنهادی برای این منظور ارائه شده است.

از سوی دیگر در حالتی که بارگذاری به صورت چندمحوری باشد، مشکل متفاوتی ظهور می‌کند چرا که دیگر با تانسورهای درجه دوم تنش و کرنش مواجه خواهیم بود و نه دو مقدار اسکالر تنش و کرنش تک‌محوری. در چنین مواردی پیشنهاد می‌شود که از دو مقدار تنش مؤثر و کرنش مؤثر به جای تنش و کرنش تک‌محوری استفاده شود. تنش و کرنش مؤثر مقادیری هستند که بر پایه درایه‌های تانسورهای مربوط به آن تعریف می‌شوند. با این روش متغیرهای اسکالری خواهیم داشت که می‌توان آن‌ها را مانند تنش و کرنش تک‌محوری در یک نمودار رسم کرد و سپس با به کارگیری یکی از روش‌های مرجع [۳۱] نقطه تسلیم را در حالت تنش چند محوری

تعیین کرد.

حال سؤال اصلی آن است که انتخاب مقادیر تنش و کرنش مؤثر چگونه باید انجام شود. تا کنون در اغلب مطالعات انجام شده روی سطوح تسلیم مواد سلولی از تنش و کرنش فون میسز و یا تنش و کرنش متوسط استفاده شده است [۱۴؛ ۱۵؛ ۳۲؛ ۳۳]. اما به تازگی الکادر و وورال [۲۶] با معرفی یک تابع چگالی انرژی همگن و یکه شده، تنش و کرنش مشخصه‌ای را برای بارگذاری دو محوری مواد راستگرد^۲ ارائه کرده‌اند. بر پایه این فرضیه‌ها نشان داده‌اند که تحت هر نوع بارگذاری دو محوری رابطه زیر برقرار است.

$$\hat{\sigma} = \hat{E} \hat{\varepsilon} \quad (۲)$$

$\hat{E}$ ، $\hat{\sigma}$ و $\hat{\varepsilon}$ به ترتیب مدول یانگ تعمیم‌یافته، تنش مشخصه و کرنش مشخصه می‌باشند و عبارتند از

$$\hat{E} = \frac{4}{2 + \nu Z} \quad (۳)$$

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\hat{\sigma}_e^2 + \hat{\beta}^2 \hat{\sigma}_m^2} \quad (۴)$$

$$\hat{\varepsilon} = \sqrt{\hat{\varepsilon}_e^2 + \frac{\hat{\varepsilon}_v^2}{\hat{\beta}^2}} \quad (۵)$$

$\hat{\sigma}_e$ ، $\hat{\sigma}_m$ ، $\hat{\varepsilon}_e$ و $\hat{\varepsilon}_v$ به ترتیب تنش‌ها و کرنش‌های مشخصه انحرافی و میانگین هستند که به صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$\hat{\sigma}_e = |\sigma_1 - r_1 \sigma_2| \quad (۶)$$

$$\hat{\sigma}_m = \frac{\sigma_1 + r_1 \sigma_2}{2} \quad (۷)$$

$$\hat{\varepsilon}_e = \frac{\alpha(2 + \nu Z)}{4} \left| \varepsilon_1(1 - \nu r_2) - \varepsilon_2 r_2 \left(1 - \frac{\nu}{r_1} \right) \right| \quad (۸)$$

مدول یانگ در دو راستای اصلی، E_1 و E_2 ، را هم مشخص می‌کند.

اکنون برای هر حالت بارگذاری دو محوری نخست نمودار تنش مشخصه در برابر کرنش مشخصه رسم می‌شود و سپس با استفاده از مدول یانگ تعمیم‌یافته و کرنش خمیری انحراف، نقطه تسلیم در فضای تنش و کرنش مشخصه به دست می‌آید. در پایان مختصات این نقطه به صورت معکوس در معادلات بالا قرار می‌گیرد تا مقدار تنش‌های σ_1 و σ_2 متناظر با تسلیم محاسبه شود.

لازم به ذکر است که براساس فرض‌های انجام شده در روش الکادر و وورال [۲۶] سطح تسلیم فوم دوبعدی باید از رابطه زیر پیروی کند.

$$\sigma_e^2 + \beta^2 \sigma_m^2 = Y_1^2 \left(1 + \frac{\beta^2}{4} \right) \quad (18)$$

رابطه بالا یک بیضی در فضای تنش مؤثر و تنش میانگین مشخصه است که در آن مرکز بیضی بر مرکز مختصات منطبق می‌شود و ضریب β شکل بیضی (نسبت قطر بزرگ به کوچک) را مشخص می‌سازد.

۵- نتایج تحلیل عددی

با انتخاب آلیاژی از آلومینیوم- که در مرجع [۲۶] به کار رفته است- به عنوان مصالح پایه فوم بررسی شده در این تحقیق، چگالی، مدول یانگ، ضریب پواسون مصالح توپر، تنش تسلیم ماده سازنده و سخت‌شدگی آن در ناحیه خمیری به ترتیب عبارتند از ۲۷۰۰ کیلوگرم بر متر مکعب، ۷۲ گیگاپاسکال، ۰/۳۳، ۱۰۳ مگاپاسکال، و ۰/۷۲ گیگاپاسکال (یک درصد مدول یانگ).

جدول ۱ حاوی اطلاعات کرنش‌های اعمال شده در دو راستای اصلی برای ۳۶ حالت بارگذاری مختلف در تمام نمونه‌ها می‌باشد.

$$\varepsilon_v = \frac{\alpha(2 - vZ)}{2} \left[\varepsilon_1(1 + vr_2) + \varepsilon_2 r_2 \left(1 + \frac{v}{r_1} \right) \right] \quad (9)$$

σ_1 و σ_2 تنش‌های اعمالی در دو راستای اصلی می‌باشند. β نیز متغیر مدل بوده و برابر است با

$$\beta = \sqrt{\frac{4(2 - vZ)}{2 + vZ}} \quad (10)$$

در این روابط v ، σ_1 ، σ_2 و Z عبارتند از

$$v = v_{12} \quad (11)$$

$$r_1 = \frac{Y_1}{Y_2} \quad (12)$$

$$r_2 = \frac{e_1}{e_2} \quad (13)$$

$$Z = \frac{1}{r_1} + r_2 \quad (14)$$

$$\alpha = \frac{1}{1 - (r_2/r_1)v^2} \quad (15)$$

Y_1 ، Y_2 ، e_1 و e_2 به ترتیب تنش‌ها و کرنش‌های تسلیم اولیه نمونه تحت بارگذاری تک محوری در دو راستای اصلی نمونه می‌باشند. مقادیر Y_1 و Y_2 به روش کرنش خمیری انحراف محاسبه می‌شوند و پس از تعیین آن‌ها مقادیر e_1 و e_2 از روی نمودار به دست می‌آید. برای تعیین مقدار ضرایب پواسون v_{12} و v_{21} از نتایج آزمایش‌های تک محوری در دو راستای اصلی استفاده می‌شود. برای بارگذاری در راستای اصلی ۱ روابط زیر به دست می‌آید.

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E_1} - v_{21} \frac{\sigma_2}{E_2}, \quad \varepsilon_2 = 0 = \frac{\sigma_2}{E_2} - v_{12} \frac{\sigma_1}{E_1} \quad (16)$$

به همین صورت برای آزمایش تک محوری در راستای اصلی ۲ داریم

$$\varepsilon_2 = \frac{\sigma_2}{E_2} - v_{12} \frac{\sigma_1}{E_1}, \quad \varepsilon_1 = 0 = \frac{\sigma_1}{E_1} - v_{21} \frac{\sigma_2}{E_2} \quad (17)$$

حل این معادله‌ها علاوه بر ضرایب پواسون، مقادیر

جدول (۱) کرنش‌های اعمالی در دو راستای اصلی نمونه‌ها برای همه

حالت‌های بارگذاری

مسیر بارگذاری	کرنش در راستای ۱	کرنش در راستای ۲	مسیر بارگذاری	کرنش در راستای ۱	کرنش در راستای ۲
۱	+۰/۰۲۰۰۰۰	صفر	۲	+۰/۰۲۰۰۰۰	+۰/۰۰۳۵۲۷
۳	+۰/۰۲۰۰۰۰	+۰/۰۰۷۲۷۹	۴	+۰/۰۲۰۰۰۰	+۰/۰۱۱۵۴۷
۵	+۰/۰۲۰۰۰۰	+۰/۰۱۶۷۸۲	۶	+۰/۰۲۰۰۰۰	+۰/۰۲۰۰۰۰
۷	+۰/۰۱۱۵۴۷	+۰/۰۲۰۰۰۰	۸	+۰/۰۲۰۰۰۰	+۰/۰۰۷۲۷۹
۹	+۰/۰۰۳۵۲۷	+۰/۰۲۰۰۰۰	۱۰	صفر	+۰/۰۲۰۰۰۰
۱۱	-۰/۰۰۳۵۲۷	+۰/۰۲۰۰۰۰	۱۲	-۰/۰۰۷۲۷۹	+۰/۰۲۰۰۰۰
۱۳	-۰/۰۱۱۵۴۷	+۰/۰۲۰۰۰۰	۱۴	-۰/۰۱۶۷۸۲	+۰/۰۲۰۰۰۰
۱۵	-۰/۰۲۰۰۰۰	+۰/۰۱۶۷۸۲	۱۶	-۰/۰۲۰۰۰۰	+۰/۰۱۱۵۴۷
۱۷	-۰/۰۲۰۰۰۰	+۰/۰۰۷۲۷۹	۱۸	-۰/۰۲۰۰۰۰	+۰/۰۰۳۵۲۷
۱۹	-۰/۰۲۰۰۰۰	صفر	۲۰	-۰/۰۲۰۰۰۰	-۰/۰۰۳۵۲۷
۲۱	-۰/۰۲۰۰۰۰	-۰/۰۰۷۲۷۹	۲۲	-۰/۰۲۰۰۰۰	-۰/۰۱۱۵۴۷
۲۳	-۰/۰۲۰۰۰۰	-۰/۰۱۶۷۸۲	۲۴	-۰/۰۲۰۰۰۰	-۰/۰۲۰۰۰۰
۲۵	-۰/۰۱۱۵۴۷	-۰/۰۲۰۰۰۰	۲۶	-۰/۰۰۷۲۷۹	-۰/۰۲۰۰۰۰
۲۷	-۰/۰۰۳۵۲۷	-۰/۰۲۰۰۰۰	۲۸	صفر	-۰/۰۲۰۰۰۰
۲۹	+۰/۰۰۳۵۲۷	-۰/۰۲۰۰۰۰	۳۰	+۰/۰۰۷۲۷۹	-۰/۰۲۰۰۰۰
۳۱	+۰/۰۱۱۵۴۷	-۰/۰۲۰۰۰۰	۳۲	+۰/۰۱۶۷۸۲	-۰/۰۲۰۰۰۰
۳۳	+۰/۰۲۰۰۰۰	-۰/۰۱۶۷۸۲	۳۴	+۰/۰۲۰۰۰۰	-۰/۰۱۱۵۴۷
۳۵	+۰/۰۲۰۰۰۰	-۰/۰۰۷۲۷۹	۳۶	+۰/۰۲۰۰۰۰	-۰/۰۰۳۵۲۷

از مقدار ۰/۰۰۵ درصد برای کرنش خمیری انحراف استفاده شده است. باید توجه کرد که مقدار کرنش خمیری انحراف وابسته به ماده بررسی شده است و باید به گونه‌ای انتخاب شود که بتوان به وسیله آن ورود به ناحیه غیرارتجاعی را در تمام مسیرهای بارگذاری با دقت مناسب تعیین کرد.

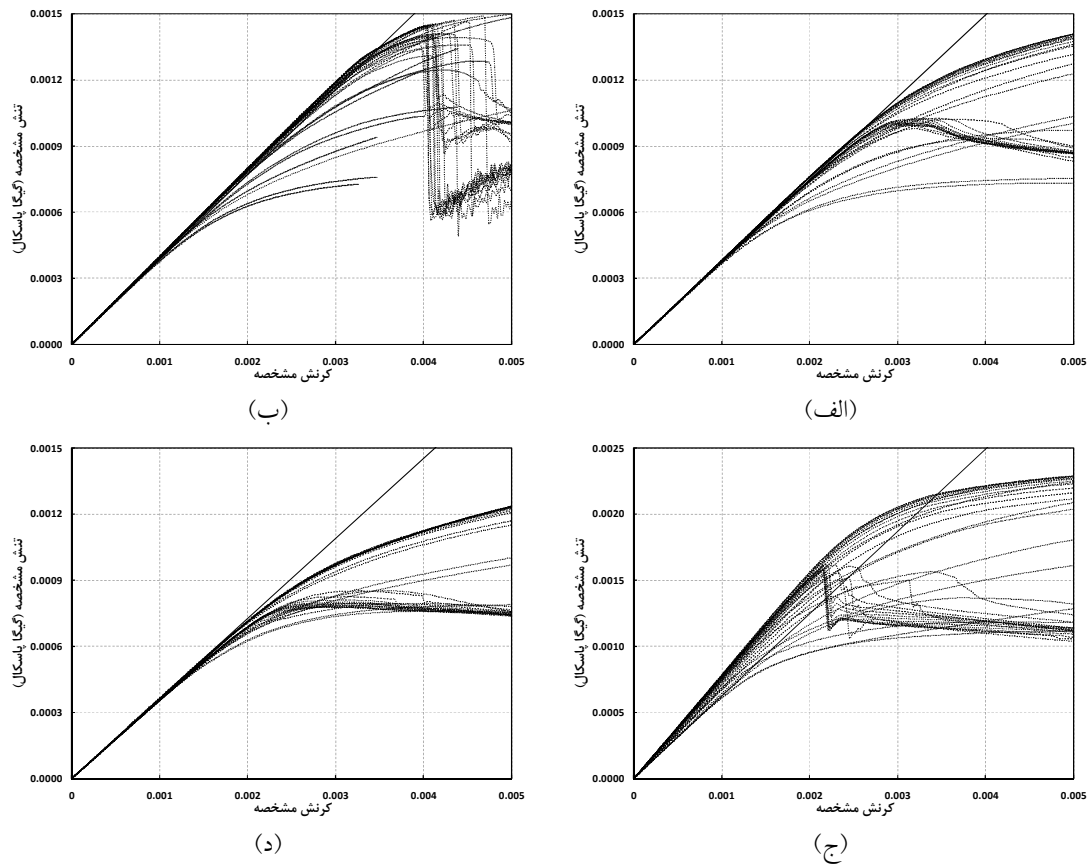
شکل (۴) منحنی‌های تنش مشخصه در برابر کرنش مشخصه را در همه حالت‌های بارگذاری برای نمونه‌های بررسی شده نشان می‌دهد. هم‌چنین در داخل هر نمودار، خطی با شیب مدول یانگ تعمیم یافته رسم شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، در نمونه‌های ۱، ۳ و ۴ (نمونه ۱ با یال‌های خطی) براساس روش ارائه شده به وسیله الکادر و وورال شیب قسمت ابتدایی همه منحنی‌ها با دقت قابل قبولی بر مقدار E منطبق است. برخلاف این حالت، مسیرهای بارگذاری متفاوت منجر به شیب‌های اولیه متفاوتی در نمونه ۲ شده و انطباق

پیش‌بینی شده حاصل نمی‌شود. علت این امر آن است که الکادر و وورال [۲۶] در روش خود فرض کرده‌اند که ناهمسان‌گردی در خواص ارتجاعی و آغاز تسلیم نمونه‌ها از الگویی مشابه پیروی می‌کنند و این در حالی است که این دو به لحاظ ریزساختاری عوامل متفاوتی دارند. با توجه به این امر در نمونه دوم برای تعیین نقاط تسلیم اولیه در هر مسیر بارگذاری از شیب همان منحنی و روش کرنش خمیری انحراف با مقدار ۰/۰۰۵ درصد استفاده شده است.

شکل (۵) سطوح تسلیم به دست آمده برای نمونه‌ها را در فضای تنش‌های مؤثر و میانگین مشخصه عرضه می‌کند. می‌توان مشاهده کرد که مرکز همه سطوح به دست آمده بر محور تنش میانگین مشخصه به سمت مقادیر مثبت تمایل دارد (و نه مقدار صفر) و سطوح تسلیم حول محور تنش مؤثر مشخصه متقارن نیستند و در قسمت مثبت تنش میانگین مشخصه از وسعت بیش‌تری برخوردارند.

بنابراین برخلاف پیش‌بینی الکادر و وورال در هیچ یک از نمونه‌ها انطباق کامل با معادله (۱۸) حاصل نمی‌شود. این اختلاف در سطوح تسلیم نمونه ۴ و به‌خصوص نمونه ۲ با دو بخشی شدن نقاط تشدید شده است.

در شکل (۶) و برای بررسی اثر ریزساختار بر سطح تسلیم اولیه فوم‌های دو بعدی، سطوح تسلیم نمونه‌ها در فضای تنش‌های اعمالی در دو راستای اصلی ارائه شده‌اند. مشاهده می‌شود که در همه موارد شکل سطح تسلیم محدب است. هم‌چنین در ناحیه کششی- کششی مقدار تنش‌های تسلیم بزرگ‌تر و منطقه محاط در سطح تسلیم وسیع‌تر از ناحیه فشاری- فشاری است و مرکز سطوح تسلیم در نقطه‌ای از ناحیه کششی- کششی واقع شده است که نظیر چنین پدیده‌ای در نتایج الکادر و وورال [۲۶] هم دیده می‌شود.



شکل ۴) منحنی‌های تنش مشخصه در برابر کرنش مشخصه برای تمام مسیرهای بارگذاری: (الف)- نمونه ۱؛ (ب)- نمونه ۱ با یال‌های خطی (نمونه ۴)؛ (ج)- نمونه ۲ (تعداد سلول‌های درشت بیش‌تر نسبت به نمونه ۱)؛ (د)- نمونه ۳ (تعداد سلول‌های ریز بیش‌تر نسبت به نمونه ۱)

۵۰ درصد) بیش‌تر از نمونه اول می‌باشد. علت این امر نیز در تفاوت قابلیت باربری اعضای خطی نسبت به اعضای خمیده در دو حالت کششی و فشاری است. در حقیقت وجود خمیدگی در عضو موجب ایجاد لنگرهای ثانویه شده است که از میزان باربری آن می‌کاهد. نکته قابل توجه دیگر آن که تفاوت دو سطح تسلیم در ناحیه فشاری- فشاری بیش‌تر است. علت این رویداد آن است که اثر لنگرهای ثانویه در کاهش بار کمانشی اعضا در فشار از اثر آن‌ها بر کاهش باربری در کشش کم‌تر بوده است. در این صورت کاهش در ناحیه فشاری- فشاری به علت سازوکار خرابی متفاوت آن تشدید می‌شود.

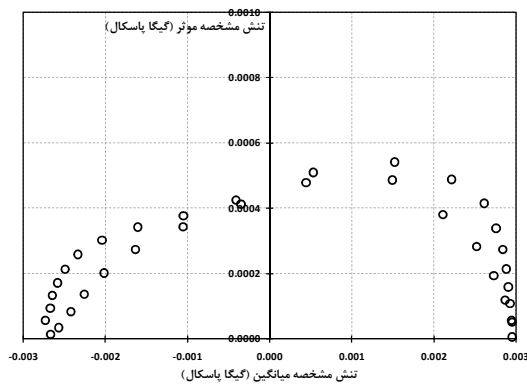
تأثیر توزیع اندازه سلولی با مبنای قرار دادن سطح تسلیم

علت تفاوت‌های یاد شده را می‌توان در سازوکارهای خرابی حالت‌های مختلف بارگذاری جستجو کرد. در ناحیه کششی- کششی، تسلیم اولیه به سبب جاری شدن یال‌ها تحت نیروهای محوری کششی رخ می‌دهد در حالی که در ناحیه فشاری- فشاری علت اصلی ورود فوم به ناحیه غیرارتجاعی فروریزش یال‌ها در اثر ایجاد مفاصل خمیری و کمانش ارتجاعی- خمیری آن‌ها است (شکل ۷).

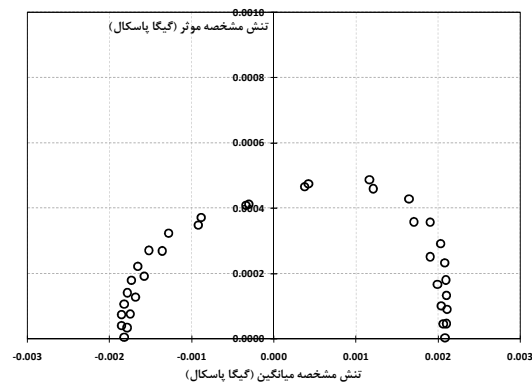
اثر خمیدگی یال‌ها بر رفتار خمیری مصالح مورد بررسی با مقایسه سطح تسلیم اولیه نمونه ۱ با نمونه ۴ قابل ارزیابی است. از مقایسه شکل‌های ۶ الف) و ۶ ب) آشکار است که به صورت کلی وسعت منطقه محاط در سطح تسلیم نمونه چهارم به میزان قابل توجه (در حدود

محوری است. البته باید توجه داشت که با افزایش تعداد سلول‌های درشت از تعداد کل سلول‌ها و در نتیجه یال‌های موجود در نمونه کاسته شده و بر طول متوسط یال‌ها افزوده شده است که هر دوی این عوامل اثر کاهشی بر مقاومت دارند. اما با توجه به نتایج به دست آمده مشخص است که اثر افزایشی عامل نخست بر اثر کاهشی دو عامل دیگر برتری دارد. در نمونه ۳ نسبت به نمونه ۱ عکس این پدیده رخ می‌دهد. افزون بر این در نمونه ۳ به علت حضور پر تعداد سلول‌های ریز، قرارگیری کنار هم دو یال بسیار خمیده در یک سلول درشت به فراوانی رخ می‌دهد. این چنین یال‌هایی ظرفیت کم در برابر کمناش دارند.

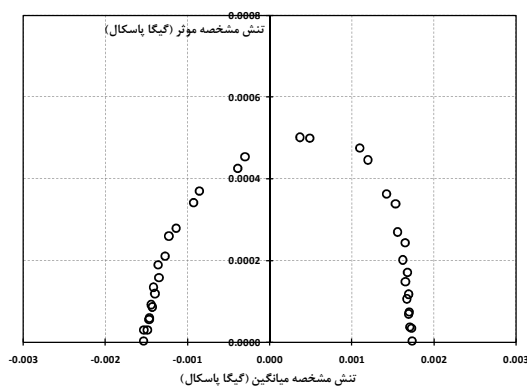
اولیه‌ی نمونه ۱ و مقایسه آن با سطح تسلیم اولیه‌ی نمونه‌های ۲ و ۳ قابل ارزیابی است. مقایسه شکل‌های (۶-الف)، (۶-ج) و (۶-د) نشان می‌دهد که در نمونه ۲ بر وسعت منطقه محاط در سطح تسلیم افزوده شده است، در حالی که برای نمونه ۳ از وسعت آن کاسته شده است. این رویداد نشان می‌دهد که نمونه ۲ نسبت به نمونه ۱ سلول‌های درشت بیشتری دارد. بنابراین برای ثابت ماندن چگالی نسبی نمونه بر ضخامت یال‌های آن افزوده شده که معنی آن بیش‌تر بودن مقدار میانگین ممان اینرسی و سطح مقطع یال‌های این نمونه و در نتیجه مدول سختی بالاتر یال‌ها، مقاومت بیش‌تر در برابر تشکیل مفصل خمیری، کمناش ارتجاعی و ارتجاعی-خمیری و جاری‌شدگی



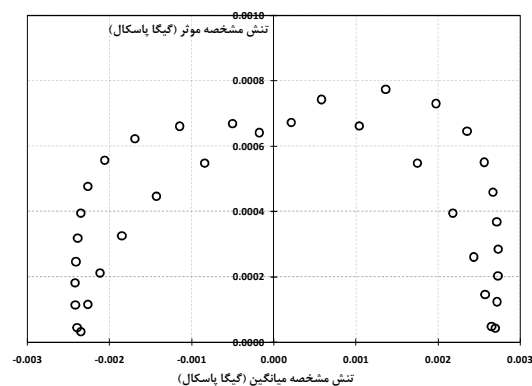
(ب)



(الف)

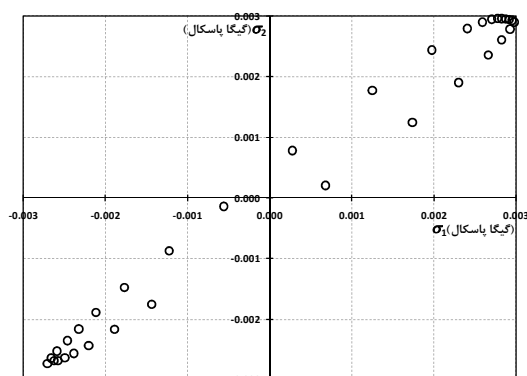


(د)

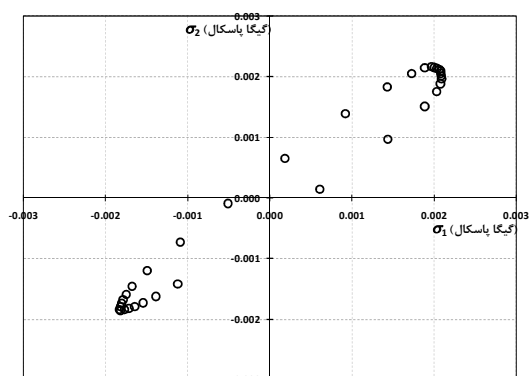


(ج)

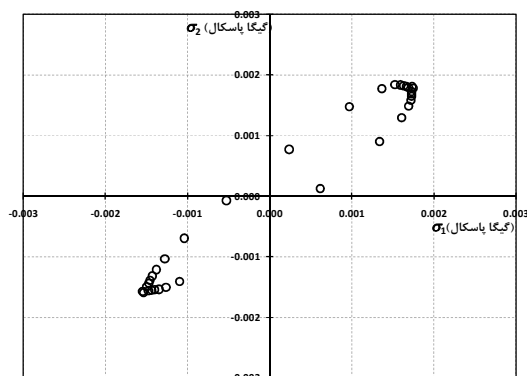
شکل (۵) سطوح تسلیم: (الف)- نمونه ۱؛ (ب)- نمونه ۱ با یال‌های خطی (نمونه ۴)؛ (ج)- نمونه ۲ (تعداد سلول‌های درشت بیش‌تر نسبت به نمونه ۱)؛ (د)- نمونه ۳ (تعداد سلول‌های ریز بیش‌تر نسبت به نمونه ۱)



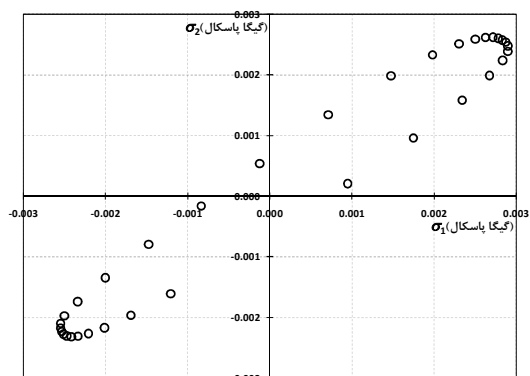
(ب)



(الف)

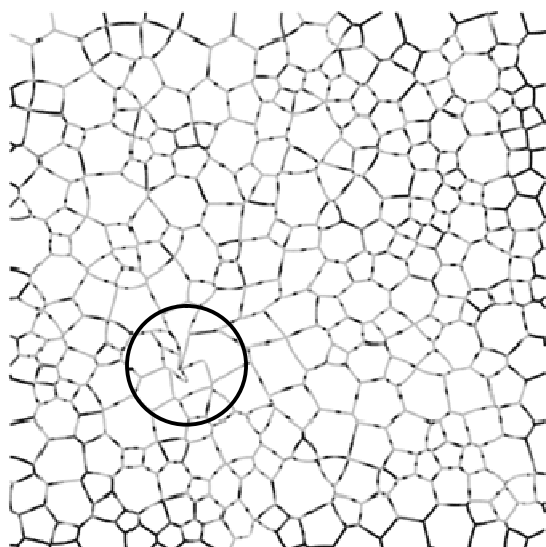


(د)

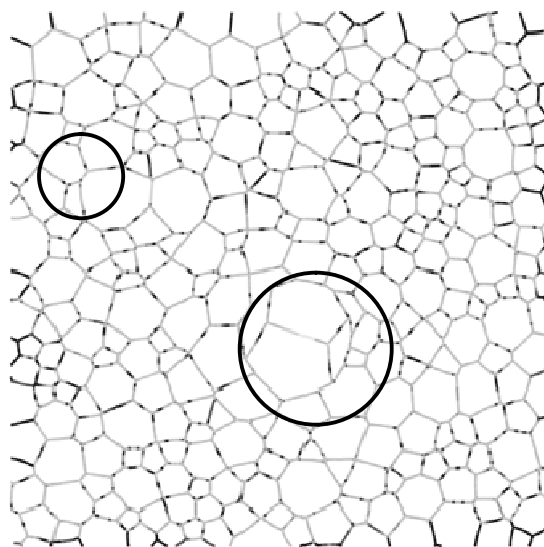


(ج)

شکل (۶) سطوح تسلیم در فضای تنش‌های اصلی، الف- نمونه ۱؛ ب- نمونه ۱ با یال‌های خطی (نمونه ۴)؛ ج- نمونه ۲ (تعداد سلول‌های درشت بیش‌تر نسبت به نمونه ۱)؛ د- نمونه ۳ (تعداد سلول‌های ریز بیش‌تر نسبت به نمونه ۱)



(ب)



(الف)

شکل (۷) تخریب در ریزساختار فوم، الف- جاری شدن یال‌ها؛ ب- کمانش و تشکیل مفاصل خمیری

۶- نتیجه گیری

این تحقیق به ارتباط میان ساختار سلولی و سطح تسلیم اولیه فوم‌های فلزی دو بعدی می‌پردازد. در مرحله نخست و برای شبیه‌سازی به نسبت دقیق ریزساختار سلولی، فرایند فیزیکی فوم‌زایی با استفاده از نمودار ورونویی مبتنی بر مجموعه دایره‌ها مدل شده و سپس تأثیر خمیدگی یال‌ها و توزیع اندازه سلولی بر سطح تسلیم اولیه مدل‌های دو بعدی بررسی شده است.

تحلیل‌ها به روش اجزای محدود و در مسیرهای گوناگون کرنش دو محوری انجام گرفته است و نقاط تسلیم در هر حالت بارگذاری با روشی مبتنی بر انرژی - که به وسیله الکادر و وورال [۲۶] پیشنهاد شده است - به دست آمده‌اند. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد:

- اندازه سطح تسلیم نمونه‌ها به میزان قابل توجهی متأثر از خمیدگی یال‌ها می‌باشد؛

- سطح تسلیم همه نمونه‌ها گسترش بیش‌تری در ناحیه کششی - کششی فضای تنش‌های اصلی دارند که این تفاوت مبتنی بر سازوکارهای خرابی در ریزساختار فوم است؛
- حضور تعداد بیش‌تر سلول‌های درشت با شرط ثابت بودن چگالی نسبی موجب توسعه سطح تسلیم می‌شود؛

- روش الکادر و وورال [۲۶] محدودیت‌های جدی داشته و نیازمند بازنگری کلی است؛

در این مقاله با توجه به نتایج به دست آمده و برای عمیق‌تر شدن شناخت نسبت به رفتار غیرارتجاعی فوم‌های فلزی،

عنوان‌های زیر برای پژوهش‌های جدید پیشنهاد می‌شود؛

- بررسی تأثیر نقص‌های ساختاری بر رفتار ارتجاعی - خمیری مصالح بررسی شده؛

- بررسی تأثیر سطح مقطع‌های با هندسه دقیق‌تر برای یال‌ها و نیز یال‌های با سطح مقطع متغیر در طول بر رفتار ارتجاعی - خمیری آن‌ها؛

- بررسی تأثیر نرخ کرنش اعمالی بر رفتار ارتجاعی -

خمیری فوم‌های فلزی در بارگذاری‌های دینامیکی؛

- بررسی رفتار ارتجاعی - خمیری فوم‌های فلزی سه‌بعدی سلول باز و سلول بسته بر پایه ساختارهای ورونویی مبتنی بر کره‌ها.

۷- مراجع

- [1] Koerner, C.; Integral Foam Molding of Light Metals: Technology, Foam Physics and Foam Simulation; Springer-Verlag, p. 5, 2008.
- [2] Da Silva A., Kyriakides S., Compressive response and failure of balsa wood *Int. J. Solids and Struct.* 44, pp. 8685-8717, 2007.
- [3] MRS Bulletin - Cellular Solids, <[http:// journals.cambridge.org](http://journals.cambridge.org)>.
- [4] Stainless-Steel-Foam Structures Evaluated for Fan and Rotor Blades, <www.grc.nasa.gov>.
- [5] Ashby M.F., Evans A., Fleck N.A., Gibson L.J., Hutchinson J.W., Wadley H.N.G., Metal Foams: A Design Guide. Butterworth-Heinemann, 2000.
- [6] Deshpande, V.S., Fleck, N.A., Isotropic constitutive models for metallic foams; *J. Mech. Phys. Solids* 48, pp. 1253-1283, 2000.
- [7] Gioux, G., McCormack, T.M., Gibson, L.J.; Failure of aluminum foams under multiaxial loads; *Int. J. Mech. Sci.* Vol. 42, pp. 1097-1117, 2000.
- [8] Lu, T.J., Ong, M.; Characterization of close-celled cellular aluminum alloys; *J. Mater. Sci.* 36, pp. 2773-2786, 2001.
- [9] Hanssen, A.G., Hopperstad, O.S., Langseth, M., Ilstad, H.; Validation of constitutive models applicable to aluminium foams; *Int. J. Mech. Sci.* Vol. 44, pp. 359-406, 2002..
- [10] Doyoyo, M., Wierzbicki, T.; Experimental studies on the yield behavior of ductile and brittle aluminum foams; *Int. J. of Plasticity* 19, pp. 1195-1214, 2003.
- [11] Blazy, J.-S., Marie-Louise, A., Forest, S., Chastel, Y., Pineau, A., Awade, A., Grolleron, C., Moussy, F.; Deformation and fracture of

- cell irregularity on the elastic properties of open-cell foams; *Acta Mater.* 48, pp. 4893–4900, 2000.
- [23] Zhu H.X., Windle A.H.; Effects of cell irregularity on the high strain compression of open-cell foams; *Acta Mater.* 50, pp. 1041–1052, 2002.
- [24] Roberts A.P., Garboczi E.J.; Elastic moduli of model random three-dimensional closed-cell cellular solids; *Acta Mater.* 49, 2001, pp. 189–197.
- [25] Roberts A.P., Garboczi E.J.; Elastic properties of model random three-dimensional open-cell solids; *J. Mech. Phys. Solids.* 50, pp. 33–55, 2002.
- [26] Alkhader M., Vural M.; An energy-based anisotropic yield criterion for cellular solids and validation by biaxial FE simulations; *J. Mech. Phys. Solids* 57, pp. 871–890, 2009.
- [27] Alkhader M., Vural M.; The partition of elastic strain energy in solid foams and lattice structures; *Acta Mater.* 57, pp. 2429–2439, 2009.
- [28] Alkhader M., Vural M.; The A plasticity model for pressure-dependent anisotropic cellular solids; *Int. J. Plasticity.* 26 , pp. 1591–1605, 2010.
- [29] Kim D.S., Kim D., Sugihara K., Voronoi diagram of a circle set from voronoi diagram of a point set: I. Topology; *Comput Aided Geom. D.* 18, pp. 541–562 , 2001.
- [30] Kim D.S., Kim D., Sugihara K.; Voronoi diagram of a circle set from voronoi diagram of a point set: II. Geometry; *Comput Aided Geom. D.* 18, pp. 563–585, 2001.
- [31] Khan, A.S., Huang, S.; Continuum theory of Plasticity; John Wiley & Sons, pp. 222–223, 1995.
- [32] McElwain, D.L.S., Roberts, A.P., Wilkins, A.H.; Yield criterion of porous materials subjected to complex stress states; *Acta Mater.* 54, pp. 1995–2002, 2006.
- [33] McElwain, D.L.S., Roberts, A.P., Wilkins, A.H.; Yield functions for porous Materials with cubic symmetry using different definitions of yield; *Adv. Eng. Mater.* 8, pp. 870–876, 2006.
- aluminium foams under proportional and non proportional multi-axial loading: statistical analysis and size effect; *Int. J. Mech. Sci.* 46, pp. 217–244, 2004.
- [12] Ruan D., Lu, G., Ong, L.S., Wang, B.; Triaxial compression of aluminium foams Compos; *Sci. Technol.* 67, pp. 1218–1234, 2007.
- [13] Peroni, L., Avalle, M., Peroni, M.; The mechanical behaviour of aluminium foam structures in different loading conditions; *Int. J. Impact Eng.* 35, , pp. 644–658, 2008.
- [14] Combaz, E., Bacciarini, C., Charvet, R., Dufour, W., Dauphin, F., Mortensen, A., Yield surface of polyurethane and aluminium replicated foam; *Acta Mater.* 58, pp. 5168–5183, 2010.
- [15] Combaz, E., Bacciarini, C., Charvet, R., Dufour, W., Mortensen, A.; Multiaxial yield behaviour of al replicated foam; *J. Mech. Phys. Solids* 59 , pp. 1777–1793, 2011.
- [16] Shahbeyk, S., Yield/Failure Criteria, Constitutive Models, and Crashworthiness Applications of Metal Foams, in *Metallic Foams: Fundamentals and Applications*, Dukhan, N., Editor, DesTech Publications, in press.
- [17] Gibson L.J., Ashby M.F.; The mechanics of three-dimensional cellular materials; *Proc. R. Soc. A* 382 , pp. 43–59, 1982.
- [18] Gibson L.J., Ashby M.F., Zhang J.; Triantafillou T.C., Failure surfaces for cellular materials under multiaxial loads-I Modelling; *Int. J. Mech. Sci.* 31, pp. 635–663, 1989.
- [19] Andrews E.W., Gibson L.J., Ashby M.F.; The creep of cellular solids; *Acta Mater.* 47, pp. 2853–2863, 1999.
- [20] Jang W.Y., Kraynik A.M., Kyriakides S.; On the microstructure of open-cell foams and its effect on elastic properties; *Int. J. Solids Struct.* 45, pp. 1845–1875, 2008.
- [21] Jang W.Y., Kyriakides S., Kraynik A.M.; On the compressive strength of open-cell metal foams with Kelvin and random cell structures; *Int. J. Solids Struct.* 47 , pp. 2872–2883, 2010.
- [22] Zhu H.X., Hobdell J.R., Windle A.H.; Effects of