

بررسی عددی خط راه آهن با روش رونگ - کوتا مرتبه چهارم و تعیین پاسخ دینامیکی اجزای خط

جبار علی زاکری^{۱*}، میثم نعیمی^۲، مرتضی اسماعیلی^۳

۱- دانشیار دانشکده مهندسی راه آهن، دانشگاه علم و صنعت ایران تهران

۲- کارشناسی ارشد رشته مهندسی خطوط راه آهن، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

۳- استادیار دانشکده مهندسی راه آهن، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

zakeri@iust.ac.ir

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۱/۰۵/۱۰

تاریخ دریافت: ۱۳۹۱/۰۳/۰۴

چکیده- در این مقاله یک مدل سه بعدی اجزای محدود برای طول مشخصی از خط آهن برای شبیه سازی خط ریلی بالاستی، توسعه داده شده و مسئله اندرکنش دینامیکی اجزای خط ریلی تحت اثر عبور بار دینامیکی قطار، با تشکیل روابط ریاضی و روش تحلیل عددی رونگ - کوتا مرتبه چهارم بررسی شده است.

مدل به کار رفته برای تحلیل در این مقاله، ترکیبی از المان های تیر اولر برای ریل و تراورس و المان های جرم- فنر- میراگر برای اجزای ریل پد، تراورس، بالاست و سابگرید است که در نقاط گرهی مشخصی به هم متصل گردیده اند. در این مقاله برای بررسی دینامیکی خط راه آهن تحت اثر عبور قطار، از یک بارگذاری ضربه ای تابع زمان استفاده شده است که الگوی آن طبق مشخصات واگن های چهار محوره راه آهن ایران است و این الگوی بارگذاری با سرعت مشخصی از روی مدل خط آهن عبور می کند.

این مطالعه پس از تشکیل معادلات دیفرانسیل حرکت اجزای تشکیل دهنده خط ریلی و هم گرایی آن ها طبق اصول دینامیک سازه ها، تحلیل دینامیکی در قلمرو زمان انجام شده و نیروهای ناشی از وسیله نقلیه، طبق الگوی زمانی فرا رسیدن به هر گره خاص روی المان های ریل، تنظیم و روی معادلات حرکت اجزای خط اعمال شد. سرانجام، دستگاه معادلات دیفرانسیل ناشی از کل سامانه خط ریلی- بار دینامیکی، به روش عددی حل شده و تاریخچه زمانی پاسخ های اجزای خط به دست آمده است.

دیدگاه تازه این مقاله، در نظر گرفتن گره های عرضی برای مدل سازی خط آهن در فرآیند تحلیل دینامیکی عددی است که باعث می شود مدل تحلیلی مسئله هماهنگی بیشتری با ماهیت حقیقی خط آهن داشته باشد. رویکرد تازه دیگر در این پژوهش، به کار بردن از روش اندرکنش دینامیکی برای الگوی بارگذاری قطار است که نسبت به تحلیل های شبه استاتیکی پیشین به واقعیت نزدیکتر است. کاربرد گره های عرضی برای مدل سازی و تحلیل دینامیکی در این مقاله سبب شده است آثار بارگذاری دینامیکی روی اجزای خط در راستای عرضی هم مطالعه شود و پاسخ های به دست آمده از تحلیل با هم مقایسه شوند. نتایج این پژوهش بیانگر آن است که خط ریلی در اثر عبور بار دینامیکی در راستای عرضی هم پیچ و تاب خواهد داشت.

واژگان کلیدی- تحلیل دینامیکی، روش عددی، پاسخ دینامیکی، خط بالاستی

۱- مقدمه
راستای طول می باشد که به علت تکرار اجزای خط در سازه خط آهن یک سازه زنجیره ای یا تکرارشونده در طول، می توان بخش معینی از آن را انتخاب کرد و تحلیل

می توان به Flam ache (1904)، Timoshenko (1940)، Talbot (1962)، Esmeijer (1958)، Goloskokov Fryba (1966) و (1968) و Filippov (1968)، نام برد [۱۸ و ۲۲].

افزون بر روش های مبتنی بر تحلیل تیر روی بستر ارتجاعی، روش های دیگری نیز به وسیله ی محققان مختلف توسعه داده شده که در آن ها مباحث اندرکنش خط و وسیله نقلیه وارد مدل سازی شده است. در این روش ها سازه، خط و وسیله نقلیه به صورت ترکیبی از المان های سازه ای مدل سازی شده است. از محققینی که روی مدل های مختلف با رویکرد اندرکنش دینامیکی خط و وسیله نقلیه ریلی فعالیت داشته، می توان Dahlberg (1996)، Knothe Grassie (1998) و (1999) Zakeri و Nielsen (2006)، Kaynia (2004) و (2009) را نام برد [۱۷ و ۱۳].

۲-۲- پیشینه پژوهشات جدید مرتبط با مقاله

از کارهای پژوهشی سال های اخیر که مرتبط با مباحث مدل سازی سه بعدی خط راه آهن و تحلیل دینامیکی عددی آن ها است می توان به نمونه های زیر اشاره کرد:

آقای Alves Costa و همکارانش در سال ۲۰۱۲ یک مدل شبه سه بعدی تحت عنوان "مدل ۲/۵ بعدی اجزای محدود" (2.5 D FEM-BEM model) برای خط راه آهن ساختند که در آن رفتار اندرکنشی سازه خط و زمین محل ساخت راه آهن بررسی شد. در این پژوهش به مدل سازی عددی ارتعاشات خط ریلی - زمین تحت عبور ترافیک پرداخته شده و نتایج پژوهش شامل دیاگرام های پاسخ دینامیکی ناشی از تحلیل سامانه است. محدودیت این پژوهش و کارهای مشابه آن است که هرچند بارگذاری مورد استفاده شده در این پژوهش مربوط به عبور یک قطار متحرک از روی مدل است، اما رفتار آن به صورت شبه دینامیکی و بر پایه ی الگوی تاریخچه زمانی، برابری

قرار داد. امروزه برخی روش های نظری نیز برای تحلیل سازه های نامحدود وجود دارد، ولی موضوع این مقاله بررسی دینامیکی طول مشخصی از خط است که در ادامه معرفی شده است.

تحلیل دینامیکی خط آهن با دو رویکرد کلی قلمرو زمان یا بسامد قلمرو انجام می شود. برای تحلیل دینامیکی خط ریلی در قلمرو زمان، معادلات حرکت اجزای خط به صورت توابع زمانی، مکانی نوشته می شوند و در روش های قلمرو بسامد، با استفاده از تبدیل های انتگرالی فوریه، معادلات در قلمرو بسامد تشکیل می گردند. در این مقاله از روش اول برای تحلیل استفاده می شود [۲۱].

به خاطر حجم زیاد محاسبات تکراری در فرایند تحلیل دینامیکی سازه های زنجیره ای، تنها روش عملی برای تحلیل دینامیکی چنین سیستم هایی، استفاده از روش های عددی و محاسبات کامپیوتری می باشد. پس در این مقاله پس از تشکیل معادلات نهایی زمانی - مکانی، برای حل دستگاه معادلات دیفرانسیل حرکت، از روش های عددی استفاده شده است که در هر قسمت بیان شده است [۴].

۲- پیشینه پژوهش

۲-۱- پیشینه مدل سازی و تحلیل راه آهن

تاکنون از روش ها و مدل های گوناگونی برای تحلیل دینامیکی خط راه آهن استفاده شده است. تحلیل مدل تیر روی بستر ارتجاعی، ابتدا به صورت استاتیکی و بعد از آن به صورت دینامیکی، از قدیمی ترین روش های تحلیل خط آهن است که محققان زیادی طی سالیان متمادی آن را به کار برده اند پاسخ نهایی مسئله دینامیکی تیر روی بستر، سرانجام در سال ۱۹۹۴ به صورت بسته به وسیله Cai و Raymond استخراج شد و در اختیار مهندسین قرار گرفت. از محققینی که روی موضوعات مرتبط با تحلیل دینامیکی تیر روی بستر ارتجاعی کار کرده اند

شده و مطالعه عددی آن ماهیت کاملاً دینامیکی ندارد [۵].

Torstensson و همکارانش در سال ۲۰۱۱ موضوع اندرکنش دینامیکی خط و قطار تحت عبور قطارهای تندرو را بررسی و برای این کار از برخی مدل‌های سه بعدی شامل چرخ‌های وسیله نقلیه و ریل‌ها استفاده کردند. این محققان رفتار دینامیکی سامانه را در بسامدهای مختلف بارگذاری مطالعه کرده و تأثیر پارامترهای مختلف ریل و چرخ و ناهمواری را روی تحریکات ایجادشده در مدل بررسی نموده‌اند. محدودیت این پژوهش و کارهای مشابه این است که در آن‌ها تمرکز اصلی روی موضوع اندرکنش چرخ و ریل می‌باشد و نتایج آن بیشتر برای مکانیک وسیله نقلیه به ویژه سامانه‌های تعلیق آن قابل ارائه است [۶ و ۷].

Traian Mazilu و همکارانش در سال ۲۰۱۱ موضوع اندرکنش دینامیکی خط بالاستی راه‌آهن و چرخ‌های قطار را بررسی کردند. ایشان فرمول‌بندی مسئله اندرکنش را با استفاده از یک روش صرفاً ریاضی و با کمک توابع گرین استخراج کردند. در این پژوهش، ریل با کمک تیر تیموشنکو مدل‌سازی شده و از یک الگوی سه‌بعدی تکیه‌گاه دوره‌ای کلونین ویت برای تکیه‌گاه‌های زیر آن شامل ریل پد، تراورس، بالاست و سابگرید استفاده شده است. مهم‌ترین محدودیت این پژوهش و کارهای مشابه آن این است که برای بارگذاری از یک الگوی بار ضربه استفاده شده است و حرکت یک قطار از روی مدل مطالعه نشده است. محدودیت دیگر این پژوهش این است که مسئله به صورت کامل ریاضی و برای یک تیر بی‌نهایت حل شده است و از روش اجزای محدود برای مدل‌سازی طول مشخصی از خط آهن استفاده نشده است [۸].

Galvin و همکارانش در سال ۲۰۱۰ یک تحلیل سه-بعدی کامل روی مسئله اندرکنش خاک - خط - قطار تندرو انجام دادند و ارتعاشات ایجادشده در سامانه را در حوزه

زمان مورد مطالعه قرار داده‌اند. مدل استفاده‌شده در آن پژوهش مدل نسبتاً کاملی است، ولی تنها محدودیت این است که در آن از بارگذاری شبه‌استاتیکی برای اندرکنش دینامیکی استفاده شده است. به بیان دیگر، بار ناشی از عبور قطار تندرو به صورت یک بار متحرک شبه‌استاتیکی در نظر گرفته شده و نتایج با استفاده از تحلیل عددی استخراج شده است [۹].

۲-۳- ضرورت انجام این پژوهش با توجه به مطالعات پیشین

به عنوان یک نتیجه کلی از پژوهش‌ها پیشین این‌گونه برداشت می‌شود که لحاظ نکردن الگوی کامل بارگذاری دینامیکی، استفاده نکردن از روش‌های اندرکنش دینامیکی مدل و بار دینامیکی وارده از ناوگان، استفاده نکردن از مدل‌های سه‌بعدی اجزای محدود و توسعه ندادن کامل روش عددی برای تحلیل دینامیکی از اصلی‌ترین محدودیت‌های کارهای پیشین است که در این مقاله گام‌هایی برای از بین بردن آن‌ها برداشته شده است. استفاده از یک مدل سه‌بعدی اجزای محدود برای طول مشخصی از خط آهن و ارائه روش تحلیل عددی مناسب برای اندرکنش بار دینامیکی قطار با گره‌های سطح ریل، دیدگاه‌های تازه این مقاله است.

۳- مدل‌سازی دینامیکی خط آهن و بار قطار

۳-۱- مدل‌سازی سه‌بعدی خط ریلی

دیدگاه تازه این مقاله در نظر گرفتن گره‌های عرضی برای مدل‌سازی خط آهن در فرایند تحلیل دینامیکی عددی است که باعث می‌شود مدل ایجادشده برای تحلیل، هماهنگی بیشتری با ماهیت حقیقی خط آهن داشته باشد. کاربرد گره‌های عرضی برای مدل‌سازی و تحلیل دینامیکی در این

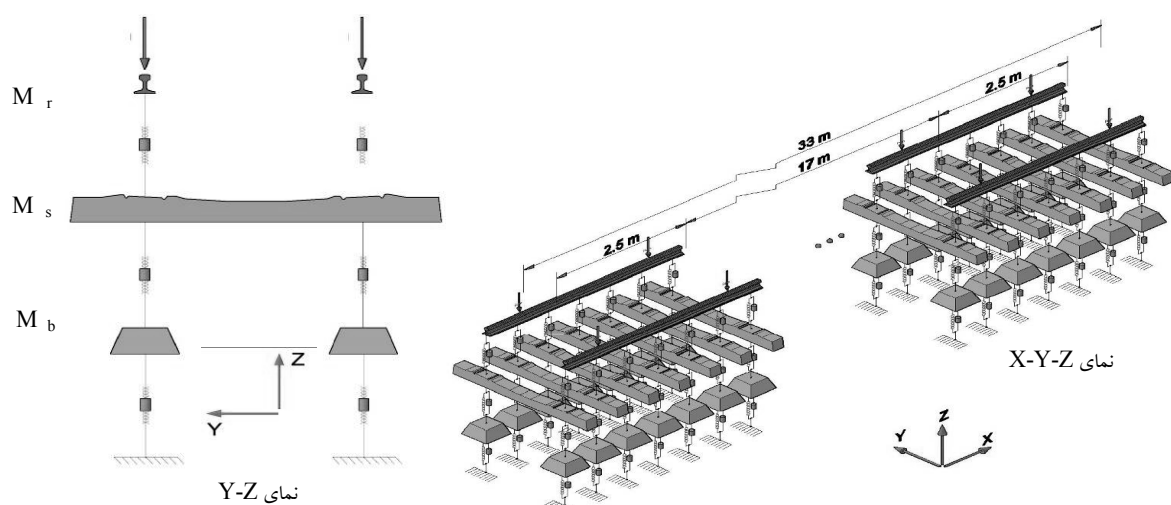
۲-۳- مدل سازی بار دینامیکی قطار

همان گونه که در شکل ها دیده می شود، در این مقاله برای اعمال بارگذاری دینامیکی قطار، از یک بارگذاری قائم تابع زمان استفاده شده است که الگوی آن بر پایهی مشخصات واگن های چهارمحوره راه آهن ایران است و این الگوی بارگذاری با سرعت مشخصی از روی مدل خط آهن عبور می کند. مقدار و سرعت عبور بار چرخ های قطار در ادامه توضیح داده شده است.

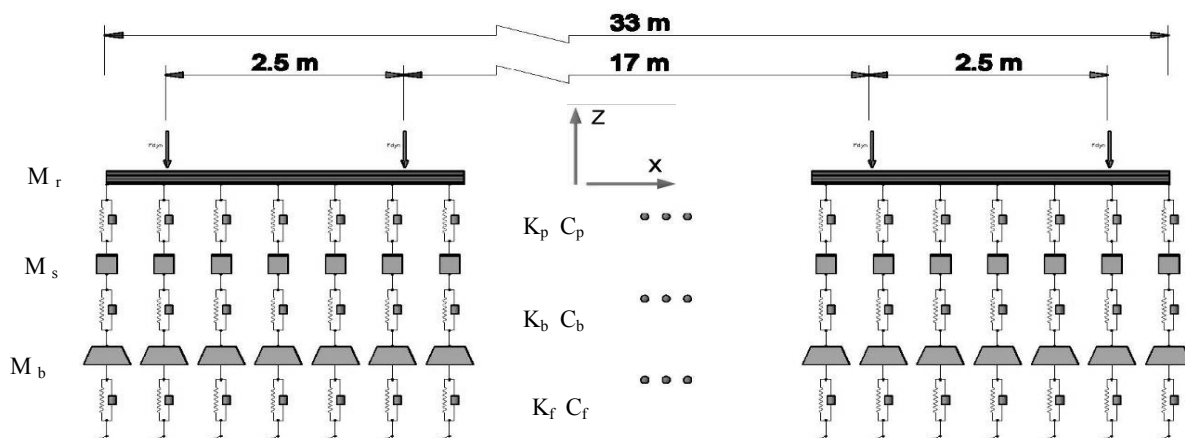
مقاله سبب شده است تا اثرات بارگذاری دینامیکی روی اجزای خط در برای عرضی هم مطالعه شود.

مدل استفاده شده برای تحلیل در این مقاله، ترکیبی از المان های تیر اولر برای ریل و تراورس و المان های جرم - فنر - میراگر برای اجزای ریل پد، تراورس، بالاست و سابگرید است که در نقاط گرهی مشخصی به هم متصل شده است.

شکل های (۱ و ۲) مدل سه بعدی خط آهن بررسی شده در این مقاله را نشان می دهد.



شکل (۱) نمایش گره های موجود در مدل سه بعدی و بارهای متحرک وارد شده به ریل



شکل (۲) نمایش گره های طولی زیر ریل و الگوی بارگذاری طولی قطار (نمای X-Z)

جدول (۱) مشخصات و پارامترهای مفروض برای خط ریلی [۱۴ و ۱۹]

پارامترهای خط ریلی	علامت	مقادیر	واحد
جرم واحد طول ریل	M_r	0.6	KN/m
جرم واحد طول هر تراورس بتنی	M_s	1.23	KN/m
جرم هر بلوک بالاست زیر تراورس (فرض هرم ناقص)	M_b	0.53	KN
مدول الاستیسیته ریل	E_r	$2.06E+8$	KN/m ²
ممان اینرسی ریل	I_r	$3.22E-5$	m ⁴
مدول الاستیسیته تراورس	E_s	$2.68E+7$	KN/m ²
ممان اینرسی تراورس (با فرض مقطع یکنواخت)	I_s	$8.85E-5$	m ⁴
فاصله بین تراورس‌ها	a	0.6	m
سختی پد (بین ریل و تراورس)	K_p	320000	KN/m
سختی بالاست (بین تراورس و بالاست)	K_b	100000	KN/m
سختی سابگرید (بین بالاست و سابگرید)	K_f	190000	KN/m
میرایی بالاست (بین تراورس و بالاست)	C_b	210	KN.s/m
میرایی سابگرید (بین بالاست و سابگرید)	C_f	77	KN.s/m
میرایی پد (بین ریل و تراورس)	C_p	260	KN.s/m
ضریب به کار رفته برای تعیین میرایی ریل	α	400	-

۳-۳- مشخصات و پارامترهای ورودی

خط ریلی از نوع خطوط بالاستی معمولی با اجزای سالم و طبیعی در نظر گرفته شده که مشخصات مکانیکی و هندسی اجزای تشکیل‌دهنده آن مطابق جدول ۱ می‌باشد. این جدول پارامترهای مورد نیاز برای تحلیل دینامیکی انجام‌شده در این مقاله را نشان می‌دهد.

۳-۴- گره‌ها و درجات آزادی

در این مقاله برای مدل‌سازی خط ریلی به روش اجزای محدود، ریل‌ها به المان‌های کوچک‌تر تقسیم شده است. این المان‌های کوچک‌تر از نوع تیر اولر در نظر گرفته می‌شود. بنابراین تعدادی گره‌های فرضی بر روی ریل در نظر گرفته می‌شود که فاصله بین گره‌ها برابر فاصله بین تراورس‌ها در باشد. طول کل خط آهن ۳۳ متر در نظر گرفته می‌شود که تقریباً معادل ۱/۵ برابر طول واگن‌های عادی می‌باشد که از روی راه‌آهن عبور

می‌کنند. علت انتخاب این طول این است که نقاط ابتدا و انتهای مدل به اندازه‌ی کافی از محل اعمال بارها فاصله پیدا کنند و جواب‌های به‌دست آمده متأثر از پارامتر طول خط نباشند. با توجه به طول کلی ۳۳ متر برای خط و فاصله ۶۰ سانتی‌متری تراورس‌ها از هم، تعداد گره‌های روی هر ریل (ریل چپ و ریل راست) برابر ۵۶ عدد خواهد بود [۱۰].

برای مدل‌سازی تراورس نیز از مدل تیر اولر استفاده می‌شود. این تیر عرضی با استفاده از گره‌های متناظر از بالا و پایین به ترتیب به المان‌های ریل و بلوک‌های بالاست متصل می‌شود. تعداد گره‌های روی هر تراورس برابر ۲ عدد است که این گره‌ها در محل نشیمنگاه ریل در نظر گرفته شده‌اند. در نتیجه تعداد کل گره‌های تراورس‌ها در مدل به ۱۱۲ عدد خواهد رسید.

برای شبیه‌سازی لایه بالاست از بلوک‌های جرم توده‌ای استفاده شده است که این بلوک‌ها درست در محل گره‌های

ماتریس جرم کل المان های ریل در راستای X-Z (برای یکی از ریل های سمت چپ یا راست):

$$[M_{r2}] = \begin{bmatrix} M_{r1-1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & M_{r1-2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & M_{r1-N} \end{bmatrix} \quad (2)$$

ماتریس کل المان ریل در راستای Y (بعد سوم ماتریسها):

$$[M_{Rail}] = \begin{bmatrix} M_{r2L} & 0 \\ 0 & M_{r2R} \end{bmatrix} \quad (3)$$

باید گفته شود که ماتریس های مربوط به المان ها سه بعدی است، ولی از آن جا که ماتریس سه بعدی را نمی توان نمایش دارد، بعد سوم آن ها جداگانه نوشته شده است.

ماتریس سختی یک المان ریل در راستای X-Z با فرض المان تیر اولر - برنولی:

$$[K_{r1}] = \frac{2EI}{L^3} \begin{bmatrix} 6 & 3L & -6 & 3L \\ 3L & 2L^2 & -3L & L^2 \\ -6 & -3L & 6 & -3L \\ 3L & L^2 & -3L & 2L^2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

ماتریس میرایی یک المان ریل در راستای X-Z با فرض ترکیب ماتریس جرم و سختی با یکدیگر:

تراورس و در زیر آن قرار می گیرند. بنابراین مانند بخش قبل تعداد ۱۱۲ گره به صورت متناظر در محل اتصال تراورس و بلوک های بالاست قرار می گیرد. تعداد گره های کلی و درجات آزادی این مدل در جدول ۲ درج شده است. از آنجایی که برای انجام تحلیل دینامیکی با روش عددی روی مدل پیشنهادی و خواندن پاسخ های گرهی، نیاز به دانستن شماره گره ها است، جدول ۲ شماره گذاری گره های مدل مسئله را نیز ارائه می دهد.

۴- معادلات حاکم بر سامانه ارتعاشی خط

با توجه به مدل سه بعدی معرفی شده در بخش قبل، معادلات کلی حرکت اجزای سامانه ارتعاشی خط آهن از روی رفتار اندرکنشی بین اجرام متصل به هم، بر اساس اصول و مبانی دینامیک سازه ها، طبق روابط زیر به دست می آید [۲ و ۲۱]:

۴-۱- ریل

ماتریس جرم یک المان ریل در راستای X-Z با فرض المان تیر اولر - برنولی (L طول هر المان ریل):

$$[M_{r1}] = \frac{M_r \cdot L}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22L & 54 & -13L \\ 22L & 4L^2 & 13L & -3L^2 \\ 54 & 13L & 2L^2 & -22L \\ -13L & -3L^2 & -22L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

جدول (۲) تعداد و شماره گذاری گره های مدل مسئله حاضر و درجات آزادی آن ها

المان	موقعیت	از گره شماره	تا گره شماره	تعداد گره ها	تعداد درجات آزادی
ریل	سمت چپ (RL)	۱	۵۶	۵۶	۱۱۲
	سمت راست (RR)	۵۷	۱۱۲	۵۶	۱۱۲
تراورس	نشیمنگاه ریل چپ (SL)	۱۱۳	۱۶۸	۵۶	۱۱۲
	نشیمنگاه ریل راست (SR)	۱۶۹	۲۲۴	۵۶	۱۱۲
بلاست	نشیمنگاه ریل چپ (BL)	۲۲۵	۲۸۰	۵۶	۵۶
	نشیمنگاه ریل راست (BR)	۲۸۱	۳۳۶	۵۶	۵۶
مجموع	-	-	-	۳۳۶	۵۶۰

۴-۴- مجموعه خط ریلی

معادله کلی حرکت سامانه ارتعاشی خط آهن به صورت زیر است که در آن ماتریسهای مربوطه باید از ترکیب و سرهم کردن ماتریسهای جزء هر یک از اجزای خط ریلی به دست آید:

$$[M]\{\ddot{Z}\} + [C]\{\dot{Z}\} + [K]\{Z\} = \{F(x)\} \quad (10)$$

نحوه سرهم بندی ماتریس اجزای مختلف خط آهن، با توجه به اندرکنش اجزای تشکیل دهنده، به شکل زیر است: سرهم بندی ماتریس جرم کل سامانه در راستای X-Z:

$$\begin{bmatrix} [Rail] & [R/S] & 0 \\ [S/R] & [Sleeper] & [S/B] \\ 0 & [B/S] & [Ballast] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_2 & M_2/M_b & 0 \\ M_2/M_b & M_b & M_b/M_b \\ 0 & M_b/M_b & M_b \end{bmatrix} \quad (11)$$

ماتریس سختی و میرایی کل خط ریلی و همچنین ماتریسهای بعد سوم (راستای Y) با الگوی بالا سرهم بندی می شود. ماتریسهای تغییر مکان، سرعت و شتاب نیز برای گره های روی ریل، تراورس و بالاست به گونه ای که کنار هم نوشته می شوند. همه ی تغییر شکل ها در راستای قائم فرض شده است و مشابه ماتریسهای پیشین، در بعد سوم (راستای Y) هم وجود دارند؛ یعنی تعدادی از آنها مربوط به گره های زیر ریل سمت راست بوده و سری دیگر مربوط به گره های زیر ریل سمت چپ است.

$$\{\ddot{Z}\} = \begin{Bmatrix} \ddot{Z}_{rail} \\ \ddot{Z}_{sleeper} \\ \ddot{Z}_{ballast} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \ddot{Z}_1 \\ \ddot{Z}_2 \\ \vdots \\ \ddot{Z}_n \end{Bmatrix} \quad (12)$$

با تشکیل ماتریسهای کلی جرم، سختی و میرایی خط آهن و در نظر گرفتن اندرکنش اجزای متصل به هم، سمت چپ معادله ارتعاشی خط آهن تکمیل شود. باید گفته شود که هنگام

$$[C_{r1}] = \alpha[M_{r1}] + \beta[K_{r1}] \quad (5)$$

فرم این ماتریسها در بعد سوم مشابه ماتریس جرم به دست می آید.

۴-۲- تراورس

شرایط ماتریس کل المانهای تراورس در راستای X-Z (با فرض تیر صلب می توان آنرا به دوتکه تقسیم کرده که هر تکه زیر یک ریل قرار می گیرد و رابطه سازگاری بین تکه های چپ و راست این است که تغییر مکان آنها تابع شیب اتصال گره های آنها است):

$$[M_{s1}] = \frac{1}{2} \times \begin{bmatrix} M_s & 0 & \dots & 0 \\ 0 & M_s & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & M_s \end{bmatrix} \quad (6)$$

شرایط ماتریس کل المانهای بالاست در برای Y:

$$[M_{Sleeper}] = \begin{bmatrix} M_{s1-L} & 0 \\ 0 & M_{s1-R} \end{bmatrix} \quad (7)$$

۴-۳- بالاست

شرایط ماتریس کل المانهای بالاست در راستای X-Z (با فرض بلوک هرم ناقص برای هر المان بالاست بر پایه اطلاعات جدول ۱):

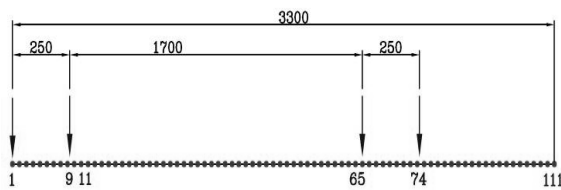
$$[M_{b1}] = \begin{bmatrix} M_b & 0 & \dots & 0 \\ 0 & M_b & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & M_b \end{bmatrix} \quad (8)$$

شرایط ماتریس کل المانهای بالاست در راستای Y:

$$[M_{Ballast}] = \begin{bmatrix} M_{b1-L} & 0 \\ 0 & M_{b1-R} \end{bmatrix} \quad (9)$$

کل اضافه شود. به عبارت دیگر ماتریس نیرو در ابتدا یک ماتریس دوستونی با درایه های صفر است که هنگام عبور بار از روی هر گره، درایه های غیر صفر پیدا می کند. مقدار درایه های غیر صفر ایجاد شده، به اندازه بار ضربه چرخ قطار است. بدین ترتیب، سمت راست معادله ارتعاشی کل سامانه خط (رابطه ۱۰) نیز با تشکیل ماتریس نیرو تکمیل می گردد. شکل کلی ماتریس نیرو:

$$\{F(x)\} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \vdots \\ F_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \cdot \\ 11.25 t \\ \cdot \\ 11.25 t \\ \cdot \end{Bmatrix} \quad \begin{matrix} \text{بسته به موقعیت} \\ \text{گره و زمان رسیدن} \\ \text{بار از تحلیل} \\ \text{عددی} \end{matrix} \quad (13)$$



شکل (۳) حرکت الگوی بار دینامیکی قطار از گره های روی ریل

در نتیجه، شکل ماتریسی کلی معادله ارتعاشی اجزای خط ریلی به شکل زیر خواهد بود:

$$\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & \dots & m_{1n} \\ m_{21} & m_{22} & \dots & m_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ m_{n1} & m_{n2} & \dots & m_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{z}_{11} \\ \ddot{z}_{21} \\ \cdot \\ \cdot \\ \ddot{z}_{n1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & \dots & C_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ C_{n1} & C_{n2} & \dots & C_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{z}_{11} \\ \dot{z}_{21} \\ \cdot \\ \cdot \\ \dot{z}_{n1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & \dots & K_{1n} \\ K_{21} & K_{22} & \dots & K_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ K_{n1} & K_{n2} & \dots & K_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{11} \\ z_{21} \\ \cdot \\ \cdot \\ z_{n1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F(t) \\ 0 \\ F(t) \\ \cdot \\ 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

سرهم بندی ماتریس بخش های مختلف، درایه های متناظر مربوط به عضوهای متصل به یکدیگر با هم ترکیب می شوند. در ادامه ماتریس نیروی دینامیکی قطار نیز معرفی می شود.

۵- نیروی وارد بر خط

همانطور که در شکل های ۱ و ۲ دیده می شود، بار وارده شده به خط ریلی در این مقاله، به صورت چهار عدد بار متمرکز چرخ قطار، هر کدام به میزان ۱۱/۲۵ تن (برابر نصف بار محوری رایج در خطوط ریلی ایران که در خطوط اصلی ۲۲/۵ است) در نظر گرفته شده است. این بارها برای محور X به صورت پیوسته از روی خط آهن عبور می کنند. فرض می شود بار هنگام حرکت از روی خط آهن بلند نشود و همچنین سرعت عبور بار از روی خط ثابت باشد. در این مطالعه، سرعت عبور بارهای متحرک از روی خط ۱۶۰ کیلومتر بر ساعت در نظر گرفته شده که اکنون مبنای طراحی خطوط ساخته شده جدید در کشور است [۲].

برای قرار دادن نیروی فوق در ماتریس نیرو، باید همگام با روش عددی که در ادامه معرفی می شود، در لحظه عبور بار از گره روی ریل، نیرویی به اندازه نیروی ضربه ای چرخ، به صورت قائم (در راستای Z) در ماتریس نیروی

۶- تحلیل دینامیکی

با تشکیل معادله ماتریسی کل ارتعاش سیستم خط آهن، که یک معادله ماتریسی سه بعدی است (رابطه ۱۴)، مسئله تحلیل دینامیکی خط، به حل دستگاه معادلات ماتریسی با تعداد درجات آزادی ۵۶۰ تبدیل می شود. حل این دستگاه معادلات در این پژوهش به روش عددی انجام پذیرفته است. با حل این دستگاه معادلات در قلمرو زمان، می توان به تاریخچه پاسخ های تغییر مکان، سرعت، شتاب و نیروی دینامیکی گره های مختلف روی مدل دست یافت. در ادامه، روند تحلیل عددی این پژوهش درج شده است.

۶-۱- روش رونگ - کوتا مرتبه چهارم

برای حل معادلات دیفرانسیل، سه روش عددی به نام های روش های تک گامی، روش های چندگامی و روش های برونابی وجود دارد. روش های تک گامی فرمولی کلی به شکل $x(t_{i+1}) = x(t_i) + \{...\}$ به دست می دهند که مقدار $\{...\}$ نامشخص است و با توجه به شرط اولیه $x(t_0)$ ، مقادیر تابع، مرحله به مرحله به دست می آید [۱۱]. یکی از روش های عددی مناسب برای حل دستگاه معادلات دیفرانسیل به دست آمده در این پژوهش، روش رونگ کوتا است که برای افزایش دقت محاسباتی، از مرتبه چهارم آن استفاده شده است. هر چند روش های عددی حل دستگاه های معادلات دیفرانسیل، شباهت هایی با یکدیگر دارند، ولی علت استفاده از روش رونگ کوتا با خطای مرتبه چهارم، در این مطالعه این است که به خاطر سرعت بالای قطار و گام زمانی کوتاه عبور بار از روی گره های سطح ریل، روش رونگ - کوتا مرتبه ۴، نسبت به روش های مشابه نظیر روش نیومارک، روش رونگ - کوتا مرتبه دوم، روش اویلر و روش پیش گو - اصلاحگر (آدامز - بشفورت و آدامز - مولتون) دقت محاسباتی بیشتری دارد. نوشتن برنامه کامپیوتری برای حل

معادلات به روش یادشده ساده تر است و می توان چند معادله دیفرانسیل وابسته به هم را هم زمان وارد محاسبات کرد [۱۱].

۶-۲- ساختار روش رونگ - کوتا مرتبه چهارم

الگوریتم حل معادلات دیفرانسیل به روش عددی رونگ کوتا مرتبه چهارم در ادامه می آید. در این روش، ضابطه تابع مجهولی که داخل انتگرال قرار دارد بر حسب متغیرهای آن نوشته می شود و با استفاده از ثابت های ارائه شده در بسط تابع که مقادیر محاسبه شده اولیه است، فرایند تشکیل تابع ادامه می یابد [۱۱].

ساختار کلی این روش به صورت زیر است:

(۱) تشکیل ماتریس های جرم، سختی و میرایی کل سیستم

(۲) در نظر گرفتن شرایط اولیه دلخواه برای پاسخ ها:

$$\mathbf{u}_0, \quad \dot{\mathbf{u}}_0, \quad \ddot{\mathbf{u}}_0$$

(۳) در نظر گرفتن مقدار اولیه دلخواه برای پارامتر α ؛

(۴) محاسبه ثابت های انتگرال گیری (چهار ثابت):

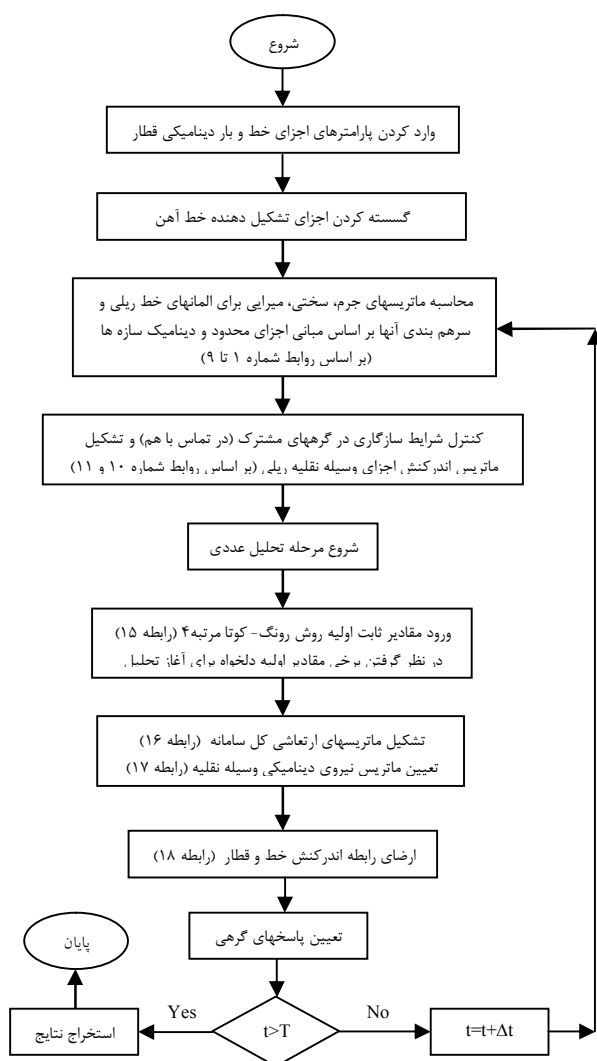
$$\begin{aligned} k_1 &= z(x_i, t_i) \\ k_2 &= z\left(x_i + \frac{1}{3}\Delta t, t_i + \frac{1}{3}\Delta t, k_1\right) \\ k_3 &= z\left(x_i + \frac{2}{3}\Delta t, t_i - \frac{1}{3}\Delta t, k_1 + \Delta t, k_2\right) \\ k_4 &= z(x_i + \Delta t, t_i + \Delta t, k_1 - \Delta t, k_2 + \Delta t, k_3) \\ x_{i+1} &= x_i + \frac{1}{8}(k_1 + 3k_2 + 3k_3 + k_4)\Delta t \end{aligned} \quad (15)$$

(۵) تشکیل ترکیبات ماتریس های جرم، سختی و میرایی با بردارهای شتاب، سرعت و تغییر مکان:

$$\begin{aligned} \{\dot{Z}\} &= \{Z\} + \Delta t \cdot \left[\left(1 - \frac{1}{2\alpha}\right) \{\dot{Z}_{t_i, x_i}\} + \frac{1}{2\alpha} \left\{ \dot{Z}_{t_i + \alpha \Delta t, x_i + \alpha \Delta t, x_i} \right\} \right] \\ \{\ddot{Z}\} &= \{\dot{Z}\} + \Delta t \cdot \left[\left(1 - \frac{1}{2\alpha}\right) \{\ddot{Z}_{t_i, x_i}\} + \frac{1}{2\alpha} \left\{ \ddot{Z}_{t_i + \alpha \Delta t, x_i + \alpha \Delta t, x_i} \right\} \right] \\ [L] &= [M]\{\dot{Z}\} + [C]\{\ddot{Z}\} + [K]\{Z\} \end{aligned} \quad (16)$$

برنامه نویسی می شود. یک کد محاسباتی در نرم افزار MATLAB نوشته شده و خروجی های پیش بینی شده سامانه از آن به دست آمده است. الگوریتم کامل برنامه و شرح این کد برنامه نویسی در مرجع ۲ آمده است.

شکل ۴ نشان دهنده فلوچارت اندرکنش دینامیکی اجزای تشکیل دهنده خط آهن، تحت عبور بار دینامیکی قطار با سرعت ثابت است که مسئله دینامیکی مفروض را در قلمرو زمان تحلیل می کند.



شکل (۴) روندنمای اندرکنش دینامیکی بین اجزای تشکیل دهنده خط آهن و تحلیل دینامیکی عددی مسئله

۶) انجام محاسبات مربوط به هر گام زمانی:

$$t = \Delta t, 2\Delta t, 3\Delta t \dots$$

۷) تکرار عملیات ۴ تا ۶ برای تشکیل ماتریس ارتعاشی کل سیستم.

۸) تشکیل ماتریس نیرو بر اساس زمان عبور بار از روی گره های مختلف:

$$[F] = [F_t], [F_{t+\Delta t}], [F_{t+2\Delta t}] \dots \quad (17)$$

۹) ارضای رابطه ماتریسی اندرکنش سیستم:

$$[L] = [F] \quad (18)$$

۱۰) محاسبه شتاب، سرعت و تغییر مکان در لحظه t و

۱۱) ثبت نتایج مربوط به گره های مختلف.

۳-۶- تعیین گام زمانی

انتخاب گام زمانی مناسب برای تحلیل، یکی از ضروریات تحلیل عددی این دستگاه معادلات دیفرانسیل است. در این مسئله، گام زمانی تکرار عملیات، 0.001 ثانیه یا 0.1 میلی-ثانیه تعیین شده است. علت چنین انتخابی این است که با فرض سرعت 160 کیلومتر بر ساعت برای حرکت قطار، طول طی شده در هر گام زمانی 0.044 متر یا 4.4 میلی متر خواهد بود که دقت مناسبی ایجاد می کند. به عبارت دیگر، گامهای بارگذاری و باربرداری چرخ روی مدل پیشنهادی پژوهش، 4.4 میلی متر در فاصله 0.1 میلی ثانیه می باشد [۱۳].

۴-۶- حل عددی مسئله

در این پژوهش برای پیاده سازی مراحل ارائه شده در بخش قبل و حل مسئله عددی پیش روی، از برنامه آنالیز عددی MATLAB استفاده شده است که قابلیت های ویژه ای برای انجام عملیات ماتریسی داشته و موجب سادگی روند

۷- استخراج نتایج تحلیل

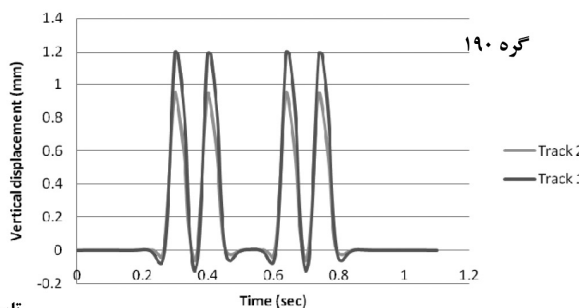
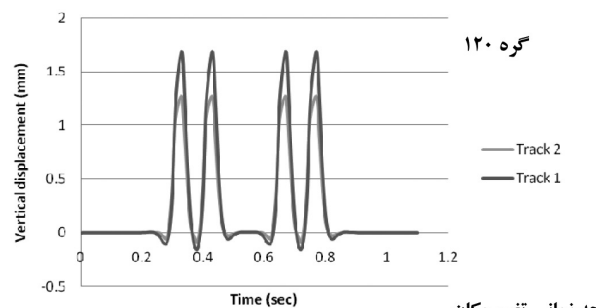
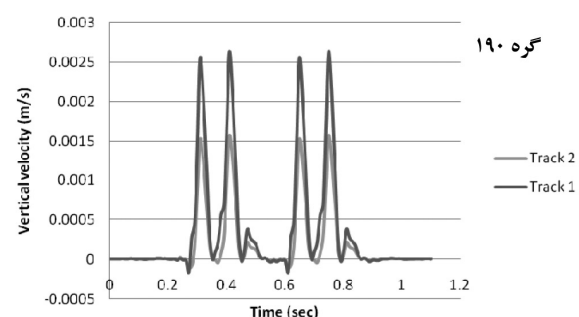
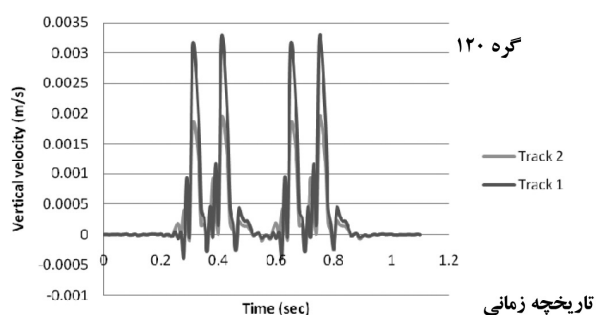
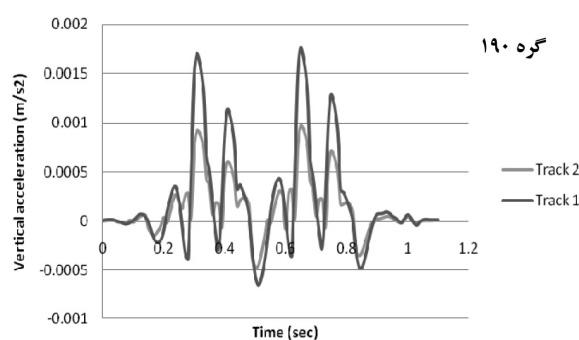
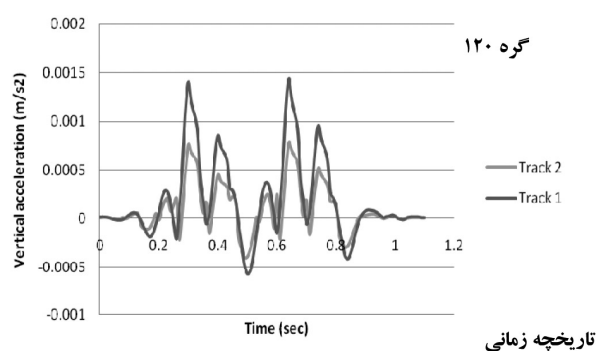
چندین بار با اجرای این کد برنامه‌نویسی و رفع خطاهای ایجادشده در فرآیند محاسبه و انجام اصلاحات پیاپی روی برنامه، سرانجام خروجی‌های منطقی برنامه دیده شد و پاسخ‌های مورد نیاز مسئله به دست آمد. در ادامه، نتایج تحلیل ارائه شده است.

۷-۱- پاسخ‌های گرهی

تاریخچه پاسخ‌های گرهی مدل این پژوهش با استفاده از شماره‌گذاری المان‌ها (جدول ۲) تعیین می‌شود. در این مسئله، تاریخچه زمانی دیاگرام‌های سرعت، تغییر مکان و

شتاب در گره‌های مختلف روی ریل سمت چپ و ریل سمت راست و همچنین گره‌های قرار گرفته در لایه‌های پایین‌تر به دست آمده است.

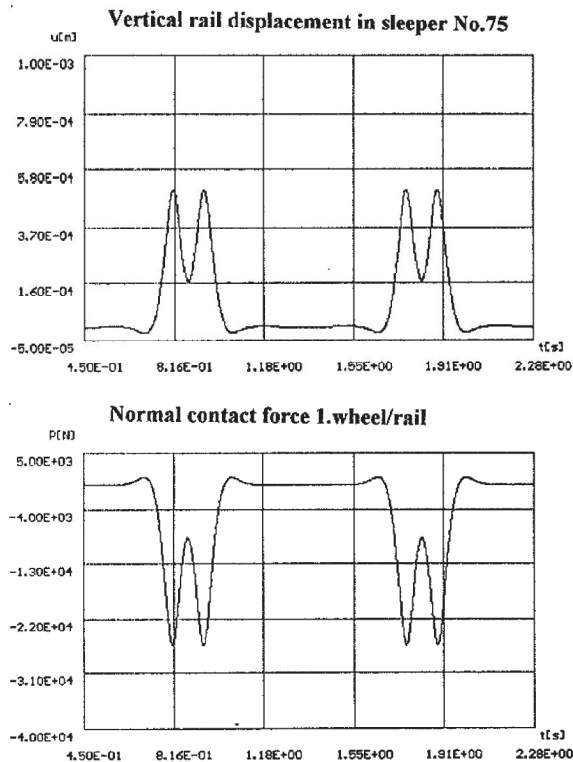
شکل ۵ تاریخچه پاسخ‌های گرهی برخی از نقاط مشخص مدل خط ریلی را نشان می‌دهد. نتایج ارائه‌شده برای منحنی‌های با علامت Track 1، مربوط به مشخصات و پارامترهای ارائه‌شده در جدول ۱ است. برای کنترل درستی محاسبات، پارامترهای مقاومتی بالاست (سختی و میرایی)، به میزان ۴۰ درصد کاهش یافته و منحنی‌های دسته‌ی Track 2 به دست آمده است.



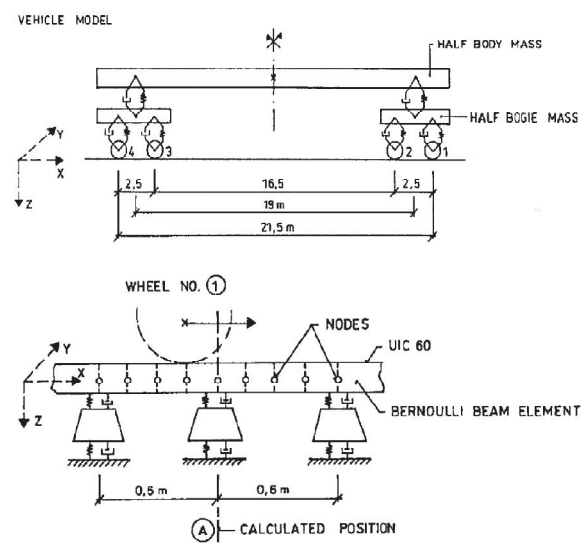
شکل (۵) تاریخچه پاسخ‌های گرهی به دست آمده از تحلیل دینامیکی مدل

۲-۷- اعتبارسنجی نتایج

برای بازرسی درستی نتایج به دست آمده از این پژوهش در این بخش خروجی های نمونه ای از تحقیقات پیشین با یافته های این مطالعه مقایسه شده است. یکی از مطالعات مشابه مربوط به انجام تحلیل اندرکنشی دوبعدی است که در سال ۲۰۰۷ به وسیله ی **موراویک** انجام شده است. موراویک برای تحلیل اندرکنشی از مدل شکل ۶ استفاده کرده است [۱۶]:



شکل (۷) تغییر مکان دینامیکی و نیروی تماسی سطح ریل در محل یکی از تراورس ها [۱۶]



شکل (۶) مدل دوبعدی آقای میلان موراویک برای تحلیل دینامیکی خط و وسیله نقلیه [۱۶]

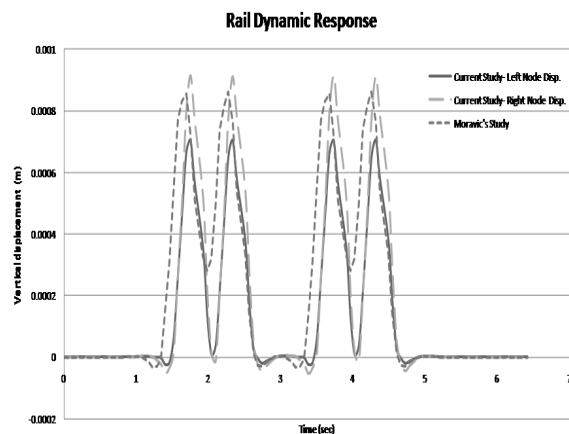
(۱) با توجه به دیاگرام های به دست آمده حاصل از دو تحلیل، این گونه برداشت می شود که قبل و بعد محل عبور بار از روی خط آهن، پاسخ های وارونه به وجود می آید. به بیان دیگر در فواصل کمی از نقطه اعمال بار روی خط آهن، پاسخ های به دست آمده در خلاف راستای پاسخ محل اعمال بار است.

(۲) شکل و فرم کلی منحنی های پاسخ به دست آمده از این تحلیل و تحلیل موراویک به هم نزدیک بوده و اختلافات احتمالی به خاطر ماهیت دینامیکی بارهاست؛ زیرا منحنی های استخراج شده از گره های مختلف به صورت تصادفی تعیین می شوند و لزوماً با هم یکسان نیستند.

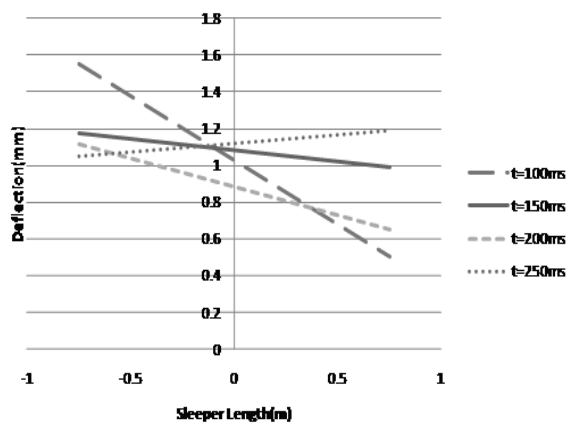
(۳) بیشینه تغییر مکان ریل برای سرعت حدود ۷۲ کیلومتر بر ساعت (مقادیر بیشینه دیاگرام ها)، در دو تحلیل حدود ۸/ میلی متر به دست می آید. این میزان مربوط به خط با

علت انتخاب پژوهش موراویک برای مقایسه، شباهت زیاد آن در روش انجام، با این پژوهش است. برخی از نتایج کارهای تحلیلی موراویک برای سرعت حرکت ۷۲ کیلومتر بر ساعت در شکل ۷ آمده است.

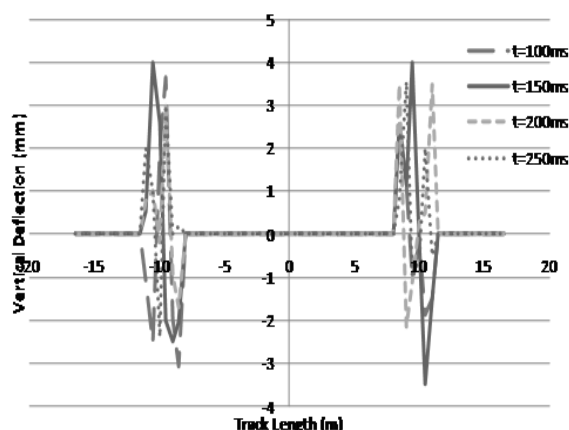
برای مقایسه، کلیه پارامترهای این پژوهش، مشخصات خط و وسیله نقلیه، با پارامترهای مطالعه موراویک یکسان سازی شده اند و نتایج دو پژوهش روی هم انعکاس یافته است (شکل ۸). با مقایسه خروجی های دو مطالعه، نتایج زیر به دست می آید:



شکل (۸) تاریخچه پاسخ‌های دینامیکی یکی از گره‌های سطح ریل سمت چپ و راست و مقایسه با نتایج تحلیل آقای موراویک



الف) دیاگرام تغییر مکان در طول خط (زیر ریل)



ب) دیاگرام تغییر مکان در طول خط (زیر ریل)

شکل (۹) ترکیب پاسخ‌های گرهی به دست آمده از تحلیل دینامیکی مدل در طول و عرض خط آهن

اجزای سالم و با شرایط سختی و میرایی متوسط است. (۴) با بررسی سایر دیاگرام‌های به دست آمده از دو تحلیل مشاهده می‌شود که نسبت ضریب افزایش دینامیکی ضربه در بازه‌ی سرعت ۷۲ تا ۱۸۰ کیلومتر بر ساعت، برای تغییر مکان ریل و فشار بالاست در بازه‌ی مقادیر ۱/۰۵ تا ۱/۶۰ قرار می‌گیرد.

(۵) نرخ افزایش پاسخ دینامیکی، در بازه‌ی سرعت ۸۰ تا ۱۲۰ کیلومتر بر ساعت چشم‌گیرتر است. این موضوع در تحلیل موراویک نیز دیده می‌شود.

(۶) با افزایش سرعت عبور و میزان بار، پراکندگی پاسخ‌ها بیشتر می‌شود و منحنی‌ها نظم کمتری پیدا می‌کنند. این موضوع بیانگر آن است که خط آهن در سرعت‌های بالاتر دچار تحریکات بیشتری می‌شود.

(۷) به طور کلی با بررسی دیاگرام‌های به دست آمده این پژوهش و نتایج تحلیل‌های مشابه، هم‌خوانی قابل قبولی بین نتایج این تحلیل و فعالیت‌های گذشته مشاهده می‌شود.

۷-۳- ترکیب پاسخ‌ها در راستای طولی و عرضی

در این بخش، پاسخ‌های گره‌های مجاور هم (در طول و در عرض) با یکدیگر ترکیب شده تا منحنی‌های تغییر شکل اجزای خط بر حسب موقعیت مکانی گره‌ها به دست آید. برای تعیین منحنی‌های تغییر شکل بر حسب مکان، در لحظات مشخصی از فریند تحلیل دینامیکی، پاسخ گره‌های مجاور به دست آمده و روی نمودار مکانی ترسیم شده است. به عبارت دیگر، با ثابت نگه‌داشتن پارامتر زمان در منحنی‌های تاریخچه زمانی، پاسخ‌های دینامیکی اجزای سامانه در مکان‌های مختلف روی مدل استخراج شده است. در این بخش، پاسخ تغییر شکل بخش‌های مختلف خط آهن در طول و در عرض، مطابق منحنی‌های شکل ۵ است: (توجه شود که برای وضوح بیشتر، پاسخ‌ها در راستای عرضی بزرگ‌نمایی شده است):

۷-۴- تفسیر پاسخ های ترکیبی به دست آمده

پاسخ های طولی ریل سمت راست و ریل سمت چپ که در شکل ۹ نشان داده شده، مربوط به چهار زمان مشخص هنگام بارگذاری خط است. این پاسخ ها در واقع مربوط به گره های نشیمنگاه ریل روی تراورس است. مشابه این نمودارها، می توان برای زمان ها و مکان های مختلف، انواع منحنی های پاسخ را به دست آورد که شکل کلی آن ها مشابه همین نمودارها می باشد. با تحلیل دیاگرام هایی که از ترکیب پاسخ های گرهی به دست می آیند، نتایج زیر حاصل می شود:

- ترکیب پاسخ های مربوط به گره های طولی در ریل سمت چپ و راست نشان می دهد که میزان تحریکات ایجاد شده در خط آهنی با مشخصات فنی مناسب (جدول ۱)، تحت عبور بارهای متحرک با سرعت ۱۶۰ کیلومتر بر ساعت، در زیر چرخ ها، به میزان بیشینه ی ۴ میلی متر به سمت پایین است. این افت در ریل سمت راست و سمت چپ یکسان نیست. بنابراین خط ریلی تحت تأثیر پیچ و تاب عرضی نیز قرار می گیرد. میزان تغییر شکل عرضی در دیاگرام های ترکیب پاسخ های عرضی منعکس شده است. بیشینه اختلاف جابه جایی بخش سمت راست و سمت چپ خط آهن، حداکثر به میزان ۳ میلی متر است.

- از روی دیاگرام های تاریخچه زمانی، مشخص می شود که پاسخ های گرهی به دست آمده از برخی مکان ها، نامنظمی های احتمالی هم دارد. که به خاطر ماهیت دینامیکی بارها و اندرکنش اجزای تشکیل دهنده است.

۸- نتیجه گیری

در این مقاله، مدلی سه بعدی برای شبیه سازی خط ریلی بالاستی ارائه شد و پس از تشکیل معادلات دیفرانسیل حاکم بر حرکت سیستم، روش عددی رونگ - کوتا مرتبه چهارم، روی آن تحلیل دینامیکی عددی انجام و در

نهایت پاسخ های مربوط به اجزای خط ریلی تعیین شد. در این مطالعه با در نظر گرفتن گره های عرضی، مدل خط آهن به صورت سه بعدی در آمد و پس از تشکیل معادلات دیفرانسیل حرکت اجزای تشکیل دهنده خط ریلی و تلفیق آن ها طبق اصول دینامیک سازه ها، تحلیل دینامیکی در قلمرو زمان انجام شد. نیروهای ناشی از وسیله نقلیه، طبق الگوی زمانی فرا رسیدن به هر گره خاص روی المان های ریل، تنظیم و در معادلات حرکت اجزای خط اعمال شد. در نهایت، دستگاه معادلات دیفرانسیل ناشی از کل سامانه خط ریلی - بار دینامیکی، به روش عددی حل شد و تاریخچه زمانی پاسخ های اجزای خط به دست آمده است. نتایج به دست آمده از دیاگرام های پاسخ دینامیکی خط در راستای طولی و عرضی نشان می دهد که خط ریلی در اثر عبور بار دینامیکی، در طولی و عرضی دچار پیچ و تاب خواهد شد. با استفاده از دیاگرام های به دست آمده از این تحلیل عددی می توان به مباحث طراحی اجزای تشکیل دهنده خط آهن، وارد شده و کفایت آن ها را در برابر نیروهای دینامیکی خط ارزیابی کرد.

۹- مراجع

[۱] جبارعلی ذاکری، میثم نعیمی، "طراحی سازه ای المان تراورس تحت اثر بارگذاری دینامیکی تابع زمان"، مجموعه مقالات سیزدهمین همایش بین المللی حمل و نقل ریلی، تهران، ۱۳۹۰.

[۲] میثم نعیمی "بررسی پاسخ دینامیکی تراورس در خط ریلی"، پایان نامه دوره کارشناسی ارشد مهندسی خطوط راه آهن، استاد راهنما: دکتر جبارعلی ذاکری، ۱۳۸۹.

[۳] جبارعلی ذاکری، میثم نعیمی "تحلیل دینامیکی خط ریلی تحت بار سیکلیک وسیله نقلیه با روش اجزای

- 2D-infinite beam elements in dynamic analysis of railway track", *Journal of Mechanical Science and Technology* V23, pp. 1415-1421.
- [13] Zakeri J. A. and. Xia H. (2009) "Dynamic Responses of Train –Track system to Single Irregularity", *Latin American Journal of solids and structures*, V6, No. 2, pp. 89-104.
- [14] Zakeri J. A. and Xia H. (2008) "Sensitivity Analysis of Track Parameters on Train- Track Dynamic Interaction", *Journal of Mechanical Science and Technology* V 22, pp. 1299-1304.
- [15] S. Kaewunruen, A.M. Remennikov, (2007), "Field trials for dynamic characteristics of railway track and its components using impact excitation technique", *Journal of NDT&E International* 40,510–519.
- [16] Milan Moravcik, (2007), "Dynamic properties of the railway track", *Journal of Communications*, Department of Structural Mechanics, Faculty of Civil Engineering, University of Zilina, Slovakia.
- [17] Y.Q. Sun a, M. Dhanasekar, (2006), "A dynamic model for the vertical interaction of the rail track and wagon system", *International Journal of Solids and Structures*, 1337–1359.
- [18] Vostroukhov, A.V., Metrikine, A.V. (2003). "Periodically supported beam on a viscoelastic layer as a model for dynamic analysis of a high-speed railway track". *International Journal of Solids and Structures*, 40: 5723-5752.
- [19] G. Kumaran, D. Menon, K.K. Nair, (2002), "Evaluation of dynamic load on railtrack sleepers based on vehicle-track modeling and analysis", *International Journal of Structural Stability and Dynamics* 2 (3) 355–374.
- [20] G. Kumaran, D. Menon, K.K. Nair, (2002), "Dynamic response of railtrack sleepers to moving train loads", *Proceedings of EURO-DYN-02*, Swets & Zeitlinger, Lisse, pp. 1185–1190.
- [21] A.K. Chopra, (2001), *Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs.
- [22] Z.Cai, G.P. Raymond, (1994) "Modeling the dynamic response of railway track to wheel/rail impact loading", *Structural Engineering and Mechanics*, Vol.2, No.1 95-//1.
- محدود و تعیین پاسخهای دینامیکی خط"، مجموعه مقالات پنجمین کنگره ملی مهندسی عمران، دانشگاه فردوسی مشهد، ۱۳۸۹.
- [۴] جبارعلی ذاکری، میثم نعیمی، مرتضی اسماعیلی، "تحلیل دینامیکی خط آهن با استفاده از معادلات حاکم بر ارتعاش قائم"، مجموعه مقالات دومین همایش ملی مهندسی عمران، دانشگاه آزاد اسلامی واحد خمینی شهر، ۱۳۸۹.
- [5] P. Alves Costa, R. Calçada, A. Silva Cardoso (2012), "Track–ground vibrations induced by railway traffic: In-situ measurements and validation of a 2.5D FEM-BEM model", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Volume 32, Issue 1, Pages 111-128.
- [6] P.T. Torstensson, J.C.O. Nielsen, L. Baeza, (2011), "Dynamic train–track interaction at high vehicle speeds—Modelling of wheelset dynamics and wheel rotation", *Journal of Sound and Vibration*, V 330, Issue 22, P 5309-5321.
- [7] J. Pombo, J. Ambrosio, M. Pereira, R. Verardi, C. Ariado, N. Kuka, (2011), "Influence of track conditions and wheel wear state on the loads imposed on the infrastructure by railway vehicles", *Journal of Computers & Structures*, Volume 89, Issues 21–22, November, Pages 1882-1894.
- [8] Traian Mazilu, Mădălina Dumitriu, Cristina Tudorache, Mircea Sebeșan, (2011), "Using the Green's functions method to study wheelset/ballasted track vertical interaction", *Mathematical and Computer Modelling*, Volume 54, Issues 1–2, Pages 261-279.
- [9] P. Galvín, A. Romero, J. Domínguez (2010), "Fully three-dimensional analysis of high-speed train–track–soil–structure dynamic interaction, *Journal of Sound and Vibration*", Volume 329, Issue 24, Pages 5147-5163.
- [10] Zakeri, J. A., Kooben, F. (2010) "Variation of dynamic wheel-rail forces in high speed trains", *Journal of Civil Engineering and Architecture*, Vol. 4 – No. 5, pp. 48~51.
- [11] Chiu-Yen Kao (2010), *Mathematical Tutorial*, Chapter 08.04, "Runge-Kutta 4th Order Method for Differential Equations".
- [12] Zakeri J. A. and Xia H. (2009) "Application of

Numerical Analysis of Railway Track by Runge-Kutta 4th Order Method and Determine the Dynamic Response of Track Components

J. A. Zakeri^{1*}, M. Naeimi², M. Esmaili³

1- Associate Prof., Dep. of Railway Eng., University of Science and Technology, Tehran, Iran

2- M.Sc. Grad., Dep. of Railway Eng., University of Science and Technology, Tehran, Iran

3- Assistant Prof., Dep. of Railway Eng., University of Science and Technology, Tehran, Iran

zakeri@iust.ac.ir

Abstract:

Ballasted railway track are of the most common types of railway in our country. The aim of this paper is study of three-dimensional suitable model for railway ballasted track and Dynamic analysis of that using numerical Runge-Kutta 4th Order Method. After the dynamic analysis is performed the responses related to railway components are determined. To analyze the effect of passing railway train on track, a function of time variant moving load on the railway line is applied and the effect of dynamic response under loading is evaluated.

Previous researchers in the field of this activity have worked on modeling and analyzing of railway track system and train-track interaction problems on the two-dimensional models and the dynamic time domain problem for 3D models has not completely examined before. But this study is trying to consider the extra transverse nodes on previous models and come in three-dimensional dynamic analysis by numerical method. In other words, a new perspective in this article, is considering the nodes for transverse model of railway track and also numerical analysis of that.

In this article, a 3D analytical model of Moving Load-Track interaction is organized by elements of mass, spring and dashpot. Since, railway track structure can innovatively be simulated with a continuous model of mass-spring system. Then by using the principles of structural dynamics and finite element method, equations that governing the motion of components of this model are identified and final equations are extracted.

Brief description of the numerical method is use of solving algorithm to solve the track- moving load interaction. In this research, simulation and modeling for rails, tie, connections and railway superstructure layers, is considered as elements of lump masses, springs and dampers. Traditional methods used for design of rail elements, have been based on static loading and quasi-dynamic analysis, but in this paper, according to the structural dynamics phenomena in relation to rail component vibrations and study of dynamic loading effects on track components, are the issues to more realistic analysis. Responses obtained from dynamic analysis can be utilized as inputs for designing concepts and optimizing the track components.

Keywords: Dynamic Analysis, Numerical Methods, Response, Railway track.