

Proposing a Single Degree of Freedom System to Determine the Capacity Curve of Curved Bridges

Z. Shams-Eddin¹, F. Daneshjoo^{2*} 

1. Ph.D. Student of Faculty of Civil and Environmental Engineering, Tarbiat Modares Uni., Tehran, Iran.
2. Prof. in Faculty of Civil and Environmental Engineering., Tarbiat Modares Uni., Tehran, Iran.

Abstract

Determining the seismic performance of horizontally curved bridges is of great importance. Analyzing and plotting the seismic capacity curve of these structures requires considerable time and cost due to their complex dynamic behavior. Therefore, many efforts have been made to simplify the structural models of such bridges and reduce computational demands. In this paper, two methods are presented to transform the bridge structure into an equivalent single-degree-of-freedom (SDOF) system at a specific control point of the original structure, in such a way that the capacity curve of the equivalent system matches that of the original structure with minimal error. For this purpose, three curved bridges with different radii in plan and one straight bridge were considered. In the first proposed method, the dynamic condensation approach is used. For this purpose, the curved bridge is first modeled in the OpenSees software, and the stiffness and mass matrices are extracted. Then, by selecting a control point and a desired translational degree of freedom, the stiffness and mass matrices of the original structure are condensed into an equivalent stiffness and mass using dynamic condensation equations. This method requires the stiffness and mass matrices of the MDOF structure to be known. For cases where the bridge specifications are not available, the second method is proposed. In this method, only the first mode frequency of the structure and a simple field static test at the selected control point are required. By plotting the displacement at the control point under an applied force, the initial stiffness is determined. Then, assuming that the frequency of the equivalent SDOF system is equal to the first mode frequency of the main bridge, the equivalent mass is calculated. In both methods, the obtained equivalent stiffness and mass are assigned to a single-degree-of-freedom stick model, where the calculated mass is placed at the top of the stick, and the stick is connected to the ground via a spring with the equivalent stiffness. The results of comparing the capacity curve of the equivalent SDOF system with that of the original structure show that both methods provide acceptable accuracy, although the second method is more practical and precise. By comparing the capacity curves of single-degree-of-freedom structures and the capacity curves resulting from the analysis of original structures, it was determined that in the second method, the area under the bilinear capacity curve of the system is equal to the area under the bilinear capacity curve of the original structure with an error of less than 5%. In the first method, the error was less than 5% in the first and fourth models, and the error was less than 20% in the second and third models. The reason for this error is that the initial stiffness estimated by the dynamic compression method is greater than the initial stiffness of the structure. In addition, it was determined that the capacity and strength of the structure increased with an increase in the radius of curved bridge. Consequently, the proposed model can serve as a reliable alternative for evaluating the seismic performance of curved bridges.

Review History

Received: Jul 08, 2024

Revised: Sep 16, 2024

Accepted: Mar 11, 2025

Keywords

Curved Bridge

SDOF

Nonlinear Static Pushover Analysis

Dynamic Condensation

* Corresponding Author Email: danesh_fa@modares.ac.ir - ORCID: 0000-0003-2636-5967



پیشنهاد سیستم یک درجه آزادی معادل برای تعیین منحنی ظرفیت پل‌های دارای انحنا در پلان

زکریا شمس‌الدین^۱، فرهاد دانشجو^{۲*} 

۱. دانشجوی عمران مقطع دکتری، دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران.

۲. استاد، دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه تربیت مدرس، تهران ایران.

چکیده

تاریخچه داوری

تعیین عملکرد لرزه‌ای پل‌های دارای انحنا در پلان بسیار حائز اهمیت است. تحلیل و رسم منحنی ظرفیت لرزه‌ای این سازه‌ها به دلیل رفتار دینامیکی پیچیده نیازمند صرف هزینه و وقت زیادی برای مدل‌سازی است. بنابراین، تلاش‌های بسیاری در جهت ساده‌سازی مدل‌های سازه‌ای این پل‌ها و کاهش حجم محاسبات صورت پذیرفته است. در این مقاله، دو روش برای تبدیل سازه این پل‌ها به سیستم یک درجه آزادی معادل برای یک نقطه کنترل مشخص از سازه اصلی ارائه می‌گردد؛ به نحوی که منحنی ظرفیت سازه معادل با منحنی ظرفیت سازه اصلی با کمترین خطا مطابقت داشته باشد. در روش پیشنهادی اول، از روش تراکم دینامیکی استفاده می‌شود. برای این منظور، ابتدا با استفاده از نرم‌افزار OpenSees سازه پل دارای انحنا در پلان مدل‌سازی گردیده و ماتریس سختی و جرم استخراج می‌گردد. سپس با در نظر گرفتن یک نقطه کنترل و درجه آزادی انتقالی مورد نظر، با استفاده از معادلات تراکم دینامیکی، ماتریس‌های سختی و جرم سازه اصلی به یک جرم معادل کاهش می‌یابند. برای شرایطی که مشخصات پل موجود در دسترس نیست، روش دوم پیشنهاد می‌گردد. در روش دوم تنها با داشتن فرکانس مود اول سازه، با انجام یک آزمایش استاتیکی میدانی ساده در نقطه کنترل مورد نظر در سازه پل، با رسم جابه‌جایی نقطه کنترل به ازای نیروی وارده، سختی اولیه تعیین می‌گردد. سپس، با فرض برابری فرکانس سیستم یک درجه آزادی معادل با فرکانس مود اول پل اصلی، مقدار جرم معادل نیز محاسبه می‌گردد. نتایج مقایسه منحنی ظرفیت سیستم یک درجه آزادی معادل با منحنی ظرفیت سازه اصلی نشان می‌دهد که هر دو روش با درصد خطای قابل قبول کارایی لازم را دارند، اگرچه، روش دوم کاربردی‌تر و دقیق‌تر می‌باشد.

کلمات کلیدی

پل دارای انحنا در پلان
سیستم یک درجه آزادی
تحلیل استاتیکی غیرخطی
معادلات تراکم دینامیکی

۱- مقدمه

جرم غیریکنواخت، نسبت به پل‌های معمول در هنگام زلزله‌های قوی بیشتر در معرض آسیب هستند. رفتار لرزه‌ای منحصربه‌فرد پل‌های دارای انحنا در پلان مورد توجه بسیاری از محققان از زمان زلزله بزرگ سن‌فرناندو ۱۹۷۱ در کالیفرنیا قرار گرفته است [۲]؛ چرا که در آن زلزله تعداد زیادی از پل‌های دارای انحنا در پلان فرو ریختند یا آسیب جدی دیدند.

پل‌های دارای انحنا در پلان، از آغاز سال ۱۹۶۰ میلادی در بزرگراه‌های شهری و تقاطع آزادراه‌ها و در مناطق با تراکم ترافیکی بالا رواج زیادی پیدا کردند و جزء جدایی‌ناپذیر از شبکه‌های حمل‌ونقل شهری محسوب می‌شوند. به این دلیل، آن‌ها به سازه‌هایی مهم در شریان حیاتی تبدیل شده‌اند [۱].
پل‌های دارای انحنا در پلان به دلیل هندسه‌های نامنظم و توزیع

* رایانامه نویسنده مسئول: danesh_fa@modares.ac.ir - ORCID: 0000-0003-2636-5967

کپی‌رایت © ۲۰۲۵، انتشارات دانشگاه تربیت مدرس (TMU Press). این مقاله به‌صورت دسترسی آزاد منتشر شده و تحت مجوز بین‌المللی Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 قرار دارد (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0>). بر اساس این مجوز، شما می‌توانید این مطلب را در هر قالب و رسانه‌ای کپی، بازنشر و بازآفرینی کنید و یا آن را ویرایش و بازسازی نمایید، به شرط آنکه نام نویسنده را ذکر کرده و از آن برای مقاصد غیرتجاری استفاده کنید.



دادند. نتایج نشان داد که قدرت این روش در مقایسه با روش‌های دیگر برای تخمین بهتر ظرفیت لرزه‌ای پل دارای انحنا در پلان و پل مستقیم مناسب است.

استفاده از روش تحلیل استاتیکی غیرخطی فزاینده در بررسی و ارزیابی رفتار لرزه‌ای پل‌ها در اکثر آیین‌نامه‌هایی که از روش طراحی بر اساس عملکرد استفاده می‌کنند، روش متداولی است. گاهی لازم است یک سازه به دلیل تغییرات در هندسه، بارگذاری یا خواص مصالح به المان‌های زیادی تقسیم شود. در نتیجه، تعداد درجات آزادی، بسیار زیاد خواهد بود و ماتریس‌های سختی، جرم و میرایی ابعاد بزرگی خواهند داشت. حل مساله مقادیر ویژه مربوطه برای تعیین پریود طبیعی، فرکانس‌ها و مودهای ارتعاش و محاسبه جابه‌جایی گره‌ها دشوار و هزینه‌بر خواهد بود. در چنین مواردی، مطلوب است ابعاد این ماتریس‌ها کاهش یابد تا مقادیر ویژه و تعیین جابه‌جایی و نیروهای داخلی اعضای سازه ساده گردد. به چنین کاری، تراکم گفته می‌شود.

در این پژوهش با هدف کاهش حجم محاسبات، زمان تحلیل و همچنین کاهش هزینه‌های تحلیل لرزه‌ای سازه‌های پل دارای انحنا در پلان، دو روش برای تبدیل این سازه‌ها به سازه یک درجه آزادی پیشنهاد شده است. تفاوت دو روش پیشنهادی در تخمین بخش رفتار خطی سازه معادل است. برای این کار، ابتدا سه پل دارای انحنا در پلان با شعاع متفاوت و همچنین یک پل مستقیم در نظر گرفته شده است. در روش اول، ماتریس جرم و سختی برای هریک از سازه‌ها توسط نرم‌افزار OpenSees استخراج شده و با استفاده از معادلات تراکم دینامیکی، این ماتریس‌ها با توجه به درجه آزادی مدنظر به ماتریس‌های یک در یک تبدیل شده است. در روش دوم، در صورتی که به اطلاعات و نقشه‌های سازه موجود دسترسی وجود نداشته نباشد، پیشنهاد می‌گردد در سازه موجود نقطه و در جهت مدنظر نیرو به پل اعمال و جابجایی ثبت گردد. بدین صورت می‌توان سختی اولیه و جرم معادل سازه یک درجه آزادی معادل را تعیین نمود. در انتها، تحلیل استاتیکی غیرخطی بر روی سازه اصلی و سازه یک درجه آزاد پیشنهادی انجام گرفته است. با مقایسه منحنی ظرفیت هرکدام از سازه‌ها با منحنی ظرفیت بدست آمده برای سازه یک درجه آزاد معادل، روش پیشنهادی مورد ارزیابی قرار گرفته است.

سنگ^۱ و همکاران [۳] از مدل‌های ریاضی برای بررسی رفتار لرزه‌ای غیرخطی پل‌های بتنی چنددهانه دارای انحنا در پلان که در جریان زلزله ۱۹۷۱ سن‌فرناندو فروریختند استفاده کرده‌اند. در مطالعه انجام شده توسط توندینی^۲ [۴] با ترکیب SRSS مودهای مؤثر (دارای جرم مودی مؤثر بالا) منحنی‌های ظرفیت از تحلیل استاتیکی غیرخطی فزاینده برای پل‌های دارای انحنا در پلان رسم شده است. کوه‌رنگی^۳ و همکاران، اثر مودهای بالا از طریق اعمال الگوی‌های بار جانبی در تحلیل استاتیکی غیرخطی فزاینده پل‌های نامنظم را مورد ارزیابی قرار دادند [۵]. در مطالعه گل‌افشار و دانشجو [۶]، روش NSP(B) پیشنهاد شده که در آن برای ترسیم طیف ظرفیت پل دارای انحنا در پلان نه تنها نیاز به تعیین نقطه کنترل نمی‌باشد، بلکه به جای استفاده از شکل مود ارتعاش، از بردار جابه‌جایی به طور گام به گام استفاده شده است. در مطالعه دیگری که توسط آرایجو^۴ [۷] صورت گرفته، تأثیر انجام تحلیل استاتیکی غیرخطی چندجهته بر روی پل چهاردهانه دارای انحنا در پلان با استفاده از الگوهای بار متفاوت و زاویه اعمال بار متغیر مورد ارزیابی قرار گرفته و نتایج این مطالعه نشان داده که رفتار سازه‌های پیچیده مثل پل‌های دارای انحنا در پلان به میزان انحنا بستگی دارد. در مطالعه امجدیان^۵ و همکاران [۸]، یک مدل سه درجه آزادی برای ساده‌سازی و به دست آوردن پریود، مودهای ارتعاش و مقادیر ویژه پل دارای انحنا در پلان و همچنین بررسی اثر حرکت جسم صلب سازه‌ی پل با در نظر گرفتن اثر ضربه هنگام زلزله قوی مورد استفاده قرار گرفته است.

لین^۶ و همکاران [۹-۱۰] مدل شاخه‌ای^۷ دودرجه آزاد و سه‌درجه آزاد برای مدل‌سازی یک ساختمان نامنظم پیشنهاد دادند، این مدل‌ها می‌توانند اثر وابستگی و اندرکنش بین درجات آزادی انتقالی و دورانی را در نظر بگیرند.

احمدی و همکاران در دو مطالعه جداگانه، تحلیل استاتیکی غیرخطی چرخه‌ای برای یک پل بتنی دارای انحنا در پلان [۱۱] و یک پل مستقیم [۱۲] با استفاده از چهار الگوی بار مختلف انجام

¹ Tseng

² Tondini

³ Kohrangi

⁴ Arayjo

⁵ Amjadian

⁶ Lin

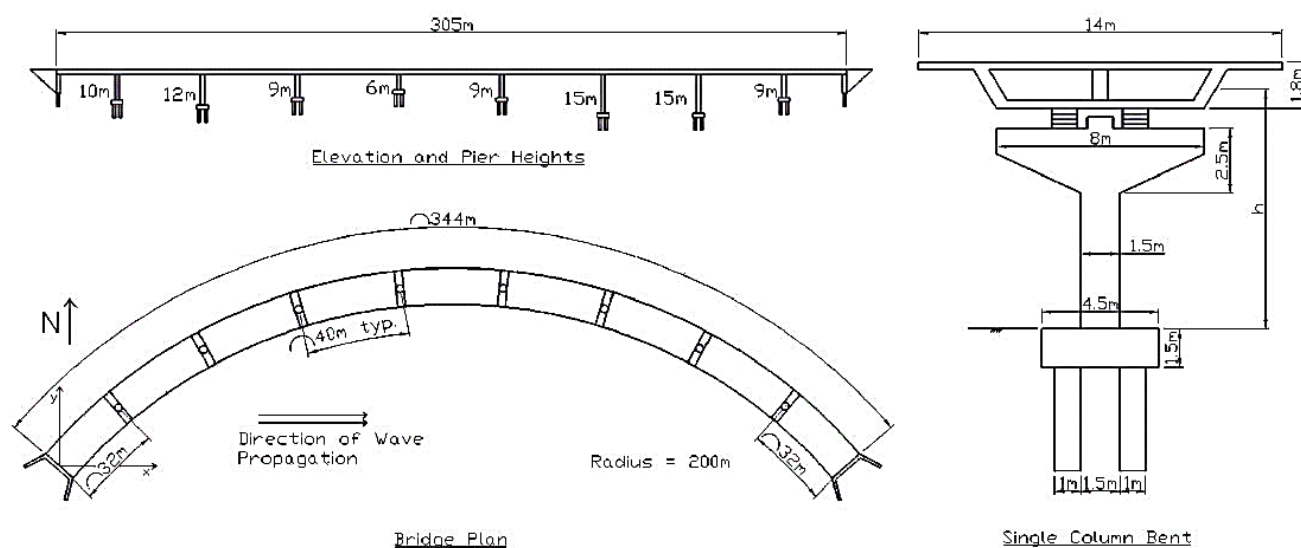
⁷ stick model

۲- معرفی مدل و صحت‌سنجی

دارای ۹ دهانه و ۸ پایه بوده و عرشه بتنی آن به صورت تیر الاستیک مدل‌سازی شده است. جرم عرشه به صورت متمرکز در ۷۸ گره در نظر گرفته شده و هرگره دارای شش درجه آزادی می‌باشد. دهانه‌های ابتدا و انتهای پل دارای طول ۳۲ متر و دهانه‌های میانی دارای طول ۴۰ متر هستند. مدل پل شماره ۲ مشابه با پل شماره ۱ با تغییر شعاع انحنا به ۲۵۰ متر و پل شماره ۳ با تغییر شعاع انحنا به ۱۵۰ متر در نظر گرفته شده است. یک مدل پل مستقیم نیز با همان ابعاد و مشخصات مصالح مدل‌سازی شده است.

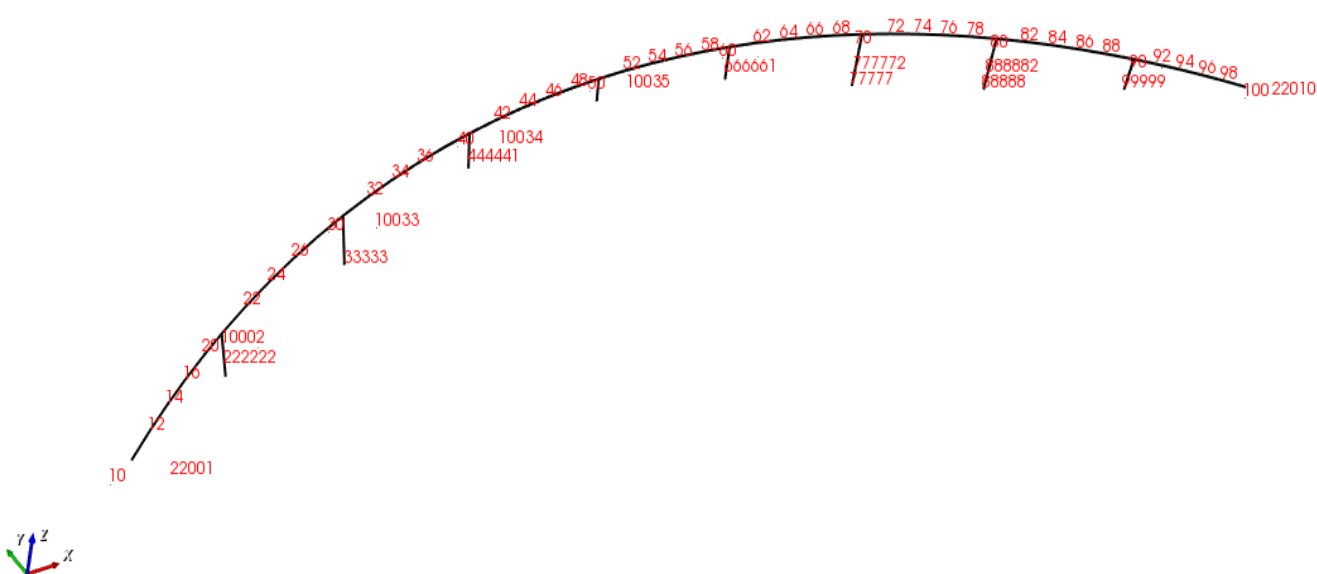
در ابتدا، یکی از پل‌های دارای انحنا در پلان مورد مطالعه محققین [۱۳-۱۶] به عنوان پل شماره ۱ در نرم‌افزار OpenSees [۱۷] مدل‌سازی شده و سپس با مقایسه نتایج تحلیل مودال با نتایج موجود در مقاله محققین صحت مدل‌سازی تایید گردیده است. ابعاد و هندسه پل شماره ۱ مطابق مرجع در شکل ۱ نشان داده شده است.

پل شماره ۱ دارای طول ۳۴۴ متر، شعاع انحناء برابر با ۲۰۰ متر و زاویه انحنای مرکزی برابر با ۹۸ درجه می‌باشد. این پل



شکل ۱- پلان و ابعاد پل شماره ۱ [۱۳-۱۶]

Fig. 1. Plan and geometry of bridge number 1 [13-16]



شکل ۲- شکل سه بعدی پل شماره ۱ مدل شده در اپنسیس در برنامه OSLite

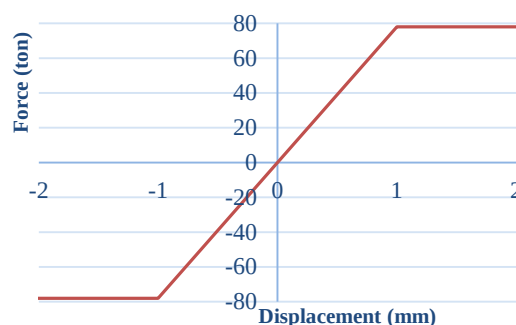
Fig. 2. 3D of bridge number 1 modeled in OpenSees in OSLite program

و برش گیر صرف نظر شده و اتصال عرشه به پایه‌ها گیردار فرض شده است. برای مدل‌سازی این رفتار از مصالح Elastic استفاده شده است. در جهت مماسی (طولی عرشه)، اتصال الاستومر مورد استفاده بین عرشه و پایه‌ها با استفاده از پیشنهاد سایر محققین [۱۸] از نوع لغزشی- اصطکاکی در نظر گرفته شده که ضریب اصطکاک آن برابر ۰٫۱۲، مطابق مرجع [۱۴] در نظر گرفته شده است. از این ضریب برای تعیین نیروی لازم جهت ایجاد لغزش در اتصال استفاده می‌گردد که این نیرو در اتصال بکار رفته در پل مورد مطالعه برابر با ۷۸ تن [۱۸] در نظر گرفته شده است. برای مدل‌سازی این رفتار از مصالح Steel01 استفاده شده است. منحنی رفتار غیرخطی برای در نظرگیری لغزش در اتصال عرشه به پایه‌ها در شکل ۳ نشان داده شده است. در این شکل، خط افقی بیانگر تراز نیروی حد لغزش در اتصال است.

اتصال عرشه به کوله شرقی برای پل‌های مورد مطالعه مشابه اتصال عرشه به پایه‌ها بوده، با این تفاوت که در این حالت، امکان ایجاد لغزش در هر دو جهت مماسی و شعاعی وجود دارد. جهت مدل‌سازی شرایط مرزی در کوله غربی با در نظر گرفتن وجود فونداسیون با گروه شمع در محل کوله، ابتدا با مدل‌سازی جداگانه فونداسیون، گروه شمع و خاک موجود در محل این کوله رفتار آن در ناحیه خطی و غیرخطی با انجام تحلیل استاتیکی غیرخطی فزاینده به دست آمده است [۱۴]. با تعیین منحنی نیرو-تغییر مکان کوله غربی و با محدود نمودن نیرو بر اساس ظرفیت برشی پی، مدل رفتاری برای مدل‌سازی منحنی نیرو-تغییر مکان جانبی در کوله غربی بر اساس شکل ۴ تعیین شده و از مصالح Hysteretic برای مدل‌سازی آن در اپنسیس استفاده شده است. حرکت عرشه در محل اتصال به پایه‌ها و کوله‌ها در جهت قائم نیز مقید شده و پای ستون‌ها گیردار فرض شده است.

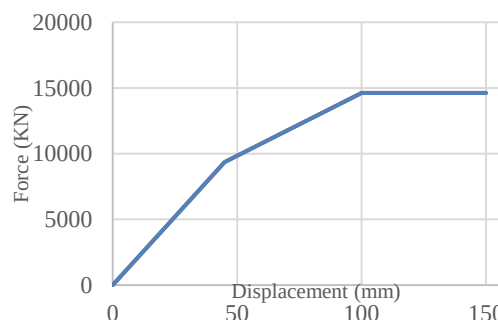
۲-۲- نتایج تحلیل مودال

جهت صحت‌سنجی مدل‌ها، نتایج تحلیل مودال پل شماره ۱ به دست آمده از نرم‌افزار OpenSees با نتایج تحلیل موجود در مرجع [۱۳-۱۶] مقایسه شده و زمان تناوب چهار مود اول در جدول ۱ نشان داده شده است. با توجه به این جدول، نتایج تحلیل مودال با خطای کمتر از ۱ درصد به نتایج مدل موجود در مرجع نزدیک بوده و صحت مدل شماره ۱ بر اساس مدل موجود در مرجع مورد



شکل ۳- منحنی رفتاری الاستومر در مدل‌سازی [۱۸]

Fig. 3. Elastomer behavior curve in modeling [18]



شکل ۴- منحنی رفتاری کوله غربی در مدل‌سازی [۱۸]

Fig. 4. West Abutment behavior curve in modeling [18]

پایه‌های پل به صورت تک ستونی بتنی با مقطع دایره بوده که توسط المان‌های کنترل‌شونده توسط جابجایی dispBeamColumn در نرم‌افزار اپنسیس مدل‌سازی شده است. هر پایه برای دقت بیشتر به هشت المان با ۵ نقطه انتگرال‌گیری تقسیم شده است. مقاطع فایبری با تقسیم‌بندی ۱۲ فایبر در جهت دایروی و ۵ فایبر در جهت قطری برای بتن محصور شده و ۱۲ فایبر در جهت دایروی و ۲ فایبر در جهت قطری برای بتن محصور نشده مدل‌سازی شده است. میلگردها توسط مصالح فولادی Steel02 و بتن محصور و غیرمحصور توسط مصالح بتنی Concrete07 مدل‌سازی شده است. اتصال پایه‌ها به تکیه‌گاه نیز به صورت گیردار در نظر گرفته شده است.

۲-۱- مدل‌سازی اتصال عرشه به پایه‌ها و کوله‌ها

برای مدل‌سازی اتصالات الاستومر در محل اتصال عرشه به پایه و اتصال عرشه به کوله‌ها از المان‌های با طول صفر zeroLength استفاده شده است. در محل اتصال عرشه به پایه‌ها، با توجه به وجود برش‌گیر در جهت شعاعی (به سمت مرکز انحنای پل)، از مدل‌سازی فاصله بین عرشه و برش‌گیر و اثر برخورد عرشه

$$\begin{bmatrix} [K_{ss}] - \omega_i^2 [M_{ss}] & [K_{sp}] - \omega_i^2 [M_{sp}] \\ [K_{ps}] - \omega_i^2 [M_{ps}] & [K_{pp}] - \omega_i^2 [M_{pp}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u_s\} \\ \{u_p\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{0\} \\ \{0\} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

که ω_i^2 تقریبی از آمین مقدار ویژه است که از تحلیل مودال محاسبه شده است. روند شروع به این صورت است که یک مقدار تقریبی یا صفر برای اولین مقدار ویژه ω_i^2 در نظر گرفته شده و سه مرحله زیر برای محاسبه مقدار ویژه ω_i^2 و بردار ویژه $\{U\}_i$ مربوطه انجام می‌شود و همچنین تقریبی از مقادیر ویژه مرتبه بعدی محاسبه می‌شود.

مرحله اول:

تقریب ω_i^2 در معادله (۲) جای‌گذاری می‌شود، سپس با استفاده از روش گاوس-جردن درجات آزادی ثانویه $\{u_s\}$ حذف شده و معادله (۲) به صورت معادله (۳) به دست می‌آید.

جدول ۱- نتایج تحلیل مودال برای پل شماره ۱ با شعاع ۲۰۰ برای ۴ مد

و مقایسه آن با نتایج مرجع

Table 1. Results of Modal Analysis for Bridge 1 for 4 modes and comparison with reference results

Mode	w(rad/s)	T(s) مدل	T(s) مرجع
1	6.711	0.936	0.938
2	9.297	0.676	0.677
3	11.526	0.545	0.545
4	13.528	0.464	0.460

جدول ۲- درصد مشارکت جرمی برای چهار مد اول سازه پل شماره ۱

Table 2. The modal participation mass ratios (%) for each mode

Mode	MX(%)	MY(%)	MZ(%)	RMX(%)	RMY(%)	RMZ(%)
1	44.901	3.614	0.000	0.000	0.000	23.525
2	1.848	72.511	0.000	0.009	0.000	15.328
3	3.465	3.049	0.000	0.001	0.000	0.080
4	44.183	9.369	0.000	0.001	0.000	18.630

جدول ۳- نتایج تحلیل مودال برای پل‌های مورد مطالعه

Table 3. Results of Modal Analysis for all Bridges

R (m)	Model	Mode	w2	T(s)
200	1		45.033	0.936
250	2		43.109	0.957
150	3	1	47.366	0.913
بی نهایت (پل مستقیم)	4		34.067	1.076

جدول ۴- درصد مشارکت جرمی مد اول برای پل‌های مورد مطالعه

Table 4. The modal participation mass ratios (%) for all Models for first Mode

Model	MX(%)	MY(%)	MZ(%)	RMX(%)	RMY(%)	RMZ(%)
1	44.901	3.614	0.000	0.000	0.000	23.525
2	32.213	7.284	0.000	0.001	0.000	30.637
3	64.133	1.269	0.000	0.000	0.000	11.153
4	0.000	34.992	0.000	0.543	0.000	35.251

تأیید است. علاوه بر این، مطابق جدول ۲، درصد مشارکت جرمی برای چهار مود اول نشان داده شده است و همچنین برای پل‌های دیگر صحت‌سنجی انجام شده است که پریود مدل‌های دیگر مطابق جدول ۳ و درصد مشارکت جرمی چهار مود اول مدل‌ها مطابق جدول ۴ نشان داده شده است.

۳- تبدیل سیستم پل چند درجه آزاد به سیستم یک درجه آزاد

۳-۱- تبدیل سازه پل به سیستم یک درجه آزاد با استفاده از

تراکم دینامیکی

این روش زمانی که امکان تعریف مدل تحلیلی و در نتیجه تشکیل ماتریس سختی و جرم باشد امکان‌پذیر است. با مدل‌سازی پل شماره ۱ و انجام تحلیل مودال، با استفاده از نرم‌افزار اپنسیس ماتریس جرم و سختی کل سازه به دست آورده شده است.

سازه پل شماره ۱ دارای ۴۶ گره برای مدل‌سازی قوس عرشه و ۳۲ گره برای مدل‌سازی الاستومر، سرستون‌ها و ستون‌ها و در مجموع، دارای ۷۸ گره برای مدل‌سازی پل می‌باشد. هر گره دارای شش درجه آزادی بوده و سازه پل شماره ۱ دارای ۴۶۸ درجه آزادی می‌باشد.

برای متراکم سازی سیستم چند درجه آزادی به یک سیستم یک درجه آزاد چندین روش وجود دارد. یکی از این روش‌ها، تراکم استاتیکی [۱۹] و روش دیگر، روش تراکم دینامیکی [۲۰] است. روش تراکم دینامیکی، که توسط آقای پاز پیشنهاد شده، در واقع بسط روش تراکم استاتیکی می‌باشد [۱۹]. الگوریتم این روش به این صورت است که با نگه داشتن درجه آزادی نقطه کنترل مورد نظر در جهت عرضی از طریق جابه‌جا کردن سطر و ستون ماتریس جرم و سختی و اختصاص یک مقدار تقریبی برای مقدار ویژه شروع می‌شود.

معادلات حرکت برای جابه‌جایی آزاد سیستم چند درجه آزاد به صورت زیر نوشته شده است.

$$\begin{bmatrix} [M_{ss}] & [M_{sp}] \\ [M_{ps}] & [M_{pp}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{u}_s\} \\ \{\ddot{u}_p\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [K_{ss}] & [K_{sp}] \\ [K_{ps}] & [K_{pp}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u_s\} \\ \{u_p\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{0\} \\ \{0\} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

باجایگذاری $\{u\} = U \sin \omega_i t$ در معادله (۱) معادله به صورت زیر به دست می‌آید.

جدول ۵- پارامترهای سیستم یک درجه آزاد معادل پل شماره ۱ باروش تراکم دینامیکی

Table 5. Bridge number 1 SDOF equivalent model by dynamic condensation

پارامتر	مقدار
سختی K (N/m)	2.20E+08
جرم M (kg)	4.83E+06
فرکانس مود اول ω_1^2 (rad/s^2)	45.518
پریود T (sec)	0.931

۳-۲- تبدیل سازه پل موجود به یک سیستم یک درجه آزاد با

استفاده از روش عملی

در سازه پل دارای انحنا در پلان موجود که سالها از اجرا و بهره برداری از آن گذشته است برای به دست آوردن عملکرد پل، نیاز به داشتن نقشه‌های طراحی یا اجرایی سازه است برای مدل‌سازی پل معمولاً این نقشه‌ها موجود نیستند. بنابراین، ایجاد مدل برای مدل‌سازی سازه پل دارای انحنا در پلان موجود به منظور تعیین عملکرد سازه کار دشواری خواهد بود. در این پژوهش پیشنهاد می‌گردد با انجام یک آزمایش استاتیکی میدانی ساده برای نقطه کنترل مورد نظر در روی پل، جابه‌جایی نقطه کنترل متناظر با اعمال یک نیروی استاتیکی بدست آید و سختی ناحیه خطی سیستم یک درجه آزادی معادل، بدست آورده شود. سپس با فرض برابری فرکانس سیستم یک درجه آزاد معادل با فرکانس مود اول پل دارای انحنا، مقدار جرم معادل سیستم یک درجه آزاد معادل نیز محاسبه می‌گردد. در این تحقیق فرض براین است که فرکانس دورانی سیستم یک درجه آزاد معادل برابر با فرکانس مود اول سازه پل دارای انحنا در پلان است (به عنوان مثال با استفاده از روش‌های شناسایی سیستم با ثبت ارتعاشات محیطی می‌توان فرکانس سازه پل را به دست آورد). با داشتن سختی سازه پل و فرکانس دورانی آن، جرم معادل نیز به دست می‌آید. با داشتن مقادیر فوق، پریود سازه محاسبه شده و در جدول ۶ مشخصات بدست آمده برای پل شماره ۱ از روش گفته شده نشان داده شده است.

جدول ۶- پارامترهای سیستم یک درجه آزاد معادل پل شماره ۱ باروش عملی

Table 6. Parameters of the one-degree-of-freedom system equivalent to Bridge No. 1 by practical method

پارامتر	مقدار
سختی K (N/m)	1.5 E+08
فرکانس مود اول ω_1^2 (rad/s^2)	45.033
جرم M (kg)	3.33 E+06
پریود T (sec)	0.936

$$\begin{bmatrix} [I] & -[\bar{T}_i] \\ [0] & [D_i] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{U_s\} \\ \{U_p\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{0\} \\ \{0\} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

اولین معادله از معادله (۳) به صورت زیر است.

$$\{U_s\} = [\bar{T}_i]\{U_p\} \quad (4)$$

در نتیجه شکل مودی نام از معادله (۵) به دست می‌آید.

$$\{U_i\} = [\bar{T}_i]\{U_p\} \quad (5)$$

$$[T_i] = \begin{bmatrix} [\bar{T}_i] \\ [I] \end{bmatrix} \text{ و } \{U_i\} = \begin{Bmatrix} \{U_s\} \\ \{U_p\} \end{Bmatrix} \quad (6)$$

از آنجا که ماتریس سازه پل شماره ۱ دارای ابعاد ۴۶۸ در ۴۶۸ می‌باشد، استفاده از روش گاوس-جردن مشکل است؛ بنابراین ماتریس تبدیل به صورت معادله (۷) بدست آورده شده است.

$$[T_i] = - \begin{bmatrix} [K_{ss} - \omega_i^2 M_{ss}]^{-1} [K_{sp} - \omega_i^2 M_{sp}] \\ [I] \end{bmatrix} \quad (7)$$

مرحله دوم:

ماتریس جرم و ماتریس سختی سازه پل شماره ۱ توسط معادلات (۸) و (۹) متراکم شده است.

$$[M_i] = [T_i]^T [M] [T_i] \quad (8)$$

$$[K_i] = [T_i]^T [K] [T_i] \quad (9)$$

ماتریس تبدیل $[T_i]$ توسط معادله (۷) تعریف شده است.

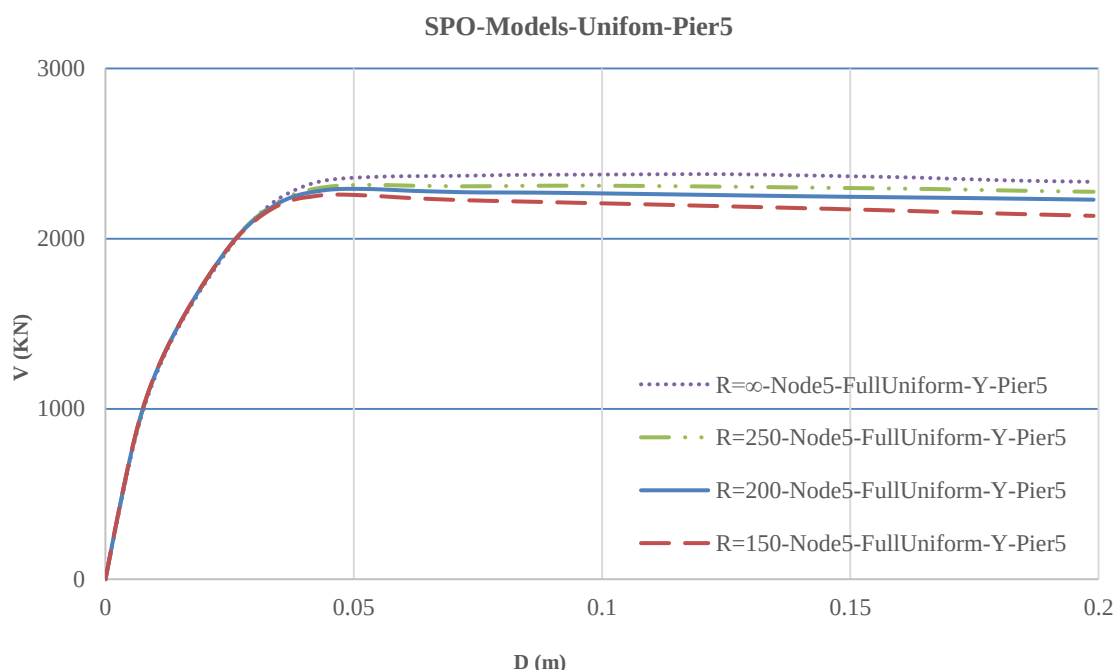
مرحله سوم:

برای به دست آوردن مقادیر ویژه دقیق‌تر ω_i^2 و مقدار تقریبی از مقدار ویژه ω_{i+1}^2 مسئله مقادیر ویژه سیستم متراکم شده طبق معادله (۱۰) حل می‌گردد.

$$([K_i] - \omega_i^2 [M_i]) \{U_p\} = \{0\} \quad (10)$$

این فرآیند سه مرحله‌ای ممکن است به صورت تکراری اعمال شود، یعنی مقدار ω_i^2 بدست آمده در مرحله ۳ ممکن است به عنوان یک مقدار تقریبی بهبود یافته در مرحله ۱ برای به دست آوردن مقدار بهبود یافته بیشتر ω_i^2 در مرحله بعدی استفاده شود. تجربه نشان داده که یک یا دو تکرار از حل مقادیر ویژه، مقادیر ویژه دقیق را به دست می‌آورد.

با فرض اولیه $\omega_1^2 = 0 \text{ rad/s}^2$ و فراخوانی ماتریس‌های سختی و جرم سازه پل شماره ۱، ماتریس سختی و جرم به دست آمده برای مدل سیستم یک درجه آزاد ناشی از فرایند تراکم دینامیکی برای پل شماره ۱ در جدول ۵ نشان داده شده است.



شکل ۵- منحنی ظرفیت همه مدل‌ها
Fig.5 Capacity curve of all Models

۴- تحلیل استاتیکی غیرخطی مدل‌ها

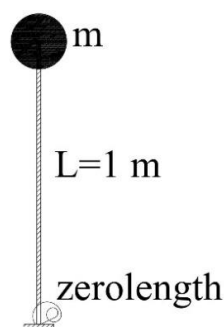
گره بالای پایه شماره ۵ که دارای کمترین ارتفاع و ظرفیت جابه‌جایی است براساس آیین نامه کالترانس به عنوان نقطه بحرانی توسط کالوی و همکاران [۲۱] معرفی شده بود. این نقطه به عنوان نقطه کنترل برای همه مدل‌ها در نظر گرفته شده است. الگوی بار یکنواخت روی سازه برای همه مدل‌ها به صورت عرضی اعمال و تحلیل استاتیکی غیرخطی تا زمانی که جابه‌جایی نقطه کنترل به یک و نیم برابر ظرفیت خود (۰٫۲ متر) [۸] برسد، انجام گردیده است. با ثبت نتایج تغییر شکل نقطه کنترل و نیروی برشی وارده به پایه شماره ۵، منحنی ظرفیت برای همه مدل‌ها مطابق شکل (۵) نشان داده شده است.

۵- ساخت مدل یک درجه آزادی

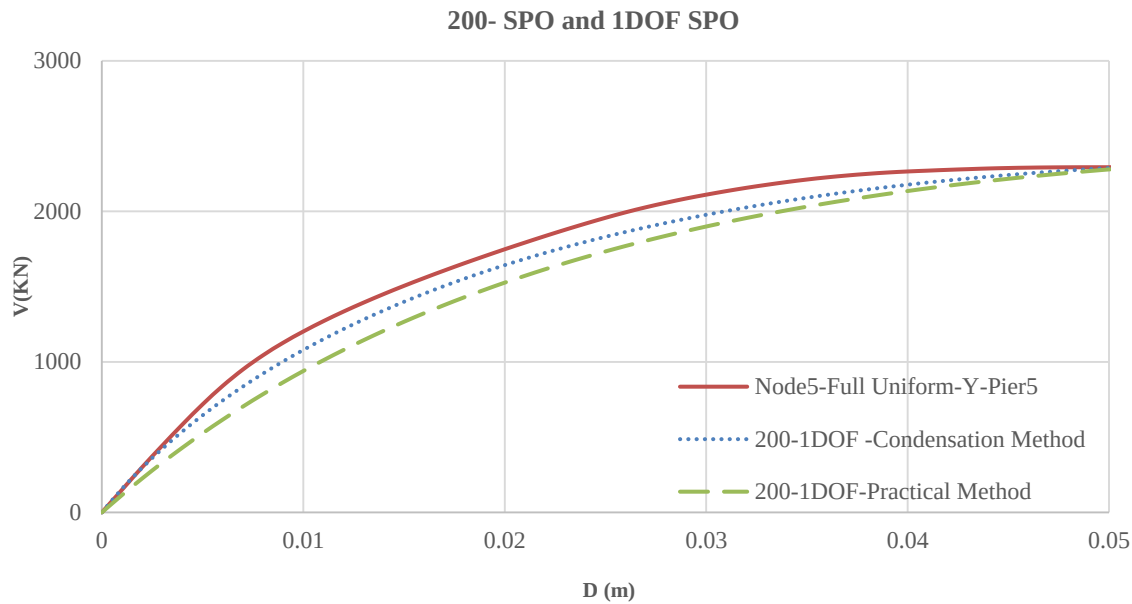
سیستم میله‌ای یک درجه آزاد مطابق شکل ۶ متشکل است از یک میله صلب بدون جرم با طول یک متر که توسط یک فنر به زمین متصل شده و انتهای دیگر میله نیز جرم به صورت متمرکز اختصاص داده شده است. جرم و سختی بدست آمده از بخش قبل به سیستم میله‌ای یک درجه آزاد اختصاص داده شده است. این سیستم در نرم‌افزار اپنسیس مدل‌سازی شده، به طوری که المان میله‌ای توسط المان *elasticBeamColumn* و فنر توسط المان

zeroLength با مصالح Steel02 تعریف شده است.

برای مدل‌سازی ناحیه غیرخطی سازه یک درجه آزاد معادل، با استفاده از آیین‌نامه ASCE41 شیب ناحیه غیرخطی منحنی ظرفیت ۱۰ درصد شیب اولیه در نظر گرفته شده و نیروی تسلیم با استفاده از روابط کالترانس [۲۲] برای هر مدل تخمین زده شد. با استفاده از مقادیر به دست آمده، رفتار غیرخطی سازه میله‌ای یک درجه آزادی توسط مصالح Steel02 مدل‌سازی شده است. با انجام تحلیل استاتیکی غیرخطی، منحنی ظرفیت مدل تحلیلی اصلی پل و سیستم میله‌ای یک بار با استفاده از مشخصات به دست آمده از تراکم دینامیکی و بار دیگر با استفاده از روش عملی به دست آمده و مطابق شکل (۷) نشان داده شده است.



شکل ۶- مدل میله‌ای یک درجه آزاد
Fig. 6. Modal Stick 1 Dof

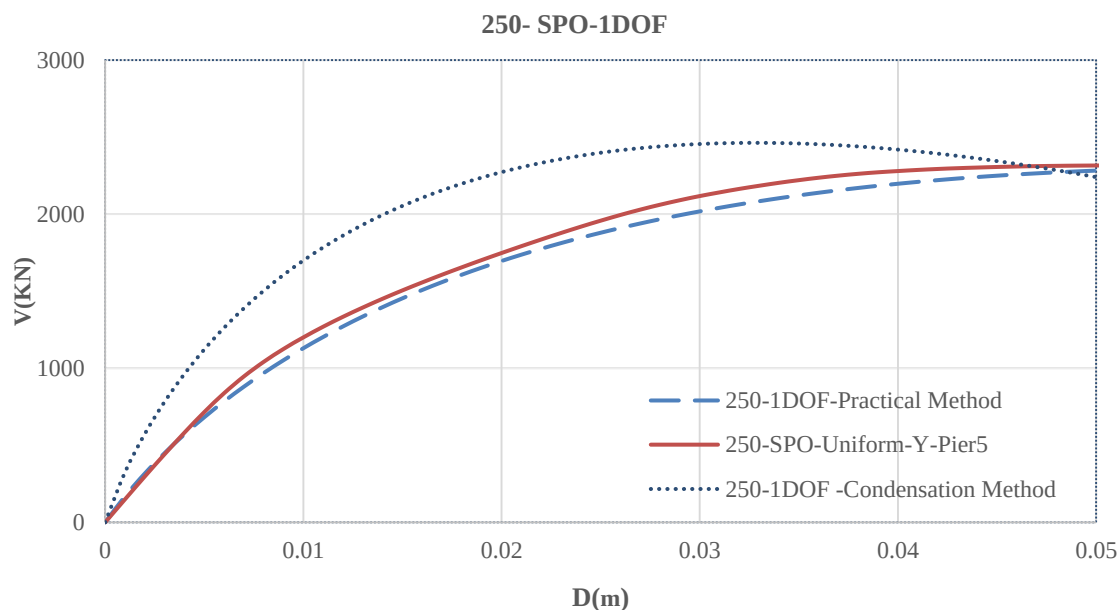


شکل ۷- مقایسه منحنی‌های ظرفیت پل شماره ۱ و مدل میله‌ای یک درجه آزاد معادل پیشنهادی

Fig. 7. Capacity curves of Bridge No 1 and Modal Stick No 1

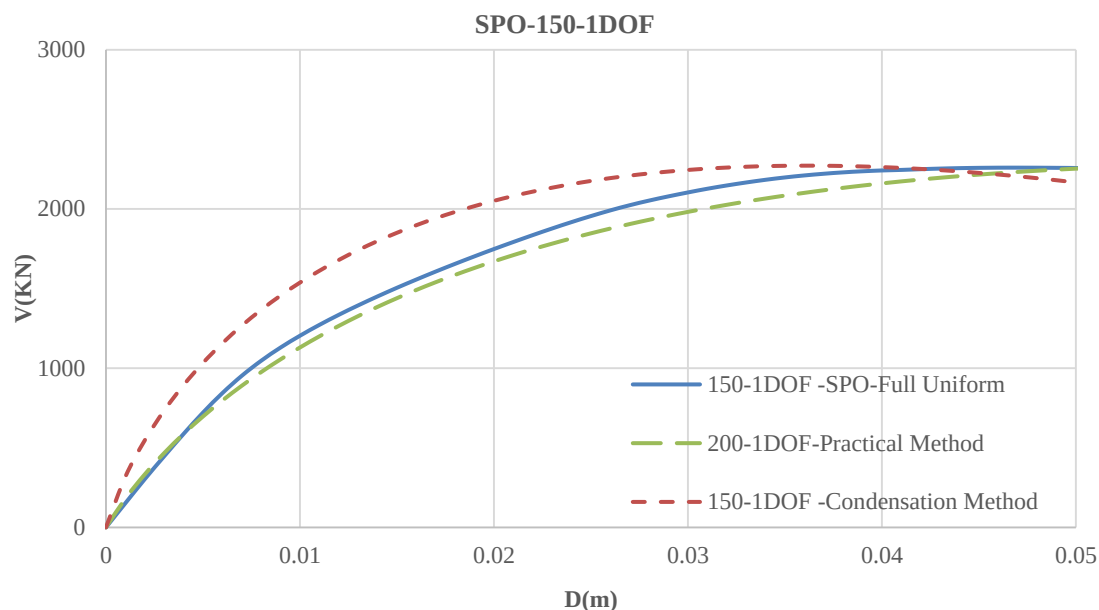
با تکرار محاسبات و استخراج ماتریس سختی و جرم برای سایر پل‌های مورد مطالعه و تبدیل آن به ماتریس یک‌دریک و با ساخت مدل میله‌ای یک درجه آزاد برای سایر مدل‌ها و انجام تحلیل استاتیکی غیرخطی برای آنها، مقایسه منحنی ظرفیت هر مدل برای نقطه کنترل مورد نظر با منحنی ظرفیت مدل‌های میله‌ای معادل برای هر دو روش در شکل‌های ۸، ۹ و ۱۰ رسم شده است.

مطابق شکل ۷ نشان داده شده که منحنی ظرفیت سیستم یک درجه آزاد معادل به دست آمده از هر دو روش با خطای قابل قبولی به منحنی ظرفیت پل شماره ۱ نزدیک هستند. علاوه بر این، مقدار خطای مساحت زیر منحنی ظرفیت دوخطی شده برای هر دو روش کمتر از ۵ درصد در مقایسه با مساحت زیر منحنی ظرفیت دوخطی شده سازه پل شماره ۱ است.



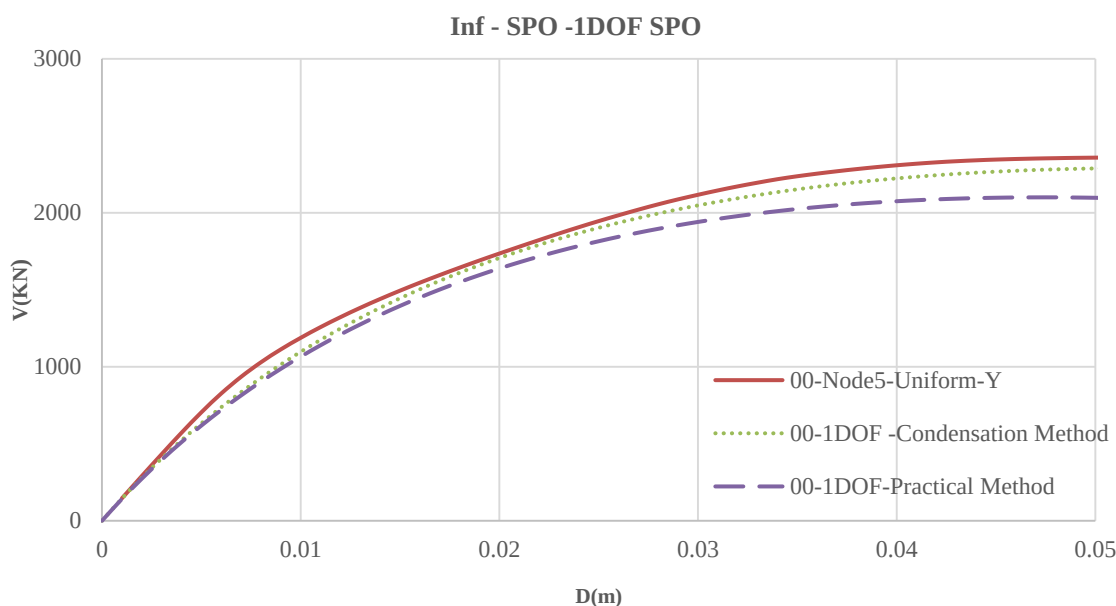
شکل ۸- مقایسه منحنی‌های ظرفیت پل شماره ۲ و مدل میله‌ای یک درجه آزاد معادل با دو روش پیشنهادی

Fig. 8. Capacity curves of Bridge No 2 and Modal Stick



شکل ۹- مقایسه منحنی‌های ظرفیت پل شماره ۳ و مدل میله‌ای یک درجه آزاد معادل با دو روش پیشنهادی

Fig. 9. Capacity curves of Bridge No 3 and Modal Stick



شکل ۱۰- مقایسه منحنی‌های ظرفیت پل شماره ۴ و مدل میله‌ای یک درجه آزاد معادل با دو روش پیشنهادی

Fig. 10. Capacity curves of Bridge No 4 and Modal Stick by two methods

۶- نتیجه گیری

که یک سازه چند درجه آزاد محسوب می‌شود با استفاده از معادلات تراکم دینامیکی به سیستم یک درجه آزاد تبدیل شده و تحلیل استاتیکی غیرخطی انجام شده است. در روش دوم، بدون داشتن مدل تحلیلی، سیستم یک درجه آزادی معادل ساخته شده و این روش کاربردی‌تر و دارای نتایج دقیق‌تر نسبت به روش اول است.

در این پژوهش با مقایسه منحنی‌های ظرفیت سازه‌های یک

در تحقیق حاضر برای اولین بار پل دارای انحنا در پلان که دارای پیچیدگی، هندسه خاص و توزیع سختی و جرم غیریکنواخت در مقایسه با پل‌های مستقیم می‌باشد، با استفاده از دو روش به یک سیستم یک درجه آزاد تبدیل شده است. روش اول، استفاده از معادلات تراکم دینامیکی و روش دوم آزمایشات عملی در محل پل می‌باشد. در روش اول، سیستم پل دارای انحنا در پلان

پیدا کرده و برعکس، درصد مشارکت جرمی انتقالی در جهت شعاعی و مشارکت جرمی دورانی حول محور قائم با افزایش شعاع انحنا افزایش پیدا کرده است.

قدردانی نویسندگان

نویسندگان از حمایت معنوی دانشگاه قدردانی می‌کنند.

تعارض منافع

نویسندگان هیچ گونه تعارض منافع با یکدیگر ندارند.

سهم نویسندگان

سهم نویسندگان در مقاله برابر است.

منابع مالی

هیچ گونه منابع مالی برای این مقاله دریافت نشده است.

References

- [1] Amjadian, M. and Agrawal, A.K. 2018. Dynamic characteristics of horizontally curved bridges. *Journal of Vibration and Control*, 24(19), pp. 4465-4483.
- [2] Jennings, P.C. 1971. *Engineering features of the San Fernando earthquake of February 9, 1971*. California Institute of Technology, Earthquake Engineering Research Laboratory.
- [3] Tseng, W.S. and Penzien, J. 1975. Seismic response of long multiple-span highway bridges. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 4, pp. 25-48.
- [4] Tondini, N. and Stojadinovic, B. 2012. Probabilistic seismic demand model for curved reinforced concrete bridges. *Bulletin of Earthquake Engineering*, 10, pp. 1455-79.
- [5] Kohrangi, M., Bento, R. and Lopes, M. 2015. Seismic performance of irregular bridges—comparison of different nonlinear static procedures. *Structure and Infrastructure Engineering*, 11, pp. 1632-50.
- [6] Golafshar, A. and Daneshjoo, F. 2014. Development of the capacity spectrum method and determination of target location change without considering the control point in curved bridges. *Modares Civil Engineering*, 14(2), pp. 117-128. (In Persian)
- [7] Araújo, M., Marques, M. and Delgado, R. 2014. Multidirectional pushover analysis for seismic assessment of irregular-in-plan bridges. *Engineering Structures*, 79, pp. 375-89.
- [8] Amjadian, M. and Agrawal, A.K. 2016. Rigid-body motion of horizontally curved bridges subjected to earthquake-induced pounding. *Journal of Bridge Engineering*, 21, p. 04016090.
- [9] Lin, J.L. and Tsai, K.C. 2008. Seismic analysis of two-way asymmetric building systems under bi-directional seismic ground motions. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 37(2), pp. 305-328.
- [10] Lin, J.L. and Tsai, K.C. 2007. Simplified seismic analysis of asymmetric building systems. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 36, pp. 459-79.
- [11] Ahmadi, H.R., Namdari, N., Cao, M. and Bayat, M. 2019. Seismic investigation of pushover methods for concrete piers of curved bridges in plan. *Computers and Concrete*, 23(1), pp. 1-10.
- [12] Shafigh, A., Ahmadi, H.R. and Bayat, M. 2021. Seismic investigation of cyclic pushover method for regular reinforced concrete bridge. *Structural Engineering and Mechanics*, 78(1), pp. 41-52.
- [13] Burdette, N.J. and Elnashai, A.S. 2008. Effect of asynchronous earthquake motion on complex bridges. II: Results and implications on assessment. *Journal of Bridge Engineering*, 13, pp. 166-72.
- [14] Burdette, N.J., Elnashai, A.S., Lupoi, A. and Sextos, A.G. 2008. Effect of asynchronous earthquake motion on complex bridges. I: methodology and input motion. *Journal of Bridge Engineering*, 13, pp. 158-65.
- [15] Elnashai, A., Papanikolaou, V., Lee, D. and ZEUS, N.L. 2010. *A system for inelastic analysis of structures, user's manual*. Mid-America Earthquake (MAE) Center, Department of Civil and

- Environmental Engineering, University of Illinois at Urbana-Champaign, Urbana, IL.
- Environmental Engineering, Tarbiat Modares University. (In Persian)
- [16] McKenna, F., Mazzoni, S., Fenves, G.L. and Scott, M.H. 2013. *Open system for earthquake engineering simulation (OpenSees) (Version 2.4.3.)*. Pacific Earthquake Engineering Research (PEER) Center.
- [17] Feng, Q., Kong, Q. and Song, G. 2016. Damage detection of concrete piles subject to typical damage types based on stress wave measurement using embedded smart aggregates transducers. *Measurement*, 88, pp. 345-52.
- [18] Gol Afshar, A. and Daneshjoo, F. 2013. *Development of non-linear static seismic analysis method for curved bridges*. PhD Dissertation. Faculty of Civil and
- [19] Chen, S.H. and Pan, H.H. 1988. Guyan reduction. *Communications in Applied Numerical Methods*, 4, pp. 549-56.
- [20] Paz, M. 1984. Dynamic condensation. *AIAA Journal*, 22, pp. 724-27.
- [21] Calvi, G.M., Priestley, M.J.N. and Kowalsky, M.J. 2007. Displacement-based seismic design of structures. In: *New Zealand Conference on Earthquake Engineering*. IUSS Press.
- [22] Caltrans, S. 2013. *Caltrans Seismic Design Criteria*, v. 1.7. April.

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم؟

Shams Eddin, Z. and Daneshjoo, F., 2025. Proposing an Equivalent Single Degree of Freedom System to Determine the Capacity Curve of Curved Bridges. *Modares Civil Engineering journal*, 25(4), pp.71-82.

DOI: 10.22034/25.4.7

