

کاربرد تحلیلی تئوری بیشینه ظرفیت انتقال رسوب در تعیین روابط هندسه هیدرولیکی رودخانه‌ها

مهسا محمودی^۱، محمدرضا مجدزاده طباطبایی^{۲*}، سید سعید موسوی ندوشنی^۳

- ۱- کارشناس ارشد مهندسی عمران و محیط زیست دانشگاه شهید بهشتی
- ۲- استادیار دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه شهید بهشتی
- ۳- استادیار دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه شهید بهشتی

m_majdzadeh@sbu.ac.ir

تاریخ پذیرش: [۱۳۹۴/۳/۲۷]

تاریخ دریافت: [۱۳۹۳/۱۲/۱۹]

چکیده - حفظ و نگهداری رودخانه‌ها در حالت تعادل (رژیم) از اهمیت بالایی برخوردار بوده و تعیین هندسه هیدرولیکی پایدار در رودخانه-ها، از مهم‌ترین مواردی است که طراحی و ساماندهی رودخانه براساس آن پایه‌گذاری می‌شود. در این پژوهش، مدل تحلیلی برای ارزیابی شرایط پایدار (پایداری دینامیکی و استاتیکی) پیشنهاد شده و روابط هندسه هیدرولیکی تک‌متغیره و دو متغیره قابل کاربرد در رودخانه‌هایی که بار بستر بر مورفولوژی آنها نقش مهمی ایفا می‌کند، از آن استخراج شده است. برای این منظور با استفاده از مدل تحلیلی، سیستمی از معادلات بدون درج قید پایداری کناره (مدل محدود نشده) حل شده است. در این راستا، به علت کافی نبودن معادلات مورد نیاز برای توضیح پدیده تعادل و حل سیستم یاد شده، از تئوری‌های حدی استفاده شده که براساس این تئوری‌ها، رفتار رودخانه برای بهینه‌سازی پارامتر مورفولوژیک خاصی توجیه می‌شود. مقایسه توان‌های هندسه هیدرولیکی توسعه یافته در این پژوهش با توان‌های هندسه هیدرولیکی تجربی و تحلیلی، همخوانی مناسبی را نشان می‌دهد که این امر بیانگر سازوکار خودتنظیمی کانال‌های آبرفتی با معرفی فاکتور شکل کانال (نسبت عرض کف به عمق) و گنجانیدن فرضیه حدی به روابط حاکم بر جریان (پیوستگی، مقاومت جریان و انتقال رسوب) است. در انتها مدل تخمین ابعاد مقطع پایدار با داده‌های صحرائی کشور انگلستان مورد واسنجی قرار گرفته و به‌طور متوسط خطای نسبی محاسبه عرض و عمق مقطع بر به ترتیب ۴۷٪ و ۳۵٪ به دست آمده است.

واژگان کلیدی: تعادل، هندسه هیدرولیکی، تئوری‌های حدی.

۱- مقدمه

(۱) $W = a Q^b; D = c Q^f; V = k Q^m$
که در آن W, D, V و Q به ترتیب عرض سطح مقطع پر، عمق جریان، سرعت متوسط جریان و دبی است. براساس رابطه پیوستگی، روابط $b + f + m = 1$ و $ack = 1$ بین ضرایب و توان‌ها برقرار است. روش‌های تحلیلی براساس حل سیستم معادلات حاکم بر جریان آب و رسوب استوار است. این روش‌ها ابتدا در قالب نیروی مالش (که از قوانین اساسی مکانیک و براساس پایداری کف و کناره مجرا به صورت تابعی از مقاومت ذرات بدنه آن در

به‌طور کلی روش‌های ارائه شده برای طراحی کانال پایدار را به دو دسته روش‌های تجربی و تحلیلی می‌توان تقسیم کرد: روش‌های تجربی حاصل یک‌سری باز دیده‌های صحرائی و برداشت داده‌های واقعی و در پایان برقراری رابطه منطقی بین داده‌های موجود است. بنابراین اعتبار این روش به کیفیت داده‌های موجود بستگی داشته و مهم‌ترین محدودیت آن، این است که روابط حاصل از این روش فقط برای موقعیت‌های مشابه محل جمع‌آوری داده‌ها باید به کار برده شود [۱، ۲]. فرم رایج این روابط به صورت زیر است:

محیط کناره‌ها، W عرض سطح، D عمق و Z شیب جانبی کناره‌ها (θ) زاویه کناره‌ها نسبت به افق) است.

شکل ۱ طرح مقطع دوزنقه‌ای کانال

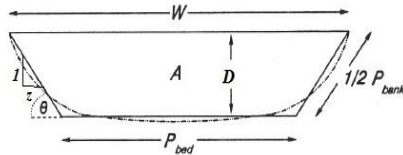


Fig. 1. Channel trapezoidal cross-sectional shape

۲-۱- انتخاب متغیرهای مستقل و وابسته

انتخاب متغیرهای مستقل و وابسته، از مسائل مهمی است که در بیشتر مدل‌های تحلیلی رودخانه‌ها و کانال‌های آبرفتی مطرح شده و مسئله‌ای تأثیرگذار به حساب می‌آید. معادلات رژیم تجربی نشان‌دهنده آن است که دبی، مهم‌ترین متغیر مستقل کنترل‌کننده مورفولوژی کانال است. اما در بیشتر اوقات میان بار رسوبی و شیب، یکی به‌عنوان متغیر مستقل و دیگری به‌عنوان متغیر وابسته در نظر گرفته می‌شود. مدل پیشنهادی در این پژوهش، بسته به داده‌های موجود در دو حالت شیب ثابت و شیب متغیر قابل استفاده است. در حالت شیب ثابت، دبی (Q)، شیب طولی کانال (S)، متوسط اندازه رسوبات بستر (d_{50})، شیب جانبی کناره‌های کانال (z) و ضریب زبری (c_f)، ورودی-های مدل را تشکیل می‌دهند و حالت شیب متغیر مشابه حالت شیب ثابت است با این تفاوت که بار بستر (Q_s) به‌عنوان متغیر مستقل ورودی به مدل و شیب طولی، به‌عنوان متغیر وابسته در نظر گرفته می‌شود.

۲-۲- فرضیه‌های مدل

با توجه به این که رودخانه‌های آبرفتی، سیستم‌هایی کاملاً پویا و دینامیک است، در فرآیند توسعه مدل، از فرضیات ساده‌کننده‌ای به شرح زیر استفاده شده است:

- ۱- جریان دائمی و یکنواخت در نظر گرفته شده است؛
- ۲- مدل ارائه‌شده در بازه‌های مستقیم که بار بستر بر مورفولوژی آنها تأثیرگذار است، قابل کاربرد است؛
- ۳- مصالح آبرفتی غیرچسبنده مدنظر است؛

مقابل نیروی فرساینده آب بهره می‌گیرد [۳]) و در دو دهه اخیر در قالب تئوری‌های حدی^۱ مورد مطالعه قرار گرفته است. روش یاد شده با استفاده از معادلات شناخته شده مانند روابط انتقال رسوب، مقاومت جریان و پیوستگی از یک سو و معادلات مبتنی بر اصول بهینه‌سازی (بیشینه‌سازی یا کمینه‌سازی یک پارامتر کلیدی از قبیل ظرفیت انتقال رسوب، توان جریان و ...) از سوی دیگر، بین مجهولات مسئله، یک رابطه منطقی برقرار می‌کند و در آبراهه‌های دارای پایداری دینامیکی قابل کاربرد است. تعدادی از معروف‌ترین تئوری‌های حدی عبارتند از: تئوری حداکثر ظرفیت انتقال رسوب^۲ (MSTC) [۴]، کمینه توان جریان^۳ (MSP) [۵] و ... [۶].

بنابراین روابط هندسه هیدرولیکی تجربی موجود، در شرایط صحرائی خاص و براساس داده‌های محدود به دست آمده و فقط با همان شرایط قابل استفاده است. مدل‌های تحلیلی نیروی مالشی نیز بر پایه فرضیه‌هایی از قبیل این که رسوبات در بستر کانال جابه‌جا نمی‌شوند، به دست آمده است. به عبارت دیگر، این مدل‌ها برای کانال‌های دارای پایداری استاتیکی (کانال‌هایی که در آنها، جریان می‌تواند با خود رسوب حمل کند ولی قادر به فرسایش مرزهای آبراهه نیست) جوابگو است. هدف اصلی از این پژوهش، به‌کارگیری تئوری‌های حدی برای توسعه یک مدل تحلیلی برای ارزیابی شرایط پایدار در رودخانه‌ها (شامل پایداری استاتیکی و دینامیکی)، توسعه روابط هندسه هیدرولیکی بازه‌ای تک‌متغیره و دو متغیره و نیز بررسی کاربرد مدل ارائه‌شده در رودخانه‌های طبیعی است.

۲- تئوری

مقطع رودخانه، یک مقطع دوزنقه‌ای با شیب کناره‌های $z:1$ در-نظر گرفته شده ($\tan \theta = 1/z$) و فرض شده است که شیب کناره‌های کانال ثابت و براساس پایداری مصالح جداره انتخاب شده است.

در شکل (۱)، P_{bed} محیط بستر یا عرض کف کانال، P_{bank}

1 Extremal Hypotheses

2 Maximum Sediment Transport Capacity

3 Minimum Stream Power

کامل با مقادیر صحرائی برخوردار نیست و هم‌چنین به‌منظور اجتناب از به‌کارگیری یک فرمول خاص، در این مدل، یک رابطه کلی (به فرم تنش برشی مازاد) برای دبی بار بستر به صورت زیر در نظر گرفته شده است [۷]:

$$q_s = c_s \tau_0^m (\tau_0 - \tau_c)^j \quad (4)$$

که در آن، q_s دبی بار بستر در واحد عرض کانال، c_s ضریب ثابت مربوط به مشخصات ذرات رسوبی، τ_0 تنش برشی بستر و τ_c تنش برشی بحرانی بستر است.

فرضیه بهینه‌سازی

در این پژوهش از فرضیه بهینه‌سازی بیشینه ظرفیت انتقال رسوب استفاده شده است که طبق آن به ازاء دبی و اندازه رسوبات معلوم، کانال برای رسیدن به تعادل، ابعاد خود را به گونه‌ای تنظیم می‌کند که ظرفیت انتقال رسوب، حداکثر شود.

۲-۴- توسعه مدل تحلیلی

از مطالعات *White et al.*، *Chang* و دیگر پژوهشگران می‌توان دریافت که شرایط بیشینه ظرفیت انتقال رسوب و کمینه توان جریان (یا کمینه شیب)، با تنظیم شکل کانال قابل حصول است [۶-۴]. از این رو در این مطالعه، فاکتور شکل بی‌بعد (ζ) بر اساس پارامترهای هندسی مقطع به صورت زیر تعریف شده است:

$$\zeta = P_{bed} / D \quad (5)$$

که در آن P_{bed} و D به ترتیب نشان‌دهنده عرض بستر و عمق کانال است (شکل ۱). در ادامه سایر پارامترهای هندسی مقطع برحسب فاکتور شکل (ζ)، عمق (D) و شیب جانبی کانال (z) محاسبه می‌شود. برای مقطع ذوزنقه‌ای نتایج به شرح زیر است:

$$P_{bed} = \zeta D \quad (6)$$

$$A = D^2 (\zeta + z) \quad (7)$$

$$P = P_{bed} + P_{bank} = D (\zeta + 2\sqrt{1+z^2}) \quad (8)$$

$$R = A / P = (\zeta + z) D / (\zeta + 2\sqrt{1+z^2}) \quad (9)$$

$$W = P_{bed} + 2zD = D (\zeta + 2z) \quad (10)$$

که در آن A ، P ، R و W به ترتیب مساحت مقطع عرضی، محیط ترشده کانال، شعاع هیدرولیکی و عرض سطح کانال است. به-

۴- مقطع عرضی کانال، ذوزنقه‌ای در نظر گرفته شده و بستر رودخانه، متحرک و کناره‌های آن پایدار است؛

۵- شرایط پایدار و تعادلی مدنظر است، این شرایط متناظر با ارضای تئوری‌های حدی است؛

۶- مقاومت جریان فقط به زبری ذرات وابسته است.

۲-۳- معادلات حاکم

معادلات پایه استفاده شده برای توسعه هندسه کانال عبارتند از: مقاومت جریان، پیوستگی و انتقال رسوب. این در حالی است که در این تحلیل، چهار متغیر وابسته اصلی وجود دارد که عبارتند از: عرض بستر (P_{bed})، عمق (D)، شیب طولی (s) (در حالت شیب متغیر) و یا دبی بار بستر (Q_s) (در حالت شیب ثابت) و سرعت متوسط جریان (V). پس در برابر چهار متغیر موجود، تنها سه معادله وجود دارد و برای تعیین مجهولات، نیاز به یک معادله اضافه است. در این مطالعه، از یک فرضیه بهینه‌سازی به‌عنوان معادله چهارم استفاده شده است. معادلات مورد استفاده در مدل در ادامه تشریح شده‌اند.

پیوستگی جریان

رابطه پیوستگی برای جریان دائمی و یکنواخت به صورت زیر قابل ارائه است:

$$Q = A \times V \quad (2)$$

که در آن، Q دبی جریان، V سرعت متوسط جریان و A مساحت مقطع عرضی کانال است.

مقاومت جریان

در مدل تحلیلی ارائه شده، رابطه مقاومت جریان به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

$$V = c_r R^x S^y D^\alpha \quad (3)$$

که در آن، c_r ضریب زبری آبراهه، R شعاع هیدرولیکی، S شیب طولی و D عمق جریان است.

انتقال رسوب

با توجه به این‌که هیچ‌یک از فرمول‌های انتقال بار بستری که به صورت متداول مورد استفاده قرار می‌گیرند، از هماهنگی

$$k_1 = c_s \gamma^m (Q/c_r)^{(1+m)/(x+2+\alpha)} S^{m - \frac{y(1+m)}{x+2+\alpha}}$$

$$k_2 = \gamma (Q/c_r)^{1/(x+2+\alpha)} S^{(x+2+\alpha-y)/(x+2+\alpha)}$$

با مشتق‌گیری از Q_s در معادله (۱۶) نسبت به ζ و برابر صفر قرار دادن آن ($dQ_s/d\zeta = 0$) خواهیم داشت:

$$\frac{\gamma S^{1-y/(x+2+\alpha)} \left(\frac{Q}{c_r}\right)^{1/(x+2+\alpha)} (\zeta_m + z)^{(1+\alpha)/(x+2+\alpha)}}{(\zeta_m + 2\sqrt{1+z^2})^{(2+\alpha)/(x+2+\alpha)}} = \tau_c \frac{k_4}{k_3} \quad (17)$$

$$k_3 = (-m + x + 1 + \alpha - j)\zeta_m + (2m(1+\alpha) + 2(1+\alpha) + 2j(1 +$$

که در آن:

$$\alpha))\sqrt{1+z^2} + (-m(2+\alpha) + 2 + 2x + \alpha - j(2+\alpha))z + \frac{(4+2x+2\alpha)z\sqrt{1+z^2}}{\zeta_m}$$

$$k_4 = (-m + x + 1 + \alpha)\zeta_m + (2m(1 +$$

و

$$\alpha) + 2(1+\alpha))\sqrt{1+z^2} + (-m(2+\alpha) + 2 + 2x + \alpha)z + \frac{(4+2x+2\alpha)z\sqrt{1+z^2}}{\zeta_m}$$

در رابطه (۱۷)، ζ_m نشان‌دهنده فاکتور شکل بهینه کانال می‌باشد (لازم به گفتن است که در ادامه، ضرایب k_3 و k_4 از معادله ۱۷ قابل محاسبه است). با معلوم بودن متغیرهای ورودی به مدل در حالت شیب ثابت، از معادله (۱۷)، فاکتور شکل بهینه و به دنبال آن ابعاد بهینه کانال را می‌توان به‌دست آورد. با جاگذاری معادله (۱۷) در معادله (۱۶)، بیشینه ظرفیت انتقال بار بستر (Q_{smax}) برای کانال‌های آبرفتی حاصل می‌شود:

(۱۸)

$$Q_{smax} = \frac{j^j c_s \gamma^m \tau_c^j (\zeta_m + (2+\alpha)z - 2(1+\alpha)\sqrt{1+z^2})^j}{(k_3)^j} \times \frac{\left(\frac{Q}{c_r}\right)^{\frac{(m+1)}{(x+2+\alpha)}} S^{m - \frac{y(m+1)}{(x+2+\alpha)}} \zeta_m (\zeta_m + 2\sqrt{1+z^2})^{(x-m(2+\alpha))/(x+2+\alpha)}}{(\zeta_m + z)^{(x+1-m(1+\alpha))/(x+2+\alpha)}}$$

با توجه به معادله (۱۸)، برای داشتن مقادیر $Q_{smax} \geq 0$ ، در صورتی که رابطه $m + j > x + 1 + \alpha$ بین روابط مقاومت

منظور تعیین رابطه عمق با ضریب زبری (c_r)، شیب طولی آبراهه (S)، دبی (Q)، شیب جانبی کانال (z) و فاکتور شکل (ζ) کافی است نسبت (Q/A) از رابطه پیوستگی (معادله ۲) جایگزین سرعت (V) در معادله (۳) گردد و سپس با معادلات (۷ و ۹) ترکیب شود. از ترکیب رابطه حاصل (معادله ۱۱) و روابط مربوط به پارامترهای هندسی کانال (معادلات ۶ تا ۹)، رابطه عرض بستر، سرعت متوسط و تنش برشی نیز با متغیرهای یاد شده به‌دست می‌آید:

$$D = \frac{(\zeta + 2\sqrt{1+z^2})^{x/(x+2+\alpha)} (Q/c_r)^{1/(x+2+\alpha)}}{(\zeta + z)^{(x+1)/(x+2+\alpha)} S^{y/(x+2+\alpha)}} \quad (11)$$

$$P_{bed} (= \zeta D) = \frac{\zeta (\zeta + 2\sqrt{1+z^2})^{\frac{x}{(x+2+\alpha)}} (Q/c_r)^{\frac{1}{(x+2+\alpha)}}}{(\zeta + z)^{\frac{(x+1)}{(x+2+\alpha)}} S^{\frac{y}{(x+2+\alpha)}}} \quad (12)$$

$$V (= \frac{Q}{A}) = \frac{(S^{2y} Q^{(x+\alpha)} c_r^{2y})^{1/(x+2+\alpha)} (\zeta + z)^{(x-\alpha)/(x+2+\alpha)}}{(\zeta + 2\sqrt{1+z^2})^{(2x)/(x+2+\alpha)}} \quad (13)$$

$$\tau_0 (= \gamma R S) =$$

$$\frac{\gamma S^{1-y/(x+2+\alpha)} \left(\frac{Q}{c_r}\right)^{1/(x+2+\alpha)} (\zeta + z)^{(1+\alpha)/(x+2+\alpha)}}{(\zeta + 2\sqrt{1+z^2})^{(2+\alpha)/(x+2+\alpha)}} \quad (14)$$

اینک با استفاده از تئوری MSTC، معادله چهارم سیستم معادلات به‌صورت زیر فرموله می‌شود [۸]:

$$Q_s = a \text{ maximum} \quad (15)$$

مطابق مطالعات Parker و دیگر پژوهشگران در حالت تعادل، انتقال رسوبات به بستر کانال محدود می‌شود و کناره‌ها پایدار است [۹]، از این رو P_{bed} به‌عنوان عرض فعال در نظر گرفته شده و بدین ترتیب از ترکیب رابطه $Q_s = P_{bed} q_s$ با معادلات (۴)، (۱۲) و (۱۴)، معادله انتقال بار بستر کل به‌صورت زیر حاصل می‌شود:

$$Q_s = k_1 \frac{\zeta (\zeta + 2\sqrt{1+z^2})^{(x-m(2+\alpha))/(x+2+\alpha)}}{(\zeta + z)^{(x+1-m(1+\alpha))/(x+2+\alpha)}} \times (k_2 \frac{(\zeta + z)^{(1+\alpha)/(x+2+\alpha)}}{(\zeta + 2\sqrt{1+z^2})^{(2+\alpha)/(x+2+\alpha)}} - \tau_c)^j \quad (16)$$

که در آن:

$$\left(\frac{Q_s}{j^j c_s \gamma^{\frac{y}{(x+2+\alpha-y)}} m^{j-\frac{y}{(x+2+\alpha-y)}} \tau_c} \right)^m \frac{(x+2+\alpha-y)}{(x+2+\alpha-y)^{-y}} \left(\frac{c_r}{Q} \right)^{\frac{1}{m(x+2+\alpha-y)^{-y}}} =$$

$$\left(\frac{k_4}{k_3} \right) \left(\frac{\zeta_m (\zeta_m + 2\sqrt{1+z^2})^{(x-y)/(x+2+\alpha-y)}}{(\zeta_m + z)^{(x-y+1)/(x+2+\alpha-y)}} \right)^m \frac{(x+2+\alpha-y)}{(x+2+\alpha-y)^{-y}} \times \quad (20)$$

$$\left[\frac{(\zeta_m + (2+\alpha)z - 2(1+\alpha)\sqrt{1+z^2})^j}{(k_3)^j} \right]^m \frac{(x+2+\alpha-y)}{(x+2+\alpha-y)^{-y}}$$

با استفاده از معادله (۲۰)، فاکتور شکل بهینه کانال (ζ_m) در حالت شیب متغیر، قابل تعیین است. از معادله (۱۸) و با فرض $Q_s = Q_{s \max}$ ، رابطه S با ζ_m و متغیرهای مستقل Q و Q_s به صورت زیر به دست می آید:

$$S_m = \left(\frac{c_r^{m+1}}{Q^{m+1}} \left(\frac{Q_s}{j^j c_s \gamma^m \tau_c^j} \right)^{(x+2+\alpha)} \right)^{\frac{1}{m(x+2+\alpha-y)^{-y}}} \times$$

$$\left(\frac{k_3}{\zeta_m + (2+\alpha)z - 2(1+\alpha)\sqrt{1+z^2}} \right)^{\frac{j(x+2+\alpha)}{(m(x+2+\alpha-y)^{-y})}} \times \quad (21)$$

$$\left[\frac{(\zeta_m + z)^{(x+1-m)(1+\alpha)/(m(x+2+\alpha-y)^{-y})}}{\zeta_m^{\frac{(x+2+\alpha)}{(m(x+2+\alpha-y)^{-y})}} (\zeta_m + 2\sqrt{1+z^2})^{(x-m)(2+\alpha)/(m(x+2+\alpha-y)^{-y})}} \right]$$

با جاگذاری S از معادله (۲۱) در معادلات (۱۱، ۱۲ و ۱۳) رابطه $(P_{bed})_m$ ، D_m و V_m با ζ_m و متغیرهای مستقل Q و Q_s حاصل می شود:

$$(P_{bed})_m = \left(\frac{Q}{c_r} \right)^m \left(\frac{j^j c_s \gamma^m \tau_c^j}{Q_s} \right)^y \left(\frac{1}{m(x+2+\alpha-y)^{-y}} \right)^m \times$$

$$\left(\frac{\zeta_m + (2+\alpha)z - 2(1+\alpha)\sqrt{1+z^2}}{k_3} \right)^{\frac{y j}{(m(x+2+\alpha-y)^{-y})}} \times \quad (22)$$

$$\left[\frac{\zeta_m^{m(x+2+\alpha-y)} (\zeta_m + 2\sqrt{1+z^2})^{(m(x-y))}}{(\zeta_m + z)^{(m(x-y+1))}} \right]^{\frac{1}{m(x+2+\alpha-y)^{-y}}}$$

$$D_m = \left((Q/c_r)^m (j^j c_s \gamma^m \tau_c^j / Q_s)^y \right)^{\frac{1}{m(x+2+\alpha-y)^{-y}}} \times$$

$$\left(\frac{\zeta_m + (2+\alpha)z - 2(1+\alpha)\sqrt{1+z^2}}{k_3} \right)^{\frac{y j}{(m(x+2+\alpha-y)^{-y})}} \times \quad (23)$$

$$\left[\frac{\zeta_m^y (\zeta_m + 2\sqrt{1+z^2})^{(m(x-y))}}{(\zeta_m + z)^{(m(x-y+1))}} \right]^{\frac{1}{m(x+2+\alpha-y)^{-y}}}$$

جریان و انتقال رسوب برقرار باشد، تغییرات ζ_m به بازه تعریف شده در رابطه زیر محدود می شود:

$$-(2+\alpha)z + 2(1+\alpha)\sqrt{1+z^2} < \zeta_m <$$

$$\left[\frac{(2m(1+\alpha) + 2(1+\alpha) + 2j(1+\alpha))\sqrt{1+z^2}}{2(m-x-1-\alpha+j)} + \right. \quad (19)$$

$$\left. \frac{(-m(2+\alpha) + 2 + 2x + \alpha - j(2+\alpha))z + \sqrt{\Delta}}{2(m-x-1-\alpha+j)} \right]$$

که در آن:

$$\Delta = ((-2m(1+\alpha) - 2(1+\alpha) -$$

$$2j(1+\alpha))\sqrt{1+z^2} + (m(2+\alpha) - 2 -$$

$$2x - \alpha + j(2+\alpha))z)^2 - 4(-m+x +$$

$$1 + \alpha - j)(4 + 2x + 2\alpha)z\sqrt{1+z^2}$$

حد پایینی ζ_m نشان دهنده شرایط آستانه حرکت و حد بالایی آن نشان دهنده شرایط سیلابی است. در ترکیب معادلات مقاومت جریان و انتقال بار بستری که به ازاء $-(2+\alpha)z + 2(1+\alpha)\sqrt{1+z^2} < \zeta_m$ ، صورت و مخرج کسر در معادله (۱۸) مثبت است، با توجه به فرضیه های مدل و نظر به این که Engelund & Skovgaard اولین معیار کنترل شریانی - شدن رودخانه را نسبت عرض به عمق (W/D) بزرگ تر از ۵۰ در نظر گرفتند [۱۰]، حد بالایی ζ_m از رابطه $\zeta_m = 50 - 2z$ تعیین می شود (از آن جا که به منظور تعیین روابط هندسه هیدرولیکی در این پژوهش، نیاز به معلوم بودن محدوده مشخصی از تغییرات ζ_m است، حد بالایی ζ_m باید تعیین شود، این در حالی است که در مدل تحلیلی تخمین ابعاد مقطع پایدار، محدودیتی برای حد بالایی ζ_m اعمال نشده است).

$$2-4-1- ابعاد بهینه مقطع عرضی ($Q_s = Q_{s \max}$)$$

به منظور به دست آوردن رابطه بین ζ_m و متغیرهای مستقل Q و Q_s ، از معادله (۱۷) در معادله (۱۸) جاگذاری شده و با فرض $Q_s = Q_{s \max}$ در کانال در حال تعادل، خواهیم داشت:

$$\zeta_m^{\beta_2} = \left(\frac{\zeta_m + (2 + \alpha)z - 2(1 + \alpha)\sqrt{1 + z^2}}{k_3} \right)^{\frac{y j}{m(x+2+\alpha-y)-y}} \times$$

$$\left[\frac{\zeta_m^{m(x+2+\alpha-y)} (\zeta_m + 2\sqrt{1 + z^2})^{m(x-y)}}{(\zeta_m + z)^{m(x-y+1)}} \right]^{\frac{1}{m(x+2+\alpha-y)-y}}$$

$$\zeta_m^{\beta_3} = \left(\frac{\zeta_m (\zeta_m + 2\sqrt{1 + z^2})^{(x-y)/(x+2+\alpha-y)}}{(\zeta_m + z)^{(x-y+1)/(x+2+\alpha-y)}} \right)^{\frac{(x+2+\alpha-y)}{m(x+2+\alpha-y)-y}} \times$$

$$\left(\frac{k_4}{k_3} \right) \left[\frac{(\zeta_m + (2 + \alpha)z - 2(1 + \alpha)\sqrt{1 + z^2})^j}{(k_3)^j} \right]^{\frac{(x+2+\alpha-y)}{m(x+2+\alpha-y)-y}}$$

$$\zeta_m^{\beta_4} = \left[\frac{(\zeta_m + z)^{m(x-y-\alpha)+y}}{\zeta_m^{2y} (\zeta_m + 2\sqrt{1 + z^2})^{2m(x-y)}} \right]^{\frac{1}{m(x+2+\alpha-y)-y}} \times$$

$$\left[\frac{k_3^{2y j}}{(\zeta_m + (2 + \alpha)z - 2(1 + \alpha)\sqrt{1 + z^2})^{2y j}} \right]^{\frac{1}{m(x+2+\alpha-y)-y}} \quad (32)$$

برای تعیین توان‌های $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ و β_4 کافی است عبارات واقع در سمت راست معادلات (29) تا (32) را با استفاده از نرم‌افزار اکسل، در مقابل ζ_m (در محدوده تعریف شده ζ_m) ترسیم کرده و رابطه توانی به نقاط برازش داد. با جاگذاری عبارات توانی معادل $\zeta_m^{\beta_1}, \zeta_m^{\beta_2}, \zeta_m^{\beta_3}$ و $\zeta_m^{\beta_4}$ در معادلات (25) تا (28)، روابط هندسه هیدرولیکی به صورتی که در ادامه توضیح داده خواهد شد، حاصل می‌شود. لازم به گفتن است که با توجه به بررسی تغییرات زاویه کناره در موارد موجود در طبیعت [12، 11] و نیز روش‌های تحلیلی متعدد [13]، در این پژوهش، روابط هندسه هیدرولیکی به ازاء تغییرات زاویه کناره کانال از 30 درجه تا 90 درجه تعیین شده است. از معادله (27) با ثابت در نظر گرفتن τ_c, c_r و d_{50} داریم:

$$\zeta_m \propto \left(\frac{Q_s^{x+2+\alpha-y}}{Q} \right)^{1/\beta_3} (m(x+2+\alpha-y)-y) \quad (33)$$

با جاگذاری ζ_m از معادله (33) در معادلات (25)، (26) و (28) خواهیم داشت:

$$(P_{bed})_m \propto Q_s^{\frac{(\beta_2/\beta_3)(x+2+\alpha-y)-y}{m(x+2+\alpha-y)-y}} Q^{\frac{m-(\beta_2/\beta_3)}{m(x+2+\alpha-y)-y}} \propto$$

$$\left(\frac{Q_s}{Q} \right)^{\frac{(\beta_2/\beta_3)(x+2+\alpha-y)-y}{m(x+2+\alpha-y)-y}} Q^{\frac{m-y+(\beta_2/\beta_3)(x+1+\alpha-y)}{m(x+2+\alpha-y)-y}}$$

$$V_m = (Q_s / j^j c_s \gamma^m \tau_c^j)^{2y/m(x+2+\alpha-y)-y} \times$$

$$\left[\frac{(\zeta_m + z)^{m(x-y-\alpha)+y}}{\zeta_m^{2y} (\zeta_m + 2\sqrt{1 + z^2})^{2m(x-y)}} \right]^{\frac{1}{m(x+2+\alpha-y)-y}} \times$$

$$\left[\frac{k_3^{2y j} (c_r^{2m} Q^{m(x+\alpha-y)-y})}{(\zeta_m + (2 + \alpha)z - 2(1 + \alpha)\sqrt{1 + z^2})^{2y j}} \right]^{\frac{1}{m(x+2+\alpha-y)-y}} \quad (24)$$

اندیس m نشان‌دهنده شرایط بهینه در کانال است. بدین ترتیب با به‌کارگیری معادلات (21 تا 24)، ζ_m (از معادله 20) و مقادیر اندازه‌گیری شده Q و Q_s در آبراهه، پارامترهای هندسی مقطع بهینه را می‌توان به دست آورد.

2-4-2- روابط هندسه هیدرولیکی بین حد پایینی و حد بالایی ζ_m به‌منظور استخراج روابط هندسه هیدرولیکی در محدوده تعریف شده ζ_m ، کافی است جملات دارای ζ_m در معادلات (20 تا 24) را به فرم ساده شده توانی به صورت زیر تبدیل کرد:

$$S_m \propto \left(\frac{c_r^{m+1}}{Q^{m+1}} \left(\frac{Q_s}{j^j c_s \gamma^m \tau_c^j} \right)^{(x+2+\alpha)} \right)^{\frac{1}{m(x+2+\alpha-y)-y}} \zeta_m^{\beta_1} \quad (25)$$

$$(P_{bed})_m \propto \left(\frac{Q}{c_r} \right)^m \left(\frac{j^j c_s \gamma^m \tau_c^j}{Q_s} \right)^y \left(\frac{1}{m(x+2+\alpha-y)-y} \right) \zeta_m^{\beta_2} \quad (26)$$

$$\left(\frac{Q_s}{j^j c_s \gamma^{\frac{y}{(x+2+\alpha-y)}} \tau_c^{m+j-\frac{y}{(x+2+\alpha-y)}}} \right)^{\frac{(x+2+\alpha-y)}{m(x+2+\alpha-y)-y}} \times$$

$$\left(\frac{c_r}{Q} \right)^{\frac{1}{m(x+2+\alpha-y)-y}} \propto \zeta_m^{\beta_3} \quad (27)$$

$$V_m \propto (c_r^{2m} Q^{m(x+\alpha-y)-y})^{1/m(x+2+\alpha-y)-y} \times$$

$$\left(\frac{Q_s}{j^j c_s \gamma^m \tau_c^j} \right)^{2y/m(x+2+\alpha-y)-y} \zeta_m^{\beta_4} \quad (28)$$

که در روابط فوق $\zeta_m^{\beta_1}, \zeta_m^{\beta_2}, \zeta_m^{\beta_3}$ و $\zeta_m^{\beta_4}$ عبارتند از:

$$\zeta_m^{\beta_1} = \left(\frac{k_3}{\zeta_m + (2 + \alpha)z - 2(1 + \alpha)\sqrt{1 + z^2}} \right)^{\frac{j(x+2+\alpha)}{m(x+2+\alpha-y)-y}} \times$$

$$\left[\frac{(\zeta_m + z)^{(x+1-m(1+\alpha))/(m(x+2+\alpha-y)-y)}}{\left(\frac{x+2+\alpha}{\zeta_m^{m(x+2+\alpha-y)-y}} (\zeta_m + 2\sqrt{1 + z^2})^{(x-m(2+\alpha))/(m(x+2+\alpha-y)-y)} \right)} \right] \quad (29)$$

(۳۵)

$$V_m \propto S \frac{\frac{\beta_4}{\beta_3}(x+2+\alpha-y)+2y}{(\beta_1/\beta_3)(x+2+\alpha-y)+(x+2+\alpha)} \times \frac{\frac{\beta_4}{\beta_3}(x+2+\alpha-y)+2y}{m(x+\alpha-y)-y-\frac{\beta_4}{\beta_3}} \frac{(\beta_4/\beta_3)(x+2+\alpha-y)+2y}{(\beta_1/\beta_3)(x+2+\alpha-y)+(x+2+\alpha)} \frac{(1+m+(\beta_1/\beta_3))}{m(x+\alpha-y)-y-\frac{\beta_4}{\beta_3}} \frac{1}{m(x+2+\alpha-y)-y} \quad (40)$$

از آنجا که در روابط هندسه هیدرولیکی تجربی موجود، رابطه عرض سطح کانال (W) با دبی مقطع پر مدنظر قرار گرفته، به منظور مقایسه روابط هندسه هیدرولیکی ارائه شده با روابط موجود، لازم است مراحل فوق برای تعیین عرض سطح بهینه (W_m) نیز انجام شود. از این رو، رابطه عرض سطح بهینه کانال و روابط هندسه هیدرولیکی مربوط به آن محاسبه و در معادلات (۴۱ تا ۴۳) ارائه شده است.

$$W_m = \left(\frac{Q}{c_r} \right)^m \left(\frac{j^j c_s \gamma^m \tau_c^j}{Q_s} \right)^y \frac{1}{m(x+2+\alpha-y)-y} (\zeta_m + 2z) \times \left(\frac{\zeta_m + (2+\alpha)z - 2(1+\alpha)\sqrt{1+z^2}}{k_3} \right)^{\frac{y}{m(x+2+\alpha-y)-y}} \quad (41)$$

$$\left[\frac{\zeta_m^y (\zeta_m + 2\sqrt{1+z^2})^{m(x-y)}}{(\zeta_m + z)^{m(x-y+1)}} \right]^{\frac{1}{m(x+2+\alpha-y)-y}} W_m \propto \left(\frac{Q_s}{Q} \right)^{\frac{(\beta_5/\beta_3)(x+2+\alpha-y)-y}{m(x+2+\alpha-y)-y}} Q \frac{m-y+(\beta_5/\beta_3)(x+1+\alpha-y)}{m(x+2+\alpha-y)-y} \quad (42)$$

$$W_m \propto S \frac{(\beta_5/\beta_3)(x+2+\alpha-y)-y}{(\beta_1/\beta_3)(x+2+\alpha-y)+(x+2+\alpha)} \times \frac{m-(\beta_5/\beta_3)+\frac{((\beta_5/\beta_3)(x+2+\alpha-y)-y)(1+m+(\beta_1/\beta_3))}{(\beta_1/\beta_3)(x+2+\alpha-y)+(x+2+\alpha)}}{m(x+2+\alpha-y)-y} \quad (43)$$

در روابط بالا، توان β_5 به صورتی که پیش تر توضیح داده شد، تعیین می شود.

۲-۴-۳- روابط هندسه هیدرولیکی در حد پایینی ζ_m

این شرایط از آن جهت معادل شرایط آستانه حرکت است که با جاگذاری حد پایینی $\zeta_m = -(2+\alpha)z$ در $2(1+\alpha)\sqrt{1+z^2}$ رابطه (۱۸)، $Q_{smax} = 0$ می شود. هم چنین به ازاء این مقدار ζ_m در رابطه (۱۴)، τ_0 به ماکزیمم مقدار خود می رسد و این با تعریف تنش برشی بحرانی (بیشینه تنش برشی که سبب هیچ گونه فرسایشی در بستر آبراهه نمی شود) هماهنگی دارد. در

$$V_m \propto Q_s \frac{(\beta_4/\beta_3)(x+2+\alpha-y)+2y}{m(x+2+\alpha-y)-y} Q \frac{m(x+\alpha-y)-y-(\beta_4/\beta_3)}{m(x+2+\alpha-y)-y} \quad (36)$$

$$\left(\frac{Q_s}{Q} \right)^{\frac{(\beta_4/\beta_3)(x+2+\alpha-y)+2y}{m(x+2+\alpha-y)-y}} Q \frac{m(x+\alpha-y)+y+(\beta_4/\beta_3)(x+1+\alpha-y)}{m(x+2+\alpha-y)-y} \quad (37)$$

با جاگذاری معادلات (۳۳ و ۳۴) در معادله (۵)، معادله (۳۷) حاصل می شود:

$$D_m \propto Q_s \frac{(\frac{\beta_2-1}{\beta_3})(x+2+\alpha-y)-y}{m(x+2+\alpha-y)-y} Q \frac{m+(1-\frac{\beta_2}{\beta_3})}{m(x+2+\alpha-y)-y} \quad (37)$$

$$\left(\frac{Q_s}{Q} \right)^{\frac{(\frac{\beta_2-1}{\beta_3})(x+2+\alpha-y)-y}{m(x+2+\alpha-y)-y}} Q \frac{m-y+(\frac{1-\beta_2}{\beta_3})(-x-1-\alpha+y)}{m(x+2+\alpha-y)-y}$$

با توجه به تعاریفی که در رابطه با مفهوم تعادل به وسیله ی پژوهشگران متعدد ارائه شده است مبنی بر این که یک کانال آبرفتی زمانی در تعادل یا رژیم قرار دارد که در آن نسبت Q_s/Q ثابت بوده یا در رنج محدودی تغییر کند [۱۴، ۱۶]، با ثابت در نظر گرفتن نسبت Q_s/Q ، روابط هندسه هیدرولیکی تک متغیره بر حسب دبی حاصل خواهد شد. در بسیاری از موارد، اندازه گیری دقیق بار بستر امکان پذیر نبوده و اندازه گیری شیب کم هزینه تر و عملی تر است و جایگزین کردن شیب در روابط هندسه هیدرولیکی به جای بار بستر توصیه می شود. برای این منظور باید رابطه Q_s با Q و S را از معادله (۳۵) به دست آورده و در معادلات (۳۴)، (۳۶) و (۳۷) جایگزین نمود، بدین ترتیب خواهیم داشت:

$$(P_{bed})_m \propto S \frac{(\beta_2/\beta_3)(x+2+\alpha-y)-y}{(\beta_1/\beta_3)(x+2+\alpha-y)+(x+2+\alpha)} \times \frac{m-(\beta_2/\beta_3)+\frac{((\beta_2/\beta_3)(x+2+\alpha-y)-y)(1+m+(\beta_1/\beta_3))}{(\beta_1/\beta_3)(x+2+\alpha-y)+(x+2+\alpha)}}{m(x+2+\alpha-y)-y} \quad (38)$$

$$D_m \propto S \frac{\frac{\beta_2-1}{\beta_3}(x+2+\alpha-y)-y}{(\beta_1/\beta_3)(x+2+\alpha-y)+(x+2+\alpha)} \times \frac{m+(\frac{-\beta_2+1}{\beta_3})+\frac{(\frac{\beta_2-1}{\beta_3})(x+2+\alpha-y)-y(1+m+(\beta_1/\beta_3))}{(\beta_1/\beta_3)(x+2+\alpha-y)+(x+2+\alpha)}}{m(x+2+\alpha-y)-y} \quad (39)$$

شیب طولی ثابت برای آبراهه، Q_{smax} به سمت بی‌نهایت میل می‌کند ($Q_s \rightarrow \infty \rightarrow Q_{smax}$). به عبارت دیگر، مطابق معادله (۱۶)، این حالت زمانی رخ می‌دهد که تنش برشی جریان بسیار بزرگ‌تر از تنش برشی بحرانی برای آستانه حرکت رسوبات است ($\tau_0 \gg \tau_c$). از طرفی همان‌طور که پیش‌تر گفته شد، به ازاء m ‌های بزرگ‌تر از حد بالایی m_m ، رودخانه به حالت شریانی تبدیل می‌شود، از آنجایی که رودخانه‌های تک-شاخه معمولاً در اثر وقوع پدیده‌هایی مانند سیل، به حالت شریانی تبدیل می‌شوند، بنابراین این حالت را می‌توان معادل شرایط سیلابی و به عبارت دیگر آستانه تغییر الگوی کانال در-نظرگرفت. از آنجا که در حین وقوع سیل معمولاً اطلاعاتی از متغیرهای هندسه هیدرولیکی اندازه‌گیری شده برای واسنجی مدل در دسترس نیست، روابط هندسه هیدرولیکی در چنین شرایطی تعیین نشده است.

تمامی مراحل گفته شده با به‌کارگیری معادله مقاومت جریان Manning و ترکیب آن با معادلات انتقال بار بستر Dubois, Meyer-Peter, Muller, MPM, Van-Rijn, Nelson, موسوم به معادله MPM اصلاح شده به وسیله Huang موسوم به MPM-H و Parker انجام شده و محدوده کلی توان‌های هندسه هیدرولیکی حاصل از ترکیب معادلات یاد شده در جداول (۱ و ۲) ارائه شده است [۹، ۱۵-۲۰].

۲-۵- مقایسه روابط هندسه هیدرولیکی محاسباتی با روابط موجود

در این قسمت به منظور بررسی درستی روابط هندسه هیدرولیکی حاصل از مدل تحلیلی توسعه داده شده در این پژوهش، به مقایسه روابط یاد شده با روابط هندسه هیدرولیکی که از روش‌های مختلف مانند اندازه‌گیری‌های صحرایی و روش‌های تحلیلی توسعه یافته‌اند، پرداخته شده است. اهم نتایج به‌دست آمده از جداول (۱ و ۲) به شرح ذیل است:

۱- مطابق جدول (۲) توان‌های b ، f و m حاصل از این مطالعه در محدوده $b = 0.46 \square 0.61$ ، $f = 0.26 \square 0.39$ و

چنین شرایطی با توجه به فرض برقرار بودن رابطه $Q_s = Q_{smax}$ در کانال‌های پایدار، نیز برابر با صفر خواهد بود. بنابراین از معادله (۱۶)، به صورت زیر به دست می‌آید:

$$S_{ls} = Q^{-1/(x+2+\alpha-y)} (c_r (\tau_c / \gamma)^{(x+2+\alpha)})^{\frac{1}{(x+2+\alpha-y)}} \times \frac{(2+\alpha)}{(x+2+\alpha-y)} \frac{((4+2\alpha)\sqrt{1+z^2} - (2+\alpha)z)}{(2(1+\alpha)\sqrt{1+z^2} - (1+\alpha)z)} \quad (44)$$

اندیس ls مربوط به حد پایینی m_m است. از ترکیب معادله (۴۴) با معادلات (۱۰ تا ۱۳)، روابط هندسه کانال بهینه در آستانه حرکت حاصل می‌شود:

$$(P_{bed})_{ls} = \left(\frac{\gamma^y}{c_r \tau_c^y} \right)^{\frac{1}{(x+2+\alpha-y)}} (2(1+\alpha)\sqrt{1+z^2} - (2+\alpha)z) \times \frac{1}{(x+2+\alpha-y)} \quad (45)$$

$$D_{ls} = \frac{(2(1+\alpha)\sqrt{1+z^2} - z(1+\alpha))^{(y-x-1)/(x+2+\alpha-y)} Q^{\frac{1}{x+2+\alpha-y}}}{((4+2\alpha)\sqrt{1+z^2} - z(2+\alpha))^{(y-x)/(x+2+\alpha-y)}} \frac{1}{(x+2+\alpha-y)} \frac{(\frac{\gamma^y}{c_r \tau_c^y})^{\frac{1}{(x+2+\alpha-y)}} (2(1+\alpha)\sqrt{1+z^2} - z(1+\alpha))^{\frac{y-x-1}{(x+2+\alpha-y)}}}{((4+2\alpha)\sqrt{1+z^2} - z(2+\alpha))^{\frac{y-x}{(x+2+\alpha-y)}}} Q^{\frac{1}{x+2+\alpha-y}} \quad (46)$$

$$W_{ls} = \left(\frac{\gamma^y}{c_r \tau_c^y} \right)^{\frac{1}{x+2+\alpha-y}} (2(1+\alpha)\sqrt{1+z^2} - \alpha z) \times \frac{1}{x+2+\alpha-y} \frac{(2(1+\alpha)\sqrt{1+z^2} - z(1+\alpha))^{(y-x-1)/(x+2+\alpha-y)} Q^{\frac{1}{x+2+\alpha-y}}}{((4+2\alpha)\sqrt{1+z^2} - z(2+\alpha))^{(y-x)/(x+2+\alpha-y)}} \quad (47)$$

$$V_{ls} = \frac{1}{\gamma} \frac{(c_r^2 (\tau_c)^2)^{\frac{1}{x+2+\alpha-y}} (2(1+\alpha)\sqrt{1+z^2} - (1+\alpha)z)^{\frac{(-y+x-\alpha)}{x+2+\alpha-y}} Q^{\frac{-y+x+\alpha}{x+2+\alpha-y}}}{((4+2\alpha)\sqrt{1+z^2} - (2+\alpha)z)^{\frac{2(x-y)}{x+2+\alpha-y}}} \quad (48)$$

لازم به گفتن است که هر دو شرط $b + f + m = 1$ و ack در معادلات (۴۶ تا ۴۸) برقرار است.

۲-۴- روابط هندسه هیدرولیکی در حد بالایی m_m

با توجه به رابطه (۱۸)، به ازاء حد بالایی m_m ، مقادیر بسیار بزرگی برای Q_{smax} حاصل می‌شود و حتی در تعدادی از ترکیب معادلات استفاده شده (مانند ترکیب معادله مقاومت جریان Manning و معادله بار بستر Dubois [۱۵، ۱۶])، به ازاء دبی و

جدول (۲) مقایسه روابط هندسه هیدرولیکی به ازاء مقادیر ζ_m بین حد پایینی و حد بالایی با روابط هندسه هیدرولیکی موجود در شرایط بزرگتر از آستانه حرکت ($Q_s > 0$)

Reference	Relationship type	Hydraulic geometry relationships
This study	Analytical-univariate	$W \propto Q^{0.456 \square 0.607}$ $D \propto Q^{0.258 \square 0.388}$ $S \propto Q^{-(0.283 \square 0.129)}$ $V \propto Q^{0.117 \square 0.169}$
This study	Analytical-bivariate	$W \propto Q^{0.452 \square 0.666} S^{(-0.022 \square 0.443)}$ $D \propto Q^{0.161 \square 0.316} S^{-(0.652 \square 0.314)}$ $V \propto Q^{0.160 \square 0.232} S^{0.180 \square 0.336}$
Huang & Nanson [7]	Analytical-univariate	$W \propto Q^{0.465 \square 0.539}$ $D \propto Q^{0.296 \square 0.367}$ $S \propto Q^{-(0.18 \square 0.08)}$
Lacey [22]	Experimental - univariate	$W \propto Q^{1/2}$ $D \propto Q^{1/3}$ $S \propto Q^{-1/6}$ $V \propto Q^{1/6}$
Huang & Nanson [6]	Analytical-bivariate	$W \propto Q^{0.478} S^{0.076}$ $D \propto Q^{0.289} S^{-0.350}$ $V \propto Q^{0.233} S^{0.274}$
Julian & Wargadalam [23]	Experimental - bivariate	$W \propto Q^{0.4 \square 0.5} S^{-(0.2 \square 0.25)}$ $D \propto Q^{0.25 \square 0.4} S^{-(0.2 \square 0.125)}$ $V \propto Q^{0.2 \square 0.25} S^{0.375 \square 0.4}$

Table. 2. Comparison of hydraulic geometry relationships for ζ_m values between lower and upper limits and existing hydraulic geometry relationships greater than threshold condition ($Q_s > 0$)

۳- آنالیز حساسیت

هدف از این بخش را می توان بررسی تأثیر متغیرهای مستقل در برآورد پارامترهای هندسی رودخانه عنوان کرد.

۳-۱- دبی

در این قسمت، با استفاده از معادله مقاومت جریان Manning و معادلات بار بستر MPM و Parker، تغییرات عرض سطح و عمق کانال با تغییرات دبی جریان مورد بررسی قرار گرفته و در شکل (۲) به تصویر کشیده شده است. همان گونه که مشاهده می شود افزایش دبی با افزایش عرض سطح و عمق همراه خواهد بود. هم چنین با بررسی شکل (۲) واضح است که عرض سطح نسبت به عمق، به میزان بیشتری به دبی وابسته است.

$m = 0.12 \square 0.17$ تغییر می کنند. این توان ها با توان های هندسه هیدرولیکی حاصل از مشاهده صحرائی که بیشتر در محدوده $b = 0.4 \square 0.5$ ، $f = 0.3 \square 0.4$ و $m = 0.1 \square 0.2$ تغییر می کنند [۸]، هماهنگی دارد. این تشابه توان ها در روابط هندسه هیدرولیکی بازه ای گویای آن است که کانال های طبیعی به طور کلی تمایل دارند ابعاد خود را با شرایط جریان اعمال شده، تنظیم نمایند.

۲- شیب کناره کانال، تأثیر قابل ملاحظه ای بر توان های هندسه هیدرولیکی ندارد و بیشتر بر ضرایب هندسه هیدرولیکی تأثیر گذار است که روابط هندسه هیدرولیکی تجربی موجود نیز مؤید این امر است [۱۱].

۳- در جدول (۱)، توان های هندسه هیدرولیکی محاسباتی به ازاء حد پایینی ζ_m با توان های موجود حاصل از مدل نیروی مالشی (که در آن از معادلات پیوستگی، مقاومت جریان، آستانه حرکت رسوبات کف و کناره برای محاسبه هندسه کانال پایدار استفاده شده است)، مقایسه شده و از سازگاری مناسبی با آنها برخوردار است.

جدول (۱) مقایسه روابط هندسه هیدرولیکی در حد پایینی ζ_m با روابط هندسه هیدرولیکی موجود در شرایط آستانه حرکت ($Q_s = 0$)

Reference	Relationship type	Hydraulic geometry relationships
This study	Analytical	$W \propto Q^{0.4615}$ $D \propto Q^{0.4615}$ $S \propto Q^{-0.4615}$ $V \propto Q^{0.077}$
Lane [۳]	Analytical	$W \propto Q^{0.46}$ $D \propto Q^{0.46}$ $S \propto Q^{-0.46}$ $V \propto Q^{0.08}$
Bray [۲۱]	Semi-analytical	$W \propto Q^{0.5}$ $D \propto Q^{0.482}$ $S \propto Q^{-0.482}$ $V \propto Q^{0.072}$

Table. 1. Comparison of hydraulic geometry relationships at lower threshold of ζ_m and existing hydraulic geometry relationships at threshold condition

می‌پذیرند و این نتایج با یافته‌های Hey & Thorne هماهنگ است [۱۱]. شناخت این حساسیت‌ها و اثرگذاری‌ها در پی بردن به مهم‌ترین پارامترها و عوامل مؤثر در ابعاد هندسی کانال مؤثر خواهند بود. همچنین شناخت نسبی در خصوص رفتار و پاسخ رودخانه به عوامل کنترل‌کننده آن حاصل خواهد شد.

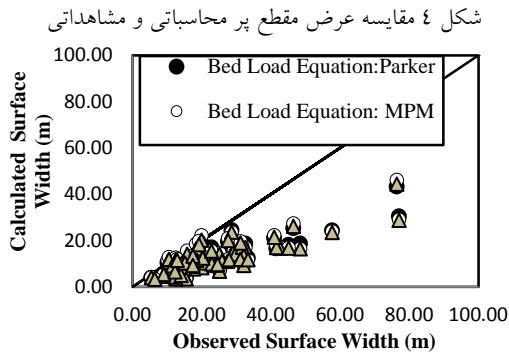


Fig.4. Comparison of calculated versus observed water surface width

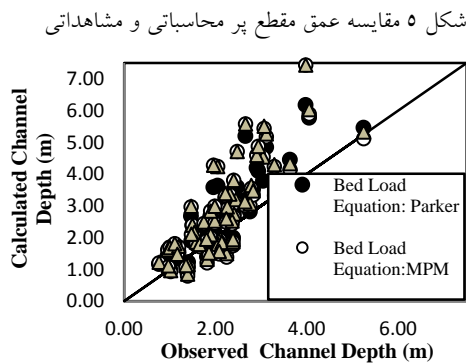


Fig.5. Comparison of calculated versus observed bankfull depth

۴- واسنجی مدل

در این پژوهش، به منظور واسنجی مدل، از داده‌های به دست آمده از بازه‌های ۵۸ رودخانه بستر شنی پایدار از کشور انگلستان استفاده شده است. این داده‌ها به وسیله‌ی Hey & Thorne و Darby جمع‌آوری شده و رودخانه‌های یاد شده به عنوان کانال‌های تک‌شاخه پایدار با بستر متحرک توصیف شده‌اند [۱۱، ۱۲]. در مجموعه داده‌های گفته شده، اطلاعات مربوط به پوشش گیاهی کناره در چهار گروه طبقه‌بندی و مشخص شده است: نوع ۱: پوشش علفی بدون هرگونه درخت و درختچه، نوع ۲: ۱ تا ۵٪ پوشش درخت و درختچه، نوع ۳: ۵ تا ۵۰٪ پوشش درخت و درختچه و نوع ۴: بیش از ۵۰٪

شکل ۲ آنالیز حساسیت اثر دبی بر عرض سطح و عمق کانال ($d_{50}=0.019m, n=0.0482, S=0.0022, \theta=70^\circ$)

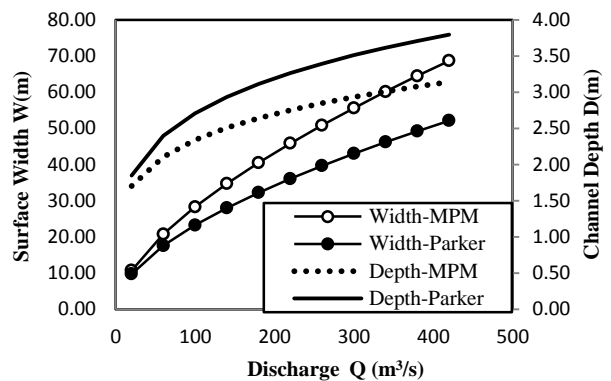


Fig. 2. Sensitivity analysis of discharge to water surface width and depth

شکل ۳ آنالیز حساسیت اثر شیب بر عرض سطح و عمق کانال ($Q=22 m^3/s, d_{50}=0.019m, n=0.0482, \theta=70^\circ$)

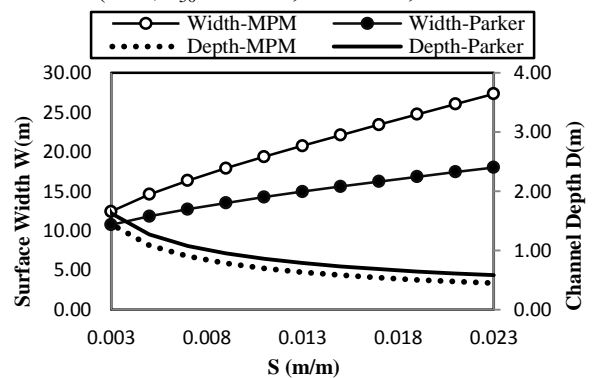


Fig. 3. Sensitivity analysis of longitudinal slope to water surface width and depth

۳-۲- شیب طولی

نتایج اثر شیب کانال بر عرض سطح و عمق جریان به ازاء دبی و اندازه مصالح بستر ثابت، در شکل (۳) نشان داده شده است. مطابق پیش‌بینی مدل، افزایش شیب باعث افزایش عرض سطح و کاهش عمق می‌شود. مصداق فیزیکی آن می‌تواند رودخانه‌هایی باشد که با افزایش شیب به سمت شریانی شدن متمایل می‌شود و حالت شریانی را می‌توان متناظر با مقطعی با عرض بزرگ و عمق کم نسبت به مقاطع بالادست فرض کرد.

به شکل کلی نتایج آنالیز حساسیت مدل حاکی از آن است که تغییرات عرض سطح و عمق جریان از بین چهار متغیر مستقل دبی، شیب طولی، متوسط اندازه رسوبات بستر و زاویه کناره، به ترتیب بیشترین اثر را از دبی و اندازه رسوبات بستر

جدول ۴ مقایسه روابط توانی محاسباتی و مشاهده شده (سیستم SI)

Reference	Channel characteristics	$W = aQ^b$ $D = cQ^f$				Determination coefficient
		a	b	c	f	
This study	Bankfull width	1.84	0.46	-	-	0.829
	Mean depth	-	-	0.57	0.33	0.693
Hey & Thorne [11]	Bankfull width	3.67	0.45	-	-	0.788
	Mean depth	-	-	0.33	0.35	0.805

Table. 4. Comparison of calculated and observed power relationships

۴-۱- بررسی اثر پوشش گیاهی کناره بر عرض کانال

عرض‌های پیش‌بینی شده با به‌کارگیری معادله مقاومت جریان Manning و معادله انتقال بار بستر MPM در مقابل عرض‌های مشاهده شده برای کانال‌های شنی با در نظر گرفتن دو دسته کانال با پوشش گیاهی پراکنده در کناره‌ها (پوشش گیاهی نوع ۱ و ۲) و پوشش گیاهی انبوه در کناره‌ها (پوشش گیاهی نوع ۳ و ۴) در شکل (۶)، ترسیم شده است. مطابق این شکل، برای کانال‌هایی که عرض مشاهده شده آنها کم‌تر از ۳۰ متر است، داده‌ها به خوبی از هم مجزا شده‌اند، به گونه‌ای که پوشش گیاهی نوع ۳ و ۴ به خط توافق نزدیک‌تر و نوع ۱ و ۲ از آن دورترند. این طبقه‌بندی برای کانال‌های بزرگ‌تر واضح و مشخص نیست. به عبارتی زمانی که عرض رودخانه افزایش می‌یابد، تأثیر پوشش گیاهی بر مقاومت جریان کاهش یافته و پیش‌بینی مقادیر عرض کانال به وسیله مدل با خطای بیشتری همراه است. هم‌چنین با توجه به جدول (۵)، مشاهده می‌شود که در مدل MSTC محدود نشده، غالباً عرض‌های مشاهده شده (W_{obs}) از عرض‌های محاسباتی (W_{pred}) به وسیله مدل بزرگ‌ترند. نسبت W_{pred}/W_{obs} از مقدار ۰/۴ برای پوشش گیاهی نوع ۱، تا ۰/۷۲ برای پوشش گیاهی نوع ۴ تغییر می‌کند و این بدان معناست که با افزایش چگالی پوشش گیاهی، اختلاف بین عرض‌های مشاهده شده و محاسباتی کم‌تر می‌شود. به عبارت دیگر با توجه به این که با افزایش چگالی پوشش گیاهی از نوع ۱ تا ۴، کناره‌ها به سمت فرسایش‌ناپذیر شدن و فرض صلب

پوشش درخت و درختچه. در ادامه، ابعاد هندسی کانال، محاسبه و در برابر ابعاد مشاهده شده ترسیم شده است. مدل با به‌کارگیری تئوری MSTC، معادله مقاومت جریان Manning و معادلات بار بستر MPM، Parker و MPM-H اجرا شده است. شکل‌های (۴ و ۵) نشان‌دهنده اختلاف هندسه مدل شده ۵۸ رودخانه بستر شنی انگلستان با ابعاد واقعی آنها است و درصد خطای نسبی متوسط مدل در جدول (۳) ارائه شده است. همان‌گونه که در این شکل‌ها مشهود است مدل‌های MSTC محدود نشده در رودخانه‌هایی مانند بازه‌های ۵۸ رودخانه منتخب در کشور انگلستان، غالباً عرض کانال‌های آبرفتی را کمتر و عمق را بیشتر از مقادیر مشاهده شده تخمین می‌زنند.

جدول (۳) درصد خطای نسبی محاسبات مدل

Percent of average relative error				Bed load equation
Velocity	Area	Bankfull depth	Bankfull width	
21.89	17.24	37.90	46.56	MPM [17]
22.43	17.58	38.44	47.690	MPM-H [20]
22.21	17.49	29.83	46.730	Parker [9]

Table. 3. Average relative error of model calculation

در ادامه روابط هندسه هیدرولیکی بازه‌ای برای عرض و عمق محاسباتی (با به‌کارگیری معادله مقاومت جریان Manning و معادله بار بستر Parker) در این مطالعه بدست آمده و با روابط هندسه هیدرولیکی مشاهده شده Hey & Thorne مقایسه شده است (جدول ۴). همان‌گونه که از نتایج جدول (۴) برمی‌آید با وجود هماهنگی مناسب توان‌های هندسه هیدرولیکی حاصل از روش تحلیلی توسعه‌یافته در این مطالعه با روابط موجود (متوسط خطای نسبی حدود ۲/۲٪ و ۵/۷٪ به ترتیب در محاسبه توان‌های b و f)، توافق نسبتاً نامناسبی بین ضرایب هندسه هیدرولیکی محاسباتی با مقادیر مشاهداتی به چشم می‌خورد (متوسط خطای نسبی حدود ۴۹/۹٪ و ۷۲/۷٪ به ترتیب در محاسبه ضرایب a و c) و علت آن ممکن است عدم اعمال برخی عوامل تأثیرگذار بر مورفودینامیک رودخانه از قبیل پایداری و پوشش گیاهی کناره در مدل پیشنهادی باشد.

شکل، تقریباً مستقل از معادلات بار بستر و مقاومت جریان بوده و با روابط تجربی موجود، قابل مقایسه است (جدول ۲). این هماهنگی مبین آن است که آبراه‌های آبرفتی طبیعی تا رسیدن به شرایط تعادل، قادر به تنظیم شکل کانال خود است و نیز طراحی ابعاد مقطع بهینه برای کانال‌های دارای پایداری دینامیکی، می‌تواند براساس این روابط صورت گیرد.

فرآیند واسنجی مبین آن است که تغییر معادله بار بستر در تخمین ابعاد پایدار در رودخانه‌های کوچک مانند بازه‌های رودخانه‌های منتخب از کشور انگلستان، تغییر قابل ملاحظه‌ای در فرآیند تخمین ایجاد نمی‌کند (شکل‌های ۴ و ۵). با فرض این‌که مقاطع با شیب کناره تند (عمیق و کم‌عرض)، مشابه رودخانه‌هایی است که در آنها پوشش گیاهی کناره‌ها، انبوه است و در مقابل، مقاطع با شیب جانبی ملایم (کم‌عمق و عریض) مشابه رودخانه‌هایی با پوشش گیاهی پراکنده در کناره‌ها است، می‌توان گفت که رودخانه‌های کم‌عرض با پوشش گیاهی انبوه، به دلیل بالا بودن مقاومت کناره‌ها در مقایسه با رودخانه‌های عریض، به فرض صلب بودن کناره‌ها در مدل MSTC محدود نشده، نزدیک‌تر بوده و نتایج تخمین ابعاد پایدار به وسیله‌ی مدل، در چنین رودخانه‌هایی از دقت بالاتری برخوردار است (جدول ۵). به‌طور کلی، بررسی نتایج حاصل از اجرای مدل MSTC محدود نشده (بدون قید پایداری کناره)، با وجود هماهنگی توان‌های هندسه هیدرولیکی حاصل از روش تحلیلی با توان‌های تجربی، نشان‌دهنده توافق نسبتاً نامناسب هندسه محاسباتی کانال با هندسه مشاهده شده است و علت آن ممکن است عدم اعمال برخی عوامل تأثیرگذار بر مورفودینامیک رودخانه از قبیل پایداری کناره و پوشش گیاهی کناره باشد. میزان پراکنش داده‌ها حول خط بهترین توافق، نشان‌دهنده آن است که برای استفاده از مدل پیشنهادی باید احتیاط لازم را مبنی بر این‌که عرض‌های پیش‌بینی شده کانال با استفاده از مدل پیشنهادی در کانال‌های آبرفتی با مرزهای بسیار مقاوم و کناره‌های فرسایش‌ناپذیر از اعتبار بیشتری برخوردار است، مبذول داشت. به عبارت دیگر، شرایط کناره‌های فرسایش‌پذیر و یا فاقد پوشش گیاهی کناره براساس این مدل ممکن است

بودن کناره‌ها در مدل MSTC محدود نشده نزدیک‌تر می‌شوند، بنابراین در کانال‌های دارای پوشش گیاهی کناره‌ها نوع ۳ و ۴، مقادیر عرض‌های محاسباتی به عرض‌های مشاهده شده نزدیک‌تر است.

شکل ۶ عرض‌های پیش‌بینی شده با به‌کارگیری معادلات Manning و MPM در مقابل عرض‌های مشاهده شده به‌ازای پوشش گیاهی مختلف.

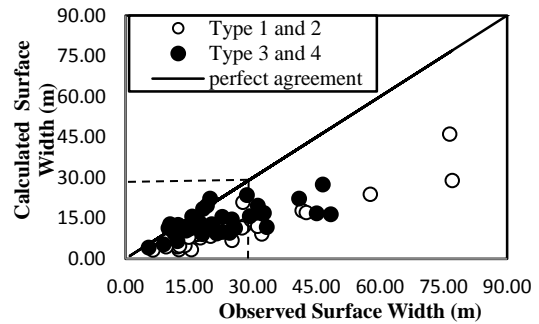


Fig.6. Predicted width using Manning and MPM's equations versus observed width considering different vegetation type

جدول ۵ مقایسه نسبت عرض‌های محاسباتی (به‌ازای معادله بار بستر MPM) به عرض‌های مشاهده شده برای انواع پوشش گیاهی مختلف.

Vegetation type	$W_{\text{Predicted}}$ (m)	$W_{\text{Pred}}/W_{\text{obs}}^*$
1	13.79	0.40
2	9.48	0.44
3	14.53	0.60
4	13.15	0.72

Table.5. Comparison of ratio of calculated width (for MPM bed load equation) to observed width for different vegetation type

۵- نتیجه‌گیری

توان‌های هندسه هیدرولیکی اقتباس شده از مدل تحلیلی پیشنهادی در حد پایینی فاکتور شکل، هماهنگی مناسبی با مقادیر حاصل از "نظریه آستانه" دارد (جدول ۱). این موضوع می‌تواند مبین آن باشد که طراحی ابعاد مقطع بهینه برای کانال‌هایی که نسبت دبی طراحی آنها به دبی آستانه حرکت ذرات رسوبی، نزدیک به ۱ یا کوچک‌تر از آن می‌باشد یا به عبارت دیگر کانال‌های دارای پایداری استاتیکی، می‌تواند براساس روابط هندسه هیدرولیکی ارائه شده در حد پایینی فاکتور شکل صورت گیرد.

توان‌های هندسه هیدرولیکی بین حد پایینی و حد بالایی فاکتور

- [11] Hey, R. D. and Thorne, C. R., "Stable channels with mobile gravel beds", *Journal of the Hydraulic Engineering, ASCE*, Vol. 112, No. 8, 1986, 671- 689.
- [12] Darby, S. E., "Refined Hydraulic Geometry Data for British Gravel-Bed Rivers", *Journal of Hydraulic Engineering*, 131(1), 2005, 60-64.
- [13] Yu, G., Smart, G., "Aspect ratio to maximize sediment transport in rigid bank channels", *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 129, No. 12, 2003, 927-935.
- [14] Simons, D. B., Albertson, M. L., "Uniform water conveyance channels in alluvial materials", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, 86, 1960, 33-71.
- [15] Manning, R., "On the flow of water in open channels and pipes", *Transactions of the Institution of Civil Engineers of Ireland*, 20, 1891, 161-207.
- [16] DuBoys, P., Le Rhone et les rivieres a lit affouillable, *Annales des Ponts et Chaussees, Series 5*, 18, 1879, 141-195.
- [17] Meyer-Peter, E., Muller, R., "Formulas for bed load transport", In *Proceedings of the 3rd Meeting of IAHR Stockholm*, 1948, 39-46.
- [18] Van Rijn, L. C., "Sediment Transport, Part I- Bed Load Transport". *Journal of the Hydraulic Engineering, ASCE*, 110, 10, 1984, 1431-1456.
- [19] Nelson, J. M., Mechanics of flow and sediment transport over nonuniform erodible beds, *Ph.D. dissertation*, University of Washington, Geophysics Program, 1988.
- [20] Huang, H. Q., "Reformulation of the bed load equation of Meyer-Peter and Müller in light of the linearity theory for alluvial channel flow", *Water Resources Research*, Vol. 46, No. 9, 2010, 1-11.
- [21] Bray, D.I., 'Regime equations for gravel-bed rivers', In Hey, R. D., Bathurst, J. C. and Thorne. C. R., (Editors): *Gravel-bed Rivers: Fluvial Processes, Engineering and Management*, John Wiley and Sons, Chichester, 1982b, 517- 552.
- [22] Lacey, G., "Stable channels in alluvium", *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, London, 229, 1929-1930, 259-292.
- [23] Julien, P. Y., Wargadalam, J., "Alluvial channel geometry: theory and applications", *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, 121, 1995, 312-325.

نتایج مطلوبی به همراه نداشته باشد. از مدل ارائه شده در این تحقیق با در نظر گرفتن موارد مذکور، برای پیش‌بینی ابعاد بهینه و طراحی هندسه پایدار رودخانه‌های آبرفتی در مواردی مانند ساماندهی، رایروبی و ... می‌توان بهره جست.

۶- مراجع

- [1] Hey, R. D., "Determinate hydraulic geometry of river channels", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, 104, 1978, 869-885.
- [۲] کرمی، م.، مجدزاده طباطبایی، م. ر.، "توسعه مدل تحلیلی اثر پوشش گیاهی در تعیین هندسه پایدار رودخانه‌های شنی"، نشریه مهندسی عمران و نقشه‌برداری - دانشکده فنی، دوره ۴۳، شماره ۱، ۱۳۸۸، ۱۰۵ تا ۱۱۵.
- [3] Lane, E. W., "The design of stable channels", *Trans, ASCE*, Vol. 120, No. 2776, 1955b, 1234-1279.
- [4] White, W. R., Bettis, R., Paris, E., "An analytical approach to river regime", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, Vol. 108, No.10, 1982, 1179-1193.
- [5] Chang HH., "Stable alluvial canal design", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, 106, 1980a, 873-891.
- [6] Huang, H. Q., Nanson, G. C., "Hydraulic geometry and maximum flow efficiency as products of the principle of least action", *Earth Surface Processes and Landforms*, 25, 2000, 1-16.
- [7] Huang, H. Q. and Nanson, G. C., "a stability criterion inherent in laws governing alluvial channel flow", *Earth Surface Processes and Landforms*, Vol. 27, No. 9, 2002, 929-944.
- [8] Huang, H. Q., Multivariate controls of alluvial channel geometry: model development and applications, *PhD thesis*, University of Wollongong, 1996.
- [9] Parker, G., "Hydraulic geometry of active gravel rivers", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, 105, 1979, 1185-1201.
- [10] Engelund, F. and Skovgaard, O., "On the origin of meandering and braiding in alluvial streams", *Journal of Fluid Mechanics*, 57, 1973, 289-302.

Analytical Application of Maximum Sediment Transport Capacity to Determine Hydraulic Geometry Relationships in Gravel Bed Rivers

M. Mahmoudi¹, M.R.M.Tabatabai^{2*}, S. Mousavi³

1- M.Sc., Hydraulic Engineering, Faculty of Civil and Environmental Engineering, Shahid Beheshti University

2- Assist. Prof., Civil Engineering Department, Shahid Beheshti University

3- Assist. Prof., Civil Engineering Department, Shahid Beheshti University

m_majdzadeh@sbu.ac.ir

Abstract:

Development of erosion and sedimentation processes due to human activities or natural changes will threaten the stability of the rivers and cause hydraulic and morphological changes. Continuous changes will result in a lot of damages including damage to structures constructed in the rivers. Therefore, preserving the rivers in the equilibrium (regime) state is of great importance. In other words, determination of the stable hydraulic geometry of the rivers is one of the most important factors on which the design, planning, management and training of a river are founded. Two basic approaches have been used to predict the hydraulic geometry of gravel-bed rivers: (1) Those based on empirical regime equations; and (2) those based on the simultaneous solution of the governing equations of channel flow. Currently, there are considerable restrictions with the use of both methods for channel design. The existing experimental hydraulic geometry relationships have been obtained for particular field conditions and based on limited data, and can be used only under the same conditions. Equally, theoretical methods are applicable only to straight or fixed width and with static stability channels. Due to the lack of knowledge regarding the mechanisms controlling width adjustment and meander development, the basic assumptions of a large number of theories, developed in this regard, include a steady and uniform flow as well as stream changes toward the equilibrium state. The main difference between these theories is the hydraulic mechanisms employed by the models to describe how the stream reaches to equilibrium state. In this Paper, an analytical model for assessing the stable condition (static and dynamic stability) and predicting river response to the changes applied (such as hydraulic changes) was proposed. In addition, univariate and bivariate hydraulic geometry relationships were derived to be applied in the rivers with dominant bed load. For this purpose, after reviewing the previous researches in this field, the principles and concepts of the regime and hydraulic geometry were presented. In the next step, a system of equations was solved excluding bank stability constraint (unconstrained model), using the analytical model. Due to the lack of required equations to solve the system, extremal hypotheses were used. According to these theories, the river behavior is justified in order to optimize a specific morphologic parameter. A proper agreement was observed between the developed exponents of hydraulic geometry relationships in this paper and the results of the empirical and analytical hydraulic geometry relationships. This represents the self-adjusting mechanism of alluvial channels by introducing the channel shape factor (bed width/depth ratio) and the inclusion of extremal hypotheses in the flow governing equations (continuity, flow resistance and sediment transport equations). Finally, the developed model was calibrated using the field data of the United Kingdom. The mean relative error of the bankful width and depth calculation is obtained 47% and 35%, respectively. The obtained results confirmed the efficiency of the proposed model.

Keywords: equilibrium, hydraulic geometry, extremal hypotheses.