

# ارزیابی روش‌های اویلری و لاگرانژی در پاسخ سدهای بتنی وزنی با احتساب اندرکنش سد-پی-مخزن تحت اثر زلزله

لیلا خان‌محمدی<sup>۱</sup>، جواد واتقی امیری<sup>۲\*</sup>، بهرام نوائی‌نیا<sup>۳</sup>

۱- دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی بابل

۲- دانشیار دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی بابل

۳- استادیار دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی بابل

vaseghi@nit.ac.ir

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۰/۰۳/۲۱

تاریخ دریافت: ۱۳۸۹/۱۰/۱۴

**چکیده-** برای فرمول‌بندی محیط سیال در سیستم سد-پی-مخزن از دو دیدگاه اویلری و لاگرانژی می‌توان استفاده کرد که هر کدام ویژگی‌های خاص خود را دارد. در این مقاله فرمول‌بندی این دو دیدگاه در محیط مخزن سد با در نظر گرفتن اثر اندرکنش سد-پی-مخزن به روش اجزای محدود و اعمال شرایط مرزی مناسب برای سدهای بتنی وزنی ارائه شد؛ سپس این دو روش برای برآورد پاسخ سد در اثر زلزله‌های مختلف بررسی شد. نتایج به‌دست‌آمده برای دو روش مدل‌سازی مخزن با تغییر پارامترهای مختلف [مانند نسبت مدول الاستیسیته جسم سد به پی، شرایط مرزی مخزن، شیب کف و عمق آب مخزن و نیز تأثیر رسوبات کف مخزن در جذب امواج الاستیک] از جنبه‌های مختلف مانند دقت و کاهش حجم محاسبات با هم مقایسه شد. نتایج به‌دست‌آمده گویای آن است که دو روش مدل‌سازی مخزن از جنبه‌های مختلف مزایا و معایبی دارند؛ اما در مجموع اختلاف قابل توجهی در پاسخ سد به دست نمی‌آید.

**کلیدواژگان:** اندرکنش سد-پی-مخزن، سدهای بتنی وزنی، روش‌های اویلری و لاگرانژی، زلزله

## ۱- مقدمه

(سیال) و مصالح تشکیل‌دهنده جسم سد و پی (سازه)، نسبت به سازه‌های متعارف، پیچیدگی بیشتری دارد. وجود این پیچیدگی، حل دقیق سیستم سد-پی-مخزن را فقط در حالتی که هندسه سیستم نسبتاً ساده بررسی شده و با کمک فرضیات ساده‌شونده و نیز حذف اثر اندرکنش پی، امکان پذیر کرده است. در سال ۱۹۳۳ Westergaard با حل معادله حاکم بر محیط مخزن به شکل معادله موج دوبعدی، پاسخی تحلیلی برای فشارهای هیدرودینامیک در محیط مخزن و مؤثر بر وجه بالادست سد ارائه داد [۱]. این راه‌حل

اندرکنش جامد و سیال از موضوعات مهم در مهندسی مکانیک و عمران است. این موضوع در طراحی سازه‌های مربوط به نیروگاه‌های هسته‌ای، سازه‌های دریایی، سازه‌های دارای مایعات مانند مخازن آب و سیستم‌های سد-مخزن و انواع دیگر سیستم‌ها که سازه در اندرکنش با سیال است اهمیت دارد. حل مسائل اندرکنش در سیستم‌های سد-پی-مخزن با احتساب اندرکنش سد با مخزن و پی و نیز به‌طور هم‌زمان، مخزن با پی سد به دلیل تفاوت رفتاری آب مخزن

Chopra با در نظر گرفتن اثر رسوبات کف مخزن در جذب انرژی، Soini et al. و Lui & Cheng با مدل‌سازی مخزن با المان‌های بی‌نهایت و Fenves & Chopra و Fok & Chopra با در نظر گرفتن اثر رسوبات کف مخزن در جذب انرژی با در نظر گرفتن اثر پی و Chopra & Chakrabarti با احتساب اثر پی سنگی، اشاره کرد [۱۰-۱۸ و ۲۹]. به طور کلی روش‌های تحلیل سیستم سد-پی-مخزن به روش اجزای محدود را بسته به روش مدل‌سازی مخزن می‌توان به سه گروه طبقه‌بندی کرد. ۱- روش جرم افزوده که بر مبنای روابط تحلیلی وسترگارد بدون در نظر گرفتن اثر اندرکنش، فشار هیدرودینامیک را برآورد می‌کند. ۲- روش اویلری که در آن متغیر اصلی در محیط مخزن، فشار و یا تابع پتانسیل سرعت است در حالی که در محیط سد و پی، مجهول اصلی تغییر مکان یا سرعت است [۲۰]. ۳- روش لاگرانژی که مجهول و متغیر اصلی در محیط سیال، همانند سازه، تغییر مکان بوده و برای در نظر گرفتن اثر تنش‌های ناشی از دوران ساخت و یا آب‌گیری مخزن می‌توان از روش متغیر سرعت نیز استفاده کرد [۲۰]. هدف این پژوهش، بررسی و مقایسه پاسخ سدهای بتنی وزنی با مدل‌سازی مخزن به دو روش اویلری و لاگرانژی است.

## ۲- تئوری

### ۲-۱- روش لاگرانژی

فرمول‌بندی سیستم سد و مخزن به روش لاگرانژی در مراجع [۲۱]، نوائی‌نیا و احمدی [۲۲] و علی جمشیدی و همکاران [۲۳] به طور کامل معرفی شده است. در این حالت برای سیستم سد-پی-مخزن معادله دینامیکی حرکت به شکل زیر بر حسب تغییر مکان نقاط گرهی شبکه اجزاء محدود باید حل شود:

با این فرضیات که تحریک خارجی (مثل شتاب اعمالی زلزله)، هارمونیک؛ سد و پی آن، کاملاً صلب؛ تغییر مکان‌های آب مخزن، کوچک؛ امواج آب، غیرچرخشی؛ وجه بالادست سد، قائم؛ کف مخزن، افقی و فشار در سطح مخزن و در بالادست مخزن (در بی‌نهایت) هنگام تحریک همواره صفر باشد؛ ارائه شد. حل تحلیلی Westergaard به‌وسیله‌ی محققین مختلف مانند Von Karman بررسی و ارزیابی شده و نشان داده شد که به ازای مقادیر دوره‌ی تحریک کوچک‌تر از دوره‌ی طبیعی مخزن، اعتبار دارد [۲]. Chwang & Housner بر مبنای موازنه اندازه حرکت، توزیع فشار هیدرودینامیک را برای سدهای شیب‌دار در وجه بالادست تعیین کردند [۳]. در ادامه، محققین مختلف با حذف بعضی فرضیات ساده‌شونده Westergaard برای تکمیل و توسعه بازه استفاده شده در آن سعی کردند که می‌توان به کارهای Zangar & Haefeli، Kotsubo، Zienkiewicz & Nath و Bustamante et al. اشاره کرد [۴، ۵، ۶ و ۷]. Chopra در روش تحلیلی خود با در نظر گرفتن شتاب تحریک به صورت هارمونیک و به شکل مختلط، محدودیت پاسخ وسترگارد را برای سد و پی صلب که فقط به ازای فقط دوره‌های تحریک کوچک‌تر از دوره طبیعی مخزن اعتبار داشت، برطرف کرد [۸]. وی سپس در سال ۱۹۶۸ پاسخ سد تحت شتاب افقی و قائم زمین با مقدار دلخواه را با در نظر گرفتن تراکم‌پذیری سیال ارائه کرد [۹]. در ادامه، بیشتر کارهای تحقیقاتی که برای در نظر گرفتن اثر اندرکنش سازه و مخزن انجام شد، به دلیل پیچیدگی روش‌های حل دقیق به سمت روش‌های عددی تمایل پیدا کرد. می‌توان به کارهای Saint John و Chakrabarti & Chopra با حل مسئله مورد نظر در محدوده فرکانس، Chopra & Chakrabarti و Chopra & Gupta با در نظر گرفتن اثر اندرکنش پی، Hall & Chopra و Fenves &

مخزن، ( $s_2$ )، مقداری از انرژی امواجی که به کف مخزن می‌رسند را جذب می‌کنند. اثر جذب انرژی به وسیله‌ی رسوبات کف مخزن را می‌توان با رابطه زیر تعیین کرد [۲۲]:

$$C_{R_2} = \frac{\rho_w \cdot C_w}{\beta} \int_{s_2} N^T n^T n N \cdot ds \quad (۳)$$

$\beta$ ، ضریبی است که به جنس رسوبات کف مخزن بستگی دارد.

۳- Wilson & Khalvati با استفاده از انرژی پتانسیل ناشی از حرکت سطح آزاد مایع، سختی اجزای قرار گرفته در مرز سطح آزاد مخزن (مرز  $s_3$ ) را به شکل زیر ارائه دادند [۳۱]:

$$S_f = \rho_w \cdot g \int_{s_3} N^T n^T n N \cdot ds \quad (۴)$$

$g$  شتاب گرانش زمین است.

۴- در فصل مشترک سد-مخزن ( $s_4$ ) و مخزن-پی ( $s_2$ ) شرایط مرزی باید به گونه‌ای باشد که تغییر مکان‌های قائم بر سطوح  $s_2$  و  $s_4$  برای محیط آب و سازه برابر باشند. روش استفاده شده در این پژوهش این است که برای گره‌هایی که در مرز مشترک سد-مخزن قرار دارند، یک درجه آزادی تغییر مکان در راستای عمود بر وجه سد و دو درجه آزادی در راستای مماس بر وجه سد استفاده می‌شود [۲۶].

۵- شرط مرزی در مرزهای  $s_5$  مربوط به پی، شبیه مرز  $s_1$  بوده و همان شرط انتشار امواج (تشنوع) است. اما از آنجایی که در محیط جامد، انتشار امواج هم‌زمان به شکل موج حجمی و برشی است، در مرزهای  $s_5$  نیز می‌توان با دمپ‌های فرضی، شرط انتشار موج را به شکل زیر بیان کرد [۲۰]:

برای امواج طولی:

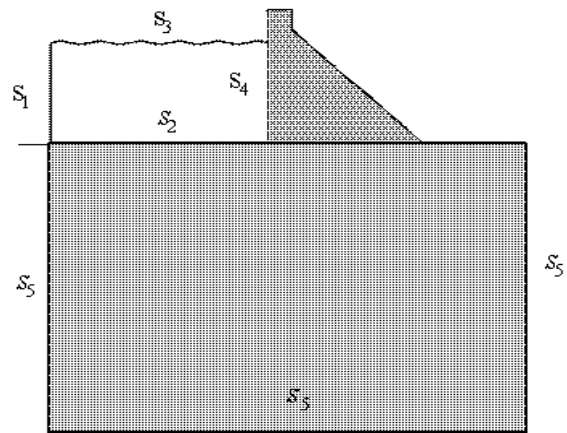
$$C_{R_5} = \sqrt{\frac{E_f(1-\nu_f)}{(1+\nu_f)(1-2\nu_f)\rho_f}} \int_{s_5} N^T n^T n N \cdot ds \quad (۵)$$

برای امواج عرضی:

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = F(t) \quad (۱)$$

$M, C, K$  به ترتیب ماتریس‌های جرم، میرایی، سختی و  $\ddot{u}, \dot{u}, u$  به ترتیب بردار شتاب، سرعت و تغییر مکان نقاط گرهی شبکه اجزای محدود و  $F(t)$  بردار نیروهای خارجی است.

شرایط مرزی سیستم سد-پی-مخزن مطابق شکل (۱) در سطوح  $s_1$  تا  $s_5$  به شکل زیر اعمال می‌شود:



شکل (۱) سیستم سد-پی-مخزن و مرزهای آن

شرایط مرزی برای سیستم سد-پی-مخزن در روش لاگرانژی

۱- در مرز بالادست مخزن ( $s_1$ ) شرط مرزی sommerfeld برای تأمین شرط عبور امواج فشاری آب بدون هیچ‌گونه انعکاسی باید اعمال شود. ماتریس استهلاك حاصل از این اجزا به صورت زیر بیان می‌شود [۲۵]:

$$C_{R_1} = \rho_w \cdot C_w \int_{s_1} N^T n^T n N \cdot ds \quad (۲)$$

$N$  توابع شکل اجزای مخزن در مرز  $s_1$ ،  $n$  بردار نرمال عمود بر مرز مورد نظر،  $\rho_w$  جرم حجمی سیال و  $C_w$  سرعت امواج الاستیک در محیط مخزن است که از رابطه قابل محاسبه می‌شود.

۲- رسوبات و توده‌های سنگ و خاک موجود در کف

$\dot{P}$  مشتق اول فشار نسبت به زمان است. انتگرال داخل کروشه با  $A_1$  نشان داده می‌شود و (ماتریس استهلاك، انتشاری است).

۲- اثر جذب انرژی در مرز  $S_2$  به وسیله‌ی رسوبات کف مخزن را در روش اویلری می‌توان از رابطه زیر تعیین کرد:

$$\frac{\partial P}{\partial n} = -\frac{1}{\beta C_w} \dot{P} \quad (10)$$

$$-\int_{S_2} N^T \frac{\partial P}{\partial n} ds = \left[ \frac{1}{\beta C_w} \int_{S_2} N^T N ds \right] \dot{P} \quad (11)$$

انتگرال داخل کروشه با  $A_2$  نشان داده می‌شود و ماتریس استهلاك، انکساری است.

۳- شرط مرزی در سطح مخزن  $S_3$  را در روش اویلری می‌توان به کمک رابطه زیر اعمال کرد:

$$\frac{\partial P}{\partial n} = \frac{-1}{g} \ddot{P} \quad (12)$$

$$-\int_{S_3} N^T \frac{\partial P}{\partial n} ds = \left[ \frac{1}{g} \int_{S_3} N^T N ds \right] \ddot{P} \quad (13)$$

انتگرال داخل کروشه با  $E_2$  نشان داده می‌شود و ماتریس شبه جرم، ناشی از امواج سطحی مخزن است.

۴- برای اعمال شرایط مرزی در مرز مشترک سد-مخزن  $S_4$  و مخزن-پی  $S_2$  باید شرط زیر برقرار باشد:

$$\frac{\partial P}{\partial n} = -\rho a_{ns} \quad (14)$$

$a_{ns}$ ، شتاب سازه در راستای عمود بر مرز مشترک آب و سازه است و در روش اجزای محدود به شکل زیر بیان می‌شود:

$$a_{ns} = n a_s = n (\bar{N} \ddot{u}_{tot}) \quad (15)$$

$$a_{ns} = n \bar{N} (\ddot{u} + \ddot{u}_g) \quad (16)$$

$$C_{R5} = \sqrt{\frac{E_f}{2(1+\nu_f)\rho_f}} \int_{S_5} N^T n^T n N ds \quad (6)$$

$E_f$  و  $\rho_f$ ،  $\nu_f$  به ترتیب ضریب پواسون، چگالی و مدول الاستیسیته پی است. این میرایی با اثر میرایی داخلی اجزای سازه جمع می‌شود.

## ۲-۲- روش اویلری

فرمول‌بندی سیستم سد و مخزن با روش اویلری در مراجع وائقی [۲۷]، احمدی و قره‌باغی [۲۸] و علی‌جمشیدی و همکاران [۲۳] به طور کامل معرفی شده است؛ در این حالت برای محیط سازه (سد و پی) معادله دینامیکی حرکت برحسب تغییر مکان نقاط گرهی سازه به شکل بیان‌شده در معادله (۱) است.

معادله دیفرانسیل حاکم بر انتشار امواج فشار هیدرودینامیک در محیط مخزن، از معادلاتی موسوم به معادلات شبه‌هارمونیک است که به شکل زیر بیان می‌شود [۲۸]:

$$\nabla^T K_B \nabla P - \rho_w \ddot{P} = 0 \quad \text{در } \Gamma \quad (7)$$

$\ddot{P}$  مشتق دوم فشار  $I$ ، ماتریس واحد،  $K_B = K_B I$  نسبت به زمان،  $\nabla^T$  ترانهاده اپراتور  $\nabla$  و  $\Gamma$  سطح داخلی مخزن است. برای حل معادله دیفرانسیل بالا از روش ریتز-گالرکین استفاده شده است.

شرایط مرزی برای سیستم سد-پی-مخزن در روش اویلری شرایط مرزی در چهار مرز مخزن به شکل زیر محاسبه می‌شود [۲۳]:

۱- شرط انتشار امواج در مرز  $(S_1)$  به شکل زیر بیان می‌شود:

$$\frac{\partial P}{\partial n} = \frac{-1}{C_w} \dot{P} \quad (8)$$

$$-\int_{S_1} N^T \frac{\partial P}{\partial n} ds = \left[ \frac{1}{C_w} \int_{S_1} N^T N ds \right] \dot{P} \quad (9)$$

گام زمانی برابر ۰/۰۱ فرض شد. برای مقایسه دو دیدگاه لاگرانژی و اویلری، بلندترین موندیت سد بتنی وزنی Pine Flat که در ایالت کالیفرنیا آمریکا روی رودخانه King در نزدیکی Fresno احداث شده، بررسی شد که ارتفاع آن نسبت به تراز کف رودخانه حدود ۱۲۲ m (400 ft)، ضخامت آن در کف ۹۶ m (314 ft) و در تاج ۹۸ m (32 ft) است. همچنین شیب وجوه بالادست و پایین دست سد به ترتیب ۵ درصد و ۱ به ۰/۷۸ و بیشینه تراز سطح آب نسبت به کف رودخانه ۱۶/۱۶ m (381 ft) است. برای شبکه اجزای محدود، عمق پی، سه برابر ارتفاع سد و عرض آن پنج برابر ضخامت کف سد در نظر گرفته شده که از این مقدار، سه برابر عرض کف سد در راستای بالادست مخزن در نظر گرفته شده است [۳۰]. همان طور که اشاره شد مدل اجزای محدود استفاده شده برای تحلیل سیستم سد پی-مخزن، مطابق شکل (۲) است که شامل ۹۹ گره و ۲۰ المان برای محیط مخزن، ۵۳ گره و ۱۲ المان برای محیط سد و ۲۵۱ گره و ۷۲ المان برای محیط پی است. گام زمانی، ابعاد پی، طول مدل شده مخزن و تعداد المانها با آنالیزهای مختلف سیستم سد پی-مخزن به هر دو روش لاگرانژی و اویلری با تغییر ابعاد، اندازه ها و تعداد المانها حاصل شده است [۳۰].

شتاب نگاشت زلزله اعمال شده به سد مربوط به زلزله Taft ضبط شده در تاریخ ۲۱ ژوئیه ۱۹۵۲ در مدرسه لینکن ایالت کالیفرنیا است. آنالیز دینامیکی سد Pine Flat تحت تأثیر مؤلفه های افقی و قائم این زلزله انجام شده است.

ا\_s شتاب سد، ماتریس  $\bar{N}$ ، تابع شکل اجزای سازه،  $\ddot{u}_{tot}$  شتاب کل گره های سازه،  $\ddot{u}$  بردار شتاب نسبی گره های سازه و  $\ddot{u}_g$ ، شتاب زمین در محل پی سد است.

$$-\int_{s_4, s_2} N^T \frac{\partial P}{\partial n} ds = \rho \left[ \int_{s_4, s_2} N^T n \bar{N} ds \right] \ddot{u}_{tot} \quad (17)$$

انتگرال داخل کروشه با  $Q^T$  نشان داده می شود. ماتریس اندر کنش بین سد و مخزن و مخزن و پی است. ۵- شرط مرزی در مرزهای  $s_5$  مربوط به پی، کاملاً شبیه روش لاگرانژی است.

### ۳- روش تحلیل

در این پژوهش از محیط نرم افزار Visual C#.NET 2003 برای برنامه نویسی استفاده شده است که امکان استفاده از گرافیک در برنامه و ساخت برنامه تحت ویندوز را فراهم می کند، برنامه کامپیوتری تهیه شده بر اساس فرمول بندی تشریح شده بالا قابلیت تحلیل دینامیکی سدهای بتنی تحت اثر زلزله به هر دو روش گفته شده را دارد. برای ایجاد شرایط مشابه و امکان مقایسه، در هر دو روش اویلری و لاگرانژی اجزای محیط مخزن با المان ۹ گرهی و محیط سد برای کاهش حجم محاسبات با المان ۸ گرهی مدل شده است. برای حل معادلات تعادل دینامیکی حاکم بر سیستم، از روش شتاب میانگین ثابت نیومارک استفاده شده است [24].

### ۴- نتایج عددی

در این بخش به بررسی پارامتریک تأثیر عوامل مختلف بر پاسخ سد با مدل سازی مخزن به روش های لاگرانژی و اویلری پرداخته می شود تا در نهایت این دو روش از جنبه های مختلف ارزیابی و مقایسه شوند. درهمه ی مسائل بررسی شده این بخش، برای آب مخزن، مقادیر  $\rho_w = 1000 \text{ kg/m}^3$

خاص خود، فقط رفتار دینامیکی آب را مدل کرده و قادر به تحلیل استاتیکی مدل نیست. در حالی که در روش لاگرانژی، تحلیل استاتیکی سیال همانند اجسام جامد به سهولت انجام‌پذیر است. یکی از مزیت‌های روش اوپلری این است که محدودیتی در مورد نوع المان استفاده شده وجود ندارد. در حالی که در روش لاگرانژی، برای حذف مدهای جعلی و به دست آوردن نتیجه دقیق، در انتخاب نوع المان و تعداد نقاط انتگرال‌گیری گوس محدودیت وجود دارد. در روش لاگرانژی، مقادیر فشار در نقاط گوس المان‌های آب به دست می‌آیند و برای محاسبه آن در گره‌های المان، ناچار نیاز به برون‌یابی است که این خود علاوه بر حجیم‌تر کردن محاسبات، از دقت پاسخ می‌کاهد.

## ۲-۴- بررسی تأثیر رسوبات کف مخزن

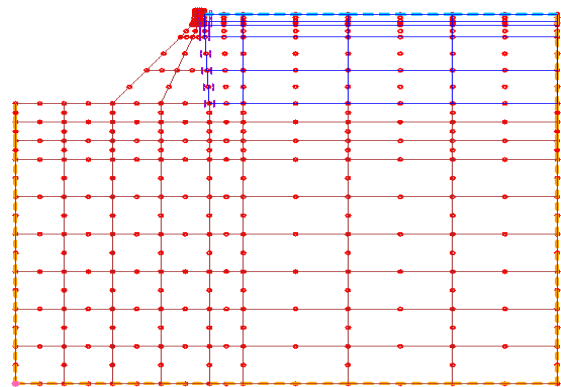
برای بررسی اثر رسوبات کف مخزن و مقایسه دو روش مدل‌سازی مخزن، تحلیل به ازای چهار مقدار مختلف  $\beta$  انجام و نتایج در جدول ۱ خلاصه شده است. در این جدول مشاهده می‌شود که ارزیابی تأثیر رسوبات کف مخزن به دو روش لاگرانژی و اوپلری تقریباً برابر است؛ ضمن این‌که رسوبات کف مخزن در حالتی که پی، صلب فرض می‌شود، تحت شتاب افقی زمین، پاسخ را تا ۱۵ درصد و در حالت شتاب قائم زمین تا حدود ۶۰ درصد کاهش می‌دهد. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که رسوبات کف مخزن، تأثیر بسیار زیادی در جذب انرژی زلزله و کاهش پاسخ سیستم، تحت تحریک شتاب قائم زمین دارد؛ در حالی که این تأثیر برای شتاب افقی زمین کمتر است.

## ۳-۴- بررسی تأثیر شیب کف مخزن

در جداول ۲ تا ۴ خلاصه نتایج تحلیل سد بررسی شده با تغییر شیب کف مخزن (با ثابت بودن پاشنه سد) مشاهده

شتاب بیشینه مؤلفه‌های افقی و قائم زلزله به ترتیب 0.18 g و 0.1 g است.

در جداول ۱ تا ۷، نتایج به دست آمده از تحلیل‌های مختلف، سیستم سد-مخزن - پی ارائه شده است. در این جداول  $L_V$  و  $L_H$  پاسخ تغییر مکان افقی تاج سد حاصل از روش لاگرانژی به ترتیب برای مؤلفه‌های افقی و قائم شتاب زمین و  $E_V$  و  $E_H$ ، پاسخ تغییر مکان افقی تاج سد حاصل از روش اوپلری به ترتیب برای مؤلفه‌های افقی و قائم شتاب زمین است. در این جداول، منظور از پارامترهای  $E_{VP}$ ،  $E_{HP}$ ،  $L_{VP}$ ،  $L_{HP}$  درصد اختلاف مقادیر پاسخ‌های متناظر، نسبت به سطر اول هر جدول است که در ادامه تشریح می‌شود.



شکل (۲) مدل اجزای محدود سد Pine Flat با مخزن و پی

## ۱-۴- مقایسه کلی روشهای مدل‌سازی مخزن

در روش لاگرانژی، کل سیستم سد، مخزن و پی یک نوع متغیر دارد و ماتریس‌های سختی، جرم و میرایی کل سیستم، شکل متقارن و بانندی خواهد داشت. در حالی که در روش اوپلری چنین نیست. زمان تحلیل سد Pine Flat با مشخصات ذکر شده در این پژوهش به روش لاگرانژی حدود ۱/۱۷ برابر طولانی‌تر از روش اوپلری ثبت شده است. از جنبه قابلیت‌های تحلیلی، روش اوپلری به خاطر فرمول‌بندی

#### ۴-۴- بررسی تأثیر عمق مخزن

در جداول ۵ تا ۷، نتایج تأثیر عمق آب مخزن بر پاسخ سد ارائه و مشاهده می‌شود که میزان تأثیر کاهش عمق مخزن در پاسخ به دست آمده از دو روش لاگرانژی و اویلری تقریباً به یک اندازه است (با اختلاف حدود ۱۰ درصد). با کاهش عمق مخزن در حالت شتاب افقی زمین، پاسخ تا ۵۱ درصد کاهش یافته است و این کاهش در حالت شتاب قائم زمین به حدود ۷۰ درصد می‌رسد. می‌توان نتیجه گرفت که عمق مخزن تأثیر بسیار زیادی در پاسخ سیستم سد-مخزن-پی دارد. تأثیر مخزن در پاسخ به مؤلفه قائم زلزله بسیار بیشتر از پاسخ به مؤلفه افقی زلزله بوده و اختلاف پاسخ بین دو حالت مخزن پر و دوسوم پر، بسیار زیاد است؛ در حالی که این اختلاف برای عمق دوسوم پر و سایر اعماق، بسیار کم است.

می‌شود که در بیشتر موارد، برای شتاب افقی زلزله پاسخ حاصل از روش لاگرانژی [تا ۱۰ درصد در حالت پی صلب] بزرگ‌تر از روش اویلری بوده است؛ در حالی که برای شتاب قائم، روش اویلری پاسخ بیشتری را [تا حدود ۲ درصد] به دست می‌دهد. مشاهده می‌شود که افزایش شیب کف مخزن در حالت شتاب افقی زمین، پاسخ را تا ۳/۳ درصد کاهش داده است. در حالت شتاب قائم زمین، روند منظمی مشاهده نشده ولی در برخی تحلیل‌ها پاسخ را حتی تا ۱۳ درصد، بسته به انعطاف‌پذیری پی، افزایش یا کاهش داده است. می‌توان نتیجه گرفت که شیب کف مخزن تأثیر کمی در پاسخ سیستم تحت تحریک شتاب افقی زمین دارد و از میزان این تأثیر تحت تحریک شتاب قائم زمین نمی‌توان چشم‌پوشی کرد.

جدول (۱) تأثیر رسوبات کف مخزن بر پاسخ تغییر مکان افقی تاج سد Pine Flat تحت مؤلفه افقی و قائم زلزله Taft (پی صلب)

$E_{VP}(\%)$	$E_V(mm)$	$L_{VP}(\%)$	$L_V(mm)$	$E_{HP}(\%)$	$E_H(mm)$	$L_{HP}(\%)$	$L_H(mm)$	$\beta$
۰	۲۱.۰۰	۰	۲۲.۱	۰	۳۹.۴۱	۰	۴۰.۵۰	$\infty$
-۱۸.۵۷	۱۷.۱۰	-۱۸.۵۵	۱۸.۰۰	-۲.۸۱	۳۸.۳۰	-۱.۲۳	۴۰.۰۰	۲۰
-۳۱.۹۰	۱۴.۳۰	-۲۸.۰۵	۱۵.۹۰	-۵.۵۳	۳۷.۲۳	-۳.۲۳	۳۹.۲۰	۹
-۵۵.۷۱	۹.۳۰	-۵۳.۳۹	۱۰.۳۰	-۱۴.۶۹	۳۳.۶۲	-۱۱.۸۲	۳۵.۷۰	۳

جدول (۲) تأثیر شیب کف مخزن بر پاسخ تغییر مکان افقی تاج سد Pine Flat تحت مؤلفه افقی و قائم زلزله Taft (پی صلب)

$E_{VP}(\%)$	$E_V(mm)$	$L_{VP}(\%)$	$L_V(mm)$	$E_{HP}(\%)$	$E_H(mm)$	$L_{HP}(\%)$	$L_H(mm)$	شیب کف مخزن (%)
۰	۲۳.۶۰	۰	۲۳.۰۰	۰	۶۱.۹۵	۰	۷۴.۷۵	۰
-۱۲.۳۰	۲۰.۷۰	-۱۳.۰۴	۲۰.۰۰	-۱.۴۲	۶۱.۰۷	-۲.۵۹	۷۲.۸۱	۴
۰.۸۴	۲۳.۸۰	-۸.۲۶	۲۱.۱۰	-۳.۱۶	۵۹.۹۹	-۳.۲۹	۷۲.۲۹	۸

جدول (۳) تأثیر شیب کف مخزن بر پاسخ تغییر مکان افقی تاج سد Pine Flat تحت مؤلفه افقی و قائم زلزله Taft ( $E_f = 0.5E$ )

$E_{VP}(\%)$	$E_V(mm)$	$L_{VP}(\%)$	$L_V(mm)$	$E_{HP}(\%)$	$E_H(mm)$	$L_{HP}(\%)$	$L_H(mm)$	شیب کف مخزن (%)
۰	۲.۷۰	۰	۲.۷۰	۰	۳۱.۸۹	۰	۳۱.۴۸	۰
-۳.۷۰	۲.۶۰	-۰.۳۷	۲.۶۹	۱.۲۸	۳۲.۳۰	۰.۹۵	۳۱.۵۱	۴
-۱۱.۱۱	۲.۴۰	۱۱.۱۱	۳.۰۰	۳.۳۵	۳۲.۹۶	۰.۶۰	۳۱.۶۷	۸

جدول (۴) تأثیر شیب کف مخزن بر پاسخ تغییر مکان افقی تاج سد Pine Flat تحت مؤلفه افقی و قائم زلزله Taft ( $E_f = 2E$ )

شیب کف مخزن (%)	$L_{HP}(mm)$	$E_{HP}(\%)$	$L_V(mm)$	$L_{VP}(\%)$	$E_V(mm)$	$E_{VP}(\%)$
۰	۳۹.۸۳	۰	۱۳.۵۰	۰	۱۳.۵۰	۰
۴	۳۹.۴۶	-۰.۹۳	۱۳.۴۸	-۰.۱۴	۱۳.۰۰	-۳.۷۰
۸	۳۹.۱۸	-۱.۶۳	۱۲.۹۰	-۰.۴۴	۱۲.۳۰	-۸.۸۹

جدول (۵) تأثیر عمق مخزن بر پاسخ تغییر مکان افقی تاج سد Pine Flat تحت مؤلفه افقی و قائم زلزله Taft ( $E_f = 2E$ )

عمق مخزن	$L_{HP}(mm)$	$E_{HP}(\%)$	$L_V(mm)$	$L_{VP}(\%)$	$E_V(mm)$	$E_{VP}(\%)$
پر	۳۸.۰۴	۰	۱۳.۵۸	۰	۱۳.۱۶	۰
۲/۳	۲۲.۲۶	-۴۱.۴۸	۳.۸۸	-۷۱.۴۳	۲.۷۲	-۷۹.۳۳
۱/۳	۱۸.۸۶	-۵۰.۴۲	۳.۷۹	-۷۲.۰۹	۳.۹۱	-۷۰.۲۹
خالی	۱۸.۶۲	-۵۱.۰۵	۴.۱۶	-۶۹.۳۷	۴.۲۳	-۶۷.۸۶

جدول (۶) تأثیر عمق مخزن بر پاسخ تغییر مکان افقی تاج سد Pine Flat تحت مؤلفه افقی و قائم زلزله Taft ( $E_f = 0.5E$ )

عمق مخزن	$L_{HP}(mm)$	$E_{HP}(\%)$	$L_V(mm)$	$L_{VP}(\%)$	$E_V(mm)$	$E_{VP}(\%)$
پر	۲۸.۹۲	۰	۶.۱۲	۰	۴.۹۳	۰
۲/۳	۲۵.۶۳	-۱۱.۳۸	۲.۴۷	-۵۹.۶۴	۲.۰۰	-۵۹.۴۳
۱/۳	۲۴.۶۰	-۱۴.۹۴	۲.۴۸	-۵۹.۴۸	۲.۷۷	-۴۳.۸۱
خالی	۲۴.۳۸	-۱۵.۷۰	۲.۴۴	-۶۰.۱۳	۲.۶۸	-۴۵.۶۴

جدول (۷) تأثیر عمق مخزن بر پاسخ تغییر مکان افقی تاج سد Pine Flat تحت مؤلفه افقی و قائم زلزله Taft 1952 (پی صلب)

عمق مخزن	$L_{HP}(mm)$	$E_{HP}(\%)$	$L_V(mm)$	$L_{VP}(\%)$	$E_V(mm)$	$E_{VP}(\%)$
پر	۳۹.۷۵	۰	۱۴.۶۷	۰	۱۴.۳۲	۰
۲/۳	۳۵.۷۵	-۱۰.۰۶	۳.۷۲	-۷۴.۶۴	۳.۶۵	-۷۴.۵۱
۱/۳	۳۱.۲۲	-۲۱.۴۶	۴.۱۵	-۷۱.۷۱	۴.۱۳	-۷۱.۱۶
خالی	۳۰.۸۲	-۲۲.۴۷	۵.۱۰	-۶۵.۲۴	۵.۰۵	-۶۴.۷۳

## ۵- نتیجه گیری

بر اساس تحلیل‌های انجام شده برای سد Pine Flat، نتایج زیر حاصل شد:

۱- در روش لاگرانژی، کل سیستم سد-پی-مخزن یک نوع متغیر دارد و ماتریس‌های سختی و جرم کل سیستم، شکل متقارن و بانندی خواهند داشت، در حالی که در روش اوپلری چنین نیست و زمان تحلیل سد Pine Flat با مشخصات گفته شده، به روش لاگرانژی حدود ۱/۱۷ برابر

زمان تحلیل به روش اوپلری برای زلزله Taft (به ازای زمان

یکسان شتاب نگاشت‌ها) است.

۲- مدل‌سازی مخزن به دو روش لاگرانژی و اوپلری

با احتساب جذب انرژی به‌وسیله‌ی رسوبات کف مخزن با یک‌دیگر اختلاف محسوسی نداشته؛ ضمن این‌که رسوبات کف مخزن تأثیر بسیار زیادی در جذب انرژی و کاهش پاسخ سیستم به‌ویژه تحت تحریک شتاب قائم زمین دارد. به‌طوری‌که تحت شتاب افقی زلزله Taft، پاسخ تا ۱۵ درصد



- Hydrodynamic Pressures on Arch Dams- an Electric Analog Solution”, Proc. Inst. Civ. Engrg., Vol. 25, 1983, pp. 165- 176
- [37] Kotsubo S., ”Dynamic Water Pressure on Dam due to Irregular Earthquakes”, Memoirs Faculty of Engineering, Kyushu University, Fukuoka, Japan, Vol. 18, No. 4, 1959.
- [38] Bustamante J. I., Rosenblueth E., Herrera I., and Flores, A., “Presion Hidrodinamica en Presas y Depositos”, Boletin Sociedad Mexicana de Ingenieria Sismica. Vol. 1, No. 2, Oct. 1963.
- [39] Chopra A. K., “Hydrodynamic Pressure on Dams during Earthquakes”, Proc. ASCE, EM6, 1967.
- [40] Chopra A. K., “Earthquake behavior of reservoir-dam system”, J. Eng. Mech., ASCE 94(6), 1968, pp. 1475-1499.
- [41] Saint John C. M. “Finite Element Analysis of Two and Three-Dimension Jointed Structures-Computer Programs”, Rock Mechanics Research Report No.13, Imperial College, London, United Kingdom, 1972
- [42] Chakrabarti P., and Chopra A. K., “Earthquake Analysis of Gravity Dams Including Hydrodynamic Interaction”, Earthquake Engrg. Struct. Dyn., Vol. 2(2), 1973, pp. 143- 160.
- [43] Chopra A. K., Chakrabarti P. “Earthquake analysis of concrete gravity dams including dam-fluid-foundation rock interaction”, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, vol. 9, 1981, pp. 363-383.
- [44] Chopra A. K., and Gupta S., “Hydrodynamic And Foundation Interaction Effects in Frequency Response Functions for Concrete Dams”, Earthquake Engrg. Struct. Dyn., Vol. 10(1), 1982, pp. 89- 106.
- [45] Hall J. F., Chopra A. K. “Two dimensional dynamic analysis of concrete gravity and embankment dams including hydrodynamic effects”, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, vol. 10, 1982, pp. 305-332.
- [46] Feneves G., Chopra A. K., “Effects of reservoir bottom absorption and dam-water-foundation rock interaction on frequency response functions for concrete gravity dams”, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, vol. 13, 1985, pp. 13-31.
- و در حالت شتاب قائم تا حدود ۶۰ درصد کاهش می یابد.
- ۳- در بررسی اثر شیب کف مخزن مشاهده می شود که در بیشتر موارد، پاسخ حاصل از روش لاگرانژی تا ۱۰ درصد در حالت پی صلب، بزرگتر از روش اویلری بوده است. همچنین افزایش شیب کف مخزن در حالت شتاب افقی زمین پاسخ را کاهش و در حالت شتاب قائم زمین، در برخی تحلیل ها پاسخ را حتی تا ۱۳ درصد، بسته به انعطاف پذیری پی، افزایش یا کاهش داده است. به عبارت دیگر، تحت تحریک شتاب افقی شیب کف مخزن تأثیر کمی بر پاسخ سیستم می گذارد، که از میزان این تأثیر تحت تحریک شتاب قائم زمین نمی توان چشم پوشی کرد.
- ۴- با بررسی اثر عمق مخزن مشاهده می شود پاسخ حاصل از روش لاگرانژی بیشتر از روش اویلری است و با کاهش عمق آب مخزن این اختلاف حدود ۱۰ درصد خواهد بود.
- ۵- در همه ی تحلیل های انجام شده، مشاهده شد که صلب فرض کردن پی، اغلب پاسخ های بزرگتری را نسبت به حالتی که در آن اندر کنش پی در نظر گرفته شده، نتیجه می دهد.

## ۶- منابع

- [32] Westergaard H. M., “Water Pressure on Dams during Earthquakes”, ASCE, 1931.
- [33] von Karman T., “Discussion of Water Pressures on Dams during Earthquakes”, Trans., ASCE, Vol. 98, 1933, pp. 434- 436.
- [34] Chwang A. T., and Housner G. W., “Hydrodynamic Pressures on Sloping Dams during Earthquakes. Part 1. Momentum Method”, J. Fluid Mech., Vol. 7, Part 2, 1978, pp. 335- 341.
- [35] Zangar C. N., and Haefeli R. J., “Electric Analog Indicates Effect of Horizontal Earthquake Shock on Dams”, Civ. Engrg., Apr. 1952, pp. 54- 55.
- [36] Zeinkiewicz O. C., and Nath B., “Earthquake

- [57] Beer G., "An Isoparametric Joint / Interface Element for Finite Elements Analysis", Int. J. Num. Eng., Vol.21, 1985.
- [۵۸] واثقی امیری جواد، «تحلیل دینامیکی غیرخطی شکست سدهای وزنی با در نظر گرفتن اندرکنش تحت بار زلزله»، رساله دکتری، دانشگاه تربیت مدرس، دانشکده مهندسی عمران، ۱۳۷۶.
- [۵۹] احمدی محمدتقی، قره‌باغی ب؛ تحلیل اندرکنش دینامیکی سد و مخزن به روش اویلر- لاگرانژ»، تهران، موسسه بین‌المللی زلزله‌شناسی و مهندسی زلزله، شماره ۳-۹۳-۷۲، ۱۳۷۲.
- [60] Chopra A. K., Chakrabarti, P., "Earthquake Analysis of Concrete Gravity Dams Including Dam- Water- Foundation Rock Interaction", Earthquake Engng. Struct. Dyn., Vol. 9, 1981, pp. 363-83.
- [۶۱] خان محمدی لیلا؛ «ارزیابی روش‌های لاگرانژی و اویلری در تعیین تحلیل دینامیکی خطی سدهای بتنی وزنی با احتساب اندرکنش مخزن و پی تحت اثر زلزله»، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه مازندران، ۱۳۸۷.
- [47] Soini S. S., Bettis P., Zeinkiewicz O. C., "Coupled hydrodynamic response of concrete gravity dams using finite and infinite elements", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, vol.6, 1978, pp. 363-374.
- [48] Lui P. L. -F., and Cheng A. H. -D., "Boundary Solutions for Fluid- Structure Interaction", J. Hydr. Engrg., ASCE, Vol. 110(1), 1984, pp. 51-64.
- [49] Fenves G., and Chopra A. K., "Earthquake Analysis of Gravity Dams Including Reservoir Bottom Absorption and Dam- Water- Foundation Rock Interaction", Earthquake Engng. Struct. Dyn., Vol. 13(1), 1985, pp. 13-31.
- [50] Fok K. L., and Chopra A. K., "Earthquake Analysis of Arch Dams Including Dam- Water Interaction, Reservoir Boundary Absorption And Foundation Flexibility", Earthquake Engng. Struct. Dyn., Vol. 14(2), 1986, pp. 155- 184.
- [51] Navayineya B., "Mathematical Modeling of Concrete Gravity Dams under Earthquake with Construction Joint", Ph.d. thesis, Moscow Power Engrg. Institute (In Russia), 1988.
- [52] Wilson E. L., Khalvati M., "Finite Elements for Dynamic Analysis of Fluid- Solid Systems", Int., J. Num. Meth. Eng. Vol. 19, 1983.
- [۵۳] نوایی نیا، بهرام، احمدی، محمدتقی، «تحلیل هیدرودینامیک سد و مخزن به روش لاگرانژی»، مجله بین‌المللی علوم مهندسی دانشگاه علم و صنعت ایران، ۱۳۶۹.
- [۵۴] علی جمشیدی، داوود، نوایی نیا بهرام، واثقی امیری، جواد؛ «تحلیل دینامیکی سدهای بتنی وزنی با مدل‌سازی مخزن به روش‌های لاگرانژی و اویلری»، نشریه دانشکده فنی دانشگاه تهران، شماره ۶، جلد ۴۱، ۱۳۸۶، ص.ص. ۷۲۴-۷۰۹.
- [55] Bathe K. J., Finite Element Procedures in Eng. Analysis, Prentice Hall, 1996.
- [۵۶] نوایی نیا بهرام؛ «تحلیل هیدرودینامیک سد و مخزن به روش لاگرانژی»، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، دانشکده مهندسی عمران، ۱۳۶۹.

«Research Note»

## Evaluation of Eulerian and Lagrangian Methods in the Analysis of Concrete Gravity Dam Including Dam Water Foundation Interaction under Earthquake

L. Khan Mohammadi<sup>1</sup>, J. Vaseghi Amiri<sup>2\*</sup>, B. Navayi-nia<sup>3</sup>

1- Ph.D Student, Faculty of Civil, Babol Industrial University, Babol, Iran

2- Associate Professor, Faculty of Civil, Babol Industrial University, Babol, Iran

3- Assistant Professor, Faculty of Civil, Babol Industrial University, Babol, Iran

vaseghi@nit.ac.ir

### Abstract:

Hydrodynamic pressure on the upstream face of the concrete dams under the effect of earthquake is one of the most important parameters, in planning dams' structure in earthquake zone. Because of the reservoir effect, dynamic analysis of concrete dams is more involved than other common structures. This problem is mostly sourced by the differences between reservoir water, dam body and foundation material behaviors. As a result, researches in this case must be able to evaluate the response of dam with consideration of dam's interaction with reservoir and its foundation. This problem has been studied vastly by different researchers.

The first research on the analysis of concrete gravity dam has been done by Westergaard in 1930 and hydrodynamic pressure on the dam face was obtained by some simplifications. There were a lot of other researches which studied the seismic behavior of the dam-reservoir system, including nonlinear behavior of the dam under pressure and also cavitation. In each research, different modeling methods are presented which are divided into two main groups. In first method which is called Eulerian method, pressure is the main unknown variable in reservoir nodes. In the second method that its main unknown variable is displacement of nodes is called lagrangian method. Each of the methods contain some advantageous and disadvantageous.

The purpose of this paper is to evaluate possible advantages and disadvantages of both methods. Specifically, application of the above methods in the analysis of dam-foundation-reservoir systems is leveraged to calculate the hydrodynamic pressure on dam faces. Within the frame work of dam- foundation-reservoir systems, dam displacement under earthquake for various dimensions and characteristics are also studied. To achieve this purpose, visual C#.NET 2003 computer programming language is used in this investigation that produces possibility of dynamic analysis of concrete dams under earthquake with system modeling by both methods. Nine node elements for reservoir and eight node elements for dam and foundation are used for both methods. Also newmark average acceleration method is used for solving dynamic's equilibrium equation.

In this paper the response of the tallest, non-overflow monolith of Pine Flat dam in California, which is 122 m high, to horizontal and vertical component of earthquake is computed. A water depth of 116 m is considered in full reservoir condition, and the water has the following properties: unit mass,  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ , bulk modulus,  $K = 2.07 \cdot 10^9 \text{ kg/m}^2$ , and pressure wave velocity,  $c_w = 1440 \text{ m/s}$ . The finite element model of reservoir consists of 12 isoparametric elements and it extends upstream a distance of 366 m, three times the dam height. The dam consists of 20 isoparametric elements. The concrete of dam has the unit mass of  $\rho = 2500 \text{ kg/m}^3$ , young's modulus of  $E = 2.275 \cdot 10^{10} \text{ kg/m}^3$ , and poisson's ratio of  $\nu = 0.25$ . The concrete of foundation has the unit mass of  $\rho_f = 2500 \text{ kg/m}^3$ , young's modulus of  $E_f = 4.45 \cdot 10^{10} \text{ kg/m}^3$ , and poisson's ratio of  $\nu_f = 0.25$ . The peak acceleration of S69E and vertical components are 0.18g and 0.1g, respectively.

The results of both Lagrangian and Eulerian methods for Pine Flat dam are quantitatively evaluated and compared in different condition and following results are achieved:

- 1- In Lagrangian Method, there is only one variable in equilibrium equation and mass and stiffness matrixes are symmetric. But there is not such a condition in Eulerian method. Also, the numbers of unknown parameters are different in two methods. By considering these differentiations, needed time for analysis of Pine Flat Dam under Taft earthquake, with mentioned characteristics, by Lagrangian method is 1.17 times more than needed time for Eulerian method.
- 2- The effect of material on reservoir's bottom in absorbing energy and reducing system's response was considerable especially under vertical component of the earthquake. Results indicate that this case is not affected by reservoir modeling method. By applying this effect, the response will decrease about 15% under horizontal component and 60% under vertical component of the earthquake.
- 3- By evaluating the effect of reservoir bottom's slope, it is concluded that in the case of rigid foundation, the response by Lagrangian modeling is about 10% more than Eulerian one. With the increase of slope, the response will decrease under horizontal component of earthquake but it will decrease or increase about 13% under vertical component of the earthquake. In other words, reservoir bottom slope has little effect on response of the system under both vertical and horizontal component of earthquake. But this effect is not negligible.
- 4- It is included from the analyses that by decreasing the depth of reservoir the response will decrease up to 50 percent under horizontal component of earthquake. This amount is 80 percent under vertical component. Also in the case of decreased depth, response of Lagrangian method is about 10% more than Eulerian method.
- 5- In all analysis, the assumption of rigid foundation results in greater answers than the cases of flexible foundation.

**Keywords:** Dam-Reservoir-Foundation Interaction, Concrete gravity dam, Eulerian and Lagrangian Method, Earthquake