

# مدل آنالیز محور تنش - کرنش بتن محصور شده با FRP در مقاطع مستطیلی تحت بارهای فشاری یکنواخت

امید ارباب تفتی<sup>۱</sup>، هادی ضیالالدینی دشتخاکی<sup>۲\*</sup>، محمد قانونی بقا<sup>۳</sup>

- ۱- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی عمران دانشگاه ولیعصر (عج) رفسنجان، ایران
- ۲- استادیار دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه ولیعصر (عج) رفسنجان، ایران\*
- ۳- استادیار گروه مهندسی عمران، واحد تهران شرق، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

\*h.ziaadiny@vru.ac.ir

تاریخ دریافت: ۹۹/۲/۲۱ تاریخ پذیرش: ۹۹/۶/۲۷

## چکیده

محصور کردن ستون‌های بتنی توسط ماده مرکب کامپوزیتی FRP یکی از روش‌های متداول برای بهبود مقاومت و شکل‌پذیری آنها است. به منظور طراحی مناسب ستون‌های مستطیلی محصورشده با کامپوزیت‌های FRP، شناسایی دقیق رفتار تنش-کرنش نمونه‌های بتنی منشوری محصورشده با FRP تحت بارگذاری فشاری ضروری است. در این پژوهش از نتایج یک سری آزمایش فشاری روی ۱۶۷ نمونه منشوری با مقطع مربع و مستطیل استفاده شده است تا یک مدل آنالیز محور تنش-کرنش واحد برای ستون‌های بتنی مستطیل شکل محصور شده با الیاف پلیمری FRP ارائه شود. نمونه‌های استفاده شده دارای انواع شعاع گوشه، نسبت ابعادی، تعداد لایه و مقاومت بتن محصور نشده بوده تا اثر تمامی این پارامترها ارزیابی شود. مقایسه نمودارهای تنش-کرنش بدست آمده از مدل پیشنهادی با نمونه‌های نشان دهنده هماهنگی مناسب نتایج مدل ارائه شده با نتایج آزمایشگاهی است. بررسی نقاط کلیدی منحنی تنش-کرنش نشان می‌دهد که مدل پیشنهادی مقاومت فشاری نمونه‌های با نسبت ابعادی بزرگ را کمتر از نتایج آزمایشگاهی تخمین می‌زند ولی برای سایر نمونه‌ها دقت مدل بسیار خوب است. همچنین در نمونه‌های با تعداد لایه‌های FRP زیاد که میزان فشار محصورکنندگی آنها بسیار بالا است مدل پیشنهادی کرنش فشاری متناظر با تنش محوری ماکزیمم را کمتر از نتایج آزمایشگاهی تخمین می‌زند ولی نتایج سایر نمونه‌ها قابل قبول است.

**واژگان کلیدی:** محصور شدگی، ستون بتنی مستطیلی، مدل آنالیز محور، مدل تنش-کرنش، FRP

## ۱- مقدمه

آن استفاده‌های فراوانی می‌شود. یکی از کاربردهای FRP

در مهندسی عمران از FRP به دلیل نسبت مقاومت زیاد به وزن محصور کردن اعضای بتنی توسط ژاکت‌های FRP است. در

درصد نمونه‌ها برای پیشنهاد مدل و نتایج ۲۰ درصد باقیمانده برای ارزیابی مدل پیشنهادی استفاده شدند.

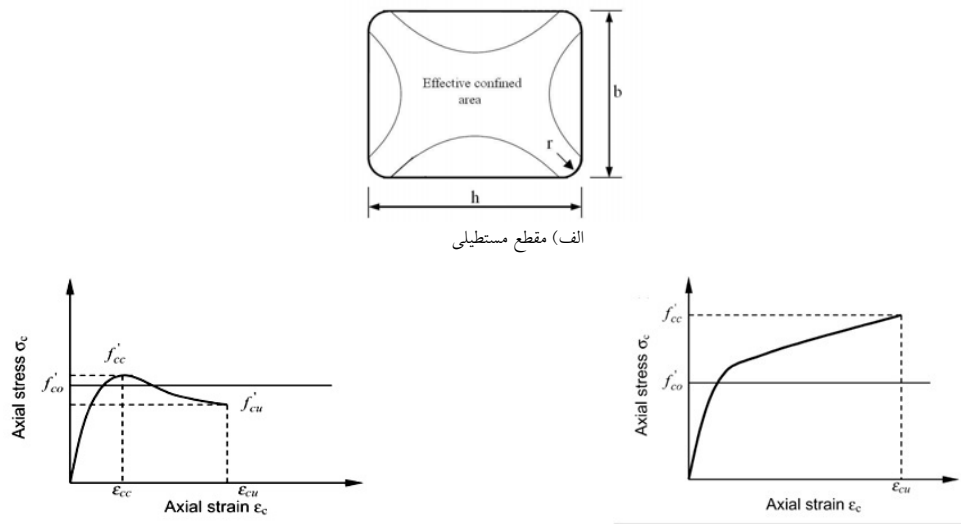
## ۲-نمونه‌های آزمایشگاهی استفاده شده

در این مطالعه از نتایج یک سری آزمایش فشاری روی ۱۶۷ نمونه منشوری با مقطع مربع و مستطیل استفاده شده که نتایج ۸۰ درصد نمونه‌ها برای پیشنهاد مدل و نتایج ۲۰ درصد باقیمانده برای ارزیابی مدل پیشنهادی استفاده شدند. نمونه‌های استفاده شده دارای انواع شعاع گوشه، نسبت ابعادی، تعداد لایه و مقاومت بتن محصور نشده بوده تا اثر تمامی این پارامترها ارزیابی شود. مشخصات نمونه‌های استفاده شده به همراه نام پژوهشگر انجام دهنده آزمایش‌ها در جدول (۱) آمده است. همچنین در شکل (۱) مشخصات ابعادی مقطع مستطیلی و دو نمودار تنش-کرنش برای تعریف پارامترها ارائه شده است. همان‌گونه که در شکل (۱) مشاهده می‌شود رفتار تنش-کرنش بتن محصور شده با FRP می‌تواند به دو صورت صعودی و نزولی باشد. آزمایش‌های موجود نشان داده است که اگر مقدار FRP محصورکننده از یک حد مشخص بیشتر شود، منحنی تنش-کرنش بتن محصور شده با FRP شکل دوخطی صعودی خواهد داشت. در این حالت فشار محصورکننده ژاکت FRP بر هسته بتن بسیار زیاد است و مقاومت نهایی و کرنش نهایی در یک لحظه اتفاق می‌افتند و بطور قابل ملاحظه‌ای افزایش می‌یابند.

اما نتایج آزمایش‌ها نشان داده است که در بعضی حالات چنین رفتار صعودی دوخطی رخ نمی‌دهد و منحنی تنش-کرنش بعد از رسیدن به مقاومت فشاری دارای شاخه نزولی خواهد بود و مقاومت فشاری قبل از گسیختگی FRP اتفاق می‌افتد. در این حالت بتن به اندازه کافی محصور نشده است و مقاومت به اندازه کمی بهبود می‌یابد. این پدیده که می‌تواند به دلیل حساسیت ژاکت ضعیف نسبت به تغییر شکل‌های غیر یکنواخت بتن باشد، به این دلیل دارای اهمیت است که به این معناست که استفاده از ژاکت‌های ضعیف منجر به بهبودی کمی در مقاومت و کرنش نهایی بتن می‌شود.

مسائل کاربردی طراحی مطمئن ژاکت‌های FRP فقط زمانی ممکن است که رفتار تنش-کرنش بتن محصور شده با FRP بخوبی شناسایی شده و بدرستی مدل شود. در دهه گذشته، پژوهش‌های وسیعی در رابطه با رفتار تنش-کرنش نمونه‌های با مقاطع دایره‌ای و مستطیلی محصور شده با FRP تحت بارهای مونوتونیک و تکراری صورت گرفته است [17-1]. پس مدل‌های طراحی محور متعدد که به صورت یک فرمول بسته ارائه می‌شوند و برای مقاصد طراحی اعضا مناسب هستند برای پیش‌بینی این رفتار ارائه شده است [18-27]. همچنین در سال‌های اخیر تعدادی مدل‌های آنالیز محور تنش-کرنش برای بتن محصور شده با FRP در مقاطع دایره‌ای ارائه شده است. در مدل‌های آنالیز که برای شبیه‌سازی کامپیوتری رفتار بتن محصور شده با FRP می‌توان از آنها استفاده کرد، منحنی تنش-کرنش از طریق یک فرآیند تکراری تولید می‌شود. جیانگ و تنگ [28] اولین مدل آنالیز محور تنش-کرنش را برای مقاطع دایره‌ای بتن محصور شده با FRP پیشنهاد کردند. آنها با استفاده از آنالیز رگرسیون نتایج آزمایش‌های موجود روی مقاطع دایره‌ای مدل آنالیز محور خود را ارائه دادند. تنگ و همکاران [29] مدل خود برای بتن محصور شده با FRP در مقاطع دایره‌ای را ارتقا دادند و اثر محصور شدگی همزمان با فولاد و FRP را در مدل آنالیز محور جدید لحاظ کردند. پان و همکاران همچنین فروتو و همکاران [30, 31] مدل‌های آنالیز محوری ارائه کردند که مانند سایر مدل‌ها برای مقاطع دایره‌ای کاربرد دارد اما در این مدل‌ها اثر وجود بار اولیه یا پیش بارگذاری ستون‌ها نیز لحاظ شده است. مرور مطالعات گذشته نشان می‌دهد که تاکنون مدل آنالیز محور تنش-کرنش برای بتن محصور شده با FRP در مقاطع مستطیلی ارائه نشده است. پس در این مطالعه از نتایج یک سری آزمایش فشاری بر روی ۱۶۷ نمونه منشوری با مقطع مربع و مستطیل استفاده شده است تا یک مدل آنالیز محور تنش-کرنش واحد برای ستون‌های بتنی مستطیل شکل محصور شده با الیاف پلیمری FRP ارائه شود. نمونه‌های استفاده شده دارای انواع شعاع گوشه، نسبت ابعادی، تعداد لایه و مقاومت بتن محصور نشده بوده تا اثر تمامی این پارامترها ارزیابی شود. همچنین قابل ذکر است که نتایج ۸۰

شکل ۱. شکل مقطع مستطیلی و انواع منحنی تنش-کرنش



(ب) نمودار تنش-کرنش صعودی و نزولی

Fig. 1. Rectangular section and different stress-strain behaviors

جدول ۱. جزئیات نمونه‌های آزمایشگاهی

No.	Diagram type	b mm	h mm	r mm	$J_{co}$ MPa	Fiber Type	No. of Layers	t mm	$J_f$ MPa	E GPa	$\sigma_{h,rupt}$ %	$J_{cc}$ MPa	$\epsilon_{cc}$ %	$J_{cu}$ MPa	$\epsilon_{cu}$ %
Tao et al. [13]															
1	D*	150	150	20	49.5	C	1	0.17	4200	241	-	54.2	0.39	-	-
2	A**	150	150	20	49.5	C	2	0.17	4200	241	-	61.4	1.66	61.4	1.66
3	A	150	150	35	49.5	C	2	0.17	4200	241	-	84.9	2.08	84.9	2.08
4	A	150	150	50	49.5	C	2	0.17	4200	241	-	86.1	1.65	86.1	1.65
5	D	150	300	20	49.5	C	2	0.17	4200	241	-	52.4	0.31	-	-
6	D	150	300	35	49.5	C	2	0.17	4200	241	-	51.3	0.3	-	-
7	D	150	300	50	49.5	C	2	0.17	4200	241	-	54.1	0.3	-	-
Harajli et al. [21]															
8	A	132	132	15	18.3	C	1	0.13	3500	230	-	28.9	-	28.9	-
9	A	132	132	15	18.3	C	2	0.13	3500	230	-	40.0	-	40.0	-
10	A	132	132	15	18.3	C	3	0.13	3500	230	-	43.1	-	43.1	-
11	A	132	132	15	18.3	C	1	0.13	3500	230	-	25.4	-	25.4	-
12	A	132	132	15	18.3	C	2	0.13	3500	230	-	36.8	-	36.8	-
13	A	132	132	15	18.3	C	3	0.13	3500	230	-	47.0	-	47.0	-
14	A	102	176	15	18.3	C	1	0.13	3500	230	-	23.5	-	23.5	-
15	A	102	176	15	18.3	C	2	0.13	3500	230	-	31.0	-	31.0	-
16	A	102	176	15	18.3	C	3	0.13	3500	230	-	36.5	-	36.5	-
17	A	102	176	15	18.3	C	1	0.13	3500	230	-	21.5	-	21.5	-
18	A	102	176	15	18.3	C	2	0.13	3500	230	-	27.8	-	27.8	-
19	A	102	176	15	18.3	C	3	0.13	3500	230	-	36.4	-	-	-
20	D	79	214	15	18.3	C	1	0.13	3500	230	-	27.8	-	-	-
21	D	79	214	15	18.3	C	2	0.13	3500	230	-	28.4	-	-	-
22	A	79	214	15	18.3	C	3	0.13	3500	230	-	30.4	-	-	-
23	D	79	214	15	18.3	C	1	0.13	3500	230	-	18.5	-	-	-
24	A	79	214	15	18.3	C	2	0.13	3500	230	-	22.0	-	22.0	-
25	A	79	214	15	18.3	C	3	0.13	3500	230	-	28.9	-	28.9	-
Rousakis et al. [25]															
26	D	200	200	30	33.0	C	1	0.12	3720	240	-	38.4	0.45	37.8	-
27	A	200	200	30	33.0	C	3	0.12	3720	240	-	45.9	0.77	45.9	-
28	A	200	200	30	33.0	C	5	0.12	3720	240	-	55.6	1.1	55.6	0.77
29	D	200	200	30	34.0	C	1	0.12	3720	240	-	42.2	0.28	31.7	1.1
30	A	200	200	30	34.0	C	3	0.12	3720	240	-	45.2	0.88	45.2	-
Abbasnia and Ziaadiny [9]															
31	A	150	150	13.6	32	C	2	0.176	3944	241	0.99	39.2	2.06	39.2	2.06
32	A	150	150	22.6	32	C	2	0.176	3944	241	0.91	45.6	1.85	45.6	1.85
33	A	150	150	34.5	34	C	2	0.176	3944	241	1.09	51.4	1.72	51.4	1.72
34	A	150	150	42	34	C	2	0.176	3944	241	1.11	52.2	-	52.2	1.39
35	A	120	180	18.1	35	C	2	0.176	3944	241	1.00	40.7	1.72	40.7	1.72
36	A	120	180	27.6	32	C	2	0.176	3944	241	1.02	42.7	1.53	42.7	1.53
37	A	120	180	34.5	32	C	2	0.176	3944	241	0.99	46.3	1.42	46.3	1.42
38	D	90	180	13.6	34	C	2	0.176	3944	241	1.11	38.7	0.45	38.7	1.85
39	A	90	180	22.6	32	C	2	0.176	3944	241	1.02	39.0	1.67	39.0	1.67
40	A	90	180	26.8	32	C	2	0.176	3944	241	0.87	42.5	1.61	42.5	1.61
41	D	150	150	13.6	49	C	2	0.176	3944	241	1.04	49.7	0.28	49.7	0.8
42	A	150	150	22.6	51.5	C	2	0.176	3944	241	1.09	56.1	1.36	56.1	1.36
43	A	150	150	34.5	51.5	C	2	0.176	3944	241	1.08	62.2	1.06	62.2	1.06
44	A	150	150	42	50	C	2	0.176	3944	241	-	65.0	1.01	65.0	1.01
45	D	120	180	18.1	50	C	2	0.176	3944	241	-	52.8	0.26	52.8	1.03
46	A	120	180	27.6	51.5	C	2	0.176	3944	241	0.95	56.4	0.85	56.4	0.85
47	A	120	180	34.5	50	C	2	0.176	3944	241	-	60.5	1.13	60.5	1.13
48	D	90	180	13.6	49	C	2	0.176	3944	241	0.50	51.4	0.25	51.4	0.93
49	D	90	180	22.6	49	C	2	0.176	3944	241	-	51.8	0.26	51.8	1.23
50	D	90	180	26.8	49	C	2	0.176	3944	241	0.80	54.0	0.31	54.0	1.15



146	D	150	300	30	35.3	C	1	0.167	4192	229	1.15	38.0	-	-	-
147	D	150	300	30	35.3	C	2	0.167	4192	229	1.37	38.6	-	-	-
148	D	150	300	30	35.3	C	2	0.167	4192	229	1.37	39.1	-	-	-
149	D	150	300	30	35.3	C	2	0.167	4192	229	1.37	39.3	0.44	-	1.23
Ilki and Kumbasar [11]															
150	D	250	250	40	32.8	C	1	0.17	3430	230	-	32.7	-	-	-
151	D	250	250	40	32.8	C	1	0.17	3430	230	-	32.3	-	-	-
152	A	250	250	40	32.8	C	3	0.17	3430	230	-	41.4	1.9	41.4	1.9
153	A	250	250	40	32.8	C	3	0.17	3430	230	-	40.6	1.8	40.6	1.8
154	A	250	250	40	32.8	C	5	0.17	3430	230	-	56.7	2.9	56.7	2.9
155	A	250	250	40	32.8	C	5	0.17	3430	230	-	53.6	2.4	53.6	2.4
156	D	150	300	40	34.0	C	1	0.17	3430	230	-	35.2	0.91	-	-
157	D	150	300	40	34.0	C	1	0.17	3430	230	-	38.7	0.8	-	-
158	A	150	300	40	34.0	C	3	0.17	3430	230	-	40.4	2.2	40.0	2.2
159	D	150	300	40	34.0	C	3	0.17	3430	230	-	38.4	1.3	-	1.3
160	A	150	300	40	34.0	C	5	0.17	3430	230	-	49.2	2.7	49.2	2.7
161	A	150	300	40	34.0	C	5	0.17	3430	230	-	51.3	3.1	51.3	3.1
Al-salloum [3]															
162	A	150	150	25	31.8	C	1	1.20	935	75	-	48.3	-	48.3	-
163	A	150	150	25	28.5	C	1	1.20	935	75	-	45.6	-	45.6	-
164	A	150	150	38	27.7	C	1	1.20	935	75	-	57.0	-	57.0	-
165	A	150	150	38	30.3	C	1	1.20	935	75	-	55.0	-	55.0	-
166	A	150	150	50	26.7	C	1	1.20	935	75	-	61.7	-	61.7	-
167	A	150	150	50	28.3	C	1	1.20	935	75	-	63.7	-	63.7	-

\* دیاگرام تنش-کرنش با رفتار نزولی پس از ناحیه انتقال

\*\* دیاگرام تنش-کرنش صعودی پس از ناحیه انتقال

Table.1. Specimens properties

از تعیین این روابط منحنی تنش-کرنش را می‌توان از مراحل فوق بدست آورد.

### ۳-۱- فشار محصورکنندگی ژاکت FRP بر هسته بتن

برای بتن محصورشده در مقاطع دایره‌ای فشار محصورکننده ژاکت برهسته بتن با استفاده از روابط سازگاری تغییر شکل هسته و ژاکت در راستای شعاع دایره بصورت زیر بدست می‌آید [18]:

$$f_l = \frac{2E_{frp}t\varepsilon_h}{D} \quad (1)$$

که در آن  $E_{frp}$  مدول الاستیسیته ژاکت FRP، "t" ضخامت ژاکت،  $\varepsilon_h$  کرنش ژاکت FRP در راستای حلقوی و "D" قطر مقطع دایره‌ای است. همچنین فشار محصورکننده در لحظه گسیختگی نمونه را نیز می‌توان با جایگزینی  $\varepsilon_h$  با کرنش گسیختگی حلقوی ژاکت FRP،  $\varepsilon_{h,rup}$  بدست آورد:

$$f_{l,rup} = \frac{2E_{frp}t\varepsilon_{h,rup}}{D} \quad (2)$$

برای بتن محصور شده با FRP در مقاطع مستطیلی فشار محصورکننده ژاکت بر هسته بتن غیر یکنواخت است ولی بیشتر این فشار محصورکننده به صورت فشار بر یک دایره معادل تعریف می‌شود [20, 27]. در این مقاله فشار محصورکننده معادل برای

مقاطع مستطیلی با روابط ۳ و ۴ بیان می‌شود:

$$f_l = \frac{2E_{frp}t\varepsilon_h}{b} \quad (3)$$

### ۳- چگونگی بدست آوردن مدل تنش-کرنش آنالیزمحور

مدل‌های تنش کرنش آنالیز محور بیشتر بر اساس مدل‌های محصورشدگی فعال به این صورت است:

برای یک کرنش محوری مشخص و بر اساس رابطه بین کرنش جانبی و کرنش محوری، کرنش جانبی معادل تعیین می‌شود؛

بر اساس سازگاری تغییرشکل بین هسته بتن و ژاکت FRP و همچنین تعادل نیروها، فشار محصورکننده ژاکت بر هسته بتن محاسبه می‌شود؛

با استفاده از کرنش محوری و فشار محصورکنندگی بدست آمده از مراحل ۱ و ۲ در کنار یک مدل محصورکننده فعال، تنش معادل محاسبه می‌شود و در نتیجه یک نقطه از منحنی تنش-کرنش بدست می‌آید؛

مراحل فوق تکرار می‌شوند تا تمامی نقاط منحنی تنش-کرنش بدست آیند.

از مراحل بالا مشخص است که روابطه اصلی تولید مدل تنش-کرنش آنالیز محور عبارتند از: رابطه کرنش جانبی با کرنش محوری، تنش محصورکننده ژاکت FRP بر هسته بتن، بیشترین تنش در منحنی تنش-کرنش بتن محصورشده به صورت فعال و کرنش معادل با آن و رابطه تنش-کرنش است. در بخش‌های بعدی مقاله این روابط کلیدی برای بتن محصورشده با FRP در مقاطع مستطیلی ارائه می‌شوند و پس

تنگ [18] که برای مقاطع دایره‌ای ارائه شده است برای ستون‌های مستطیلی نیز استفاده می‌شود.

$$f_{l,rup} = \frac{2E_{frp}f_{\varepsilon_{h,rup}}}{b} \quad (4)$$

که در این روابط "b" طول ضلع کوچکتر مقطع مستطیلی است.

$$\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_w} = 0.85 \left( 1 + 8 \frac{f_l}{f_w'} \right) \left\{ \left[ 1 + 0.75 \left( \frac{-\varepsilon_l}{\varepsilon_w} \right) \right]^{0.7} - \exp \left[ -7 \left( \frac{-\varepsilon_l}{\varepsilon_w} \right) \right] \right\} \quad (7)$$

که در آن  $\varepsilon_c$  کرنش محوری و  $\varepsilon_l$  کرنش جانبی ( $\varepsilon_l = -\varepsilon_h$ ) بتن محصور شده و  $\varepsilon_{co}$  و  $f_{co}'$  کرنش و مقاومت فشاری بتن محصور نشده است. در صورتی که نتایج آزمایشگاهی موجود نباشد  $\varepsilon_{co}$  را می‌توان از رابطه پیشنهادی توسط پوپویکز [32] بدست آورد:

$$\varepsilon_{co} = 0.0009374 \sqrt{f_{co}'} \quad (f_{co}' \text{ in MPa}) \quad (8)$$

### ۳-۳ تنش محوری ماکزیمم در نمودار تنش-کرنش بتن محصور شده به صورت فعال

تنش محوری ماکزیمم یا مقاومت فشاری بتن محصور شده در مقاطع مستطیلی بستگی به پارامترهای متعددی دارد. از جمله این پارامترها می‌توان به مقاومت بتن محصور نشده، مقدار FRP محصورکننده (ضخامت ژاکت و مشخصات FRP) نسبت ابعادی مقطع مستطیلی (نسبت طول به عرض) و میزان انحنای گوشه‌های مقطع مستطیلی اشاره کرد. از بین پارامترهای مذکور نسبت ابعادی و انحنای گوشه مقطع تاثیر قابل توجهی بر سازوکار محصورشدگی مقطع مستطیلی دارند. در تعدادی از مدل‌های تنش-کرنش طراحی محور پیشنهاد شده برای بتن محصور شده با FRP در مقاطع مستطیلی روابطی برای مقاومت فشاری این نمونه‌ها ارائه شده است [19, 20, 27]. عباس نیا و ضیالدینی [8] با استفاده از نتایج آزمایشگاهی به بررسی اثر شعاع انحنای گوشه و نسبت ابعادی مقطع مستطیلی بر رفتار تنش-کرنش بتن محصور شده با FRP پرداختند. آنها همچنین به ارزیابی مدل‌های ارائه شده برای مقاومت فشاری بتن محصور شده با FRP در مقاطع مستطیلی پرداختند و به این نتیجه رسیدند که مدل‌های ارائه شده هنوز نواقصی دارند که باید برطرف شود. آنها فرمول جدیدی برای مقاومت فشاری بتن محصور شده با FRP در مقاطع مستطیلی ارائه کردند که در

در بسیاری از مطالعات انجام شده روی بتن محصور شده با FRP مشخص شده است که کرنش حلقوی گسیختگی ژاکت FRP  $\varepsilon_{h,rup}$  از کرنش گسیختگی مصالح FRP  $\varepsilon_{frp}$  کوچکتر است [18]. لام و تنگ [18] پیشنهاد دادند که کرنش حلقوی گسیختگی را می‌توان بایک ضریب  $k_\varepsilon$  به کرنش مصالح FRP مرتبط کرد:

$$\varepsilon_{h,rup} = k_\varepsilon \varepsilon_{frp} \quad (5)$$

مقدار ضریب  $k_\varepsilon$  بستگی به نوع مصالح FRP و شکل مقطع ستون دارد و مقدار ۰/۵۸۶ برای مقاطع دایره‌ای و الیاف از جنس کربن (CFRP) پیشنهاد شده است [18]. در مطالعه حاضر رابطه زیر برای تخمین  $\varepsilon_{h,rup}$  در مقاطع مستطیلی پیشنهاد می‌شود که مشابه رابطه پیشنهادی توسط لیم و اوزبکالقلو [15] هست:

$$\varepsilon_{h,rup} = (0.9 - 2.3f_{co}' \times 10^{-3} - 0.75E_{frp} \times 10^{-6}) \varepsilon_{frp} \left( \frac{h}{b} \right)^{0.9} \quad (6)$$

که در آن  $f_{co}'$  مقاومت فشاری بتن محصور نشده است.

### ۳-۲- رابطه بین کرنش جانبی و کرنش محوری

برای بدست آوردن کرنش محوری در یک کرنش جانبی مشخص رابطه بین کرنش جانبی و کرنش محوری لازم است. این رابطه را می‌توان از طریق بررسی خاصیت اتساع بتن محصور شده با FRP بدست آورد. میرمیران و همکاران [16] به بررسی خواص اتساع بتن محصور شده پرداختند. آنها از نرخ تغییرات کرنش جانبی نسبت به کرنش محوری ( $\mu = d\varepsilon_r / d\varepsilon_c$ ) برای مشخص کردن خواص اتساع بتن محصور شده استفاده کردند. عباس نیا و ضیالدینی [17] پیشنهاد دادند که خواص اتساع بتن محصور شده در مقاطع مستطیلی مشابه مقاطع دایره‌ای باشد. بنابراین در این مطالعه از رابطه کرنش جانبی-کرنش محوری پیشنهاد شده توسط لام و

می‌دهد که با افزایش شعاع گوشه مقطع مقدار  $\varepsilon_{cc}$  افزایش می‌یابد ولی افزایش نسبت ابعادی مقطع اثر کاهنده بر  $\varepsilon_{cc}$  دارد. براین اساس ابتدا فرمولی به شکل رابطه ۱۱ برای  $\varepsilon_{cc}$  در نظر گرفته شد و ضرایب ثابت آن شامل  $\eta$ ،  $\lambda$  و  $\mu$  بر اساس آنالیز رگرسیون نتایج آزمایشگاهی به ترتیب برابر با 0.5، 1.2 و 1.1- بدست آمدند.

شکل ۲: مقایسه بین مقاومت فشاری نمونه‌ها و مقاومت فشاری پیش بینی شده توسط مدل

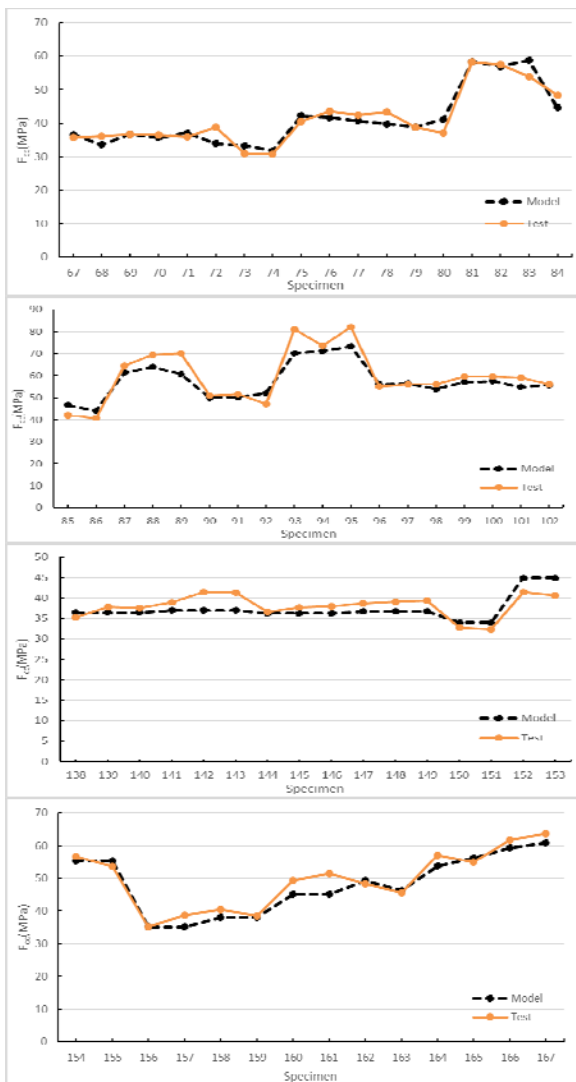


Fig.2. Compressive strength of specimens and those of model

$$\frac{f_{cc}^{\text{predictions}}}{f_{co}} = 1 + 17.5 \left( \frac{2r}{b} \right)^{\eta} \left( \frac{f_l}{f'_{co}} \right)^{\lambda} \left( \frac{h}{b} \right)^{\mu} \quad (11)$$

شکل (۳) نشان می‌دهد که رابطه ۱۱ نتایج قابل قبولی برای کرنش محوری نمونه‌های مستطیلی در نقطه تنش ماکزیمم ارائه می‌کند اما دقت آن کمتر از رابطه ۹ است که برای تنش‌ها ارائه شده بود. همچنین بررسی شکل (۳) نشان می‌دهد که در

این مقاله یک فرمت اصلاح شده از این فرمول برای استفاده در مدل آنالیز محور پیشنهادی استفاده شده است که به صورت زیر است:

$$\frac{f'_{cc}}{f'_{co}} = 1 + 3.3 \left( \frac{2r}{b} \right)^{\alpha} \left( \frac{f_l}{f'_{co}} \right)^{\beta} \left( \frac{h}{b} \right)^{\gamma} \quad (9)$$

که در آن  $h$ ،  $b$  و  $r$  به ترتیب طول، عرض و شعاع گوشه مقطع مستطیلی هستند و  $f'_{cc}$  مقاومت فشاری بتن محصور شده است.  $\alpha$ ،  $\beta$  و  $\gamma$  ضرایب ثابتی هستند که بر اساس آنالیز رگرسیون نتایج آزمایشگاهی ارائه شده در این مقاله برای نمونه‌های مربعی و مستطیلی به ترتیب 0.7، 0.8 و 1.05- بدست آمدند. مقاومت فشاری بدست آمده از رابطه ۹ در شکل ۲ با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده است. همانطور که در این شکل مشخص است نتایج رابطه ۹ به میزان قابل توجهی به نتایج آزمایشگاهی نزدیک هستند. بررسی نقاطی از شکل ۲ که در آن که اختلاف بین نتایج رابطه ۹ و داده‌های آزمایشگاهی بیشتر است نشان می‌دهد که در نمونه‌های با نسبت ابعادی بزرگ رابطه ۹ مقاومت فشاری را کمتر از نتایج آزمایشگاهی تخمین می‌زند ولی برای سایر نمونه‌ها دقت این رابطه بسیار خوب است.

### ۳-۴ کرنش محوری متناظر با تنش محوری ماکزیمم $\varepsilon_{cc}$

در بیشتر مدل‌های تنش-کرنش آنالیز محور ارائه شده برای بتن محصور شده با FRP در مقاطع مستطیلی از رابطه زیر که اولین بار توسط ریچارت و همکاران [33] پیشنهاد شده است برای تعریف کرنش محوری متناظر با بیشترین تنش استفاده شده است:

$$\frac{\varepsilon_{cc}}{\varepsilon_{co}} = 1 + 5 \left( \frac{f'_{cc}}{f'_{co}} - 1 \right) \quad (10)$$

که در آن  $\varepsilon_{cc}$  و  $\varepsilon_{co}$  کرنش در تنش‌های  $f'_{cc}$  و  $f'_{co}$  هستند. به دلیل تفاوت شکل مقاطع دایره‌ای و مستطیلی، کرنش محوری ستون‌های مستطیلی محصور شده با FRP تفاوت قابل توجهی با ستون‌های دایره‌ای دارد. پس اثر نسبت ابعادی و شعاع گوشه مقطع نیز باید در فرمول  $\varepsilon_{cc}$  وارد شود. بررسی نتایج آزمایشگاهی نشان

شکل ۳: مقایسه کرنش محوری در نقطه تنش ماکزیمم (پیش بینی مدل و نتایج آزمایش)

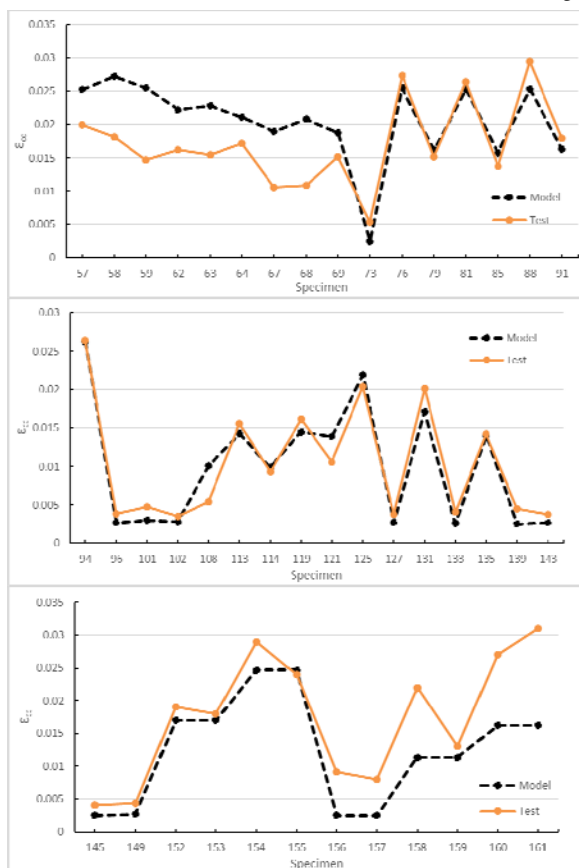


Fig.3. Axial strain at peak stress (specimens and model predictions)

### ۶-۳ کرنش محوری نهایی و تنش متناظر با آن (نقطه انتهایی منحنی تنش-کرنش)

شکست ستون‌های بتنی محصورشده با FRP کم‌وبیش در تمامی موارد با گسیختگی کششی ژاکت FRP اتفاق می‌افتد. پس کرنش محوری نهایی بتن محصورشده با FRP ( $\epsilon_{cu}$ ) را می‌توان با جایگزینی کرنش گسیختگی حلقوی ژاکت FRP ( $\epsilon_{h,rupt}$ ) در رابطه کرنش جانبی-کرنش محوری (رابطه ۷) بدست آورد. سپس با استفاده از رابطه تنش-کرنش ۱۳ مقدار تنش محوری نهایی ( $f_{cu}$ ) را نیز می‌توان به راحتی محاسبه کرد. در شکل‌های (۴ و ۵) نتایج مدل پیشنهادی برای تنش و کرنش نهایی با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده است. همان‌گونه که در این شکل‌ها مشخص است نتایج تنش نهایی به میزان قابل توجهی به نتایج آزمایشگاهی نزدیک هستند. فقط در نمونه‌هایی که شعاع انحنای گوشه مقطع مستطیلی زیاد است نتایج تنش نهایی از نتایج آزمایشگاهی بیشتر است. همچنین

نمونه‌های با تعداد لایه‌های FRP زیاد که میزان فشار محصورکنندگی آنها بسیار بالا است رابطه ۱۱ مقدار  $\epsilon_{cc}$  را کمتر از نتایج آزمایشگاهی تخمین می‌زند ولی نتایج بقیه نمونه‌ها قابل قبول است.

### ۳-۵ رابطه تنش-کرنش بتن محصورشده بصورت فعال

با داشتن رابطه کرنش جانبی-کرنش محوری، پاسخ تنش-کرنش بتن محصورشده با FRP را می‌توان با استفاده از یک مدل تنش-کرنش محصورشدگی فعال بدست آورد. در تمامی مدل‌های آنالیز محور تنش-کرنش که برای مقاطع دایره‌ای ارائه شده‌اند از رابطه تنش-کرنش پوپویوویکز [32] (رابطه ۱۲) بعنوان مدل محصورشدگی فعال استفاده شده است. در مدل آنالیز محور پیشنهادی حاضر برای مقاطع مستطیلی نیز از همین رابطه استفاده شده است.

$$\frac{f_c}{f'_{cc}} = \frac{(\epsilon_c / \epsilon_{cc})^r}{r - 1 + (\epsilon_c / \epsilon_{cc})^r} \quad (12)$$

که در آن  $f_c$  و  $\epsilon_c$  تنش و کرنش در یک نقطه از منحنی تنش-کرنش، و  $f'_{cc}$  و  $\epsilon_{cc}$  تنش محوری ماکزیمم و کرنش متناظر با آن به ازای یک فشار محصورکننده ثابت است. همچنین ثابت  $r$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$r = \frac{E_c}{E_c - f'_{cc} / \epsilon_{cc}^*} \quad (13)$$

که در آن  $E_c$  مدول الاستیسیته بتن است که می‌توان برابر با  $4730\sqrt{f'_{co}}$  در نظر گرفت.



نیز از روابط مدل لام و تنگ [20] برای طراحی ستون‌های محصور شده با FRP استفاده کرده است. توجه به منحنی تنش-کرنش بتن محصور شده با FRP نشان می‌دهد که بخش اول رفتار آن تا لحظه ترک خوردن بتن مشابه بتن محصور نشده است. اما پس از ترک خوردن بتن و اتساع جانبی هسته بتن کرنش کششی در ژاکت FRP ایجاد شده، و باعث محصور شدن هسته بتن می‌شود. در صورتی که میزان FRP محصور کننده مناسب استفاده شده باشد رفتار تنش-کرنش پس از نقطه تسلیم به صورت صعودی خواهد بود. اما در صورت عدم محصورشدگی مناسب رفتار به صورت نزولی است. همان‌گونه که در شکل (۶) دیده می‌شود مدل‌های تنش-کرنش رفتار قبل از تسلیم نمونه‌ها را به خوبی مدل‌سازی می‌کنند اما مدل پیشنهادی در مقایسه با سایر مدل‌ها رفتارهای تنش-کرنش صعودی و نزولی پس از تسلیم را با دقت بیشتری مدل‌سازی می‌کند. مشاهده نمودار نمونه‌های شماره ۹۴، ۱۰۸، ۱۱۳ و ۱۱۹ که دارای شعاع گوشه متفاوت هستند نشان می‌دهد هرچه شعاع انحنای گوشه مقطع بزرگتر باشد رفتار تنش-کرنش پس از تسلیم از حالت نزولی به حالت صعودی تغییر می‌یابد. البته در مقایسه نمودارها باید به تعداد لایه‌های FRP نمونه‌ها هم دقت شود و نمونه‌هایی به یکدیگر مقایسه شوند که میزان FRP محصورکننده مشابهی داشته باشند. با بررسی نمودار نمونه‌های با نسبت ابعادی مختلف مانند نمونه‌های ۱۲۷، ۵۰ و ۱۴۹ مشاهده می‌شود که با افزایش نسبت ابعادی میزان خطای مدل در پیش بینی مقاومت فشاری بیشتر می‌شود. مقایسه همچنین پیش‌بینی مدل از نقاط اساسی منحنی تنش-کرنش شامل  $f'_{cc}$ ،  $\epsilon_{cc}$ ،  $f_{cu}$  و  $\epsilon_{cu}$  نیز قابل قبول است.

نتایج کرنش نهایی نشان می‌دهد که در نمونه‌های با تعداد لایه‌های FRP زیاد که میزان فشار محصورکنندگی آنها بسیار بالاست، مدل پیشنهادی کرنش نهایی  $\epsilon_{cu}$  را کمتر از نتایج آزمایشگاهی تخمین می‌زند ولی نتایج بقیه نمونه‌ها قابل قبول است.

شکل ۴. مقایسه بین مقاومت فشاری نهایی در مدل و نتایج آزمایش



Fig. 4. Ultimate strength (specimens and model predictions)

### ۳-۷- مقایسه نمودارهای تنش-کرنش حاصل از مدل پیشنهادی با نتایج آزمایشگاهی

در این بخش منحنی‌های تنش-کرنش بدست آمده از مدل آنالیز محور پیشنهادی با نمودارهای تنش-کرنش آزمایشگاهی موجود در مطالعات پیشین مقایسه شده‌اند. همچنین از بین مدل‌های طراحی محور مقاطع مستطیلی، مدل‌های ارائه شده توسط لام و تنگ [20]، وو و همکاران [19] و وی و وو [27] که در یک بررسی اولیه بهترین جواب‌ها را داشته‌اند نیز در این مقایسه آورده شده‌اند (شکل ۶). قابل ذکر است که آیین‌نامه ACI440.2R-8

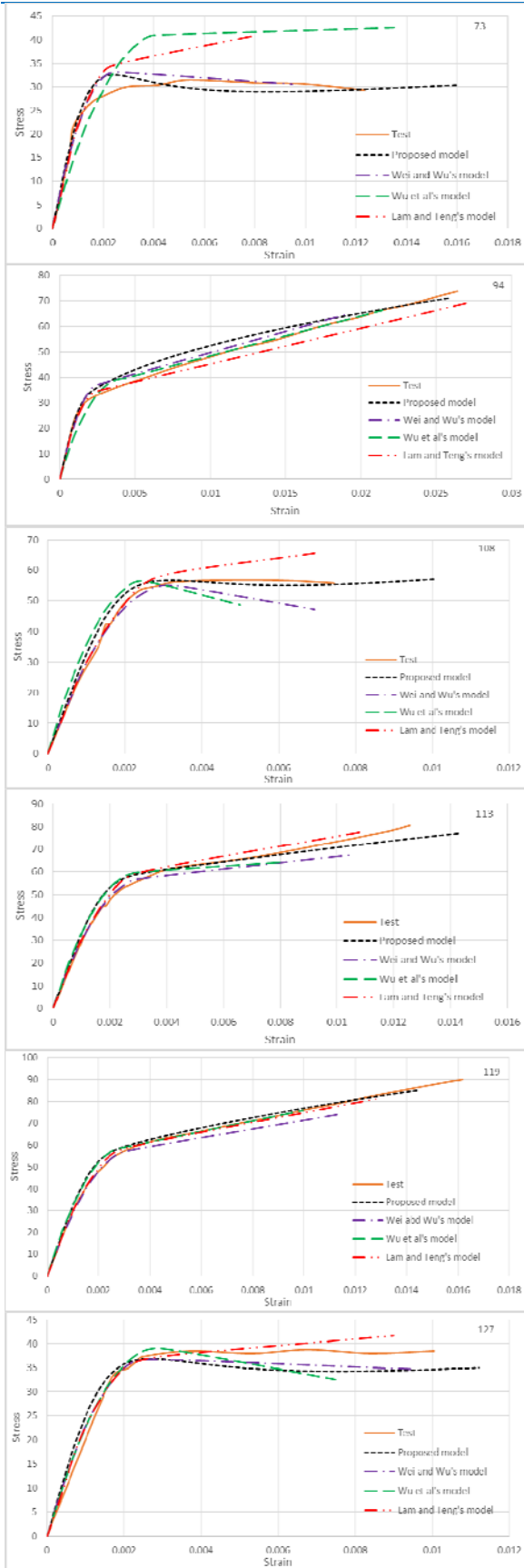


Fig. 6. Stress-strain curve of specimens versus model predictions

شکل 5. مقایسه کرنش نهایی مدل و نتایج آزمایش

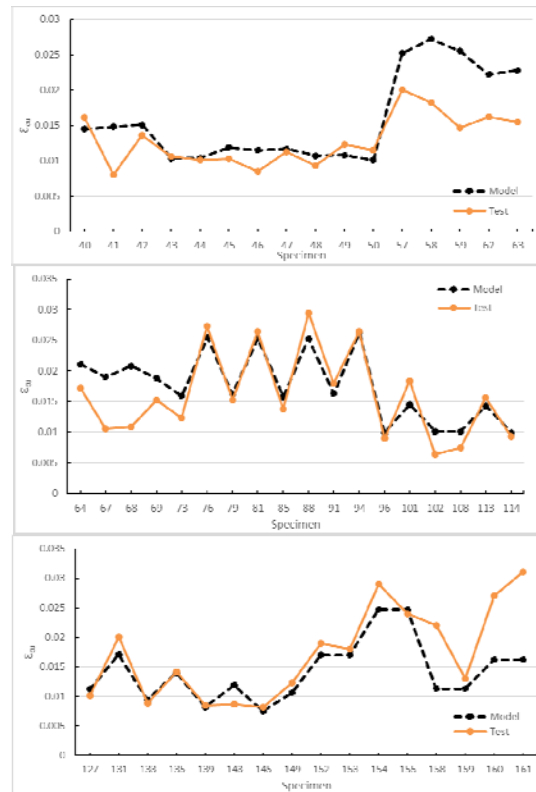
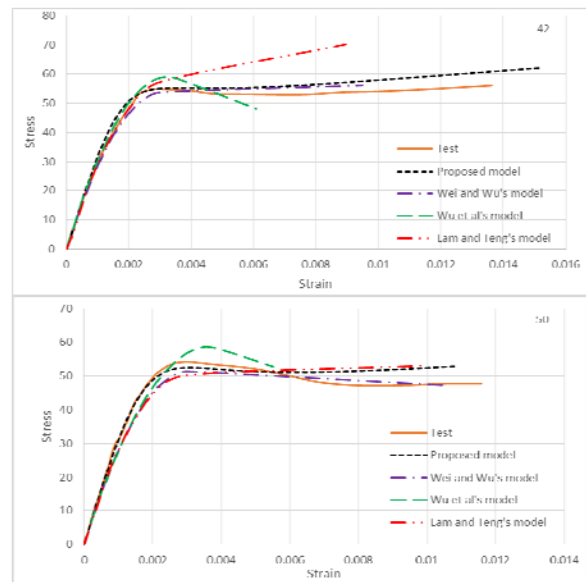


Fig. 5. Ultimate strain (specimens and model predictions)

شکل 6. مقایسه نمودارهای تنش-کرنش مدل پیشنهادی و نمودارهای آزمایشگاهی



**۳-۲-۱ خطاهای مدل پیشنهادی**

به منظور انجام مطالعات بیشتر در زمینه مدلسازی رفتار تنش- کرنش بتن محصور شده با FRP، خطاهای مدل پیشنهادی در ادامه بیان می‌شود.

۱) مدل پیشنهادی مقاومت فشاری نمونه‌های با نسبت ابعادی بزرگ را کمتر از نتایج آزمایشگاهی تخمین می‌زند. پس استفاده از این مدل در ستون‌های مستطیلی با نسبت ابعادی (طول به عرض مقطع) بزرگ، مقاومت فشاری محافظه کارانه ای به طراح ارائه می‌دهد.

۲) فرمول ارائه شده برای کرنش محوری متناظر با تنش محوری ماکزیمم، این پارامتر را در نمونه‌های با تعداد لایه‌های FRP زیاد که میزان فشار محصورکنندگی آنها بسیار بالا است را کمتر از نتایج آزمایشگاهی تخمین می‌زند.

۳) نتایج کرنش نهایی نشان می‌دهد که در نمونه‌های با تعداد لایه‌های FRP زیاد مدل پیشنهادی کرنش نهایی را کمتر از نتایج آزمایشگاهی تخمین می‌زند.

۴) مدل پیشنهادی شکل نمودارهای تنش-کرنش صعودی را بهتر از نمودارهای نزولی پیش‌بینی می‌کند. رفتار نزولی قابلیت بررسی و مطالعه بیشتر را دارد.

این خطاها بیشتر به دلیل کمبود نتایج آزمایشگاهی که اثر یک پارامتر خاص را ارزیابی کرده بوجود آمده‌اند. پس پیشنهاد می‌شود برای هرچه بهتر شدن مدل‌های تنش-کرنش ابتدا آزمایش‌های کافی روی نمونه‌های با مشخصات خاص انجام شود تا اثر تمامی پارامترها در مدلسازی رفتار تنش-کرنش بخوبی لحاظ شود.

**۴- نتیجه گیری**

در این مقاله بر اساس مجموعه‌ای از نتایج آزمایشگاهی یک مدل تنش-کرنش آنالیز محور برای بتن محصور شده با FRP در مقاطع مربعی و مستطیلی ارائه شده است. این مدل شامل بخش‌های مختلف یک مدل آنالیز محور تنش-کرنش است و هماهنگی قابل قبولی با نتایج آزمایشگاهی دارد. بر اساس مطالب ارائه شده در این مقاله نتایج زیر قابل بیان است:

۱- مدل‌های آنالیز محور در شبیه‌سازی کامپیوتری بتن قابل استفاده هستند و نقاط منحنی تنش-کرنش را از طریق یک فرآیند تکراری محاسبه می‌کنند.

۲- در مدلسازی رفتار تنش-کرنش بتن محصورشده با FRP در مقاطع مستطیلی تمامی پارامترهایی که می‌توانند رفتار تنش-کرنش این مقاطع را تحت تاثیر قرار دهند باید لحاظ شوند. از جمله نسبت ابعادی مقطع، شعاع انحنای گوشه‌های مقطع، مقاومت بتن محصورنشده و میزان FRP محصورکننده. در روابط ارائه شده در مدل پیشنهادی اثر تمامی این پارامترها لحاظ شده است.

۳- یکی از ویژگی‌های برجسته مدل آنالیز محور پیشنهادی این است که هر دو رفتار تنش-کرنش صعودی و نزولی توسط این مدل قابل پیش‌بینی هستند.

۴- لازمه اینکه یک مدل تنش-کرنش نتایج قابل قبولی ارائه کند این است که بخش‌های اساسی منحنی تنش-کرنش را به درستی رابطه‌بندی کند. از جمله رابطه کرنش جانبی با کرنش محوری، تنش محصورکننده ژاکت FRP بر هسته بتن، تنش ماکزیمم در منحنی تنش-کرنش بتن محصورشده به صورت فعال و کرنش معادل با آن. همان‌گونه که در بخش‌های مختلف مقاله قابل مشاهده است، روابط پیشنهادی برای این بخش‌ها هماهنگی قابل قبولی با نتایج آزمایشگاهی دارند.

۵- پیش‌بینی مدل پیشنهادی از بخش‌های مختلف منحنی تنش-کرنش به نتایج آزمایشگاهی بسیار نزدیک است ولی پیش‌بینی کرنش‌ها دقت کمتری دارد.

۶- مقایسه منحنی‌های تنش-کرنش نشان می‌دهد که مدل پیشنهادی رفتار تنش-کرنش نزولی را بهتر از مدل‌های طراحی محور پیش‌بینی می‌کند.

در انتها باید عنوان کرد که تمرکز این مقاله بر بتن‌های با مقاومت فشاری معمولی است، پس پیشنهاد می‌شود که مطالعات بیشتری در راستای مدلسازی آنالیز محور منحنی تنش-کرنش بتن‌های پر مقاومت محصور شده با FRP انجام شود. همچنین حداکثر نسبت ابعادی در نتایج آزمایشگاهی استفاده شده در این مقاله ۲/۷ است، بنابراین بررسی رفتار و

- [13] Tao, Z., Yu, Q., and Zhong, Y.Z. "Compressive behaviour of CFRP-confined rectangular concrete columns." *Magazine of Concrete Research* 2008; 60(10), 735-745.
- [14] Fraldi M, Nunziante L, Carannante F, Prota A, Manfredi G, Cosenza E. On the prediction of the collapse load of circular concrete columns confined by FRP. *Eng Struct* 2008; 30: 3247-64.
- [15] JC Lim, T Ozbakkaloglu. Hoop strains in FRP-confined concrete columns: Experimental observations. *Materials and Structures* 2015; 48 (9), 2839-2854
- [16] Mirmiran A, Shahawy M. Dilation characteristics of confined concrete. *Int J Mech Cohesive-Frictional Materials* 1997; 2(3):237-49.
- [17] Abbasnia R, Ziaadiny H. Behavior of concrete prisms confined with FRP composites under axial cyclic compression. *Eng Struct* 2010; 32: 648-655.
- [18] Lam L, Teng JG. Design-oriented stress-strain model for FRP-confined concrete. *Const Build Mater* 2003;17(6-7):471-89.
- [19] Wu G, Wu ZS, Lu ZT. Design-oriented stress-strain model for concrete prisms confined with FRP composites. *Const Build Mater* 2007; 21:1107-21.
- [20] Lam L, Teng JG. Design-oriented stress-strain model for FRP-confined concrete in rectangular columns. *J Reinf Plast Compos* 2003; 22(13):1149-86.
- [21] Harajli MH. Axial stress-strain relationship for FRP-confined circular and rectangular concrete columns. *Cem Concr Compos* 2006; 28: 938-48.
- [22] Shao Y, Zhu Z, Mirmiran A. Cyclic modeling of FRP-confined concrete with improved ductility. *Cem Concr Compos* 2006; 28: 959-68.
- [23] Li P, Sui L, Xing F, Li M, Zhou Y, Wu YF. Stress-Strain Relation of FRP-Confined Predamaged Concrete Prisms with Square Sections of Different Corner Radii Subjected to Monotonic Axial Compression. *Journal of Composites for Construction*. 2019 Jan 3;23(2):04019001.
- [24] Ziaadiny H, Abbasnia R. Unified cyclic stress-strain model for FRP-confined concrete circular, square and rectangular prisms. *Structural Concrete* 2017 (2), 220-234
- [25] Rousakis, T.C., Karabinis, A.I., and Kiouisis, P.D. "FRP-confined concrete members: Axial compression experiments and plasticity modelling." *Engineering Structures* 2007; 29(7), 1343-1353.
- [26] Teng JG, Huang YL, Lam L, Ye LP. Theoretical مدلسازی ستون‌های با نسبت ابعادی بزرگتر نیز می‌تواند زمینه پژوهش‌های آتی باشد.
- ### ۵- مراجع
- [1] Lam L, Teng JG. Behavior and Modeling of Fiber Reinforced Polymer-Confined Concrete. *J Struct Eng, ASCE* 2004;130(11):1713-23.
- [2] Mirmiran A, Shahawy M, Samaan M, El Echary H. Effect of column parameters on FRP-confined concrete. *J Compos Const, ASCE* 1998; 2(4):175-85.
- [3] Al-Salloum YA. Influence of edge sharpness on the strength of square concrete columns confined with FRP composite laminates. *Compos Part B: Eng* 2007; 38: 640-50.
- [4] Wang LM, Wu YF. Effect of corner radius on the performance of CFRP-confined square concrete columns. *Eng Struct* 2008; 30: 493-505.
- [5] Rochette P, Labossière P. Axial testing of rectangular column models confined with composites. *J Compos Const, ASCE* 2000; 4(3):129-36.
- [6] Wang, L.M., and Wu, Y.F. "Effect of corner radius on the performance of CFRP-confined square concrete columns: Test." *Engineering Structures* 2008; 30(2), 493-505.
- [7] Wu YF, Wei YY. Effect of cross-sectional aspect ratio on the strength of CFRP-confined rectangular concrete columns. *Eng Struct* 2010; 32: 32-45.
- [8] Abbasnia R, Ziaadiny H. Experimental investigation and strength modeling of CFRP-confined concrete rectangular prisms under axial monotonic compression. *Materials and Structures* (2015) 48:485-500
- [9] Abbasnia R, Hosseinpour F, Rostamian M, Ziaadiny H. Cyclic and monotonic behavior of FRP confined concrete rectangular prisms with different aspect ratios. *Const Build Mater* 2013;40:118-25
- [10] Lam L, Teng JG, Cheung JG, Xiao Y. FRP-confined concrete under axial cyclic compression. *Cem Concr Compos* 2006; 28(10):949-58.
- [11] Ilki A, Kumbasar N. Compressive behavior of carbon fiber composite jacketed concrete with circular and non-circular cross sections. *J Earthq Eng* 2003;7(3): 381-406.
- [12] Ziaadiny H. Plastic strain and stress deterioration of FRP-confined concrete prisms under axial cyclic compression. *Material and Structures*, DOI: 10.1617/s11527-015-0565-y.

- Structures. 2017; 15; 166:57-67.
- [31] Ferrotto MF, Fischer O, Cavaleri L. Analysis-oriented stress-strain model of CRFP-confined circular concrete columns with applied preload. *Materials and Structures*. 2018; 1;51(2):44.
- [32] Popovics S. Numerical approach to the complete stress-strain relation for concrete. *Cement and Concrete Research* 1973; 3(5):583-99.
- [33] Richart FE, Brandtzaeg A, Brown RL. A study of the failure of concrete under combined compressive stresses. Urbana (USA): Engineering Experiment Station, University of Illinois; 1928.
- model for fiber reinforced polymer-confined concrete. *Journal of Composites for Construction* ASCE 2007; 11(2).
- [27] Wei YY, Wu YF. Unified stress-strain model of concrete for FRP-confined columns. *Const Build Mater* 2012; 26:381-92.
- [28] Jiang T, Teng JG. Analysis-oriented stress-strain models for FRP-confined concrete. *Eng Struct* 2007; 29:2968-86.
- [29] Teng JG, Lin G, Yu T. Analysis-oriented stress-strain model for concrete under combined FRP-steel confinement. *Journal of Composites for Construction*. 2014; 22; 19(5):04014084.
- [30] Pan Y, Guo R, Li H, Tang H, Huang J. Analysis-oriented stress-strain model for FRP-confined concrete with preload. *Composite*

# Analysis oriented modeling of monotonic behavior in FRP-confined concrete rectangular columns

Omid Arbabtafti<sup>1</sup>, Hadi Ziaadiny<sup>2</sup>, Mohammad Ghanoonibagha<sup>3</sup>

1- MSc Student Department of Civil Engineering, Vali-e-Asr University of Rafsanjan, Rafsanjan, Iran

2- Corresponding author, Assistant Professor Department of Civil Engineering, Vali-e-Asr University of Rafsanjan, Rafsanjan, Iran .

3- Assistant Professor Department of Civil Engineering, East Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran.

## Abstract

Seismic retrofit of concrete columns with FRP composites is a well-known method for enhancing their strength and ductility. Behavior of rectangular concrete columns confined with FRP composites depends on several parameters, including unconfined concrete strength, confinement level, aspect ratio of cross-section (defined as the depth /width of the cross-section), and the sharpness of the section corners. For proper design of rectangular concrete columns confined with FRP composites, a good understanding of the stress-strain behavior of FRP-confined concrete prism under axial monotonic compression is necessary. In recent years many design oriented stress-strain models with simple closed-form expressions have been developed for FRP-confined concrete columns. Also some analysis oriented models are proposed in which the stress-strain behavior of circular columns is generated with an incremental process. But to the best knowledge of authors, there is not an analysis oriented stress-strain model for FRP-confined rectangular columns in the literature. Thus in this paper a base model for actively confined concrete is used to develop a new analysis stress-strain model for rectangular concrete columns confined with FRP. This model considers all parameters that affect behavior of rectangular columns. The procedure for generation of analysis oriented stress-strain curves for FRP-confined concrete based on active confinement model is as follows:

- 1) For a given axial strain, find the corresponding lateral strain according to the lateral-to-axial strain relationship;
- (2) based on force equilibrium and radial displacement compatibility between the concrete core and the FRP jacket, calculate the corresponding lateral confining pressure provided by the FRP jacket;
- (3) use the axial strain and the confining pressure obtained from steps (1) and (2) in conjunction with an active-confinement base model to evaluate the corresponding axial stress, leading to the identification of one point on the stress-strain curve of FRP-confined concrete;
- (4) Repeat the above steps to generate the entire stress-strain curve.

It is obvious from above procedure that the main relations in analytical modeling are the lateral-to-axial strain relationship, lateral confining pressure provided by the FRP jacket, peak axial stress on the stress-strain curve of actively confined concrete, axial strain at peak axial stress, and stress-strain equation. Thus in this paper these relations for rectangular sections are presented and when these relations be defined, the stress-strain curve can be generated using above mentioned procedure. In this paper an experimental database containing 167 axial compression test results of externally confined rectangular columns is assembled and used for stress-strain modeling. The proposed model considers different parameters that can affect the behavior of rectangular columns, including aspect ratio, corner radius, confinement ratio, and unconfined concrete strength. Also both the strain hardening and strain softening behavior of rectangular columns can be modelled by the proposed formulation. Comparison between experimental results and those of model predictions indicates that the proposed model provides good predictions for different parts of stress-strain curve such as compressive stress and strain also ultimate stress and strain. Also the shape of predicted stress-strain curve is in a good agreement with the test results.

**Keywords:** FRP, Rectangular Concrete column, Confinement, Stress-strain model, Analysis oriented model.