

ارائه روشی جدید برای تعیین فرکانس‌های طبیعی سازه‌ها تحت اثر بارهای محیطی

امیر زایری بغلانی نژاد^{۱*}، موسی محمودی صاحبی^۲

۱. دانشجوی دکتری، گروه سازه، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران، ایران

۲. دانشیار گروه سازه، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران، ایران

*amir.zayeri@sru.ac.ir

تاریخ پذیرش: ۹۹/۰۶/۲۶

تاریخ دریافت: ۹۸/۱۰/۰۳

چکیده

یکی از موضوعات مهم در روش‌های آزمایشگاهی استخراج اطلاعات مودال سازه‌ها، نوع بار وارد شده بر سازه است. بطور کلی بارهای اعمالی به یک سازه برای انجام تست دینامیکی، به دو دسته تحریکات مصنوعی و بارهای محیطی تقسیم می‌شود. اعمال بارهای مصنوعی به سازه‌های بزرگ مانند پل‌ها و ساختمان‌های بلند مشکل، پرهزینه و در برخی موارد غیر ممکن است. به همین دلیل برای استخراج اطلاعات مودال چنین سازه‌هایی عموماً از روش‌های مبتنی بر تحریک محیطی آنها استفاده می‌شود. با این وجود این روش‌ها شامل مشکلاتی مانند بزرگی دامنه نویز نسبت به دامنه پاسخ اندازه‌گیری شده است. این موضوع باعث ایجاد خطاهایی در نتایج و در برخی موارد منجر به بدست آمدن مودهای غیر واقعی می‌شود. به عنوان یک راه حل، برای اطمینان از درستی نتایج بدست آمده می‌توان اطلاعات مودال را از چند روش مختلف محاسبه نموده و نتایج را با یکدیگر مقایسه نمود. در این مقاله یک روش جدید برای استخراج فرکانس‌های طبیعی سازه‌ها تحت اثر ارتعاش محیطی آنها ارائه شده است. بدین منظور از ترکیب دو تکنیک کاهش تصادفی (RD) و تجزیه متعامد بهینه (POD) بهره گرفته شده است. علت انتخاب این دو روش توانایی بسیار بالای آنها در حذف نویز از داده‌های آزمایشگاهی است. الگوریتم پیشنهادی شامل سه مرحله کلی است. در گام اول بعد از اندازه‌گیری پاسخ شتاب سازه در نقاط مناسب، با استفاده از روش کاهش تصادفی آثار ارتعاش محیطی از پاسخ‌ها حذف و تنها ویژگی‌های دینامیکی سازه در شتاب‌نگاشت باقی می‌ماند. در مرحله دوم با استفاده از تکنیک تجزیه متعامد بهینه، شتاب‌نگاشت‌ها به چندین مد سازه‌ای تفکیک می‌شوند و در گام آخر، پاسخ‌های بدست آمده از مرحله قبل توسط تبدیل سریع فوری به حوزه فرکانسی تبدیل می‌شوند تا فرکانس‌های طبیعی سازه استخراج شود. نقطه قوت روش پیشنهادی، پایداری آن نسبت به استفاده از داده‌های نویزی با دامنه بسیار بالا است که از چالش‌های موجود در آزمایش‌های ارتعاش محیطی به شمار می‌رود. کارایی الگوریتم پیشنهادی با استفاده از مدل‌سازی عددی و تست آزمایشگاهی ارزیابی شد. نتایج این پژوهش نشان داد که از روش جدید می‌توان به عنوان ابزاری مناسب برای تعیین فرکانس‌های طبیعی سازه‌ها و کنترل نتایج بدست آمده از روش‌های دیگر بهره جست.

کلیدواژه‌ها: آزمایش دینامیکی، ارتعاش محیطی، فرکانس طبیعی، تجزیه متعامد بهینه، کاهش تصادفی، نویز.

۱- مقدمه

در شرایط داده‌های نویزی با دامنه‌های بزرگ، از اهمیت زیادی برخوردار است. هدف از این پژوهش ارائه الگوریتمی برای تعیین فرکانس‌های طبیعی سازه‌ها با استفاده از آزمایش ارتعاش محیطی آنها و در شرایط داده‌های به شدت آلوده به نویز است. در این راستا از ترکیب دو تکنیک ریاضی کاهش تصادفی (RD^5) و تجزیه متعامد بهینه (POD^6) استفاده خواهد شد. علت انتخاب این دو روش، توانایی بسیار بالای آنها در کاهش آثار نویز است. در الگوریتم پیشنهادی مشابه سایر روش‌های متداول دیگر، تنها از پاسخ ارتعاشی سازه بهره گرفته می‌شود و نیازی به دانستن اندازه بار وارد بر سازه نیست، بنابراین الگوریتم پیشنهادی در دسته روش‌های خروجی-تنها⁷ قرار می‌گیرد. در ادامه این مقاله ابتدا به شرح اصول حاکم بر تکنیک‌های ریاضی RD و POD پرداخته می‌شود. پس از آن الگوریتم پیشنهادی تشریح می‌شود و در انتهای مقاله با استفاده از مدل‌سازی عددی و درستی‌آزمایی آزمایشگاهی به ارزیابی کارایی روش جدید پرداخته خواهد شد.

۲- روش کاهش تصادفی RD

در صورتی که یک سازه تحت اثر تحریک تصادفی، مانند آثار محیطی یا بارهای بهره‌برداري قرار بگیرد، پاسخ آن نیز یک ارتعاش تصادفی خواهد بود [11]. پاسخ سازه به ارتعاش تصادفی را می‌توان ترکیبی از پاسخ به شرایط اولیه (ارتعاش آزاد) به علاوه پاسخ ناشی از بارهای تصادفی دانست. با استفاده از تکنیک RD ، می‌توان اثر بارهای تصادفی را از سیگنال پاسخ حذف نمود و بدین ترتیب بخش مربوط به ارتعاش آزاد را بدست آورد.

این روش اولین بار توسط یکی از پژوهشگران ناسا به نام کول و در حین پژوهش در مورد میرایی و خرابی سازه‌های هوافضا ابداع شد [12-14]. پس از آن پژوهشگران دیگری مانند ابراهیم، وندیور، برینکر و آسموسن نقش موثری در بکارگیری و ارتقاء روش مذکور ایفاء نمودند [15-21]. مرور کاملی از تاریخچه و اصول ریاضی مربوط به روش RD توسط دند در مرجع [22] ارائه شده است. در ادامه بطور خلاصه به شرح چگونگی

تعیین فرکانس‌های طبیعی، جایگاه ویژه‌ای در مبحث شناسایی سیستم‌های دینامیکی، انجام تحلیل‌های بهسازی لرزه‌ای، تشخیص آسیب و پایش سلامت سازه‌ها دارد. یکی از راه‌های تعیین اطلاعات مودال سازه‌ها، استفاده از آزمایش‌های دینامیکی است. برای انجام آزمایش‌های دینامیکی، باید مودهای طبیعی سازه را به کمک بارگذاری مصنوعی یا محیطی تحریک نمود. سپس با اندازه‌گیری بار وارد شده به عنوان ورودی و پاسخ سازه به عنوان خروجی سیستم، مشخصه‌های مودال مورد نیاز را بدست آورد. اگرچه روش‌های مبتنی بر بارهای مصنوعی مانند آزمایش ضربه و یا بارهای هارمونیک، دارای مزایایی از قبیل نویز کم و دقت بالا هستند، اما بکارگیری آنها برای سازه‌های واقعی مستلزم هزینه زیاد و توقف کاربری است. این موضوع مهندسان را به استفاده از پاسخ ارتعاشی سازه‌ها به تحریکات محیطی مانند بار باد، زلزله‌های خفیف و یا بارهای ترافیکی سوق می‌دهد. الگوریتم‌های مختلفی برای استخراج مشخصه‌های مودال سازه‌ها از ارتعاش محیطی آنها ارائه شده است که از متداولترین این روش‌ها می‌توان به تجزیه حوزه فرکانسی (FDD^1)، نسخه پیشرفته آن ($EFDD^2$)، تجزیه حوزه زمانی (TDD^3) و شناسایی زیرفضای تصادفی (SSI^4) اشاره نمود [5-1]. مرور جامعی بر انواع روش‌های آزمایشگاهی مودال را می‌توان در مراجع [6-9] یافت. در دو دهه اخیر کارهای پژوهشی فراوانی با استفاده از ارتعاش محیطی سازه‌ها توسط پژوهش‌های مختلف انجام شده است. مرور این پژوهش‌ها نشان می‌دهد که یکی از معضلات مهم در آزمایش‌های ارتعاش محیطی سازه‌ها، بزرگی نسبت دامنه نویز به دامنه پاسخ اندازه‌گیری شده است [10]. این موضوع باعث کاهش دقت نتایج و در برخی موارد بدست آمدن مودهای غیر واقعی می‌شود. به همین دلیل عموماً پارامترهای مودال مورد نظر را از دو یا چند روش مختلف محاسبه و بایکدیگر مقایسه می‌کنند تا از درستی نتایج بدست آمده اطمینان بیشتری حاصل شود. با توجه به این موضوع، ارائه یک روش پایدار برای استفاده

5 Random Decrement

6 Proper Orthogonal Decomposition

7 Output-Only Method

1 Frequency Domain Decomposition

2 Enhanced Frequency Domain Decomposition

3 Time Domain Decomposition

4 Stochastic Subspace Identification

انحراف معیار سیگنال پاسخ تصادفی (σ) پیشنهاد شده است.
(معمولا $a = \sqrt{2}\sigma$) [22].

۲- تعیین نقاطی از سیگنال پاسخ تصادفی که مقدار آنها برابر با a است.

۳- جدا کردن تکه‌هایی از سیگنال به طول مساوی τ که اندازه دامنه در ابتدای آنها برابر با a باشد.

۴- میانگین‌گیری تمام تکه‌ها با هم و به دست آوردن پاسخ ارتعاش آزاد.

شکل ۱. چگونگی استخراج پاسخ ارتعاش آزاد از یک سیگنال تصادفی به روش RD

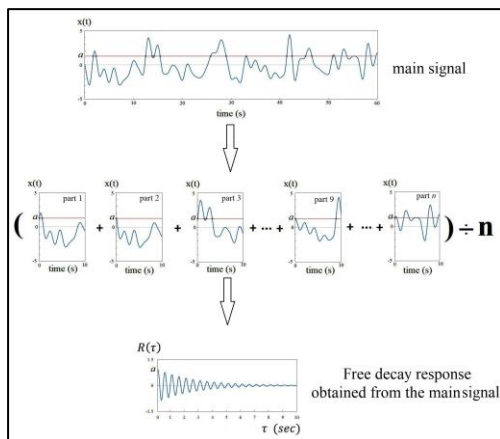


Fig. 1. The scheme of extracting free vibration response from a random signal by the RD method

همان‌گونه که ملاحظه می‌شود یکی از ویژگی‌های مهم روش RD حذف آثار تصادفی از پاسخ ارتعاشی سازه است. از آنجایی که نویز موجود در پاسخ اندازه‌گیری شده سازه‌ها نیز سیگنالی با ماهیت تصادفی است، پس در فرایند محاسبات روش RD، آثار نویز نیز به طور قابل توجهی از پاسخ ارتعاشی سازه حذف می‌شود. در این پژوهش از این خاصیت برای افزایش دقت نتایج محاسبات استفاده خواهد شد.

۳- روش تجزیه متعامد بهینه POD

روش تجزیه متعامد بهینه و یا به اختصار روش POD یکی از تکنیک‌های ریاضی کاهش ابعادی داده‌ها است. در واقع به کمک این روش می‌توان تخمینی با ابعاد کم برای داده‌های یک مسئله با ابعاد بزرگ ایجاد کرد. ایده اصلی روش POD این است که با یک تبدیل ریاضی متعامد، متغیرهای همبسته مساله با ابعاد

استخراج پاسخ ارتعاش آزاد سازه از ارتعاش تصادفی آن با استفاده از روش کاهش تصادفی پرداخته می‌شود.

کول مفهوم روش RD را چنین شرح داد؛ فرض شود که $x(t)$ سیگنال پاسخ جابه‌جایی یا سرعت و یا شتاب ناشی از ارتعاش محیطی یک سازه باشد. پاسخ تصادفی سازه در هر لحظه دلخواه $t_0 + t_1$ از دو بخش تشکیل می‌شود:

الف- بخش پاسخ ضربه‌ای (Impulse Part) ناشی از شرایط اولیه (جابه‌جایی، سرعت و شتاب) در لحظه t_0 ،

ب- بخش پاسخ تصادفی (Random Part) ناشی از بار اعمال شده به سازه در بازه زمانی t_0 تا $t_0 + t_1$.

در صورتی که تکه‌های مختلفی از این سیگنال به طول t_1 انتخاب شوند که هر کدام در نقطه شروع دارای دامنه‌ای برابر با $a = x$ باشد، از میانگین‌گیری همه این تکه‌ها با هم چه نتیجه‌ای حاصل می‌شود؟ پاسخ به سوال اخیر، مفهوم اصلی روش RD را روشن می‌نماید. پاسخ این است که با افزایش تعداد تکه‌ها، در اثر میانگین‌گیری اثر پاسخ تصادفی از بین خواهد رفت و مقدار باقیمانده، یک سیگنال ارتعاش آزاد با شرط اولیه $x = a$ و طول t_1 خواهد بود. روش RD را می‌توان به فرم ریاضی زیر نمایش داد [22]:

$$R(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x(t_i + \tau) |_{x(t_i)=a} \quad (1)$$

در رابطه اخیر، $R(\tau)$ سیگنال ارتعاش آزاد بدست آمده از روش RD. تعداد تکه‌های جدا شده از سیگنال تصادفی و $x(t_i + \tau)$ تکه i ام از سیگنال تصادفی که لحظه شروع آن t_i و مقدار دامنه آن در لحظه شروع برابر با مقدار $x(t_i) = a$ است.

برای تشریح بهتر این روش، چگونگی استخراج پاسخ ارتعاش آزاد از یک سیگنال تصادفی، بطور شماتیک در شکل (۱) نشان داده شده است.

با توجه به توضیحات ارائه شده، مراحل استخراج پاسخ ارتعاش آزاد یک سازه از سیگنال ارتعاش تصادفی آن با استفاده از روش کاهش تصادفی به ترتیب مراحل زیر است:

۱- در نظر گرفتن یک مقدار مناسب برای شرط اولیه a . در مراجع مختلف مقدار مناسب a ، به صورت ضربی از

در رابطه اخیر \bar{d}_i میانگین مولفه‌های بردار \mathbf{d}_i (میانگین اعداد موجود در ستون i ام ماتریس A) و $\mathbf{1}$ ماتریسی $M \times 1$ با مولفه‌های برابر با یک است. بنابراین ماتریس اسنپ شات A را می‌توان به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$\mathbf{B} = [\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_N]_{M \times N} \quad (6)$$

و ماتریس کوواریانس \mathbf{R} از رابطه زیر بدست خواهد آمد [23]:

$$\mathbf{R} = \frac{1}{M} \mathbf{B}^T \mathbf{B} \quad (7)$$

در این رابطه، \mathbf{R} از مرتبه $N \times N$ بوده و یک ماتریس حقیقی و متقارن است و بردارهای ویژه آن، پایه‌های متعامد در روش POD خواهند بود [23]. برای بدست آوردن پایه‌های متعامد مذکور باید معادله مقدار ویژه زیر حل شود:

$$\mathbf{R} \mathbf{pom} = \lambda \mathbf{pom} \quad (8)$$

در رابطه اخیر \mathbf{pom} یک بردار مقدار ویژه ماتریس کوواریانس \mathbf{R} و λ مقدار ویژه متناظر با آن است.

می‌توان تمام بردار شکل مودهای بدست آمده را به صورت ماتریس شکل مود بهینه \mathbf{POM} ، به صورت زیر نوشت:

$$\mathbf{POM} = [\mathbf{pom}_1, \mathbf{pom}_2, \dots, \mathbf{pom}_N] \quad (9)$$

در اینصورت می‌توان پاسخ‌های ارتعاشی سازه را به صورت ترکیب خطی از شکل مودهای مذکور به صورت زیر بدست آورد:

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{D}}(t) &= \mathbf{POM} \ddot{\boldsymbol{\alpha}}(t) \\ \dot{\mathbf{D}}(t) &= \mathbf{POM} \dot{\boldsymbol{\alpha}}(t) \\ \mathbf{D}(t) &= \mathbf{POM} \boldsymbol{\alpha}(t) \end{aligned} \quad (10)$$

در روابط فوق $\boldsymbol{\alpha}$ بردار ضرایبی است که بعد زمان را وارد محاسبات می‌نماید.

چند مود اول \mathbf{POM} در برگیرنده بیشترین اطلاعات دینامیکی سازه هستند [23]. بنابراین به جای استفاده از همه شکل مودها می‌توان بطور تقریبی، تنها از چند مود اول برای تخمین پاسخ‌های ارتعاشی سازه و در نتیجه کاهش ابعاد مساله بهره جست. در صورتی که تنها از P مود اول استفاده شود ($P < N$) می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{D}}(t) &\approx \mathbf{POM}_P \ddot{\boldsymbol{\alpha}}(t) \\ \dot{\mathbf{D}}(t) &\approx \mathbf{POM}_P \dot{\boldsymbol{\alpha}}(t) \\ \mathbf{D}(t) &\approx \mathbf{POM}_P \boldsymbol{\alpha}(t) \end{aligned} \quad (11)$$

با جایگذاری روابط (11) در معادله (2) می‌توان نوشت:

بزرگ¹ را به متغیرهای غیر همبسته با ابعاد کوچک² تبدیل می‌کند. در این پژوهش از روش تجزیه متعامد بهینه به منظور استخراج فرکانس‌های طبیعی سازه‌ها از ارتعاش محیطی آنها استفاده خواهد شد.

در این راستا باید معادله دینامیکی حرکت توسط روش مذکور کاهش داده شود. بنابراین در ادامه به تشریح اصول ریاضی روند کاهش محاسبات تحلیل دینامیکی سازه با استفاده از POD پرداخته می‌شود. معادله حرکت حاکم بر رفتار دینامیکی یک سازه به شکل زیر است:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{D}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{D}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{D}(t) = \mathbf{F}(t) \quad (2)$$

در صورتی که مجموعه‌ای از داده‌های آزمایشگاهی یا عددی برای این سازه به صورت پاسخ جابه‌جایی (ویا سرعت یا شتاب) موجود باشد، با استفاده از روش POD می‌توان بردارهای پایه متعامدی برای کاهش ابعاد (درجات آزادی) مساله بدست آورد (در مسائل دینامیک سازه‌ها به این بردارهای پایه اصطلاحاً شکل مودهای بهینه³ و یا به اختصار \mathbf{pom} گفته می‌شود [23]). برای محاسبه شکل مودهای \mathbf{pom} ابتدا باید ماتریس کوواریانس داده‌های آزمایشگاهی به شرح زیر تعیین شود. فرض شود که مقادیر جابجایی مربوط به N درجه آزادی از سازه در آزمایشگاه (و یا با مدل سازی عددی) در لحظه t به صورت $d_1(t), d_2(t), \dots$ و $d_N(t)$ بدست آمده باشند. اگر مقادیر مذکور برای M لحظه زمانی ذخیره شوند، در این صورت برای درجه آزادی i ام، بردار تاریخیچه زمانی جابه‌جایی \mathbf{d}_i به صورت زیر نمایش داده می‌شود:

$$\mathbf{d}_i = [d_i(t_1), d_i(t_2), \dots, d_i(t_M)]^T \quad (3)$$

می‌توان کل داده‌های آزمایشگاه را در یک ماتریس تجمیع نمود:

$$\mathbf{A} = [\mathbf{d}_1 \ \mathbf{d}_2 \ \dots \ \mathbf{d}_N]_{M \times N} \quad (4)$$

ماتریس A را معمولاً ماتریس اسنپ شات⁴ می‌نامند [23]. به منظور تشکیل ماتریس کوواریانس داده‌ها، مولفه‌های بردار \mathbf{d}_i برای هر گره، باید با تفاضل از میانگین تاریخیچه پاسخ همان گره نرمال سازی گردد. برای این منظور می‌توان برای هر گره بردار تاریخیچه زمانی نرمال شده \mathbf{a}_i را به شکل زیر تعریف کرد:

$$\mathbf{a}_i = \mathbf{d}_i - \bar{d}_i \mathbf{1} \quad (5)$$

3 Proper orthogonal modes

4 Snapshot matrix

1 High-dimensional correlated variables

2 Low-dimensional uncorrelated variables

در فرایند محاسبات POD به مودهای بهینه آخر منتقل می‌شوند. بدیهی است که اگر در فرایند استخراج فرکانس‌های طبیعی، از چند مود آخر استفاده نشود، آثار نویز به طور چشمگیری از نتایج نهایی حذف خواهند شد. این توضیحات نشان می‌دهد که استفاده همزمان از دو روش RD و POD آثار نویز را به شکل قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌دهد. در ادامه به چگونگی پردازش سیگنال‌های RD به کمک روش POD برای استخراج فرکانس‌های طبیعی سازه پرداخته می‌شود.

فرض شود که تعداد L سیگنال RD مربوط به سازه مطالعه از ارتعاش محیطی آن در گام قبل محاسبه شده‌اند. با توجه به توضیحات بخش ۳ می‌توان ماتریس اسنپ شات این سیگنال‌ها را تشکیل داده، سپس ماتریس کوواریانس مربوطه را محاسبه نمود. در مرحله بعد با حل معادله مقدار ویژه رابطه ۸، شکل مودهای بهینه سازه (pom) تعیین می‌شوند. از آنجایی که سیگنال‌های RD شبیه پاسخ ارتعاش آزاد سازه به یک شرایط اولیه خاص هستند، بنابراین مدل دینامیکی کاهش یافته سازه مطالعه شده با استفاده از شکل مودهای pom به شکل زیر خواهد بود:

$$M_L \ddot{\alpha}(t) + C_L \dot{\alpha}(t) + K_L \alpha(t) = 0 \quad (16)$$

اندیس L در معادله فوق بدین معناست که ماتریس‌های کاهش یافته جرم و میرایی و سختی از مرتبه $L \times L$ است. بدیهی است در صورتیکه تنها از یک شکل مود بهینه pom برای تشکیل معادله (۱۶) استفاده شود، مدل کاهش یافته سازه با یک درجه آزادی بدست خواهد آمد. فرض شود برای تشکیل مدل یک درجه آزادی کاهش یافته سازه، از شکل مود بهینه i ام یعنی pom_i استفاده شود. در این صورت نیاز است که در مرحله اول ماتریس شکل مود POM معادله (۹) که تنها شامل بردار شکل مود بهینه i ام است، به شکل زیر تشکیل شود:

$$POM = [pom_i]_{L \times 1} \quad (17)$$

با جایگذاری رابطه (۱۷) در معادلات (۱۶) به سادگی می‌توان مقادیر جرم m_i میرایی c_i و سختی k_i مربوطه و در نتیجه مدل یک درجه آزادی کاهش یافته متناظر با بردار شکل مود بهینه pom_i را بدست آورد:

$$m_i \ddot{\alpha}_i(t) + c_i \dot{\alpha}_i(t) + k_i \alpha_i(t) = 0 \quad (18)$$

معادله یک درجه آزادی ۱۸، اساس کار الگوریتم پیشنهادی را

$$MPOM_P \ddot{\alpha}(t) + CPOM_P \dot{\alpha}(t) + KPOM_P \alpha(t) \cong F(t) \quad (12)$$

پس از ضرب طرفین معادله اخیر در POM_P^T :

$$POM_P^T MPOM_P \ddot{\alpha}(t) + POM_P^T CPOM_P \dot{\alpha}(t) + POM_P^T KPOM_P \alpha(t) \cong POM_P^T F(t) \quad (13)$$

در این مرحله ماتریس‌ها و بردارهای کاهش یافته سازه به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} M_P &= POM_P^T M POM_P \\ C_P &= POM_P^T C POM_P \\ K_P &= POM_P^T K POM_P \\ F_P(t) &= POM_P^T F(t) \end{aligned} \quad (14)$$

بنابراین شکل نهایی کاهش یافته معادله دینامیکی حرکت سازه به صورت زیر خواهد بود:

$$M_P \ddot{\alpha}(t) + C_P \dot{\alpha}(t) + K_P \alpha(t) \cong F_P(t) \quad (15)$$

در صورتی که درجه آزادی مربوط به معادله ۲ از مرتبه N باشد، درجه آزادی معادله کاهش یافته ۱۵ از مرتبه P خواهد بود. در این مقاله از مدل دینامیکی کاهش یافته رابطه ۱۵ برای استخراج فرکانس‌های سازه از ارتعاش محیطی آن استفاده خواهد شد.

۴- الگوریتم پیشنهادی

در این بخش به شرح روش پیشنهادی برای استخراج فرکانس‌های طبیعی سازه‌ها از ارتعاش محیطی آنها پرداخته می‌شود. با توجه به توضیحات بخش ۲، به کمک روش RD می‌توان بخش مربوط به آثار تصادفی مربوط به پاسخ ارتعاش محیطی یک سازه را حذف نموده و تنها پاسخ ارتعاش آزاد ناشی از شرایط اولیه خاص را بدست آورد. با توجه به ماهیت تصادفی نویز، بخش بزرگی از آن نیز در طی فرایند محاسبات RD حذف خواهد شد. برای شروع کار، ابتدا باید داده‌های پاسخ ارتعاش محیطی بدست آمده از L کانال اندازه‌گیری نصب شده در نقاط مختلف سازه، با استفاده از روش کاهش تصادفی پردازش شود. بدین ترتیب تعداد L سیگنال ارتعاش آزاد حاوی اطلاعات دینامیکی سازه به علاوه آثار نویز کاهش یافته در دسترس خواهد بود. در ادامه کار، برای استخراج فرکانس‌های طبیعی سازه، باید سیگنال‌های RD بدست آمده با روش POD پردازش شود. فرایند انجام این پردازش در ادامه تشریح خواهد شد. بر اساس توضیحات بخش ۳، در فرایند تعیین شکل مودهای بهینه pom، آثار داده‌های با اهمیت کم (دامنه فرکانسی کوچک) به مودهای آخر منتقل می‌شوند. از آنجا که آثار نویز در سیگنال‌های بدست آمده از محاسبات RD کاهش یافته‌اند، بنابراین دامنه فرکانسی این آثار بسیار کوچک شده، پس

تشکیل می‌دهد. در صورتیکه رابطه مذکور به کمک شکل مود بهینه اول، یعنی pom_1 تشکیل شود، پاسخ‌های این معادله حاوی مهمترین اطلاعات دینامیکی سازه یعنی اولین فرکانس طبیعی (f_1) خواهند بود. در واقع فرکانس طبیعی اول سازه بیشترین سهم را در تشکیل هریک از سیگنال‌های یک بعدی α_1 و $\dot{\alpha}_1$ دارد، پس در صورت محاسبه تبدیل فوریه هر یک از سیگنال‌های مذکور، طیف حاصل تنها دارای یک قله با دامنه بسیار بزرگ در محل فرکانس f_1 خواهد بود. با استدلالی مشابه می‌توان مدل یک درجه آزادی کاهش یافته سازه را با استفاده از شکل مود بهینه i ام یعنی pom_i تشکیل داد و در نتیجه فرکانس طبیعی مربوط به مود i ام سازه را به کمک آن محاسبه نمود.

از آنجایی که در مسائل واقعی ماتریس‌های جرم و سختی سازه‌ها بطور دقیق معلوم نیست، استفاده از الگوریتم پیشنهادی نیازمند قدری اصلاحات است. به عبارت دیگر در صورتی که مقادیر m_i ، c_i و k_i مشخص نباشد، پاسخ‌های α_i ، $\dot{\alpha}_i$ را نمی‌توان بطور مستقیم از حل معادله ۱۸ بدست آورد. راه حل، استفاده از سیگنال‌های RD بدست آمده از داده‌های آزمایشگاهی است. برای نمونه اگر سیگنال شتاب \ddot{RD} مربوط به L گره از سازه در M لحظه زمانی، در گام قبلی به شکل ماتریس زیر محاسبه شده باشد:

$$\ddot{RD}_{L \times M} = [\ddot{RD}_1, \ddot{RD}_2, \ddot{RD}_3, \dots, \ddot{RD}_L]^T \quad (19)$$

آنگاه تعداد L بردار شکل مود بهینه سازه را می‌توان محاسبه نمود.

از طرفی فرض شود که $\ddot{\alpha}_i$ پاسخ شتاب مدل یک درجه آزادی کاهش یافته بدست آمده از بردار pom_i است، در این صورت می‌توان نوشت:

$$[\ddot{RD}(t)]_{L \times M} = [pom_i]_{L \times 1} \cdot [\ddot{\alpha}_i(t)]_{1 \times M} \quad (20)$$

از طرفی با توجه به نرمال بودن مودهای بهینه:

$$pom_i^T \cdot pom_i = 1 \quad (21)$$

بنابراین از ضرب طرفین معادله ۲۰ در pom_i^T بردار $\ddot{\alpha}_i$ به سادگی بدست می‌آید:

$$\ddot{\alpha}_i(t) = pom_i^T \cdot \ddot{RD}(t) \quad (22)$$

در صورتی که به جای پاسخ شتاب (\ddot{RD})، تاریخچه زمانی سرعت (\dot{RD}) و یا جابه‌جایی (RD) در دسترس باشد، بطور مشابه می‌توان پاسخ‌های α_i و $\dot{\alpha}_i$ را تعیین نمود.

الگوریتم پیشنهادی در ۷ گام به شرح زیر خلاصه می‌شود:

- ۱- محاسبه پاسخ ارتعاش محیطی سازه در L گره (این پاسخ می‌تواند شتاب، سرعت و یا جابه‌جایی سازه باشد)
- ۲- استخراج L تابع RD متناظر با پاسخ‌های اندازه‌گیری شده
- ۳- تشکیل ماتریس اسنپ شات مربوط به توابع RD بدست آمده (روابط ۵ و ۶)
- ۴- تشکیل ماتریس کوواریانس مربوط به داده‌های RD (رابطه ۷)

- ۵- حل معادله مقدار ویژه (۹) و تعیین شکل مودهای pom
- ۶- تعیین پاسخ‌های شتاب $\ddot{\alpha}_i$ (و یا اگر به جای شتاب، سرعت یا جابه‌جایی سازه محاسبه شده باشد، پاسخ‌های $\dot{\alpha}_i$ ، α_i) مربوط به مدل دینامیکی کاهش یافته (رابطه ۲۲)
- ۷- تبدیل فوریه پاسخ‌های گام ۶ و تعیین فرکانس‌های طبیعی سازه به کمک قله‌های ظاهر شده در نمودارهای طیف شکل (۲) بطور شماتیک فرایند استخراج فرکانس‌های طبیعی سازه یک درجه آزادی را از ارتعاش محیطی آن در شرایط نویزی با استفاده از الگوریتم پیشنهادی نشان می‌دهد. همان‌گونه که در شکل ملاحظه می‌شود، بخشی از نویز در خلال فرایند محاسبات RD و بخش دیگر آن در هنگام محاسبات POD حذف می‌شود.

۵- درستی آزمایی

در این پژوهش به منظور بررسی درستی عملکرد روش پیشنهادی، از مدل‌سازی عددی و مطالعه آزمایشگاهی استفاده شد. همچنین برای ارزیابی بیشتر کارایی الگوریتم جدید، نتایج حاصل از مدل عددی و آزمایشگاهی، با نتایج بدست آمده از دو روش متداول EFDD و SSI مقایسه شد.

شکل ۲. نمای شماتیک الگوریتم پیشنهادی برای سیستم یک درجه آزادی

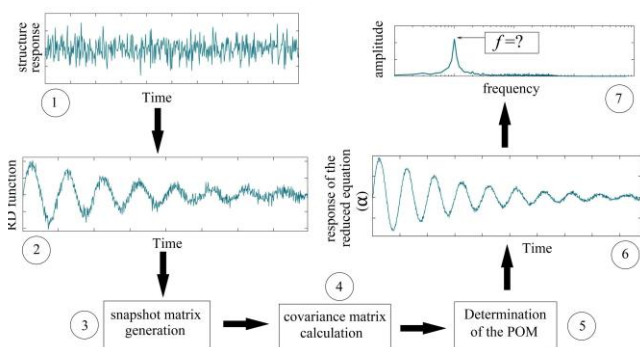


Fig. 2. Schematic view of the proposed algorithm

مودهای بهینه متناظر با آنها تعیین شد. در ادامه پاسخ‌های شتاب مدل کاهش یافته بدست آمده و در نهایت تبدیل فوریه این سیگنال‌ها محاسبه شد. شکل (۴) طیف فوریه حاصل از محاسبات مذکور را نشان می‌دهد. هر یک از نمودارهای این شکل، نشان دهنده طیف متناظر با یکی از شکل مودهای بهینه pom است. همان‌گونه که ملاحظه می‌شود پنج فرکانس طبیعی اول سازه به راحتی از این نمودارها قابل استخراج است. نکته قابل توجه در این نمودارها این است که فرکانس‌های f_1 و f_2 در طیف‌های متناظر با مودهای بهینه اول و دوم (pom1 و pom2)، با دامنه بزرگتری ظاهر شده‌اند. این موضوع به دلیل خاصیت روش POD است. به بیان دیگر همان‌گونه که در بخش‌های پیشین نیز تشریح شد، در این روش اطلاعات با اهمیت بالا در مودهای بهینه نخست ظاهر شده و اطلاعات کم اهمیت‌تر مثل فرکانس‌های بالای سازه، به آخرین مودهای بهینه منتقل می‌شوند. به همین دلیل فرکانس‌های f_3 و f_4 در طیف‌های حاصل از دو مود بهینه آخر یعنی pom3 و pom4 با وضوح بیشتری ظاهر شده‌اند. نکته دیگر در نمودارهای شکل (۴)، وجود اغتشاشات بسیار کوچک در طیف مستخرج از مود بهینه pom4 است. دلیل وجود این ناهمواری‌ها، باقیمانده آثار تصادفی ناشی از ارتعاش محیطی وارد بر سازه است که در خلال محاسبات، بخش اعظمی از آنها توسط روش RD حذف شده و باقیمانده آنها به دلیل ناچیز بودن دامنه به مود بهینه آخر منتقل شده‌اند. درستی فرکانس‌های بدست آمده در این بخش، در مطالعه بعدی ارزیابی خواهد شد.

مطالعه دوم - مقایسه نتایج با جواب حاصل از روش‌های

SSI و EFDD

به منظور بررسی میزان دقت نتایج حاصل از روش پیشنهادی، فرکانس‌های محاسبه شده در بخش قبل با نتایج دو روش متداول تجزیه دامنه فرکانس توسعه‌یافته (EFDD) و زیرفضای تصادفی (SSI) مقایسه شد. لازم به ذکر است که روش اول در دسته روش‌های مبتنی بر حوزه فرکانسی و دیگری در دسته تکنیک‌های مبتنی بر دامنه زمانی قرار می‌گیرد. تئوری مربوط به هر یک از دو روش مذکور را می‌توان به ترتیب در مراجع [3] و [5] یافت. برای تعیین نتایج مربوط به دو روش SSI و EFDD، از نرم افزار ARTeMIS Modal بهره گرفته شد.

در ادامه ابتدا به شرح نتایج حاصل از مدل‌سازی عددی و سپس ارزیابی آزمایشگاهی پرداخته می‌شود.

۱-۵- مدل‌سازی عددی

مدل عددی به کار رفته در این مقاله برای بررسی کارایی الگوریتم پیشنهادی، یک سیستم ۱۰ درجه آزادی دو بعدی مطابق با شکل (۳) است. این تصویر مشخصات هندسی و مکانیکی مدل مذکور و همچنین بارگذاری وارد بر آن را نشان می‌دهد.

شکل ۳. مشخصات مدل عددی مورد استفاده در درستی آزمایشی

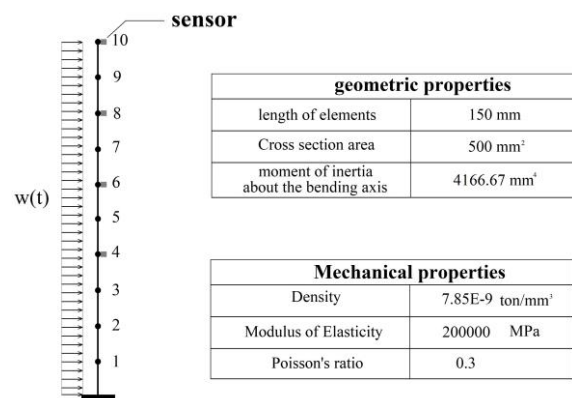


Fig. 3. Characteristics of the numerical validation Study

به منظور شبیه‌سازی ارتعاش محیطی، بار وارد بر بدنه سازه یعنی $w(t)$ ، به صورت یک رشته اعداد تصادفی متغیر با زمان و با توزیع نرمال در نظر گرفته شد. برای تولید اعداد تصادفی از تابع randn در نرم‌افزار MATLAB و برای انجام تحلیل دینامیکی، از نرم‌افزار SAP2000 استفاده شد. مدت زمان اعمال بار ۱۵ دقیقه و گام زمانی در تحلیل برابر با ۰/۰۰۲ ثانیه در نظر گرفته شد.

بطور کلی مطالعات انجام شده روی نتایج مدل عددی به چهار بخش تقسیم می‌شود که در ادامه تشریح می‌شود.

مطالعه اول - بررسی نتایج حاصل از روش پیشنهادی

در این مطالعه، به منظور شبیه‌سازی شرایط واقعی فرض شد که تنها چهار سنسور در دسترس بوده و شتاب سازه فقط در گره‌های ۴، ۶، ۸ و ۱۰ اندازه‌گیری شده است. با توجه به این فرض، معادله دینامیکی حاکم از ۱۰ درجه به ۴ درجه آزادی کاهش می‌یابد و در نتیجه تنها چهار مود بهینه pom قابل محاسبه خواهد بود. برای شروع محاسبات، در گام نخست توابع RD متناظر با پاسخ‌های شتاب چهار گره مذکور محاسبه شده و سپس شکل

شکل ۴. طیف فوریه حاصل از پاسخ‌های شتاب سیستم کاهش یافته ۴ درجه آزادی برای مدل عددی

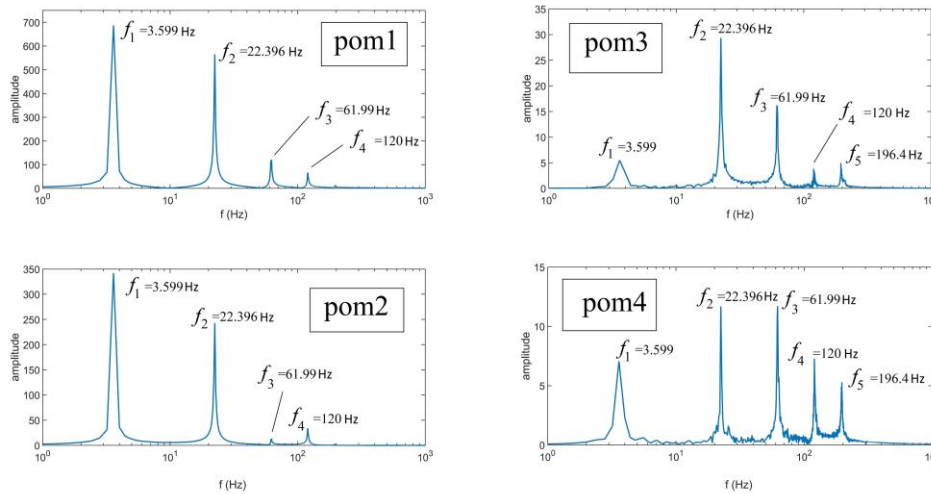


Fig. 4. The Fourier spectrum of the acceleration responses of the reduced 4 DOF system for the numerical model

زیادی از سنسور هستند، استفاده از دیتالاگر با تعداد کانال‌های بالا و همچنین بسته به ابعاد سازه، میزان زیادی کابل مورد نیاز خواهد بود. این موضوع هزینه‌های آزمایشگاهی را به طور چشمگیری افزایش می‌دهد. در این مطالعه به منظور بررسی میزان وابستگی الگوریتم پیشنهادی به تعداد سنسورها، فرض شد که تنها یک سنسور در دسترس است. سپس سازه چهار مرتبه تحت بارگذاری‌های تصادفی متفاوتی قرار گرفته و در هر مرحله تنها پاسخ شتاب در یکی از گره‌های ۴، ۶، ۸ و یا ۱۰ اندازه‌گیری شد. پس از آن نتایج بدست آمده با حالتی که چهار سنسور بطور هم زمان روی سازه نصب شده‌اند (نتایج مطالعه اول)، مورد مقایسه قرار گرفت. جدول (۲) درصد خطای مربوط به بکارگیری یک و چهار سنسور در محاسبات را نسبت به نتایج روش اجزا محدود نشان می‌دهد.

جدول ۲. مقایسه نتایج حاصل از بکارگیری یک و چهار سنسور در

محاسبات مدل عددی

	FEM	Using 4 sensors without repeat the test	Using 1 sensor and 4 time repeat the test
f_1	3.607	3.599 (0.22%)	3.594 (0.36%)
f_2	22.350	22.396 (0.21%)	22.396 (0.21%)
f_3	61.937	61.990 (0.09%)	61.987 (0.08%)
f_4	120.059	120.000 (0.05%)	119.983 (0.06%)
f_5	196.147	196.400 (0.13%)	196.359 (0.11%)

Table 2. Comparison of the results of applying one and four sensors in numerical model calculations

جدول (۱) مقایسه نتایج حاصل از سه روش را با جواب‌های دقیق مدل اجزا محدود (FEM) نشان می‌دهد. اعداد درون پرانتز نشان دهنده درصد خطای مربوط به هر روش نسبت به نتایج اجزا محدود است. هماهنگی بسیار خوبی بین فرکانس‌های حاصل از الگوریتم پیشنهادی و سایر روش‌ها مشاهده می‌شود به شکلی که بیشینه خطای ناشی از روش جدید، برای پنج فرکانس اول سازه کمتر از ۰/۳ درصد است. نتایج این مطالعه تأیید کننده کارایی روش پیشنهادی در کنار سایر روش‌های متداول تعیین اطلاعات مودال سازه‌ها است.

جدول ۱. مقایسه نتایج روش پیشنهادی با دو روش متداول دیگر برای مدل

	عددی			
	FEM	Proposed method	EFDD method	SSI method
f_1	3.607	3.599 (0.22%)	3.612 (0.14%)	3.622 (0.42%)
f_2	22.350	22.396 (0.21%)	22.359 (0.04%)	22.358 (0.04%)
f_3	61.937	61.990 (0.09%)	61.943 (0.01%)	61.949 (0.02%)
f_4	120.059	120.000 (0.05%)	119.870 (0.16%)	120.038 (0.02%)
f_5	196.147	196.400 (0.13%)	195.890 (0.13%)	196.155 (0.004%)

Table 1. Comparison of the results of the proposed method with two other common methods for numerical model

مطالعه سوم- بررسی اثر تعداد سنسور

یکی از مسائل مهم در تعیین اطلاعات مودال سازه‌ها، کاهش هزینه‌های آزمایشگاهی است. در روش‌هایی که وابسته به تعداد

شتاب به نویز، از رابطه زیر استفاده شد:

$$\ddot{D}_{noisy} = \ddot{D}_{exact} + \sigma \times randn(N, M) \otimes \ddot{D}_{exact} \quad (23)$$

در رابطه فوق \ddot{D}_{exact} یک ماتریس $N \times M$ حاوی رکوردهای شتاب متناظر با درجات آزادی مختلف سازه است که از روش اجزا محدود بدست آمده است. N تعداد رکوردها و M تعداد داده ها در هر رکورد شتاب، \ddot{D}_{noisy} ماتریس $N \times M$ حاوی رکوردهای شتاب آغشته به نویز و $randn(N, M)$ تابعی در نرم افزار MATLAB برای تولید ماتریس $N \times M$ داده‌های تصادفی با توزیع نرمال، میانگین صفر و واریانس ۱ است. σ انحراف از معیار دامنه نویز است که با تغییر آن می‌توان شدت نویز اضافه شده به سیگنال‌های شتاب را کاهش یا افزایش داد. نماد \otimes نیز نشان دهنده ضرب هادامارد^۱ و یا ضرب درایه در درایه دو ماتریس است.

همان‌گونه که ملاحظه می‌شود، اختلاف چشمگیری بین نتایج دو حالت وجود ندارد. بنابراین نتایج این مطالعه نشان می‌دهد که روش جدید با تعداد محدودی از سنسورها (حتی یک سنسور) و تکرار آزمایش به تعداد کافی، قادر به ارائه نتایج قابل قبولی است.

مطالعه چهارم - بررسی اثر نویز بر دقت نتایج

یکی از اهداف مهم این پژوهش، ارائه الگوریتمی برای تعیین فرکانس‌های سازه در شرایط داده‌های نویزی با دامنه بالا است. به همین دلیل در این مطالعه، اثر نویز بر دقت نتایج روش جدید بررسی شد. در این راستا پاسخ‌های شتاب اندازه‌گیری شده در مطالعه اول، با دامنه‌های مختلفی از نویز آغشته شده، سپس فرکانس‌های سازه با استفاده از روش پیشنهادی تعیین و با نتایج دقیق اجزا محدود مقایسه شد. برای آلوده کردن سیگنال‌های

جدول ۳. پنج فرکانس اول مدل عددی به ازای داده‌های با دامنه مختلف نویزی

Noise amplitude		$\sigma = 0$	$\sigma = 0.01$	$\sigma = 0.05$	$\sigma = 0.1$	$\sigma = 0.2$	$\sigma = 0.3$	$\sigma = 0.4$	$\sigma = 0.5$	$\sigma = 0.6$
f_1		3.599	3.599	3.599	3.599	3.599	3.599	3.599	3.599	3.599
f_2		22.396	22.396	22.396	22.396	22.396	22.396	22.396	22.396	22.40
f_3		61.99	61.99	61.99	61.99	61.79	61.59	62.39	61.86	62.29
f_4		120	119.96	119.97	120.4	120.13	120	120.2	120	120.1
f_5		196.4	197.2	195.6	192.4	196.4	197.6	197.3	197	-
		$\sigma = 0.8$	$\sigma = 1.0$	$\sigma = 1.2$	$\sigma = 1.4$	$\sigma = 1.6$	$\sigma = 1.8$	$\sigma = 2.0$	$\sigma = 2.2$	$\sigma = 2.5$
f_1		3.599	3.599	3.599	3.599	3.599	3.599	3.599	3.599	3.599
f_2		22.40	22.41	22.396	22.396	22.396	22.396	22.20	22.596	22.510
f_3		61.99	61.99	61.99	61.99	61.99	62.10	62.13	62.35	61.7
f_4		120.1	120	119.87	-	-	-	-	-	-
f_5		-	-	-	-	-	-	-	-	-

Table 3. The first five frequencies of the numerical model for data with different noise amplitudes

شکل ۵. نمودارهای طیف بدست آمده از الگوریتم پیشنهادی به ازای دامنه‌های مختلف نویز در مطالعه عددی

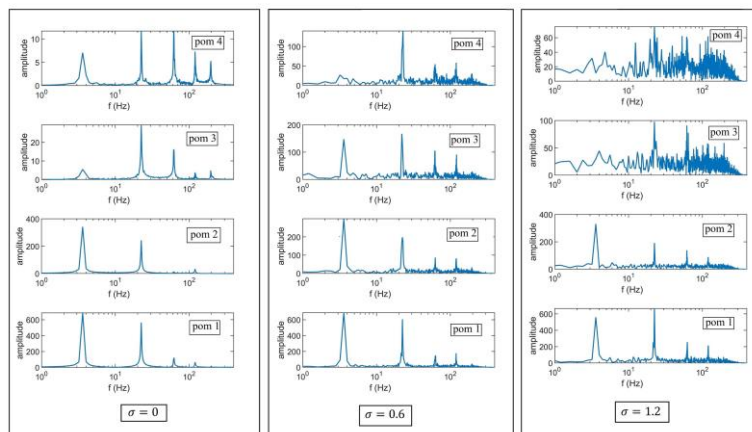


Fig. 5. Spectral diagrams obtained from the proposed algorithm for different noise amplitudes in numerical study

1 Hadamard multiplication

قرارگیری سنسورها و سایر جزئیات مربوط به مدل آزمایشگاهی را نشان می‌دهد.

شکل ۶. جزئیات مربوط به مطالعه آزمایشگاهی



Fig. 6. Details of the experimental study

به منظور اطمینان از درستی نتایج بدست آمده در این آزمایش، تیر مذکور به همراه سنسورهای متصل به آن با استفاده از نرم افزار Abaqus نیز مطابق با شکل (۷) مدل‌سازی شد. این شکل سه مود اول سازه را به همراه فرکانس‌های بدست آمده از مدل اجزاء محدود نشان می‌دهد. در این مدل از المان‌های shell نوع C3D8R، برای تعریف بدنه تیر و از المان‌های solid نوع C3D8R برای شبیه‌سازی سنسورها استفاده شد. حداقل ابعاد المان‌ها ۵ میلی‌متر لحاظ شد. جدول (۴) سایر مشخصات هندسی و مکانیکی بکار رفته در مدل‌سازی اجزاء محدود را نشان می‌دهد.

شکل ۷. مدل اجزاء محدود مربوط به تیر طره‌ای در مطالعه آزمایشگاهی

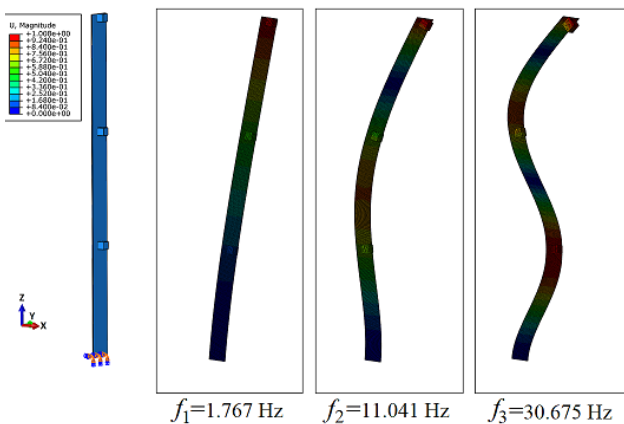


Fig. 7. Finite Element Model of the Cantilever Beam in the experimental study

به منظور محاسبه فرکانس‌های سازه به ازای دامنه‌های مختلفی از نویز، مقدار σ از صفر تا ۲/۵ تغییر داده شد تا میزان اثر افزایش دامنه نویز بر کارایی روش پیشنهادی ارزیابی شود. جدول (۳) نتایج بدست آمده از این مطالعه را نشان می‌دهد. همان‌گونه که ملاحظه می‌شود با افزایش دامنه نویز تا حدود $\sigma = 2.5$ (دامنه ۲۵۰ درصد)، سه فرکانس اول به عنوان مهمترین فرکانس‌های سازه، با دقت بالایی بدست آمده‌اند. عموماً در عمل نیز میزان دامنه نویز اندازه‌گیری، بسیار کمتر از این مقدار است. بنابراین مطالعه حاضر نشان می‌دهد که دامنه‌های بزرگ نویزی بر دقت فرکانس‌های اصلی بدست آمده از الگوریتم پیشنهادی اثر ناچیزی دارد. بررسی بیشتر نتایج جدول (۳) نشان می‌دهد که فرکانس‌های f_3 و f_4 تنها تا دامنه‌های نویزی به ترتیب ۱۲۰ و ۵۰ درصد ($\sigma = 0.5$ و $\sigma = 1.2$) با دقت خوبی قابل محاسبه هستند. علت این موضوع را می‌توان در نمودارهای شکل (۵) جستجو کرد. در این شکل، طیف فوریه بدست آمده به ازای دامنه‌های نویزی مختلف صفر، ۶۰ و ۱۲۰ درصد نشان داده شده است. با توجه به نمودارهای شکل مذکور ملاحظه می‌شود که در استفاده از روش پیشنهادی، اثر نویز در مودهای بهینه آخر (pom3 و pom4) انباشته می‌شود. با افزایش اندازه دامنه نویز، میزان اغتشاشات در نمودارهای طیف حاصل از pom3 و pom4 بالا رفته و بنابراین فرکانس‌های مربوط به مودهای بالای سازه (f_3 و f_4)، از این طیف‌ها قابل استخراج نخواهند بود. با توجه به نتایج این مطالعه عددی می‌توان چنین استنباط نمود که در الگوریتم پیشنهادی با توجه به انباشت آثار نویز در مودهای بهینه آخر، برای محاسبه فرکانس‌های بالاتر باید شتاب نقاط بیشتری از سازه در محاسبات وارد شود.

۲-۵- ارزیابی آزمایشگاهی

در این پژوهش از یک مدل آزمایشگاهی نیز برای ارزیابی درستی عملکرد الگوریتم پیشنهادی استفاده شد. مدل مذکور یک تیر طره ای آلومینیومی مطابق با شکل (۶) است. به منظور اعمال ارتعاش محیطی، مدل مذکور در معرض هوای آزاد و در یک محوطه باز قرار داده شد. برای اندازه‌گیری پاسخ شتاب، از سه عدد سنسور مدل WAM 1a-3g، یک دستگاه دیتالاگر ۸ کاناله مدل AL8-G که هر دو ساخت شرکت Niktek هستند و نیز یک دستگاه لپ تاپ hp مدل Elitebook 8560w استفاده شد. شکل (۶) محل

ظاهر خواهد شد. همان‌گونه که در شکل (۸) نیز مشهود است، داده‌های ثبت شده توسط یکی از سنسورها (پایین‌ترین سنسور) به دلایل عملکرد نامناسب آن، از لحظه شروع تا ثانیه حدود ۱۲۰۰، به دامنه بزرگی از نویز آلوده شده است. از آنجایی که هدف این مطالعه بررسی اثر نویز بر دقت روش پیشنهادی بود، با وجود شدت نویز موجود در داده‌ها، آزمایش مجدداً تکرار نشد و از همان داده‌های نویزی برای استخراج فرکانس‌های تیر استفاده شد. ضمناً هیچگونه عمل فیلترینگ به منظور استخراج نویز از داده‌های خام انجام نشد و تنها میانگین رکوردها برای اصلاح خط مبنا از آنها خارج شد. برای شروع محاسبات، ابتدا توابع RD متناظر با رکوردهای شتاب تعیین شد. شکل (۹) این نمودارها را نشان می‌دهد.

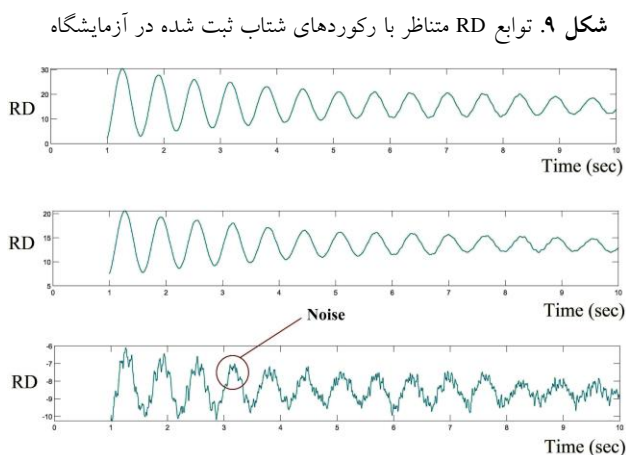


Fig. 9. RD functions corresponding to acceleration records obtained from the experimental study

در این شکل مشاهده می‌شود که نمودار RD متناظر با رکورد ثبت شده توسط پایین‌ترین سنسور، دارای قدری اغتشاش است. علت وجود این اغتشاشات، نویز موجود در داده‌های بدست آمده از سنسور مذکور است. در واقع بخشی از محتوای فرکانسی نویز، در خلال محاسبات RD حذف شده ولی به دلیل شدت این اثر، بخشی از آن در داده‌ها باقی مانده است. با توجه به عملکرد الگوریتم پیشنهادی، انتظار می‌رود باقیمانده آثار نویز نیز بدون تحت تاثیر قرار دادن نتایج نهایی در طیف حاصل از مود بهینه آخر (pom3) انباشته شود. این موضوع به روشنی در شکل (۱۰) نمایان است.

جدول ۴. مشخصات هندسی و مکانیکی مدل اجزاء محدود مربوط به تیر طره‌ای آزمایشگاهی

Cross section Area	65 × 2	mm ²
Length of beam	900	mm
Sensor dimension	20 × 20 × 20	mm ³
Modulus of Elasticity	69000	Mpa
Density	2.7E - 9	ton/mm ³
Poisson's ratio	0.33	

Table 4. Geometrical and Mechanical Properties of the Finite Element Model for the experimental cantilever Beam

هدف از انجام این آزمایش، تعیین سه فرکانس اصلی تیر با استفاده از داده‌های ارتعاش محیطی آن است. بنابراین در ابتدا به مدت ۳۰ دقیقه پاسخ شتاب مربوط به سه نقطه از تیر اندازه‌گیری شد. نرخ نمونه‌برداری در آزمایش برابر با ۵۰۰ هرتز (پانصد داده در ثانیه) در نظر گرفته شد، در نتیجه فرکانس نایکویست معادل ۲۵۰ هرتز خواهد بود. از آنجایی که بزرگترین فرکانس مورد نظر، یعنی فرکانس مود سوم سازه بر اساس مدل اجزاء محدود برابر با ۳۰/۶۷ هرتز بدست آمده است، بنابراین فرکانس نایکویست حدود ۸ برابر آن بوده پس نرخ نمونه‌برداری انتخاب شده در این آزمایش برای رسیدن به جواب‌های دقیق کافی خواهد بود. شکل (۸) رکوردهای شتاب ثبت شده را به ترتیب نصب سنسورها روی بدنه تیر و از بالا به پایین نشان می‌دهد.

شکل ۸. رکوردهای شتاب بدست آمده از آزمایش ارتعاش محیطی تیر

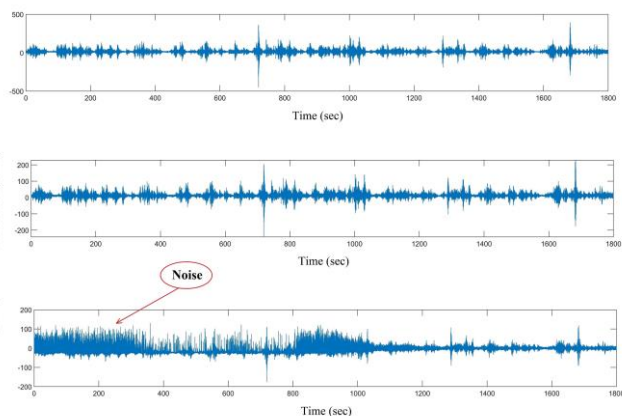


Fig. 8. Acceleration records obtained from ambient vibration experiment of the beam

لازم به ذکر است که سنسورهای بکار رفته در این آزمایش دارای حساسیت متوسط هستند (۱۰۰ mv/g). بنابراین هنگام ثبت ارتعاشات کوچک محیطی، نویزاندازه‌گیری با دامنه بسیار بالاتری نسبت به حالت استفاده از سنسورهای فوق حساس در داده‌ها

جدول ۵. مقایسه فرکانس‌های تیر آزمایشگاهی بدست آمده از روش

پیشنهادی و دو روش متداول دیگر

	FEM	Proposed method	EFDD method	SSI method
f_1	1.767	1.673 (5.3%)	1.709 (3.3%)	1.633 (7.6%)
f_2	11.041	10.330 (6.4%)	10.325 (6.5%)	10.323 (6.5%)
f_3	30.675	28.899 (5.8%)	28.560 (6.9%)	28.975 (5.5%)

Table 5. Comparison of experimental beam frequencies obtained from the proposed method and two other common methods

با توجه به نتایج بدست آمده از این مطالعه آزمایشگاهی در کنار درستی آزمایشی عددی انجام شده، می‌توان نتیجه گرفت که الگوریتم پیشنهادی ابزار مناسبی برای کنترل فرکانس‌های طبیعی بدست آمده از ارتعاش محیطی سازه‌ها در کنار سایر روش‌های متداول آزمایشگاهی دیگر است.

۶- جمع بندی

در این مقاله روش جدیدی برای استخراج فرکانس‌های سازه از ارتعاش محیطی آن ارائه شد. الگوریتم پیشنهادی با استفاده از ترکیب دو تکنیک ریاضی کاهش تصادفی (RD) و تجزیه متعامد بهینه (POD) فرمول‌بندی شد. روش ارائه شده در دسته تکنیک‌های خروجی-تنها قرار می‌گیرد. به عبارت دیگر برای استخراج فرکانس‌های سازه نیازی به دانستن بار وارد شده بر آن نیست.

برای ارزیابی کارایی روش پیشنهادی، از مدل‌سازی عددی و تست آزمایشگاهی بهره گرفته شد. نتایج به دست آمده با دو روش متداول تجزیه دامنه فرکانس توسعه‌یافته (EFDD) و زیرفضای تصادفی (SSI) و همچنین پاسخ‌های به دست آمده از مدل اجزاء محدود مقایسه شد. هماهنگی بسیار خوبی بین نتایج این روش‌ها و جواب‌های بدست آمده از تکنیک جدید مشاهده شد.

نتایج این پژوهش نشان داد که استفاده از داده‌های نویزی تاثیر قابل توجهی بر دقت جواب‌های بدست آمده از روش جدید ندارد. همچنین با استفاده از این روش می‌توان فرکانس‌های اصلی سازه را با حداقل تعداد سنسور به دست آورد.

الگوریتم جدید را می‌توان به عنوان یک روش کارا برای کنترل فرکانس‌های به دست آمده از سایر روش‌های آزمایش مودال در شرایط نویزی با دامنه بالا بکار برد.

شکل ۱۰. نمودارهای طیف حاصل از مطالعه آزمایشگاهی

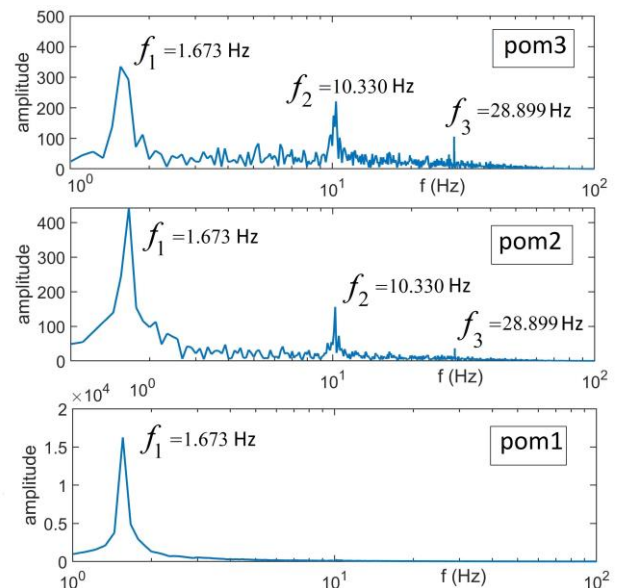


Fig. 10. Spectral diagrams obtained from the experimental study

شکل مذکور نمودارهای طیف فرکانسی بدست آمده متناظر با سه مود بهینه pom1 تا pom3 را نشان می‌دهد. با توجه به شکل ملاحظه می‌شود که با وجود نویز بزرگ موجود در داده‌های آزمایشگاهی، سه فرکانس اصلی تیر به سادگی از این نمودارها قابل استخراج است. به منظور ارزیابی دقت نتایج بدست آمده، این فرکانس‌ها با جواب‌های اجزاء محدود و همچنین پاسخ‌های حاصل از دو روش متداول EFDD و SSI مقایسه شد. در این مقایسه نتایج اجزاء محدود به عنوان مبنا در نظر گرفته شد و درصد خطای سایر روش‌ها نسبت به آن محاسبه شد. نتیجه این مقایسه در جدول (۵) نشان داده شده است. بیشینه خطای روش پیشنهادی نسبت به جواب‌های اجزاء محدود در حدود ۶ درصد است. بررسی اعداد جدول (۵) نشان می‌دهد که نتایج سه روش بسیار به هم نزدیک بوده اما با فرکانس‌های حاصل از مدل اجزاء محدود قدری فاصله دارند. دلیل این اختلاف را می‌توان عدم هماهنگی کامل مدل اجزاء محدود بر مدل واقعی دانست. به عبارت دیگر اختلاف چگالی مصالح واقعی تیر با مقدار بکار رفته در مدل اجزاء محدود، اعوجاج موجود در بدنه، عدم هماهنگی کامل مدل اجزاء محدود سنسورها با شکل واقعی آنها و سایر مواردی از این قبیل، باعث اختلاف بین مدل اجزاء محدود و مدل واقعی آزمایشگاهی است.

References

- [16] Vandiver, J.K., Dunwoody, A.B., Campbell, R.B. and Cook, M.F., 1982. A mathematical basis for the random decrement vibration signature analysis technique, *Journal of Mechanical Design*, 104(2), pp.307-313.
- [17] Brincker, R., Kirkegaard, P.H. and Rytter, A., 1991. *Identification of system parameters by the random decrement technique*. Institutet for Bygningsteknik, Aalborg Universities center.
- [18] Asmussen, J.C., 1997. *Modal analysis based on the random decrement technique: application to civil engineering structures* (Doctoral dissertation, Department of Mechanical Engineering, Aalborg University).
- [19] Ibrahim, S.R., 2001. Efficient random decrement computation for identification of ambient responses. In *Proceedings of SPIE, the International Society for Optical Engineering* (Vol. 4359, pp. 1-6). Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers.
- [20] Rodrigues, J., Brincker, R. and Andersen, P., 2004, January. Improvement of frequency domain output-only modal identification from the application of the random decrement technique. In *Proc. 23rd Int. Modal Analysis Conference, Dearborn, MI* (pp. 92-100).
- [21] Rodrigues, J. and Brincker, R., 2005. Application of the random decrement technique in operational modal analysis. In *1st International Operational Modal Analysis Conference* (pp. 191-200). Aalborg University.
- [22] Dande, H.A., 2010. *Panel Damping Loss Factor Estimation Using the Random Decrement Technique* (Doctoral dissertation, University of Kansas).
- [23] Eftekhar Azam, S.E., 2014. *Online damage detection in structural systems: Applications of proper orthogonal decomposition, and Kalman and particle filters*. Springer Science & Business Media.
- [1] Brincker, R., Zhang, L. and Andersen, P., 2000, February. Modal identification from ambient responses using frequency domain decomposition. In *Proc. of the 18th International Modal Analysis Conference (IMAC), San Antonio, Texas*.
- [2] Brincker, R., Ventura, C. and Andersen, P., 2001, February. Damping estimation by frequency domain decomposition. In *Proceedings of the 19th international modal analysis conference (IMAC)* (pp. 5-8).
- [3] Brincker, R., Zhang, L. and Andersen, P., 2001. Modal identification of output-only systems using frequency domain decomposition. *Smart materials and structures*, 10(3), p.441.
- [4] Karbhari, V.M. and Ansari, F. eds., 2009. *Structural health monitoring of civil infrastructure systems*. Elsevier Publishing.
- [5] Van Overschee, P. and De Moor, B.L., 2012. *Subspace identification for linear systems: Theory—Implementation—Applications*. Springer Science & Business Media.
- [6] Idris, N.S., Koh, H.B. and Kamarudin, A.F., 2015. A Review of Ambient Vibration Technique on Bridges. In *Applied Mechanics and Materials* (Vol. 773, pp. 1002-1006). Trans Tech Publications Ltd.
- [7] Amezcua-Sanchez, J.P. and Adeli, H., 2016. Signal processing techniques for vibration-based health monitoring of smart structures. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 23(1), pp.1-15.
- [8] Perez-Ramirez, C.A., Amezcua-Sanchez, J.P., Adeli, H., Valtierra-Rodriguez, M., Romero-Troncoso, R.D.J., Dominguez-Gonzalez, A. and Osornio-Rios, R.A., 2016. Time-frequency techniques for modal parameters identification of civil structures from acquired dynamic signals. *Journal of Vibroengineering*, 18(5), pp.3164-3185.
- [9] Sirca Jr, G.F. and Adeli, H., 2012. System identification in structural engineering. *Scientia Iranica*, 19(6), pp.1355-1364.
- [10] Wenzel, H., 2009. *Ambient vibration monitoring. Encyclopedia of Structural Health Monitoring*. John Wiley and Sons Publications.
- [11] Newland, D.E., 2012. *An introduction to random vibrations, spectral & wavelet analysis*. Courier Corporation.
- [12] Cole Jr, H.A., 1968, April. On-the-line analysis of random vibrations. In *9th Structural Dynamics and Materials Conference* (p. 288).
- [13] Cole Jr, H.A., 1971. Failure detection of a space shuttle wing flutter model by random decrement, NASA TMX-62,041.
- [14] Cole Jr, H.A., 1973. On-line failure detection and damping measurement of aerospace structures by random decrement signatures, NASA CR-2205.
- [15] Ibrahim, S.R., 1977. Random decrement technique for modal identification of structures. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 14(11), pp.696-700.

A new method for determining the natural frequencies of structures from their ambient vibration

Amir Zayeri baghlani nejad^{1*}, Mussa Mahmoudi Sahebi²

- 1- Ph.D. Candidate, Department of Civil Engineering, Shahid Rajaee Teacher Training University, Tehran, Iran.
- 2- Associate Professor, Department of Civil Engineering, Shahid Rajaee Teacher Training University, Tehran, Iran.

*Amir.zayeri@sru.ac.ir

Abstract:

The load type imposed on the structures is one of the important issues of the modal identification Experimental methods. Generally the loads applied to a structure for dynamic testing are divided into two categories: artificial stimulation and ambient loads. Applying artificial loads to large structures such as bridges and tall buildings is difficult, costly and in some cases impossible. For this reason, modal identification of such structures is generally done by ambient vibration tests. However this experimental methods, also include problems such as large noise amplitude relative to the measured responses that this causes errors in the results and in some cases leads to unrealistic modes. As a solution, modal information can be calculated from several different methods and compared with each other to ensure the accuracy of the results. In this paper, a new scheme for natural frequencies extraction of structures from their ambient vibration is presented. For this purpose, the combination of two mathematical techniques of random decrement (RD) and proper orthogonal decomposition (POD) methods were used. The reason for using these two methods, is their ability to reduce the noise effects. In other words, combining of these two methods can lead to a very powerful tool for extracting structural frequencies from its ambient vibration under high amplitude noise conditions. The proposed algorithm consists of three steps: In the first step, after measuring the acceleration response of the structure at the appropriate points, the effects of random vibration are eliminated from the response by RD method and only dynamic properties of the structure remain in the acceleration records. Secondly, the acceleration records are separated into several structural modes using the proper orthogonal decomposition technique and finally, at the last step, the proceeded responses are transformed by the fast Fourier transform into the frequency domain to extract the natural frequencies of the structure. The strength of the proposed method is its robustness to the use of very high amplitude noise data, which is one of the challenges in the ambient vibration experiments. The accuracy of the proposed algorithm was evaluated by numerical modeling and experimental study. To investigate the efficiency of the new method, the numerical and experimental results were compared with the frequencies obtained from commonly modal identification methods such as extended frequency domain decomposition (EFDD) and stochastic subspace identification (SSI). A very good agreement was observed between the results of methods. Furthermore, Studying the effect of noise on the new algorithm results shows that increasing the ratio of noise to acceleration amplitude up to 250, did not affect the results precision and the main frequencies of the structure can be obtained with good accuracy. In this study, the effect of the number of sensors used in the ambient vibration test also was investigated on the accuracy of the new algorithm results. It was concluded that the minimum number of sensors (even one number) and repetition of the experiment can be used to extract structural frequencies from its ambient vibration with high accuracy. The results of this study showed that the new method can be used as a suitable tool to determine the natural frequencies of structures from its ambient vibration under severe noise conditions and to control the results obtained from other methods.

Keywords: Dynamic Experiment, Ambient Vibration, Natural Frequency, proper Orthogonal Decomposition, Random decrement, noise.