



مطالعه آزمایشگاهی ویژگی‌های پرش هیدرولیکی در کانال همگرای شیبدار

علی شعبانی چافجیری^۱، محمدرضا جعفرزاده^{۲*}

۱- دانش آموخته‌ی کارشناسی ارشد آب و سازه‌های هیدرولیکی، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد
۲- استاد، گروه عمران، دانشکده مهندسی، پژوهشکده آب و محیط زیست، دانشگاه فردوسی مشهد

*jafarzag@um.ac.ir

تاریخ دریافت: ۹۸/۴/۱۵ تاریخ پذیرش: ۹۸/۸/۴

چکیده

در پژوهش حاضر، پارامترهای مهم پرش هیدرولیکی از قبیل موقعیت، عمق اولیه، نسبت اعماق مزدوج، طول پرش و نیز اتلاف انرژی در کانال‌های همگرای شیبدار بطور آزمایشگاهی مطالعه می‌شود. آزمایش‌ها در یک کانال همگرا با شیب‌های مختلف بستر ۰، ۵، ۱۰ و ۱۵ درصد و زوایای همگرایی ۳/۶۶ و ۵/۴ درجه انجام شد. به منظور ایجاد پرش و تثبیت آن در کانال، از آب‌پایه‌هایی با ارتفاع ۰/۷۵ تا ۱۱ سانتی‌متر بسته به شیب بستر استفاده شد. افزایش شیب بستر، موقعیت پرش هیدرولیکی را به فاصله دورتری از دریچه‌ی ورودی سوق می‌دهد اما با افزایش زاویه‌ی همگرایی، پرش هیدرولیکی به دریچه‌ی ورودی نزدیکتر می‌شود. با افزایش شیب از عمق اولیه‌ی پرش کاسته می‌شود و عمق ثانویه افزایش می‌یابد. طول پرش هیدرولیکی، مستقیماً تابعی از شیب بستر است و متناسب با آن اضافه می‌شود. اتلاف انرژی نیز با افزایش شیب و زاویه همگرایی اضافه می‌شود اما اثر شیب بستر محسوس‌تر است. در این پژوهش، با ارائه تحلیل‌های آماری بر مبنای داده‌های تجربی برای موقعیت پرش هیدرولیکی، عمق اولیه، نسبت اعماق مزدوج و طول آن در کانال همگرای شیبدار روابط تجربی صریح ارائه می‌شود.

واژه‌های کلیدی: پرش هیدرولیکی، کانال همگرای شیبدار، اتلاف انرژی، طول پرش، تحلیل آماری

۱- مقدمه

بحرانی می‌کاهد، پرش هیدرولیکی است که در آن، مقدار قابل توجهی از انرژی به شکل افزایش عمق در پایین‌دست، یا از طریق اصطکاک و اغتشاش، مستهلک می‌شود. هنگامی که قرار است از پرش هیدرولیکی برای استهلاک انرژی استفاده شود، مسایل گوناگونی از قبیل؛ هندسه‌ی کانال و روش‌های

روش‌های مختلف استهلاک انرژی جنبشی موجود در جریان‌های فوق بحرانی، به منظور حفاظت از سازه‌های پایین‌دست، همواره مورد توجه پژوهشگران بوده است. یکی از پدیده‌هایی که به میزان قابل توجهی از انرژی جنبشی جریان فوق

در پرش نوع A ، ابتدای پرش در محل اتصال بستر شیبدار و حوضچه افقی پایین دست قرار دارد و انتهای آن نیز روی حوضچه افقی قرار می‌گیرد. به عبارت دیگر این همان پرش هیدرولیکی کلاسیک است. پرش نوع B ، حالت میانه پرش نوع A و نوع C است. بدین طریق که قسمتی از طول غلطاب (فاصله بین ابتدای پرش و نقطه سکون جریان معکوس در سطح پرش) روی شیب و قسمتی از آن روی بستر افقی پایین دست قرار می‌گیرد. در پرش نوع C ، تمام طول غلطاب روی شیب قرار دارد. انتهای طول غلطاب منتهی به محل تقاطع بستر شیبدار با حوضچه افقی پایین دست می‌شود. در نوع D ، که موضوع این مطالعه است، تمامی پرش روی بستر شیبدار قرار دارد. بردلی و پیترکا (۱۹۵۷)، مطالعات گسترده‌ای را در مورد پرش هیدرولیکی روی بستر شیبدار انجام دادند [2]. آن‌ها مشاهده کردند که افزایش شیب بستر، به افزایش طول پرش، و نسبت اعماق مزدوج می‌انجامد. در پرش هیدرولیکی بر بستر شیبدار، وزن آب محصور در حجم کنترل پرش به معادله‌ی مومنتوم اضافه می‌شود. مطالعات پرش بر بستر شیبدار بیشتر معطوف به نسبت اعماق مزدوج، توزیع سرعت، طول غلطاب و پروفیل پرش هیدرولیکی است [3, 6]. در تبدیل‌ها و حوضچه‌های همگرا نیز پرش هیدرولیکی رخ می‌دهد. از این سازه‌ها بنا بر شرایط توپوگرافی و اجرایی در جایی که نیاز به کاهش عرض به منظور صرفه‌جویی در حفاری باشد یا جریان از حوضچه سرریز کناری به کانال یا تونل شوت منتقل، و استفاده می‌شود [3]. معمولاً موج‌های ایستای موری از شروع همگرایی در تبدیل‌های شیبدار با جریان فوق بحرانی، به سمت پایین دست منتشر می‌شوند که عبور جریان یکنواخت و آرام را مختل می‌سازند. با تعبیه آب‌پایه‌هایی در انتهای کانال پرش هیدرولیکی ایجاد خواهد شد که جریانی زیر بحرانی و کمابیش آرامی بوجود می‌آورد [7]. دیگر پژوهش‌های جامعی در مورد پرش هیدرولیکی کلاسیک و پرش هیدرولیکی در کانال‌های همگرا انجام داد. مطالعات او محدود به کانال‌های افقی بود اما پارامترهای گوناگونی از قبیل موقعیت پرش، نسبت اعماق مزدوج، طول غلطاب، پروفیل سطح پرش و شرایط انسداد را بررسی کرد [8, 10].

کنترل پرش هیدرولیکی، بررسی می‌شود. به طور کلی، طراحان علاقه دارند که پرش هیدرولیکی، با کمترین طول و بیشترین استهلاک انرژی رخ دهد. پژوهش‌های اولیه در این حوزه، در کانال‌های افقی مستطیلی با بستر صاف انجام گرفت. پرش‌های هیدرولیکی که در این نوع کانال‌ها روی می‌دهند، مشهور به پرش هیدرولیکی کلاسیک هستند. این مطالعات، در واقع سنگ بنای مطالعات آتی پژوهشگران شد و ماحصل آن، معادله رایج بلانژه است [1].

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + 8F_1^2} - 1 \right) \quad (1)$$

F_1 و h_1 عمق و عدد فرود اولیه و h_2 عمق ثانویه پرش است. بعدها، پژوهشگران مشاهده کردند که فرضیات بلانژه برای حل معادله مومنتوم، در موقعیت‌های دیگر (باستثنای کانال مستقیم) منجر به نتایجی دور از واقعیت می‌شوند. از جمله این موقعیت‌ها پرش هیدرولیکی در کانال‌ها و حوضچه‌های آرامش با بستر شیبدار است. کیندزواتر (۱۹۴۴)، براساس مشاهدات خود، پرش هیدرولیکی را با توجه به این که چه بخشی از آن روی شیب قرار می‌گیرد، به چهار نوع A ، B ، C ، و D طبقه‌بندی کرد [1]. شکل (۱).

شکل ۱. طبقه‌بندی پرش هیدرولیکی بر بستر شیبدار [1]

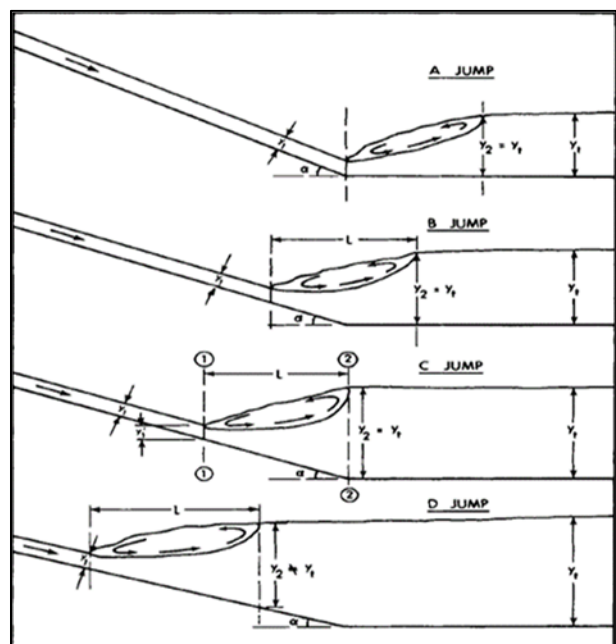


Fig. 1. Classification of hydraulic jump on a sloping bed [1]

در این پژوهش، موقعیت، عمق اولیه، نسبت اعماق مزدوج، طول و اتلاف انرژی در پرش هیدرولیکی در کانال همگرای شیبدار در گستره‌ی وسیعتری از متغیرها با ترکیب چهار شیب بستر، دو زاویه همگرایی و سه ارتفاع آب پایه بررسی می‌شود و با داده‌های پژوهشگران پیشین [7] مقایسه می‌شود. به علاوه معادلات رگرسیونی صریح به جای معادلات ضمنی که حل آنها مستلزم سعی و خطا بود، توسعه داده می‌شود. در انجام این کار از روش‌های آماری در کلیه مراحل مدل‌سازی استفاده می‌شود.

۲- تحلیل ابعادی، تجهیزات و روش اندازه‌گیری

۲-۱- تحلیل ابعادی

ویژگی‌های پرش هیدرولیکی در کانال‌های همگرای شیب‌دار با آب پایه انتهایی، تابعی از خواص فیزیکی، هندسه و شرایط جریان ورودی به کانال است.

$$f(\rho, \mu, V_0, g, h_0, h_s, h_1, h_2, L_T, L_t, W_i, W_t, \tan \theta, \tan \varphi) = 0 \quad (4)$$

ρ ، جرم مخصوص سیال، μ لزوجت دینامیکی، V_0 سرعت در ورودی کانال ($V_0 = Q/W_i h_0$)، Q دبی، W_i عرض کانال در ابتدای تبدیل همگرا، و h_0 ارتفاع بازشدگی دریاچه، h_1 عمق اولیه‌ی پرش، h_2 عمق ثانویه‌ی پرش، l_r طول غلطاب، g شتاب جاذبه، h_s ارتفاع آب‌پایه‌ی نصب‌شده در انتهای کانال، L_T طول همگرایی، l_t فاصله‌ی شکل‌گیری پرش از دریاچه در راستای کانال، W_t عرض کانال در انتهای تبدیل همگرا و θ و φ به ترتیب زاویه شیب بستر و زاویه همگرایی است شکل (۲).

رابطه ۴، با استفاده از تئوری π باکینگهام، برحسب اعداد بی بعد مرتب می‌شود [7].

$$f\left(F_0, \frac{h_s}{h_0}, \frac{l_t}{h_0}, \frac{W_t}{h_0}, \frac{W_i}{h_0}, \frac{L_T}{h_0}, \frac{l_r}{h_0}, \frac{h_1}{h_0}, \frac{h_2}{h_0}, \tan \theta, \tan \varphi, Re_0\right) = 0 \quad (5)$$

در معادله فوق $F_0 = V_0/\sqrt{gh_0}$ و $Re_0 = \rho V_0 h_0/\mu$ به ترتیب اعداد فرود و رینولدز در ورودی کانال است. با تقسیم بعضی از پارامترهای بی‌بعد داریم.

$$f\left(F_0, \frac{h_s}{h_0}, \frac{l_t}{L_T}, \frac{W_t}{W_i}, \frac{l_r}{h_1}, \frac{h_2}{h_1}, \tan \theta, \tan \varphi, Re_0\right) = 0 \quad (6)$$

جان و چانگ (۲۰۰۹)، نیز مطالعات گسترده‌ای درباره پرش هیدرولیکی در شوت‌های همگرا انجام دادند. آن‌ها با حل معادله‌ی مومنوم به رابطه‌ای بر حسب مساحت‌های مزدوج، مشابه معادله‌ی بلانژه، دست یافتند که در آن از عدد فرود اصلاح شده‌ی M به جای عدد فرود اولیه F_1 در ابتدای پرش استفاده شد. روش استخراج این معادله در پیوست شرح داده شده است.

$$A = \frac{1}{2}(\sqrt{1+8M^2} - 1) \quad (2)$$

در این رابطه $A = A_2/A_1$ ، نسبت مساحت‌های قبل و بعد از پرش است. عدد فرود اصلاح شده عبارت است از

$$M = \frac{F_1}{\sqrt{\left[\frac{(AY-1)}{(A^2-1)} - \frac{J(\alpha-1)(1+Y+Y^2)\cos\theta}{3(A^2-1)}\right]\cos\theta} - \left(\frac{KL\tan\theta}{h_1(A-1)}\right)} \quad (3)$$

در رابطه ۳، M تابع زاویه شیب بستر (θ)، عدد فرود اولیه F_1 ، نسبت اعماق اولیه به ثانویه $Y = h_2/h_1$ و نسبت عرض کانال در انتهای پرش به عرض کانال در ابتدای پرش $\alpha = b_2/b_1$ است. ضرایب تصحیح K و J با فرض پروفیل خطی پرش در محاسبه‌ی وزن و نیروی ناشی از دیواره‌های همگرا در هر شیب بطور تجربی محاسبه می‌شوند. با فرض $A = A_2/A_1 = b_2 h_2/b_1 h_1 = Y\alpha$ و (۲) و (۳) به طور ضمنی، با سعی و خطا به دست می‌آید.

بابا علی و همکاران [11]، به طور عددی و آزمایشگاهی پرش هیدرولیکی را در حوضچه‌ی آرامش همگرا بررسی کردند. بدین منظور، مدل حوضچه‌ی آرامش سد نازلو شبیه‌سازی شد و نتایج آزمایش‌ها با مدل ساخته شده در نرم‌افزار $FLOW-3D^{\circledR}$ مقایسه شد. زوایای همگرایی انتخاب شده توسط آن‌ها برای کانال همگرای افقی ۵، ۷/۵، ۱۰ و ۱۲/۵ درجه بودند. براساس مشاهدات صورت گرفته، دیواره‌های همگرا، باعث پایداری پرش درون حوضچه و افزایش استهلاك انرژی می‌شوند. آب‌پایه‌ها (آستانه‌های انتهایی) و بلوک‌های میانی از جمله سازه‌های عرضی در حوضچه‌های آرامش هستند که به منظور پایدار ساختن پرش، کوتاه کردن طول آن و استهلاك بیشتر انرژی، بکارگرفته می‌شوند [12, 13].

اینکه اعداد رینولدز بزرگتر از ۲۰۰۰ می‌باشد، از اثر لزوجت صرف نظر می‌شود [15].

میزان تأثیر هر کدام از پارامترهای رابطه ۶ با انجام آزمایش‌ها و بکار بردن روش‌های آماری مانند رگرسیون، همبستگی و ضریب تغییرات مشخص می‌شود. با توجه به

شکل ۲. تصویر شماتیک پلان و پروفیل پرش هیدرولیکی در کانال همگرای شیبدار

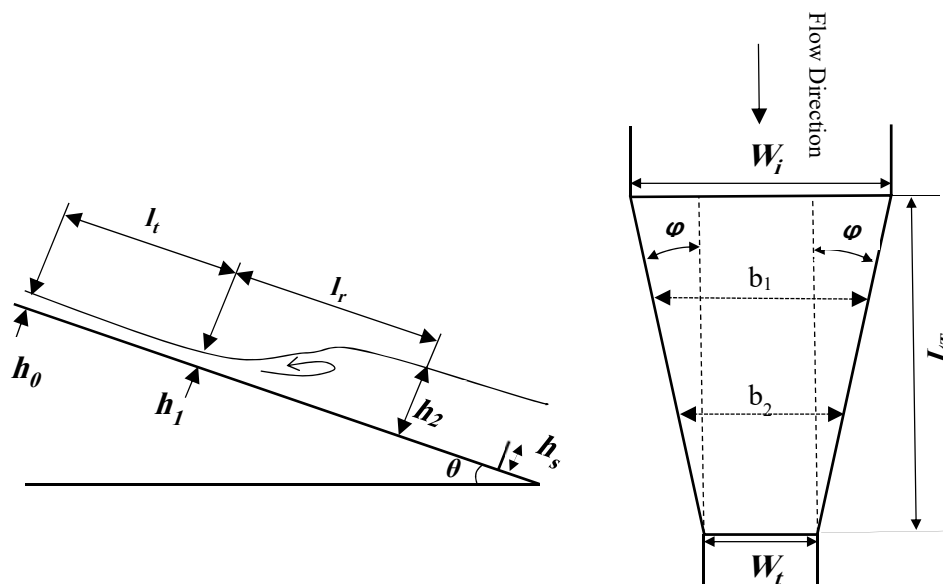


Fig. 2. Schematic plan and profile of a hydraulic jump occurring in an inclined convergent channel.

کانال با یکدیگر برخورد نمایند. همچنین برای داشتن یک پرش هیدرولیکی متقارن، مخزن بالادست، به دو قسمت مجزا تقسیم شد تا اغتشاشات ایجاد شده ناشی از جت ورودی لوله انتقال آب به مخزن حداقل شود و سعی شد که از هرگونه نامنظمی هندسی در دریچه‌ی ورودی جریان به کانال پیشگیری شود تا جریان به شکل یکنواخت وارد کانال شود (شکل ۴). از عمق سنج نقطه‌ای با دقت ۰/۱ میلی‌متر، برای اندازه‌گیری عمق جریان در دو راستای عرض و طولی، با فواصل حداقل سه نقطه عرضی و ۸ نقطه‌ی طولی استفاده شد و نیز با استفاده از دوربین دیجیتال، از پروفیل جریان در جداره‌ها با سرعت ۳۰ فریم بر ثانیه فیلم‌برداری شد، تا اندازه‌گیری‌ها دوباره بررسی و درستی آزمایشی شود. (امتداد دید دوربین عمود بر جداره بود). به این طریق که در ابتدا فیلم‌ها به عکس تبدیل شد و سپس با استفاده از نرم‌افزار Grapher™، عکس‌ها رقومی شد تا مختصات پروفیل پرش با توجه به اشل نصب شده بر روی دیوار کانال مشخص شود. ابعاد اشل نصب شده با استفاده از کولیس دیجیتالی با دقت معادل ۰،۱

۲-۲- تجهیزات آزمایشگاهی و روش اندازه‌گیری

کانال آزمایشگاهی به طول ۱/۸۰ متر با دیواره‌های همگرای قائم و شیب بستر متغیر از جنس پلکسی گلس بود. عرض کانال به طور خطی از ۰/۷۴ متر در ابتدای تبدیل به دو عرض ۰/۵۱ و ۰/۴ متر در طول ۱/۸ متر با زوایای همگرایی متناظر ۳/۶۶ و ۵/۴ درجه تغییر می‌کرد. یک سری از آزمایش‌ها نیز، در کانال مستطیلی، با عرض ثابت، انجام شد. شیب‌های بستر به ترتیب برابر ۰، ۵، ۱۰، و ۱۵ درصد انتخاب شد. ارتفاع آب‌پایه‌های نصب شده در انتهای کانال به منظور ایجاد پرش هیدرولیکی از ۷/۵ میلی‌متر برای کانال افقی، تا ۱۱ سانتی‌متر برای بیشینه شیب، در تغییر بود. به ازای هر شیب بستر، مشخصات پرش هیدرولیکی در کانالهای مستقیم یا همگرا برای ۵ تا ۷ دبی ورودی از ۴ تا ۱۱ لیتر بر ثانیه و ۲ تا ۳ ارتفاع آب‌پایه اندازه‌گیری شد. در این آزمایش‌ها اعداد فرود ورودی در محدوده ۳/۵ تا ۱۳ قرار داشت. در تنظیم دیواره‌ها دقت لازم بعمل آمد تا همگرایی متقارن باشد، به گونه‌ای که امواج مورب منتشره، مطابق شکل (۳)، در مرکز

۲-۳- آثار مقیاس

به منظور بررسی اثرات مقیاس باید نسبت $\omega_s = h_1/B$ برای یک کانال مستقیم و افقی با مقدار شاخص ω_L مقایسه شود. h_1 عمق جریان فوق بحرانی و B عرض کانال است. شاخص ω_L توسط هیگر و برمن [10] برای کانال‌های مستقیم و افقی ارائه شده است.

$$\omega_L = \frac{1}{65} \left[\frac{1 - 14 (\log R_1^*)^{-2.5} \exp(F_1/8)}{(\log R_1^*)^{-3} \exp(F_1/7) - 0.7 (\log R_1^*)^{-5.5} \exp(F_1/3.73)} \right] \quad (7)$$

عدد رینولدز اصلاح شده برای جریان فوق بحرانی و F_1 عدد فرود اولیه قبل از پرش است. اگر ω_s کوچکتر از ω_L باشد، تغییر مقیاس اثری نخواهد داشت. در محدوده آزمایش‌های این پژوهش در کانال‌های افقی و شیبدار تا ۵ درصد تغییر مقیاس اثری نداشت. در کانال‌های با شیب‌های بزرگتر مقدار ω_L منفی بود که معنی ندارد و نشان می‌دهد که پژوهش کامل‌تری باید در زمینه شاخص مقیاس صورت بگیرد.

۳- نتایج و بحث

۳-۱- موقعیت شکل‌گیری پرش هیدرولیکی

یکی از پارامترهای مهم در کانال‌های غیرمنشوری موقعیت شکل‌گیری پرش هیدرولیکی است، زیرا با توجه به آن هندسه کانال در محل پرش تعیین می‌شود. بر اساس این هندسه سرعت متوسط که مبنای تعیین عدد فرود و شار مومنتوم ورودی به پرش است، نوشته می‌شود.

با توجه به پارامترهای موثر در رابطه ۶ موقعیت شکل‌گیری پرش هیدرولیکی به عدد فرود ورودی، F_0 ، نسبت ارتفاع آب‌پایه به ارتفاع بازشدگی دریچه، h_s/h_0 ، نسبت فاصله دریچه تا آغاز پرش به طول همگرایی، l_t/L_T ، نسبت همگرایی، $\omega = W_t/W_i$ ، شیب بستر و زاویه همگرایی وابسته است. با بکارگیری رگرسیون خطی چند متغیره، فاصله‌ی بی‌بعد شده‌ی ابتدای پرش از دریچه، بدست می‌آید. $l_t \omega / L_T$

میلی‌متر اندازه‌گیری شد. مختصات رقومی پرش با اعماق اندازه‌گیری شده توسط عمق سنج نقطه‌ای مقایسه و اصلاح شد. در شکل (۵) نمای جانبی تصویر یک پرش هیدرولیکی دیده می‌شود.

شکل ۳. برخورد امواج مورب در مرکز کانال همگرایی شیبدار



Fig. 3. Collision of oblique waves at the centerline of the inclined convergent channel

شکل ۴. یکنواختی لبه جلویی پرش هیدرولیکی با تنظیم دریچه ورودی



Fig. 4. Uniformity of hydraulic jump front by regulating inflow gate

شکل ۵. نمای جانبی پرش هیدرولیکی



Fig. 5. Side-view of a hydraulic jump

شکل ۶. مقادیر محاسباتی موقعیت بی‌بعد پرش در برابر مقادیر آزمایشگاهی

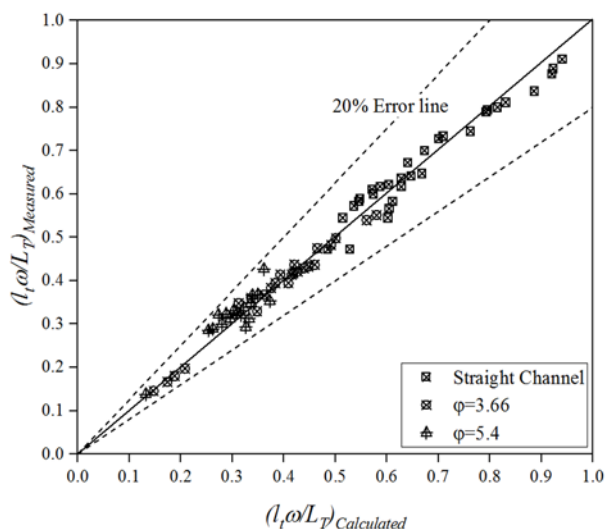


Fig. 6. Calculated values of non-dimensional location of jump vs. measured values

شکل ۷. میانگین موقعیت پرش در زوایای همگرایی مختلف

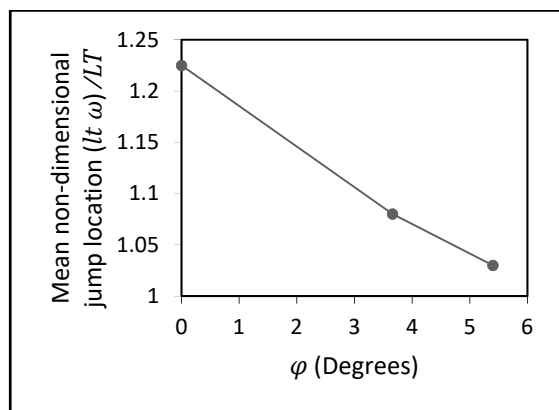


Fig. 7. Mean values of jump location at different convergence angles

شکل ۸. میانگین موقعیت پرش در شیب‌های بستر مختلف

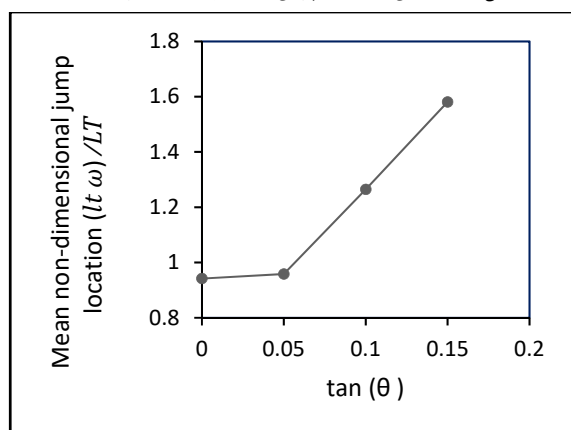


Fig. 8. Mean values of jump location at different bed slopes

۳-۲- عمق اولیه پرش

در این بخش آثار شیب و همگرایی بر عمق اولیه پرش هیدرولیکی بررسی می‌شود. بدین منظور، میانگین عمق جریان قبل از پرش، برای

$$\frac{l_t \omega}{L_T} = -0.038 \left(\frac{h_s}{h_0} \right) + 0.02 F_0 + 4.7 \tan \theta - 3.11 \tan \phi + 0.4 \quad (8)$$

ضریب تعیین R^2 برای رابطه‌ی (۸) برابر با ۰/۹۲ است. در شکل (۶)، داده‌های آزمایشگاهی فاصله بی‌بعد پرش هیدرولیکی، در برابر داده‌های محاسبه شده از رابطه (۸) ترسیم شده‌اند؛ تمام داده‌ها، در محدوده خطای ۲۰٪ قرار دارند. در زاویه‌ی همگرایی ۵/۴ درجه، حفظ پایداری پرش در تبدیل افقی بسیار دشوار بود به طوری‌که با اندک افزایش یا کاهش ارتفاع آب‌پایه، پرش مستغرق شده یا از کانال خارج شد. بطور کلی در کانال‌های افقی یا با شیب کم، اثر لزوجت، تنش برشی بستر و دیواره‌ها و همچنین نیروی واکنش دیواره‌های همگرا که در خلاف جهت جریان بر جرم آب محصور در پرش وارد می‌شود قابل توجه است در حالیکه در کانال‌های شیب‌دار نیروی گرانش غالب است و پرش پایدار شکل می‌گیرد. در شکل (۷) میانگین فاصله بی‌بعد شده پرش از دریچه، $l_t \omega / L_T$ در زوایای همگرایی مختلف ترسیم شده است. با افزایش زاویه‌ی همگرایی، پرش هیدرولیکی به دریچه‌ی ورودی نزدیکتر می‌شود.

در شکل (۸) میانگین $l_t \omega / L_T$ به ازای شیب‌های مختلف بستر ترسیم شده است در کانال‌های با ارتفاع آب‌پایه مشابه، افزایش شیب بستر، موقعیت پرش هیدرولیکی را به فاصله دورتری از دریچه‌ی ورودی سوق می‌دهد.

آزمایش‌ها نشان می‌دهد که در شیب ۵ درصد به ازای افزایش ۱ سانتی‌متری ارتفاع آب‌پایه، تغییرات میانگین $l_t \omega / L_T$ حدوداً سی و پنج درصد و در شیب ۱۵ درصد حدوداً ده درصد است؛ به عبارت دیگر، در محدوده آزمایش‌های این پژوهش، $l_t \omega / L_T$ در شیب‌های پایین به تغییرات ارتفاع آب‌پایه، حساسیت بیشتری دارد.

جدول ۲. نتایج آزمون توکی-کرامر برای میانگین عمق اولیه پرش در سطوح مختلف نسبت همگرایی

Level of significance	Mean difference (i-j)	Convergence ratio (j)	Convergence ratio (i)
0.990	-0.004	0.69	Prismatic
0.008	-0.108	0.54	
0.990	0.004	Prismatic	0.69
0.011	-0.113	0.54	
0.011	0.113	0.69	0.54
0.008	0.108	Prismatic	

Table 2. Tukey-Kramer test results of primary jump depths for different levels of convergence ratio

با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی، عمق جریان قبل از پرش هیدرولیکی محاسبه می‌شود.

$$\frac{h_1}{h_0} = 0.93 - 2.07 \tan \theta + 1.37 \tan \varphi + 0.03F_0 \quad (9)$$

F_0 عدد فرود در ورودی کانال است. ضریب تعیین رابطه‌ی ۹، برابر ۰/۷۷ می‌باشد. در شکل (۹)، داده‌های مشاهداتی بی‌بعد جریان قبل از پرش، h_1/h_0 در برابر مقادیر محاسبه شده آن ترسیم شده است. این داده‌ها در محدوده خطای ۲۰ درصد قرار دارند. در مجموع، تعیین رابطه‌ی دقیق برای عمق جریان قبل از پرش کاری دشوار است، به ویژه اگر عمق جریان ورودی به کانال چنان کم باشد که اندازه‌گیری به دلیل اغتشاشات ناشی از نامنظمی‌های جزئی در کانال و یا ورودی آن به سختی ممکن باشد.

شکل ۹. مقادیر نظری عمق اولیه پرش در برابر مقادیر مشاهداتی

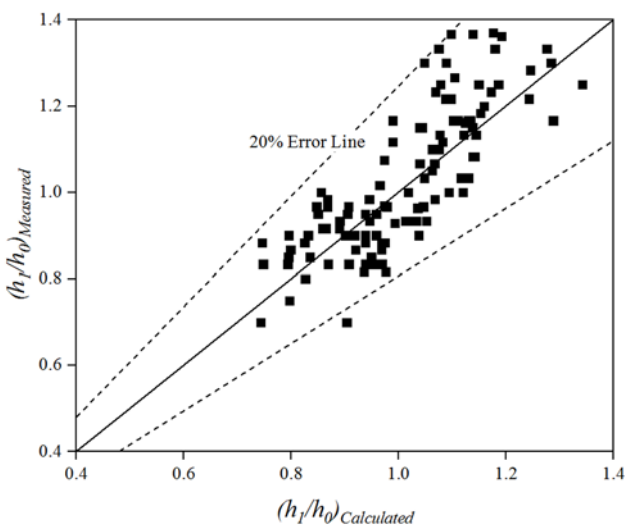


Fig. 9. Calculated Initial depth vs. measured values

شیب‌های مختلف بستر و زوایای همگرایی دیواره‌ها مقایسه شد. دو آزمون متداولی که برای نمونه‌های با اندازه‌های متفاوت استفاده می‌شوند، آزمون تعقیبی توکی-کرامر و گیمز-هاول هستند که از اولی برای نمونه‌های با انحراف استاندارد برابر و از دومی برای نمونه‌های با انحراف استاندارد متفاوت استفاده می‌شود [13]. اساس این روش‌ها بر مقایسه میانگین‌ها استوار است. تعیین تفاوت معنادار در عمق اولیه پرش با تغییر همگرایی موضوع پژوهش در این بخش است. در بسترهای شیبدار به دلیل شتاب ناشی از گرانش، از عمق جریان قبل از پرش، کاسته می‌شود. در مقابل، در شروع تنگ‌شدگی دیواره‌های تبدیل همگرا، امواج موربی از کناره کانال به سمت محور مرکزی منتشر می‌شوند، شکل (۳). توسعه این امواج اعماق مختلفی در مقطع عرضی کانال تولید میکند که قضاوت در تعیین عمق اولیه پرش را دشوار می‌سازد، در پژوهش حاضر عمق جریان در محور مرکزی کانال ملاک انجام محاسبات قرار گرفت. جدول (۱) نشان می‌دهد که در سطح معناداری ۰/۰۵، میانگین عمق بی‌بعد جریان h_1/h_0 با افزایش شیب به شکل قابل توجهی کاهش می‌یابد. این تغییر عمق برای شیب‌های ۱۰ و ۱۵ درصد نسبت به هم و نسبت به شیب ۵ درصد و بستر افقی قابل توجه است ولی برای شیب ۵ درصد نسبت به بستر افقی محسوس نیست.

به طور مشابه، مطابق جدول (۲)، میانگین عمق اولیه‌ی پرش بین زاویه‌ی همگرایی ۳/۶۶ درجه و کانال مستقیم، تغییر محسوسی ندارد ولی برای زاویه‌ی همگرایی ۵/۴ درجه افزایش عمق قابل توجه است.

جدول ۱. نتایج آزمون توکی-کرامر برای میانگین عمق اولیه‌ی پرش در سطوح مختلف شیب بستر

Level of significance	Mean difference (i-j)	Slope j	Slope i
0.914	0.025	%5	Horizontal
0.000	0.192	%10	
0.000	0.288	%15	
0.914	-0.026	Horizontal	%5
0.000	0.167	%10	
0.000	0.262	%15	
0.000	-0.192	Horizontal	%10
0.000	-0.166	%5	
0.004	0.096	%15	
0.000	-0.288	Horizontal	%15
0.000	-0.262	%5	
0.004	-0.096	%10	

Table 1. Tukey-Kramer test results of primary jump depths for different levels of bed slope

شکل ۱۰. تغییرات ضریب تصحیح وزن با شیب بستر

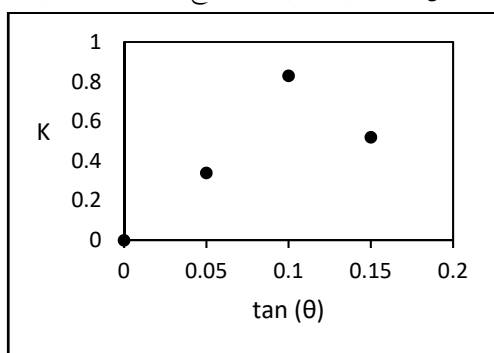


Fig. 10. Variation of weight correction factor, K, with bed slope

شکل ۱۱. تغییرات ضریب تصحیح نیروی واکنش دیوار با شیب بستر

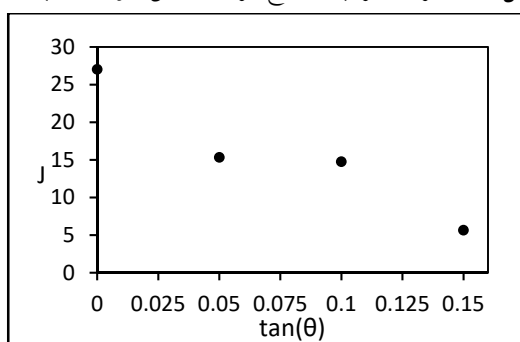
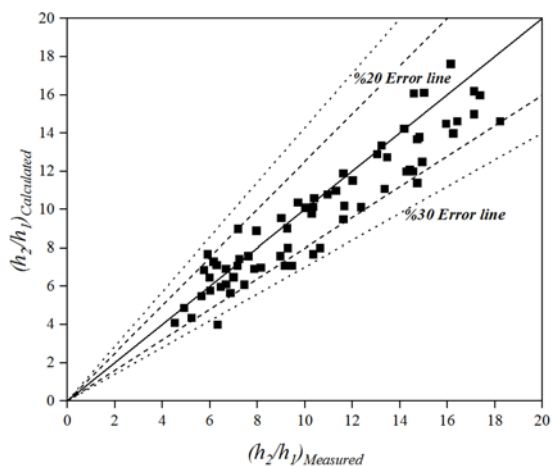


Fig. 11. Variation of correction factor of wall reaction force, J, with bed slope

در شکل (۱۲)، مقادیر محاسبه شده نسبت اعماق مزدوج با استفاده از رابطه ۳ و ضرایب تصحیح بدست آمده از روابط ۱۰ و ۱۱ در برابر مقادیر اندازه‌گیری شده ترسیم شده است. بیشتر نقاط در محدوده خطای ۲۰ درصد توزیع شده‌اند.

شکل ۱۲. مقادیر محاسبه شده نسبت اعماق مزدوج، Y، با استفاده از روابط

۳، ۱۰ و ۱۱، در برابر مقادیر آزمایشگاهی

Fig. 12. Calculated values of conjugate depths ratio, h_2/h_1 , using eqs. 3, 10, and 11, vs. measured values

۳-۳- نسبت اعماق مزدوج

معادله اعماق مزدوج از معادلات مومنتوم و پیوستگی در ابتدا و انتهای پرش به دست می‌آید. در این پژوهش، از روابط ۲ و ۳ توسط جان و چانگ (۲۰۰۹) استفاده شده است. برای محاسبه ضرایب J و K در معادله ۳ ابتدا معادله مومنتوم در پیوست (معادله پ-۲) مرتب می‌شود.

$$a_1 K + a_2 J = a_3 \quad (۱۰)$$

ضرایب رابطه ۱۰، یعنی a_1 ، a_2 و a_3 ، با استفاده از روابط زیر محاسبه می‌شوند.

$$a_1 = -\frac{A(A+1)L_r \tan \theta}{2h_1(A-1)} \quad (۱۱-الف)$$

$$a_2 = \frac{A(1+Y+Y^2)L_r \cos \theta \tan \phi}{3b_1(A-1)} \quad (۱۱-ب)$$

$$a_3 = F_1^2 - \frac{A(AY-1) \cos \theta}{2(A-1)} \quad (۱۱-ج)$$

تمامی پارامترهای موجود در روابط (۱۱-الف) تا (۱۱-ج) با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی محاسبه می‌شوند بنابراین رابطه-۱۰ را می‌توان با تحلیل رگرسیون حل کرده و ضرایب J و K را بدست آورد. مقادیر این ضرایب برای شیب‌های مختلف در جدول ۳ ارائه گردیده‌اند.

جدول ۳. مقادیر مختلف ضرایب تصحیح بازای شیب‌های مختلف بستر

K	J	$\tan(\theta)$
27.02	0	0
15.33	0.34	0.05
14.75	0.83	0.10
5.66	0.52	0.15

Table 3. Different values of correction coefficients regarding bed slopes

بر اساس نتایج آزمایشگاهی جان و چانگ (۲۰۰۹) تاثیر ϕ بر J و K ناچیز است. در شکل‌های (۱۰ و ۱۱)، با استفاده از نتایج این پژوهش تغییرات J و K در برابر شیب بستر، $\tan(\theta)$ ترسیم شده است.

شیبدار مشکل است زیرا عمق جریان در جهت پایین دست پرش، به طور مداوم افزایش می‌یابد. در این پژوهش همچون بیشتر منابع موجود [14,16] طول غلطاب، L_r ، بعنوان طول پرش هیدرولیکی بر بستر شیبدار در نظر گرفته شده است. تشخیص انتهای غلطاب به دلیل شرایط دینامیک و متغیر جریان دشوار است اما برابر مقطعی فرض میشود که حباب‌های هوای به‌دام افتاده به سطح جریان رسیده و بعد از آن جریانی در جهت مخالف مشاهده نمی‌شود. از پارامترهای موثر بر پرش هیدرولیکی، شیب، همگرایی و عدد فرود اولیه، F_1 ، است. طول بی‌بعد پرش را می‌توان به شکل زیر نوشت

$$\frac{L_r}{h_1} = \frac{L_r}{(h_2 - h_1)} \left(\frac{h_2}{h_1} - 1 \right) \quad (13\text{-الف})$$

این رابطه مشابه رابطه الویتورسکی (۱۹۵۹) است [16].

$$L_r = m_s (h_2 - h_1) \quad (13\text{-ب})$$

m_s ضریب بی‌بعدی است که به صورت تجربی تعیین می‌شود. براساس مشاهدات الویتورسکی، این ضریب تابعی از شیب بستر کانال است. در این پژوهش تأثیر همگرایی نیز بر ضریب m_s بررسی شد. بدین منظور ابتدا مقادیر m_s با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی پژوهش حاضر و داده‌های جان و چانگ [7] و بردلی و پیترا [2] محاسبه شد و سپس از طریق رگرسیون خطی تغییرات آن با زوایای همگرایی بررسی شد. ضریب تغییرات بدست آمده $(CV = \sigma/\mu)$ معادل ۲۸۸ بود، یعنی انحراف معیار پارامتر مدل ایجاد شده، σ ، ۲۸۸ برابر مقدار میانگین آن، μ ، است؛ به عبارت دیگر، پراکندگی داده‌ها چنان زیاد است که همگرایی نقشی در تعیین طول پرش ندارد. در حالت بعد تغییرات m_s با شیب‌های مختلف مطالعه شد ضریب تغییرات برای این مدل در حدود ۵ بود که بسیار مطلوب ارزیابی می‌شود. برای اطمینان بیشتر ضریب همبستگی، $\rho = COV(X, Y) / \sigma_Y \sigma_X$ ، بین m_s و $\tan \theta$ ، محاسبه شد که به ترتیب ۰/۳۳- و ۰/۸۴- بدست آمد؛ به عبارت دیگر همبستگی قابل توجهی بین m_s و $\tan \theta$ بطور معکوس وجود دارد. زیرا با افزایش شیب، مقدار m_s کاهش می‌یابد. در شکل (۱۴)، روند تغییرات ضریب m_s بر حسب شیب بستر نشان داده شده است.

فرآیند استفاده از روابط ۲ و ۳ همراه با آزمون و خطا است. در این جا برای احتراز از سعی و خطا، با استفاده از داده‌های این پژوهش و داده‌های جان و چانگ رابطه صریحی برای محاسبه نسبت اعماق مزدوج ارائه می‌شود.

$$Y = \frac{h_2}{h_1} = 1.25F_1 - 0.03 \tan \varphi + 15.36 \tan \theta \quad (12)$$

در رابطه (۱۲) ضریب تعیین R^2 برابر با ۰/۹۱ است. در شکل (۱۳)، دقت این رابطه، نشان داده شده است.

همگرایی دیواره‌ها نیرویی در خلاف جهت پرش به سیال وارد می‌کند به علاوه امواج موربی که از ابتدای کانال همگرا، شکل می‌گیرند به سمت مرکز کانال منتشر شده، عمق جریان قبل از پرش را افزایش می‌دهند و موجب افزایش عمق ثانویه نیز می‌شود.

شیب بستر، یک مؤلفه وزن هم‌راستا با بستر کانال و هم جهت با پرش هیدرولیکی را به معادله‌ی مومنتوم اضافه می‌کند. همچنین، موقعیت پرش مطابق بخش ۳-۱، با افزایش شیب بستر به طرف پایین دست کانال میل می‌کند. در نتیجه با کاهش عرض در کانال‌های همگرا عدد فرود اولیه افزایش می‌یابد شکل ۱۳. مقادیر محاسبه شده نسبت اعماق مزدوج از رابطه‌ی ۱۲، در برابر مقادیر آزمایشگاهی

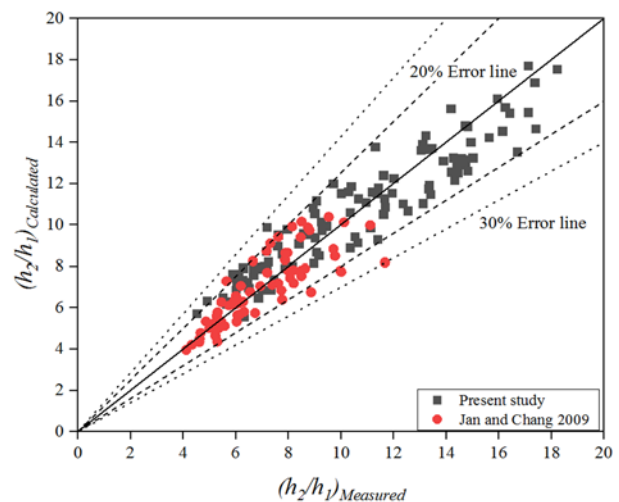
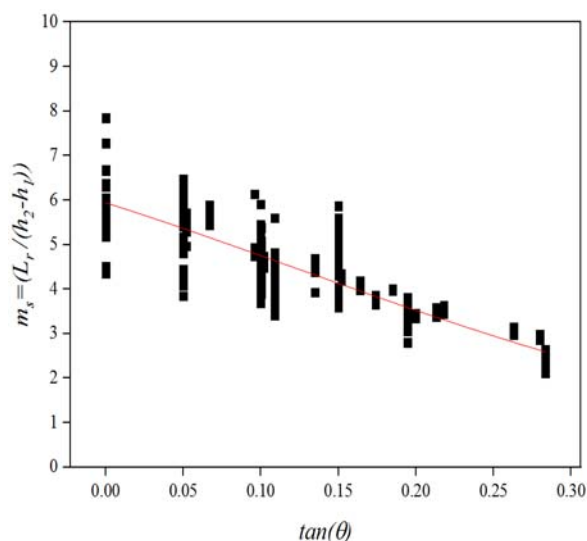


Fig. 13. Calculated values of conjugate depths ratio, h_2/h_1 , using equation 12 vs. measured values

۳-۴- طول پرش هیدرولیکی

طول پرش هیدرولیکی، یکی از پارامترهای مهم در طراحی حوضچه و یا کانال‌هایی است که پرش در آن‌ها رخ می‌دهد. این طول شاخصه حفاظت از بستر است و بعد از آن جریان پرسرعت در مجاورت بستر و دیواره‌ها وجود ندارد. تعیین طول پرش بر بستر

شکل ۱۴. تغییرات m_s با شیب بسترFig. 14. Variation of m_s vs. bed slope

شکل ۱۵. مقادیر نظری محاسبه شده طول بی‌بعد پرش از رابطه‌ی ۱۳-ب، در برابر مقادیر آزمایشگاهی

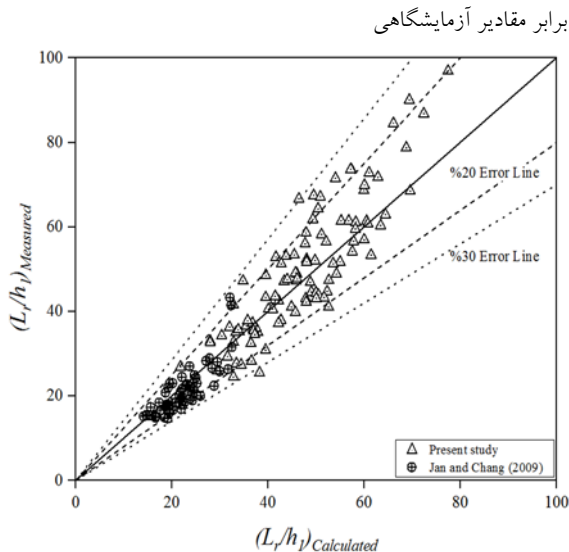


Fig. 15. Non-dimensional length of jump measured vs. calculated values

شکل ۱۶. تغییرات طول بی‌بعد پرش در هر شیب بستر در برابر عدد فرود اولیه

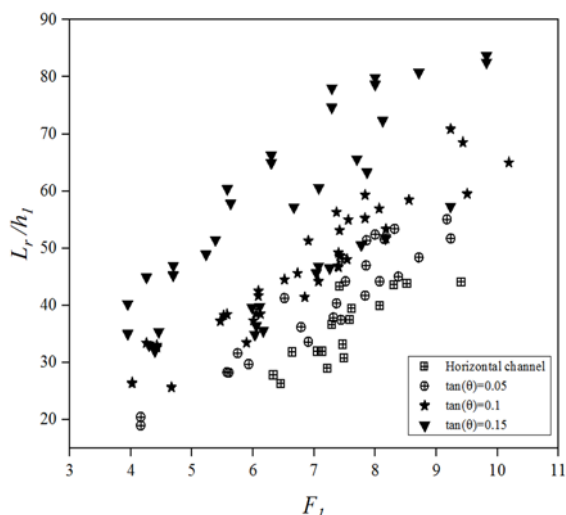


Fig. 16. Variation of non-dimensional length for each slope versus primary Froude number

۳-۵- اتلاف انرژی

اگر انرژی کل جریان در ابتدای پرش، E_1 و در انتهای آن E_2 باشد، اتلاف انرژی نسبی به صورت $E_L/E_1 = (E_1 - E_2)/E_1$ تعریف می‌شود. اتلاف انرژی نسبی برای یک کانال مستقیم و افقی بر حسب عدد فرود ورودی F_1 از رابطه زیر بدست می‌آید [12].

$$E_L/E_1 = \frac{(3 - \sqrt{1 + 8F_1^2} + F_1^2[1 - 4(\sqrt{1 + 8F_1^2} - 1)^{-2}])}{2} + F_1^2 \quad (15)$$

این تغییرات با رابطه زیر نشان داده می‌شود:

$$m_s = -12 \tan \theta + 5.95 \quad (14)$$

ضریب تعیین R^2 در رابطه ۱۴ برابر با ۰/۷۲ است که همزمان با آن توزیع خطاها همگن و نرمال است. با داشتن m_s طول بی‌بعد پرش هیدرولیکی از رابطه‌ی (۱۳-الف) محاسبه می‌شود. در شکل (۱۵)، مقادیر محاسبه شده طول بی‌بعد پرش L_r/h_1 از رابطه (۱۳-الف) در برابر داده‌های مشاهداتی پژوهش حاضر و داده‌های جان و چانگ [7] ترسیم شده است.

ضریب همبستگی خطی بین داده‌های محاسبه شده از رابطه‌ی ۱۳-الف و داده‌های آزمایشگاهی، برابر با ۰/۹۰ بدست می‌آید بنابراین طول بی‌بعد پرش، با وجود داده‌هایی با خطای بیش از ۲۰ درصد و در نظر داشتن این نکته که تعیین آن با دشواری و ابهام روبروست، به خوبی تخمین زده می‌شود.

در شکل (۱۶)، تغییرات طول بی‌بعد پرش در هر شیب، در برابر عدد فرود ورودی، F_1 ، نشان داده شده است. طول پرش با افزایش عدد فرود، افزایش می‌یابد. با یک عدد فرود ثابت، پرش هیدرولیکی در شیب‌های بالاتر طول بیشتری دارد.

۴- نتیجه گیری

در این پژوهش مشخصات پرش هیدرولیکی در کانال‌های همگرایی شیب‌دار با تغییر مشخصات هندسی و هیدرولیکی آن بررسی شد. در اینکار با مطالعه پژوهش‌های گذشته در موارد لزوم ضرایب تصحیح جدید محاسبه شد و روابط صریح جدیدی با استفاده از مدل‌های رگرسیونی ارائه شد.

موقعیت شکل‌گیری پرش هیدرولیکی با افزایش شیب بستر، به دلیل اثر نیروی گرانش، به طرف پائین دست کانال میل می‌کند. در نتیجه با کاهش عرض، در کانال‌های همگرا، عدد فرود اولیه افزایش می‌یابد. همچنین موقعیت پرش با افزایش زاویه‌ی همگرایی به دریچه‌ی ورودی نزدیکتر می‌شود. موقعیت پرش در شیب‌های پایین به تغییرات ارتفاع آب‌پایه حساسیت بیشتری دارد.

امواج مورب ناشی از همگرایی دیواره‌های کانال، تخمین عمق اولیه‌ی پرش را مشکل کرد. در این پژوهش عمق جریان در محور مرکزی کانال ملاک انجام محاسبات قرار گرفت و رابطه رگرسیونی صریحی بین نسبت عمق اولیه به بازشدگی دریچه با شیب، زاویه همگرایی و عدد فرود ورودی ارائه شد. با افزایش شیب بستر از عمق اولیه‌ی پرش کاسته می‌شود.

نسبت اعماق مزدوج با عدد فرود اولیه و شیب کانال بطور مستقیم افزایش می‌یابد. همگرایی دیواره‌ها نیرویی در خلاف جهت پرش به سیال وارد می‌کند به علاوه امواج موربی که از ابتدای کانال همگرا، شکل می‌گیرند به سمت مرکز کانال منتشر شده، عمق جریان قبل از پرش را افزایش می‌دهند و موجب افزایش عمق ثانویه نیز می‌شوند.

طول پرش بیشتر تابع عدد فرود ورودی و شیب بستر و کمتر تابع همگرایی بود. طول پرش با افزایش عدد فرود اولیه، افزایش می‌یابد. با یک عدد فرود ثابت، پرش هیدرولیکی در شیب‌های بالاتر طول بیشتری دارد.

اتلاف انرژی، با افزایش شیب بستر و همگرایی افزایش می‌یابد. با افزایش عدد فرود اولیه، استهلاک انرژی در کانال‌های شیب‌دار به مقدار معادل آن در کانال‌های افقی با هندسه مشابه نزدیک می‌شود.

در شکل (۱۷)، اتلاف انرژی نسبی داده‌های آزمایشگاهی کانال‌های مستقیم و همگرا با شیب‌های مختلف، به همراه مقادیر محاسبه شده از رابطه ۱۵ در برابر عدد فرود ورودی به پرش ترسیم شده‌اند. روند تغییرات داده‌های آزمایشگاهی در کانال‌های همگرایی شیب‌دار مشابه کانال مستقیم افقی است، با این تفاوت که اتلاف انرژی نسبی اندکی بیشتر می‌شود. در شکل (۱۸)، نسبت اتلاف انرژی در کانال همگرایی شیب‌دار به کانال همگرایی افقی، E_L/E_L^* ، در برابر اعداد فرود ورودی به پرش ترسیم شده است. با افزایش شیب بستر اتلاف انرژی نیز افزایش می‌یابد اما با افزایش عدد فرود، از اثر شیب بر اتلاف انرژی کاسته می‌شود.

شکل ۱۷. تغییرات نسبت اتلاف انرژی نسبی برای نسبت‌های همگرایی مختلف در برابر فرود اولیه

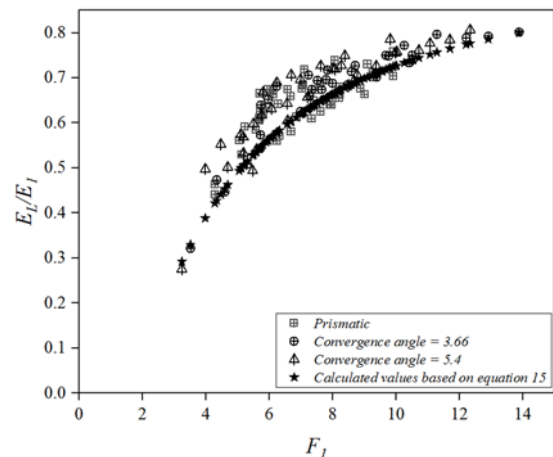


Fig. 17. Variation of relative energy losses, E_L/E_1 vs. F_1 for different convergence ratios

شکل ۱۸. تغییرات نسبت اتلاف انرژی در کانال شیب‌دار به کانال مشابه افقی در برابر فرود اولیه

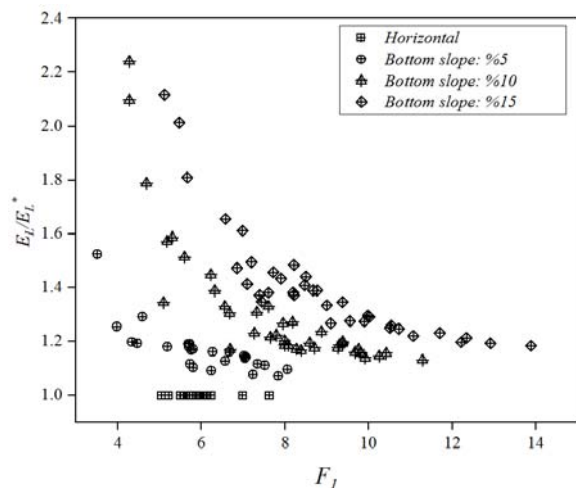


Fig. 18. Ratio of energy loss in inclined to horizontal channel against F_1

۵- علایم و اختصارات

A	نسبت مساحت‌های مزدوج
A_2, A_1	مساحت کانال در ابتدا (۱) و انتهای (۲) پرش
b_2, b_1	عرض کانال در ابتدا (۱) و انتهای (۲) پرش
F_0	عدد فرود در ورودی کانال
F_2, F_1	عدد فرود ابتدا (۱) و انتهای پرش (۲)
E_L	اتلاف انرژی
E_2, E_1	انرژی ابتدا (۱) و انتهای (۲) پرش
E_L/E_L^*	نسبت اتلاف انرژی در هر چینش کانال به اتلاف انرژی همان چینش در حالت افقی
h_1, h_2	اعماق ابتدا (۱) و انتهای (۲) پرش
Y	نسبت اعماق مزدوج
θ	شیب بستر کانال
ϕ	زاویه‌ی همگرایی کانال
L_r	طول پرش = طول غلطاب
J	ضریب تصحیح برای نیروی واکنش دیواره کانال
K	ضریب تصحیح وزن آب محصور در حجم کنترل پرش
l_i	فاصله‌ی ابتدای پرش از دریچه‌ی ورودی در امتداد کانال
ω_L	شاخص اثرات مقیاس
Re	عدد رینولدز
W_i, W_i	عرض ابتدا و انتهای کانال همگرا

- [6] Hager WH, Bremen R. 1989 Classical hydraulic jump: Sequent depths. *J Hydraul Res.*27:565.
- [7] Hager WH, Bremen R, Kawagowshi N. 1990 Classical hydraulic jump: Length of roller. *J Hydraul Res.*28:591.
- [8] Jan C-D, Chang C-J. 2009 Hydraulic Jumps in an Inclined Rectangular Chute Contraction. *Journal of Hydraulic Engineering.*135(11).
- [9] Kawagoshi N, Hager WH. 1990 B-jump in sloping channel. II. *J Hydraulic Research.*28:461.
- [10] Kindsvater CE. 1944 The hydraulic jump in sloping channels. *Trans, ASCE.*109:1107.
- [11] Kumar M, Lodhi AS. 2016 Hydraulic jump over sloping rough floors. *ISH Journal of Hydraulic Engineering.*22(2):127-34.
- [12] Lee S, Lee DK. 2018 What is the proper way to apply the multiple comparison test? *Korean journal of anesthesiology.*71(5):353-60.
- [13] Ohtsu I, Yasuda Y. 1991 Hydraulic jump in sloping channels. *Journal of Hydraulic Engineering.*117:905.
- [14] Reinauer R, Hager WH. 1998 Supercritical flow in chute contraction. *J Hydraul Eng.*124:55.
- [15] Te Chow V. 1959 Open-channel hydraulics: *McGraw-Hill.*
- [16] Yasuda Y, Hager WH. 1995 Hydraulic jump in channel contraction. *Canadian Journal of Civil Engineering.*22(5):925-33.

پیوست

شکل پ. ۱. تصویر شماتیک پرش هیدرولیکی در کانال همگرای شیبدار

[7]

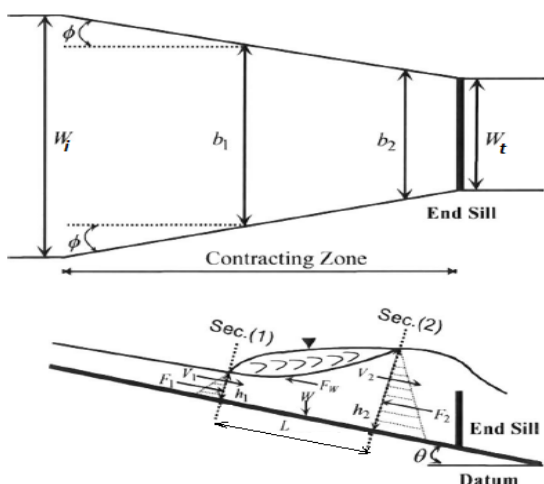


Fig. A. 1. Schematic diagram of a hydraulic jump in an inclined rectangular [7].

۶- مراجع

- [1] Babaali H, Shamsai A, Vosoughifar H. 2015 Computational Modeling of the Hydraulic Jump in the Stilling Basin with Convergence Walls Using CFD Codes. *Arabian Journal for Science and Engineering.*40(2):381-95.
- [2] Bradley J, Peterka A. 1957 Hydraulic design of stilling basins: Stilling basin with sloping apron (Basin V). *Journal of Hydraulic Division.*83:1.
- [3] Das R, Pal D, Das S, Mazumdar A. 2014 Study of Energy Dissipation on Inclined Rectangular Contracted Chute. *Arabian Journal for Science and Engineering.*39(10):6995-7002.
- [4] Elevatorski EA. 1959 Hydraulic Energy Dissipators: *McGraw-Hill.*
- [5] Hager WH. 1988 B-jump in sloping channel. *J Hydraulic Research.*26:539.

معادله‌ی پیوستگی و مومنتوم برای یک کانال همگرای شیبدار، مطابق شکل پ. ۱، در یک بعد نوشته میشود [7].

$$Q = A_1 V_1 = A_2 V_2 \quad (پ-۱)$$

$$P_1 - P_2 + W \sin \theta - F_w = M_2 - M_1 \quad (پ-۲)$$

که در آن Q ، دبی جریان؛ A_1 و A_2 مساحت مقطع‌های عرضی کانال؛ b_1 و b_2 عرض مقطع؛ V_1 و V_2 سرعت‌های متوسط جریان؛ W وزن آب در حجم کنترل پرش، P_1 و P_2 نیروی‌های ناشی از فشار هیدرواستاتیک بر سطح مقطع پرش؛ M_1 و M_2 مومنتوم ($M = \rho Q V_i \quad i = 1, 2$) و F_w مولفه‌ی طولی نیروی واکنش دیوارهای همگرا می‌باشد. نیروی فشار هیدرواستاتیک P_i در راستای شیب بدست می‌آید

$$P_i = 0.5 \rho g h_i A_i \cos \theta \quad (i=1, 2) \quad (پ-۳)$$

مطابق شکل پ-۱ پروفیل واقعی پرش، به علت هوای به دام افتاده در غلطابه بر اثر اغتشاش، منحنی شکل است اما برای سادگی خطی فرض می‌شود. محاسبه وزن آب درون حجم کنترل بر اساس پروفیل خطی انجام می‌شود و از ضریب K برای تصحیح اختلاف با پروفیل واقعی استفاده می‌گردد.

$$W = 0.5 K \rho g (A_1 + A_2) (L / \cos \theta) \quad (پ-۴)$$

با فرض $\alpha = b_2 / b_1$ مولفه در راستای شیب نیروی واکنش دیواره‌های همگرا نوشته می‌شود.

$$F_w = J \gamma \cos \theta (L \tan \varphi) (h_1^2 + h_1 h_2 + h_2^2) / 3 \quad (پ-۵)$$

که در آن J ، ضریب تصحیح این نیرو به دلیل تفاوت بین پروفیل واقعی و خطی سطح آب است. با اعمال معادله‌ی مومنتوم به حجم مستقر بین ابتدا و انتهای پرش خواهیم داشت:

$$M_2 - M_1 = \rho Q V_2 - \rho Q V_1 = -\frac{\rho A_1 V_1^2 (A - 1)}{A} \quad (پ-۶)$$

که در آن $A = A_2 / A_1$ است. با جایگذاری روابط پ-۳ تا پ-۶ در رابطه‌ی پ-۲ و حل آن نسبت به A ، معادله‌ی درجه دوم زیر برای نسبت مساحت‌های مزدوج به دست می‌آید.

$$A^2 + A - 2M^2 = 0 \quad (پ-۷)$$

در رابطه‌ی فوق، M عدد فرود ویرایش شده، مطابق رابطه‌ی ۳ مقاله می‌باشد. از حل معادله (پ-۷) رابطه ۲ در متن مقاله به دست می‌آید.

Experimental study of hydraulic jump characteristics in an inclined convergent channel

Ali Shabani Chafjiri¹, Mohammad Reza Jafarzadeh^{2*}

- 1- MSc student, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, Ferdowsi University of Mashhad
2- Professor, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, Water and Environment Research Institute, Ferdowsi University of Mashhad (FUM).

*jafarzad@um.ac.ir

Abstract

Scope and Background: Dissipating high kinetic energy of supercritical flows to protect downstream structures has always been a concern of hydraulic structure engineers. One of the approaches to tackle this problem is the utilization of hydraulic jump phenomena in which a great amount of kinetic energy is dissipated through turbulence which is more pronounced in roller part and conversion to potential energy in terms of depth increase at downstream end and turbulence. A hydraulic jump may occur in prismatic or non-prismatic, converged or diverged and horizontal or inclined channels. However, oblique shock waves initiating at the start of a contracted channel, interact with each other and sidewalls and may create a complex flow pattern which is detrimental to the channel itself and downstream facilities. The present research aims at studying hydraulic jumps taken place in a converging inclined channel. The main parameters of a hydraulic jump such as its location, initial depth, ratio of conjugate depths, jump length and energy dissipation are studied for various inclination and convergence ratios and inflow conditions.

Methodology: The experiments were conducted in a channel with different bed slopes of 0, 5, 10, and 15 percent, and convergence angles of 3.66 and 5.4 degrees. The end sills of 0.75 to 11 cm high were installed at the end, depending on the bed slope, to fix the jump location in the channel. The entrance was set carefully to produce the least disturbance due to sharp edges and protruding elements appeared in the flow; hence, a symmetric hydraulic jump may be observed all over a cross-section. To double-check the accuracy of measurements, clips of various hydraulic jumps were shot through sidewalls, converted into the images and digitized using GopherTM.

Discussion and Conclusion: The location of hydraulic jump approached downstream channel due to gravity forces as the channel slope increased. Therefore, in the converged channel by reducing the width, primary Froude number enhanced and the jump location tended upstream by increasing the convergence angle. Jump position was more sensitive to the sill depth variation in lower slopes. Specifying a unique initial depth in the converged channel was challenging. There were oblique waves originated from the concave corners and coincided at the centerline of the channel. In cases where the hydraulic jump occurred before the coincidence of the oblique waves, there were different depths at the front of the jump. In this work, the centerline depth was selected as the reference depth in the development of regressive equation. The ratio of conjugate depths increased directly with the primary Froude number and bed slope. By enhancing the bed slope, the initial depth decreased and the conjugate depth increased, accordingly. The length of a hydraulic jump, was more a function of bed slope and Froude number and less a function of convergence. It enhanced with the increase of primary Froude number, however, with a constant Fr it was longer in higher slopes. The energy dissipation increased by both the bed slope and convergence ratio. By increasing the primary Froude number, the difference between energy dissipation in various bed slopes approached that of a horizontal bed. Using regressive models and statistical analysis, empirical explicit equations were developed for the location, initial depth, conjugate depths ratio, estimation of length, and energy dissipation of a hydraulic jump in an inclined converging channel.

Keywords: hydraulic jump, convergent inclined channel, energy dissipation, jump length, statistical analysis