

ارزیابی مدل‌های ریاضی آشفته‌گی چند معادله‌ای در تخمین پارامترهای هیدرودینامیکی جت مستغرق

محمد حسین میرآبی*^۱، عباس منصوری^۲

۱- کارشناس ارشد مهندسی عمران- آب گرایش هیدرولیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران مرکزی

۲- استادیار گروه مهندسی عمران، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران جنوب

*mh.mirabi@hotmail.com

تاریخ پذیرش ۹۶/۰۲/۰۳

تاریخ دریافت ۹۵/۰۶/۲۹

چکیده

جت مستغرق در یک بازشدگی ناگهانی، دارای هیدرودینامیک آشفته‌ایست. در محل بازشدگی ناگهانی، ایجاد جریان‌های ثانویه مجاور هسته پتانسیل جت، تولید آشفته‌گی نموده و ادی‌های تشکیل شده باعث انتقال و استهلاك انرژی و همچنین کاهش تکانه سیال در ناحیه استقرار یافته جریان می‌شوند. با بکارگیری مدل ریاضی آشفته‌گی مناسب و کارآمد، می‌توان پارامترهای هیدرودینامیکی جریان را در نقاط مختلف، با دقت مطلوب پیش‌بینی نمود. در این پژوهش، مدل ریاضی آشفته‌گی سه معادله‌ای والترز و کوکلیجات (k-kl- ω) و مدل ریاضی آشفته‌گی هفت معادله‌ای تنش رینولدز، بررسی شد. مقایسه نتایج تحلیل دینامیک سیالات محاسباتی به روش حجم محدود در نرم افزار Ansys Fluent با نتایج آزمایشگاهی، نشان می‌دهد که مدل آشفته‌گی تنش رینولدز نتایجی با دقت بالاتر را پیش‌بینی می‌نماید. می‌توان به این نتیجه رسید که دلیل این دقت در تخمین، بکارگیری معادلات انتقال مجزا برای هر یک از مولفه‌های تانسور تنش، در شرایط طبیعی آشفته‌گی غیرمتجانس و غیرهمسانگرد است.

کلمات کلیدی: جت مستغرق، مدل‌های ریاضی آشفته‌گی چند معادله‌ای، دینامیک سیالات محاسباتی

۱- مقدمه

ساخت حوضچه‌های آرامش بزرگ مستهلک کننده این نوع از جریان‌ها، بسیار گران خواهد بود. پس چگونگی استهلاك مناسب انرژی مذکور، نیازمند شناخت جامعی پیرامون جت‌های مستغرق است. در جت‌های مستغرق، به دلیل ایجاد جریان‌های ثانویه در مجاورت هسته پتانسیل جت و تولید ادی‌ها در ابعاد مختلف، انرژی از متوسط جریان اخذ و ضمن انتقال، مستهلک نیز می‌شود [۱]. این روند استهلاك، طی برهمکنش فی‌مابین میدان‌های تنش و کرنش المان‌های سیال (تعامل تانسوری مرتبه

انرژی جنبشی و تکانه بسیار زیاد سیال و همچنین نوسانات فشار تولید شده، از ویژگی‌های جریان مستغرق در تونل‌های انتقال تحتانی سدهاست. هنگام بهره‌برداری از تاسیسات کنترل کننده جریان، مانند باز و بسته کردن گیت‌ها، به علت تکانه ناشی از ارتفاع استاتیکی زیاد سیال در بالادست و نوسانات فشار ناشی از آن، تاسیسات دچار آسیب‌دیدگی شده و با گذشت زمان استفاده مطلوب میسر نمی‌شود. از طرفی

دو) قابل مشاهده است. تشکیل ادی‌ها^۱ با ابعاد مختلف و واپاشی^۲ آنها به ساختارهای کوچکتر، فرآیند انتشار آشفستگی را رقم می‌زند. ادی‌های انرژی‌مند تشکیل شده در مجاورت هسته پتانسیل جت^۳، توسط شتاب‌های انتقالی جابه‌جا می‌شوند. ادی‌های مذکور پس از انتقال، دچار واپاشی و کاستی در اندازه شده (ریز مقیاس‌های کولموگروف^۴)، و مستهلک می‌شود. دینامیک چرخش نواحی پیرامون هسته پتانسیل جت، از منظر استهلاک انرژی جنبشی جریان، بسیار حائز اهمیت است، به همین دلیل نسبت بازشدگی^۵، مقدار محدوده چرخش را بیان می‌نماید. بنابراین شناخت رفتار جریان آشفته و چگونگی تولید و استهلاک صحیح انرژی ناشی از آن، نیازمند دانستن پارامترهای هیدرودینامیکی جریان است. آلبرتسون و دای [۲] با بکارگیری تابع احتمال نرمال در پیش‌بینی رفتار جت مستغرق متقارن، پارامترهای هیدرودینامیکی جریان را محاسبه نمودند. آنها فرض کردند فشار هیدرواستاتیکی در کل سیال برقرار بوده و پروفیل سرعت در محدوده بازشدگی ناگهانی، از تابع احتمال نرمال پیروی می‌کند. همچنین ناحیه‌بندی جریان بعد از بازشدگی ناگهانی، به سه بخش در حال استقرار، گذرا و استقرار یافته، اولین بار توسط ایشان انجام گرفت. پای [۱] روی جت‌های مستغرق متقارن غیر لزج و لزج، تراکم ناپذیر و تراکم پذیر آرام و آشفته دو بعدی، پژوهش‌های گسترده‌ای انجام داد. وی با بکارگیری حل تولمین [۳] و تئوری طول اختلاط پراتل^۶ [۴] در ناحیه جریان استقرار یافته، تنش‌های ناشی از آشفستگی را بررسی و آن‌ها را محاسبه نمود. لیپمن و لافر [۵] نیز با فرض ساده‌سازی تجانس^۷ و همسانگردی^۸ آشفستگی در بازشدگی ناگهانی، پارامترهای هیدرودینامیکی جریان را پیش‌بینی نمودند، اما پیش از این تیلور [۶] با بکارگیری نظریه جابه‌جایی گردابی^۹ خود، بیان نمود که هیچ مدرک فیزیکی دال بر درستی فرض تجانس و همسانگردی

آشفستگی وجود ندارد. منصور [۱] با استفاده از نتایج مطالعات آزمایشگاهی خود روی نسبت‌های مختلف بازشدگی، با محاسبه جذر متوسط مربعات پارامترهای نوسانی و تنش‌های ناشی از آشفستگی، پارامترهای هیدرودینامیکی نوسانی جریان را محاسبه نمود. زینگ و فرانکل [۸] اثر حباب‌زایی را روی دینامیک ساختارهای چرخشی در جت‌های آرام سطح مستغرق، مورد بررسی قرار دادند. آنها دریافتند زمانی که فشار موضعی از فشار بخار کمتر شود، حباب‌زایی در هسته گرداب-های اصلی جریان رخ می‌دهد. بلیاکوف و فیلیووف چرخ تولید حباب‌زایی گردابی توسط جت مستغرق را مطالعه نمودند. نتایج مطالعات آنها نشان دهنده آن است که در فشارهای مختلف جریان، و همچنین سرعت‌های مختلف جت مستغرق ورودی، عدد کاویتاسیون بحرانی نزدیک به ۳ است. در اعداد کاویتاسیون بالاتر، حلقه حباب‌زایی گردابی تشکیل نمی‌گردد. همچنین زمانی که عدد کاویتاسیون از ۰/۱ کمتر می‌شود، حباب‌های کشیده و نامتقارن بخار آب توسط جت مستغرق ورودی ایجاد می‌شود. زامپینو و همکاران [۹] کاربرد جت مستغرق در لوپ خنک کننده دمای پایین لایه‌های مواد سرامیکی^{۱۰} را مطالعه نمودند. آنها دریافتند که با استفاده از جت مستغرق، مقاومت حرارتی سیستم ضمن افزایش قابلیت انتقال حرارت جریان، کاهش می‌یابد و می‌توان از جت مستغرق، به عنوان بهینه ساز در خنک کننده‌ها استفاده نمود. داس و همکاران [۱۱] با بکارگیری جت مستغرق در مخازن ترکیب زباله‌های هسته‌ای، پارامترهای مختلف جت مانند قطر جت ورودی، سرعت جت ورودی، میزان استغراق جت، قطر مخزن ترکیبی و کیفیت مواد مخلوط شونده را بررسی کردند. آنها با ارائه روابط بدست آمده از پژوهش و با استفاده از تئوری پای باکینگهام، پارامترهای هیدرودینامیکی مورد نظر را با دقت مطلوبی پیش‌بینی نمودند. میاوشنگ و همکاران [۱۲] پژوهشی پیرامون چگونگی رفتار سطح مشترک جت گازی مستغرق سرعت بالا در آب و تولید نوسانات حاصله انجام دادند. ایشان دریافتند که دو پدیده نوسان فرکانس پایین به نام‌های jet necking/bulging و jet necking/back-attack در

- 1 Eddy
- 2 Decay
- 3 Jet Potential Core
- 4 Kolmogorov Microscale
- 5 Expansion Ratio
- 6 Prandtl Mixing Length Theory
- 7 Homogeneity
- 8 Isotropy
- 9 Vorticity Transfer Theory

مدل $k-kI-\omega$ ، پیش‌بینی نسبتاً مفیدی را در جریان‌های آشفته گذرا از خود نشان داده است [۱۵]. در این میان، تنها مدل ریاضی چند معادله‌ای تنش رینولدز، آشفتگی ناهمسانگرد را در خود لحاظ نموده است [۱۶]. با توجه به توضیحات بالا به نظر می‌رسد، وجود معادلات انتقال مجزا برای هر کدام از مولفه‌های تانسور تنش سیال و استهلاک انرژی جنبشی آشفته و مقایسه آن با نتایج آزمایشگاهی، امکان دقت قابل قبولی را در پیش‌بینی پارامترهای هیدرودینامیکی جریان از خود نشان می‌دهد. در این مدل ترم مولد انرژی جنبشی آشفته از متوسط جریان، ترم مستهلاک کننده انرژی و همچنین ترم کرنش فشاری جابه‌جا کننده انرژی جنبشی آشفته در جهات مختلف محورهای مختصاتی، از ارکان بسیار مهم معادله انتقال هستند. شکل (۱) نشان دهنده نواحی مختلف جریان مستغرق در یک بازشدگی ناگهانی است [۲]. پس با توجه به پیشینه تحقیقات، دانستن پارامترهای هیدرودینامیکی جریان و تخمین پارامترهای آشفتگی ایجاد شده، اولین و مهمترین قدم در شناخت و بکارگیری جت‌های مستغرق در علوم گوناگون است.

شکل ۱. قسمت‌های مختلف جریان جت مستغرق در یک بازشدگی ناگهانی

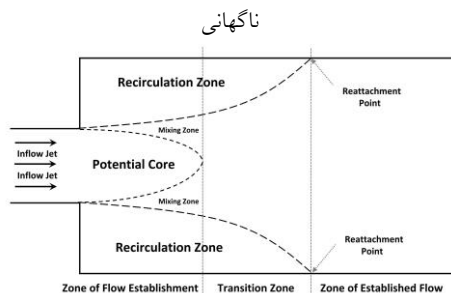


Fig. 1. The different zones of a submerged flow at a sudden expansion

۲- مدل‌های ریاضی آشفتگی و مدل

آزمایشگاهی ساخته شده

۱-۲- مدل آشفتگی تنش رینولدز

پیش‌بینی مولفه‌های تانسور تنش رینولدز و همچنین استهلاک انرژی جنبشی آشفته در فضای سه بعدی، با حل عددی هفت معادله انتقال میسر می‌گردد. معادلات اساسی حاکم بر جریان جهت مدل‌سازی، شامل معادلات آشفتگی تنش رینولدز (معادله ۱)، معادله انتقال استهلاک انرژی آشفته (معادله

قسمت خروجی در نازل مستطیلی ایجاد می‌شود. با افزایش فشار جت گاز ورودی، قسمت‌های نزدیکتر به جت در قسمت سطح مشترک دو سیال، دستخوش ناپایداری و نوسان می‌شود. آنها همچنین با بکارگیری مدل ریاضی و مقایسه آن با نتایج آزمایشگاهی، امواج ضربه‌ای در چهار نقطه مجاور دیواره را مشخص نمودند. یاداو و همکاران [۱۳] روی پارامترهای جت مستغرق نوسانی، با اتکا بر روش عکس‌برداری PIV، مطالعه نمودند. تمرکز آنان روی چگونگی نوسان هسته جت از لحاظ دامنه و فرکانس معطوف شد. نتایج آنها نشان داد که با توجه به عدد رینولدز جت ورودی، با افزایش فرکانس نوسان هسته جت، گردابه‌های تشکیل شده به سمت قسمت پایین دست جریان جابه‌جا می‌شود. این امر نشان دهنده آن است که با افزایش فرکانس مذکور، میزان آشفتگی جریان در مقایسه با عدد رینولدز جت ورودی، افزایش می‌یابد. پس از مطالعات مذکور در خصوص افزایش میزان ترکیب مواد مختلف می‌توان بهره جست. عرب نژاد و همکاران [۱۴] با بکارگیری نرم افزار Ansys Fluent در تخمین پارامترهای هیدرودینامیکی جریان جت ریزشی آشفته مدور، نشان دادند که مدل‌های ریاضی آشفتگی هفت معادله‌ای تنش رینولدز و مدل ریاضی آشفتگی دو معادله‌ای کی امگای استاندارد، نسبت به مدل ریاضی آشفتگی دو معادله‌ای کی اپسیلون استاندارد، دقت بیشتری را به ویژه در جریان سیال با ویسکوزیته بالاتر، از خود نشان می‌دهند. در حال حاضر، مدل‌های ریاضی مختلف آشفتگی، از مهمترین معادلات انتقال موجود برای پیش‌بینی پارامترهای هیدرودینامیکی جریان محسوب می‌شود. مدل ریاضی سه معادله‌ای والترز و کوکلیجات $(k-kI-\omega)$ ، که مدل تغییر یافته کی امگای ویلکاکس^۱ است، با اتکا بر فرض ایده‌آل گرای بوزینسک^۲، جریان آشفته را همسانگرد می‌پندارد [۱۴]. پس مولفه‌های نوسانی جریان، مانند تانسور مرتبه دوم تنش سیال، تحت تاثیر تبدیل چرخش^۳، تقریباً یکسان باقی خواهد ماند. بنابراین فرض بوزینسک در پاره‌ای از جریان‌ها قابل قبول است. ضمناً نتایج مطالعات والترز و کوکلیجات نشان می‌دهد

1 Wilcox $k-\omega$

2 Boussinesq Hypothesis

3 Rotation Transformation

تغییرات مکانی در مولفه‌های تانسور تنش رینولدز با لزجت آشفته، مدل انتشار ناشی از آشفته‌گی را ارائه نمودند.

$$(TD)_{ij} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\frac{1}{\sigma_k} (C_\mu \rho \frac{k^2}{\epsilon}) \frac{\partial}{\partial x_k} \bar{u}_i \bar{u}_j \right] \quad (5)$$

در مورد ترم مهم کرنش فشاری، از مدل کرنش فشاری خطی گیبسون و لاندرا استفاده می‌شود. این مدل از سه ترم کرنش فشاری آهسته^۶، $\phi_{ij,1}$ ، ترم کرنش فشاری سریع^۷، $\phi_{ij,2}$ و ترم واکنش دیواره^۸، $\phi_{ij,w}$ تشکیل شده است [۱۸].

$$\phi_{ij} = \phi_{ij,1} + \phi_{ij,2} + \phi_{ij,w} \quad (6)$$

ترم کرنش فشاری آهسته، از برهمکنش تانسور تنش و نسبت استهلاک انرژی آشفته به انرژی جنبشی آشفته، پدید می‌آید.

$$\phi_{ij,1} = -C_1 \rho \frac{\epsilon}{k} \left[\bar{u}_i \bar{u}_j - \frac{2}{3} \delta_{ij} k \right] \quad (7)$$

ترم کرنش فشاری سریع، از برهمکنش نرخ تولید آشفته‌گی و شتاب انتقال محلی^۹، محاسبه می‌شود.

$$\phi_{ij,2} = -C_2 \left[\left(-\rho \left[\bar{u}_i \bar{u}_k \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_k} + \bar{u}_j \bar{u}_k \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k} \right] - \frac{\partial}{\partial x_k} \rho U_k \bar{u}_i \bar{u}_j \right) + C_2 \left[\frac{2}{3} \delta_{ij} \left(-\frac{1}{2} \rho \left[2 \bar{u}_k \bar{u}_k \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} \right] - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_k} \rho U_k \bar{u}_k \bar{u}_k \right) \right] \right] \quad (8)$$

ترم کرنش فشاری دیواره، نقش بازتولید تنش نرمال، در مجاورت دیواره را دارد. این ترم با تعدیل کردن تنش نرمال عمود بر دیواره، تنش سیال در راستای موازی با دیواره را افزایش می‌دهد.

$$\phi_{ij,w} = -C'_1 \frac{\epsilon}{k} \left[\bar{u}_k \bar{u}_m n_k n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2} \bar{u}_i \bar{u}_k n_j n_k - \frac{3}{2} \bar{u}_j \bar{u}_k n_i n_k \right] \frac{C_\mu^{\frac{3}{4}} k^{\frac{3}{2}}}{\kappa \epsilon d} + C'_2 \left[\phi_{km,2} n_k n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2} \phi_{ik,2} n_j n_k - \frac{3}{2} \phi_{jk,2} n_i n_k \right] \frac{C_\mu^{\frac{3}{4}} k^{\frac{3}{2}}}{\kappa \epsilon d} \quad (9)$$

\mathbf{n}_k ، نرمال واحد دیواره در راستای k است.

جدول ۱. ضرایب ثابت مدل آشفته‌گی تنش رینولدز

Energy Dissipation	$C_{\epsilon 1}=1.44, C_{\epsilon 2}=1.92, C_\mu=0.09$
Turbulent Diffusion	$C_\mu=0.09, \sigma_k=0.82$
Pressure Strain	$C_1=1.8, C_2=0.6, C'_1=0.5, C'_2=0.3, C_\mu=0.09, \kappa=0.4187$

Table 1. Reynolds stress model constants

۲-۲- مدل آشفته‌گی والترز و کوکلجات (k-kl- ω)

مدل آشفته‌گی سه معادله‌ای والترز و کوکلجات، در پیش‌بینی چگونگی تغییرات پارامترهای هیدرودینامیکی لایه

و معادله انتقال تکانه ناویر استوکس آشفته (معادله ۳) در شرایط دمایی ثابت^۱ است (ترم تولید آشفته‌گی ناشی از شناوری ناچیز می‌باشد) [۱۶]. همچنین استفاده از معادله انتقال دیفرانسیل رینولدز^۲ برای بقاء جرم سیال (آب) در فشار مهندسی (معادله ۴) برای تعیین وضعیت تراکمی آن در حل معادلات مورد استفاده قرار می‌گیرد.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \rho \bar{u}_i \bar{u}_j + \frac{\partial}{\partial x_k} \rho U_k \bar{u}_i \bar{u}_j = & \\ (TD)_{ij} : & - \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\rho \bar{u}_i \bar{u}_j \bar{u}_k + P(\delta_{kj} \bar{u}_i + \delta_{ik} \bar{u}_j) \right] \\ & + \mu \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\frac{\partial}{\partial x_k} \bar{u}_i \bar{u}_j \right] \\ & - \rho \left[\bar{u}_i \bar{u}_k \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_k} + \bar{u}_j \bar{u}_k \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k} \right] \\ \phi_{ij} : & + P \left[\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right] \\ \epsilon_{ij} : & - 2\mu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_k} \end{aligned} \quad (1)$$

نرخ استهلاک انرژی جنبشی آشفته، ϵ ، میزان اتلاف انرژی آشفته تولید شده، در معادله ۱ می‌باشد.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \rho \epsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \rho U_j \epsilon = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + C_\mu \rho \frac{k^2}{\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] \\ + \frac{C_{\epsilon 1} \epsilon}{2} \frac{\epsilon}{k} \left[2 \bar{u}_i \bar{u}_k \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k} \right] - C_{\epsilon 2} \rho \frac{\epsilon^2}{k} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \rho U_i + \frac{\partial}{\partial x_j} \rho U_j U_i = - \frac{\partial P}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_j} \rho \bar{u}_i \bar{u}_j + \rho g_i \\ + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial U_k}{\partial x_k} \right) \right] \end{aligned} \quad (3)$$

بدلیل سرعت و فشار نسبتاً کم جریان، اثرات تراکم‌پذیری سیال بسیار ناچیز است.

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho + \frac{\partial}{\partial x_i} \rho U_i = 0 \quad (4)$$

در معادله ۱ برخی از ترم‌های موجود، بدلیل وجود تعداد زیاد مجهولات و پیچیدگی در حل آنها، نیازمند مدل کردن مجدد هستند. ترم انتشار آشفته‌گی^۳ TD_{ij} (ترم اول در سمت راست معادله انتقال ۱، ترم کرنش فشاری^۴ ϕ_{ij} (ترم چهارم در سمت راست معادله ۱ و ترم استهلاک انرژی آشفته ϵ_{ij} (ترم آخر در سمت راست معادله ۱ از این دست می‌باشند. ترم استهلاک انرژی آشفته، توسط معادله ۲ مدل می‌گردد. جهت مدل کردن ترم انتشار آشفته‌گی، از معادلات دیلی و هارلو استفاده شده است [۱۷] آنها ضمن محاسبه برهمکنش فی‌مابین میدان

5 Slow Pressure Strain
6 Rapid Pressure Strain
7 Wall Reflection
8 Convection

1 Isothermal
2 Reynolds Transport Theorem
3 Turbulent Diffusion
4 Pressure Strain

اثر دیواره لزج در معادله لزجت آشفته مقیاس کوچک، از ترکیب تابع تعدیل کننده لزج مجاور دیواره f_v به همراه عدد رینولدز آشفته جریان ایجاد می‌شود.

$$f_v = 1 - e^{-\frac{\sqrt{Re_T}}{A_v}} \quad (18)$$

$$Re_T = \frac{f_w^2 k}{\nu \omega} \quad (19)$$

اثر نگهداشت برشی^۵ در لزجت آشفته مقیاس کوچک، تابع تعدیل f_{SS} است. تاثیر گذاری آن بر لزجت مقیاس کوچک، بوسیله برهمکنش بزرگی نرخ تانسور چرخش متوسط جریان Ω با انرژی جنبشی آشفته است.

$$f_{SS} = e^{-\left(\frac{C_{SS} \nu \Omega}{k}\right)^2} \quad (20)$$

اثر تناوب^۶ بر تولید آشفته، از طریق تابع تعدیل تناوب f_{INT} محاسبه می‌شود. لازم به توضیح است که در این معادله، فرض می‌شود انرژی جنبشی آرام، تحت تاثیر نوسانات مقیاس‌های بزرگ، در مجاورت دیواره است [۱۵].

$$f_{INT} = \min\left(\frac{k_l}{C_{INT}(k+k_l)}, 1\right) \quad (21)$$

در مقابل لزجت مقیاس کوچک، لزجت آشفته مقیاس بزرگ از معادله ۲۲ محاسبه می‌شود که مقدار آن، کوچکترین دو تابع وابسته به انرژی جنبشی آشفته، بزرگی چرخش، بزرگی کرنش و عدد رینولدز آشفته است.

$$v_{T,l} = \min\left(f_{\tau,l} C_{11} \left(\frac{\Omega \lambda_{eff}^2}{\nu}\right) \sqrt{k - f_{SS} f_w k \lambda_{eff}}, \beta_{TS} C_{12} Re_{\Omega} d^2 \Omega, \frac{0.5(k_l + k - f_{SS} f_w k)}{S}\right) \quad (22)$$

$$Re_{\Omega} = \frac{d^2 \Omega}{\nu} \quad (23)$$

$$\beta_{TS} = 1 - e^{-\frac{\max(Re_{\Omega} - C_{TS, Crit}, 0)^2}{A_{TS}}} \quad (24)$$

$$f_{\tau,l} = 1 - e^{-C_{\tau,l} \frac{k_{T,l}}{\lambda_{eff}^2 \Omega^2}} \quad (25)$$

مقدار Re_{Ω} ، عدد رینولدز بر پایه بزرگی چرخش است. ترم تولید لایه مرزی f_{ω} (بازتولید اصلاحی، در رفتار ناحیه جدایش واقع بر لایه مرزی)، در معادله انتقال مقیاس زمانی آشفته معکوس (ω) ، شامل مقیاس ابعادی آشفته موثر λ_{eff} و مقیاس ابعادی آشفته λ_T است [۱۵].

$$f_{\omega} = 1 - e^{-0.41 \left(\frac{\lambda_{eff}}{\lambda_T}\right)^4} \quad (26)$$

مرزی^۱، ضمن گذر از حالت آرام به گذرا و آشفته، دارای توانایی قابل قیاسی است [۱۵]. در این مدل آشفته، لزجت کل به دو لزجت مقیاس کوچک^۲ و لزجت مقیاس بزرگ^۳ تفکیک می‌شود. برهمکنش لزجت‌های مذکور با تانسور کرنش سیال در هر حجم کنترل، تولید آشفته نموده و همچنین انرژی نوسانی کل نیز از مجموع انرژی جنبشی آرام و آشفته بدست می‌آید. معادلات انتقال انرژی جنبشی آشفته (k) ، انرژی جنبشی آرام (kl) و مقیاس زمانی آشفته معکوس (ω) در مدل، به ترتیب معادلات ۱۰، ۱۱ و ۱۲ هستند [۱۵].

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho k + \frac{\partial}{\partial x_j} \rho U_j k = \rho \nu_{T,s} S^2 + \rho R_{BP} + \rho R_{NAT} - \rho \omega k - \mu \frac{\partial \sqrt{k}}{\partial x_j} \frac{\partial \sqrt{k}}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\rho \alpha_T}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (10)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho k_l + \frac{\partial}{\partial x_j} \rho U_j k_l = \rho \nu_{T,l} S^2 + \rho R_{BP} + \rho R_{NAT} - \rho \omega k_l - \mu \frac{\partial \sqrt{k_l}}{\partial x_j} \frac{\partial \sqrt{k_l}}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \frac{\partial k_l}{\partial x_j} \right] \quad (11)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \rho U_j \omega = \rho \left[\frac{C_{\omega R}}{f_w} - 1 \right] \frac{\omega}{k} (R_{BP} + R_{NAT}) - \rho C_{\omega 2} \omega^2 + \rho C_{\omega 3} f_{\omega} \alpha_T f_w^2 \frac{\sqrt{k}}{d^3} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\rho \alpha_T}{\sigma_{\omega}} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \rho C_{\omega 1} \omega^2 \frac{\omega}{k} \nu_{T,s} S^2 \quad (12)$$

α_T ، انتشار موثر برای پارامترهای وابسته به آشفته، S بزرگی نرخ تانسور کرنش متوسط جریان در هر نقطه و d فاصله از شرایط مرزی دیواره است. لزجت آشفته مقیاس کوچک، از معادله شماره ۱۳ محاسبه می‌شود.

$$v_{T,s} = f_v f_{INT} C_{\mu} \sqrt{f_{SS} f_w k} \lambda_{eff} \quad (13)$$

$$C_{\mu} = \frac{1}{A_0 + A_S \left(\frac{S}{\omega}\right)} \quad (14)$$

لزجت آشفته مقیاس کوچک، شامل چندین تابع اثرگذار بر بر روند مدل‌سازی است. اثر احجام کنترل مرزی دیواره بر حرکت جریان، شامل مقیاس ابعادی آشفته موثر λ_{eff} و تابع تعدیل کننده^۴ غیر لزج مجاور دیواره، f_w است.

$$\lambda_{eff} = \min(C_{\lambda} d, \lambda_T) \quad (15)$$

$$\lambda_T = \frac{\sqrt{k}}{\omega} \quad (16)$$

$$f_w = \frac{\lambda_{eff}}{\lambda_T} \quad (17)$$

1 Boundary Layer

2 Small Scale Eddy Viscosity

3 Large Scale Eddy Viscosity

4 Damping Function

5 Shear Sheltering
6 Intermittency

دینامیک سیالات محاسباتی^۳ و گسسته‌سازی^۴ معادلات انتقال بررسی شده، بر پایه روش حجم محدود^۵ در نرم‌افزار Ansys Fluent 16.0 استوار است. برای گسسته‌سازی معادلات انتقال ناویر استوکس آشفته از روش خلاف جهت مرتبه دوم^۶، برای معادلات انتقال آشفتگی جریان مانند مولفه‌های تانسور تنش سیال و استهلاك انرژی آشفته روش خلاف جهت مرتبه اول^۷ همچنین برای معادلات تلفیق و تخمین پارامتر هیدرودینامیکی فشار، از روش مرتبه دوم استفاده شده. در این معادلات با در نظر گرفتن سیال آب به عنوان سیال تراکم ناپذیر، روند حل با محوریت کمیت فشار انجام می‌پذیرد. ارتباط فی مابین میدان سرعت و یا همان تکانه سیال با کمیت فشار، ضمن استفاده از الگوریتم سعی و خطای^۸ SIMPLE در معادله انتقال ناویر استوکس آشفته (معادله ۳)، سرآغاز انجام محاسبات است. گسسته‌سازی مکانی معادلات حاکم بر جریان، بر اساس شکل‌بندی هندسی احجام کنترل انجام می‌پذیرد. شکل (۲) احجام کنترل شبکه‌بندی شده در هندسه جریان را به نمایش گذاشته است.

شکل ۲. بالا: نمای سه بعدی هندسه مدل عددی (مبدا مختصات، بر محور تقارن در محل بازشدگی ناگهانی). پایین: شبکه‌بندی کاملاً متراکم احجام کنترل در پیکره هندسی، به‌مراه سطح مقطع برش خورده از هندسه مدل

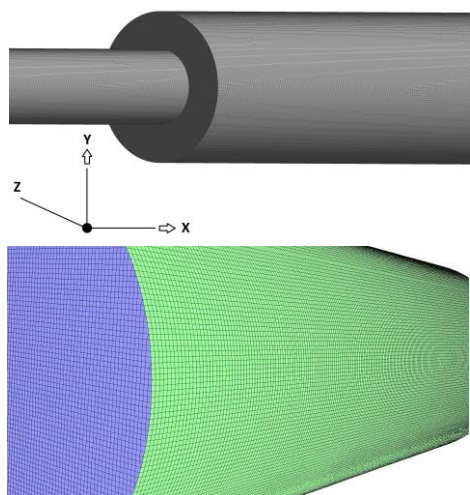


Fig. 2. Up: Three dimensional view
Down: Fine mesh of control volumes at a cross section

- 3 Computational Fluid Dynamics
- 4 Discretization
- 5 Finite Volume Method
- 6 Second Order Upwind
- 7 First Order Upwind
- 8 Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations

انتشار موثر برای پارامترهای وابسته به آشفتگی، α_T ، بکار رفته در معادلات انتقال k و ω ، از تاثیر همزمان انرژی جنبشی آشفته و مقیاس ابعادی آشفتگی موثر محاسبه می‌شود.

$$\alpha_T = f_v C_{\mu,STD} \sqrt{f_{SS} f_{WK} \lambda_{eff}} \quad (27)$$

سازوکار تغییر شرایط جریان آرام به جریان آشفته، از انتقال انرژی جنبشی آرام (k_I) به انرژی جنبشی آشفته (k) حاصل می‌شود. این رخداد توأم با کاهش مقادیر مقیاس طولی، از سمت جریان آزاد به لایه مرزی آشفته متعادل است. برای مدل کردن سازوکار مذکور، از ترم تولید کنارگذر^۱ R_{BP} و ترم تولید گذرای طبیعی R_{NAT} استفاده می‌شود [۱۵].

$$R_{BP} = C_R \beta_{BP} k_I \frac{\omega}{f_W} \quad (28)$$

$$R_{NAT} = C_{R,NAT} \beta_{NAT} k_I \Omega \quad (29)$$

که تابع آستانه کنارگذر^۲ β_{BP} شامل، پارامتر کنارگذر Φ_{BP} وابسته به انرژی جنبشی آشفته و بزرگی چرخش است.

$$\beta_{BP} = 1 - e^{-\frac{\Phi_{BP}}{A_{BP}}} \quad (30)$$

$$\Phi_{BP} = \max\left(\left[\frac{k}{\nu \Omega} - C_{BP,Crit}\right], 0\right) \quad (31)$$

تابع آستانه گذر طبیعی β_{NAT} شامل، پارامتر گذر طبیعی Φ_{NAT} وابسته به انرژی جنبشی آرام و عدد رینولدز بر پایه بزرگی چرخش است.

$$\beta_{NAT} = 1 - e^{-\frac{\Phi_{NAT}}{A_{NAT}}} \quad (32)$$

$$\Phi_{NAT} = \max\left(\left[Re_{\Omega} - \frac{C_{NAT,Crit}}{f_{NAT,Crit}}\right], 0\right) \quad (33)$$

$$f_{NAT,Crit} = 1 - e^{-C_{NC} \frac{\sqrt{k_I} d}{\nu}} \quad (34)$$

معادله انتقال k - k_I - ω با بکارگیری فرضیه بوزینسک (معادله ۳۵)، در تخمین مولفه‌های تانسور تنش سیال، آشفتگی حاکم بر جریان را همسانگرد تحلیل می‌نمایند [۱۵].

$$-\rho \overline{u_i u_j} = \mu_t \left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right] - \frac{2}{3} \left[\rho (k + k_I) + \mu_t \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right] \delta_{ij} \quad (35)$$

لازم به توضیح است که در صورت تراکم ناپذیری سیال مورد محاسبه (بطور نمونه آب)، ترم آخر داخل کروشه به صورت محاسباتی صفر محاسبه شود.

- 1 Bypass Transition
- 2 Bypass Transition Threshold

شده است. همچنین برای تامین سیال آب، یک پمپ مستقر در لوپ و همچنین صافی برای حذف مواد ریز جامد معلق در سیال، بکار گرفته شد. لازم به توضیح است که در مدل سازی کنونی، سرعت جت ورودی به اندازه‌ای در نظر گرفته شد تا فشار موضعی سیال در محل کمینه فشار باعث بروز کاویتاسیون نشود. در صورت بروز کاویتاسیون و ظهور حباب‌های بخار آب، هیدرودینامیک جریان دستخوش تغییرات شده و لازم است مدل سازی به صورت چند فازی انجام پذیرد. همچنین در قسمت ابتدایی مدل آزمایشگاهی از یک قطعه تبدیل همگرا کننده جریان و یک صفحه مشبک، برای کاهش آشفتگی جریان ورودی از مخزن و ایجاد پروفیل یکنواخت جت ورودی استفاده شد. قطر مجرای کوچکتر، D_{jet} ، ۵ سانتی متر و قطر مجرای بزرگتر، D_1 ، ۱۰ سانتی متر است (نسبت بازشدگی ناگهانی ۲). طول هندسی مدل آزمایشگاهی، از محل بازشدگی ناگهانی تا قسمت خروجی جریان، برابر ۸۰ سانتی متر است. شکل (۳)، مجموعه آزمایشگاهی ساخته شده را نشان می‌دهد.

شکل ۳. مجموعه آزمایشگاهی ساخته شده از بازشدگی ناگهانی

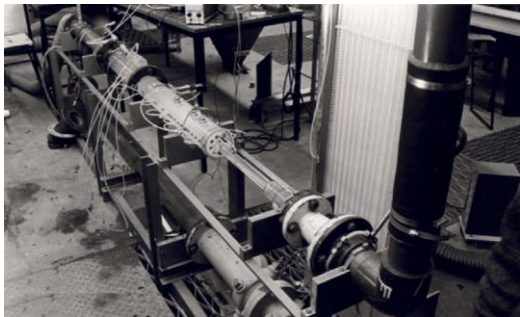


Fig. 3. Sudden expansion apparatus

۳- مقایسه و تحلیل نتایج عددی و آزمایشگاهی

برای شرایط مرزی^۸ ورودی جریان در تحلیل عددی، سرعت ۲ متر بر ثانیه با پروفیل یکنواخت جت در نظر گرفته شده است. در شرایط مرزی خروجی، فشار اتمسفر برابر ۱۰۱۳۲۵ پاسکال، برقرار است. دیواره با زبری ۰/۰۵ میلی متر، به عنوان شرایط مرزی دیواره استاندارد نرم^۹ (زبری خیلی کم) مفروض شده است. قانون تابع دیواره استاندارد برای سرعت مجاور شرایط مرزی دیواره به شرح زیر است.

8 Boundary Conditions
9 Smooth Standard Wall

با بکارگیری شبکه بندی ساختار یافته و متراکم^۱، دقت محاسبات در پیش بینی پارامترهای هیدرودینامیکی جریان افزایش می‌یابد. در این مدل سازی از شبکه بندی ساختاریافته با نسبت ابعادی^۲ بیشینه ۱/۰۱ و کیفیت تعامدی^۳ کمینه ۰/۷ استفاده شده است. تعداد کل اجسام کنترل در شبکه بندی مدل عددی برابر با ۳۲۰ هزار المان بوده و مقدار y^+ دیواره به میزان ۸۰ و مقدار y^* دیواره نیز به میزان ۱۴۰ است. لازم به توضیح است که با استناد بر حساسیت سنجی^۴ مدل عددی، تغییر شبکه بندی هندسه جریان از اندازه ۱ میلی متر تا ۰/۱ میلی متر انجام پذیرفت و در مقیاس کوچکتر از ۰/۱ میلی متر، تغییراتی در نتایج مدل سازی عددی مشاهده نشد. همچنین با استفاده از پردازنده^۵ هفت هسته‌ای Intel با سرعت پردازش اطلاعات ۳/۱ گیگاهرتز (80% Performance) و حافظه ۱۶ گیگابایت، هر مدل سازی عددی به تنهایی مدت زمانی در حدود ۴ ساعت به طول انجامید.

جدول ۲. ضرایب ثابت مدل آشفتگی والترز و کولکجات

$A_0=4.04$, $A_s=2.12$, $A_v=6.75$, $A_{BP}=0.6$, $A_{NAT}=200$, $A_{TS}=200$, $C_{BP,Ch}=1.2$, $C_{NC}=0.1$, $C_{NAT,Ch}=1250$, $C_{INT}=0.75$, $C_{TS,Ch}=1000$, $C_{R,NAT}=0.02$, $C_{11}=3.4 \times 10^{-6}$, $C_{12}=10^{-10}$, $C_R=0.12$, $C_{SS}=1.5$, $C_{tj}=4360$, $C_{o1}=0.44$, $C_{o2}=0.92$, $C_{o3}=0.3$, $C_{oR}=1.5$, $C_\gamma=2.495$, $C_{\mu,Std}=0.09$, $\sigma_k=1$, $\sigma_\omega=1.17$

Table 2. Walters & Cokljat model constants

۲-۳- مدل آزمایشگاهی

نتایج آزمایشگاهی این پژوهش بر اساس مطالعات منصور [۷] در دانشگاه کینگز کالج لندن روی نسبت های مختلف بازشدگی، بدست آمده است. اطلاعات پارامترهای هیدرودینامیکی نوسانی جریان، به وسیله مبدل^۶ کریستالی با دقت ۱۶۰ هرتز و همچنین لیزر داپلر آنومی متر^۷ با طول موج ۵۱۰ نانومتر از جنس هیلوم-نئون، جمع آوری شد. مدل فیزیکی از جنس پلکسی گلس با زبری بسیار کم ساخته شده و برای تامین سرعت جت ورودی سیال، از یک مخزن مرتفع استفاده

1 Fine Structured Mesh
2 Aspect Ratio
3 Orthogonal Quality
4 Sensitivity Analysis
5 CPU
6 Transducer
7 Laser Doppler Anemometer

در قسمت فوقانی پروفیل با مقادیر سرعت منفی، مشهود است. به دلیل سرعت زیاد جریان در هسته پتانسیل جت، تکانه به المان‌های مجاور هسته منتقل شده و المان‌های متاثر به دلیل وجود مرز دیواره در پیرامون خود، تشکیل جریان چرخشی را می‌دهند. در این ناحیه، بخشی از جریان به صورت پیوسته از هسته پتانسیل جت خارج و وارد ناحیه چرخشی می‌شود. از سوی دیگر در نزدیکی محل بازشدگی ناگهانی، بخشی از جریان از ناحیه چرخشی خارج و وارد هسته پتانسیل جت می‌شود و این روند ادامه خواهد داشت. پس هسته پتانسیل و ناحیه چرخشی مجاور آن به صورت پیوسته در حال تبادل جرم و تکانه است.

شکل ۵. جت و ناحیه مقایسه نتایج آزمایشگاهی با نتایج حاصل از دینامیک سیالات محاسباتی، در پیش‌بینی پروفیل شکل و ابعاد هسته پتانسیل چرخشی مجاور

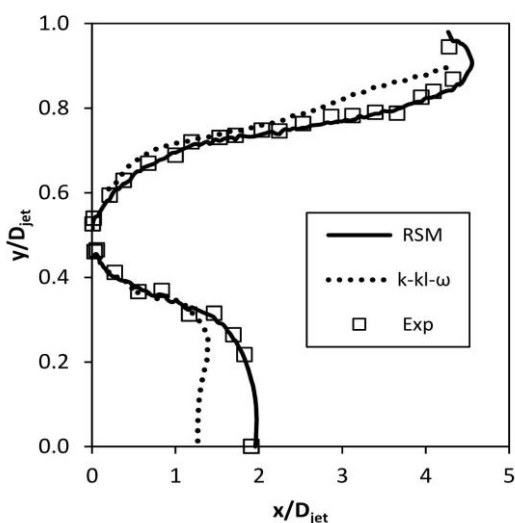


Fig. 5. The experimental results compared with the results of computational fluid dynamics in estimating the profile, shape and dimension of the jet potential core and the adjacent recirculation zone

شکل (۵) نشان دهنده وضعیت هسته پتانسیل جت و ناحیه چرخشی مجاور آن است. به دلیل تشکیل انرژی جنبشی آشفته‌گی در جریان، استهلاك انرژی ایجاد و در طول مسیر، تدریجاً از ضخامت هسته پتانسیل جت کاسته و در محل معینی (در اینجا تقریباً $x/D_{jet} = 2$) هسته از بین می‌رود. سیال با اخذ انرژی از متوسط جریان و تولید انرژی جنبشی آشفته، به صورت مداوم استهلاك انرژی را رقم می‌زند.

$$U^* = \frac{1}{\kappa} \ln \left(E \frac{\rho C_{\mu}^{1/4} k_p^{1/2} y_p}{\mu} \right) \quad (36)$$

ثابت ون کارمن برابر با 0.4187 مقدار E برابر 9.793 ، C_{μ} برابر با 0.09 ، مقدار انرژی جنبشی آشفته در مجاورت دیواره، y_p مقدار فاصله از دیواره و μ لزجت دینامیکی سیال است. لازم به توضیح است که با استناد به مطالعات انجام شده، محدودیت دقت تابع دیواره استاندارد در حداقل y^* حدود 15 است. پس با عنایت به وضعیت تراکم شبکه‌بندی مرز دیواره‌ها (y^* برابر با 140)، تابع دیواره استاندارد قابل استفاده است. قطر مجرای کوچکتر، D_{jet} ، 5 سانتی‌متر و قطر مجرای بزرگتر، D_1 ، 10 سانتی‌متر است (نسبت بازشدگی ناگهانی 2) که مطابق با مجموعه آزمایشگاهی ساخته شده، مدل شده است. طول هندسی مدل عددی، از محل بازشدگی ناگهانی تا قسمت مرز خروجی جریان، برابر 80 سانتی‌متر است.

شکل ۴. مقایسه نتایج آزمایشگاهی با نتایج حاصل از دینامیک سیالات

محاسباتی، در پیش‌بینی پروفیل سرعت در راستای جریان، واقع در $x/D_{jet} = 0.2$

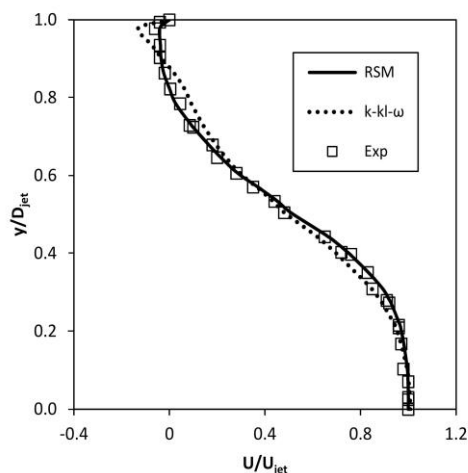


Fig. 4. The experimental results compared with the results of computational fluid dynamics in estimating velocity profile parallel to the flow direction at $x/D_{jet} = 0.2$

شکل (۴) نشان دهنده پروفیل سرعت در راستای جریان است. تغییرات تکانه جریان در طول مسیر، بیانگر چگونگی استهلاك انرژی و کاهش سرعت جریان در انتهای مجرا است. با توجه به پروفیل، میزان دقت مدل ریاضی آشفته‌گی تنش رینولدز و مدل آشفته‌گی سه معادله‌ای والترز و کولجات ($k-kl-\omega$) نشان داده شده است. وجود جریان چرخشی مجاور هسته پتانسیل جت

حائز اهمیت است. در این محل، پتانسیل ایجاد حباب‌زائی^۳ بسیار بالقوه است. با دانستن محل فشار کمینه و اعمال هوادهی^۴ لازم، می‌توان پدیده حباب‌زائی را کنترل نمود و از ایجاد خسارات وارد شده آتی جلوگیری کرد. بنا به مطالعات پترکا [۱۹]، اعمال هوادهی به میزان ۶ الی ۸ درصد جریان ورودی، برای کنترل آن مناسب است. در شکل (۷)، معادلات انتقال سه معادله‌ای والترز و کوکلیجات ($k-kI-\omega$)، بعلت تخمین بودجه انرژی جنبشی آشفته با فرض همسانگردی آشفته‌گی، تکانه متفاوتی را از آنچه در واقعیت از جریان کسر می‌شود، پیش‌بینی می‌نماید. این تفاوت در قالب روند تغییرات فشار در شکل مشهود است. تغییرات تکانه و فشار ذکر شده، در قالب حل معادله پواسون^۵ فشار (تعامل فشار با میدان سرعت سیال) ضمن بکارگیری الگوریتم SIMPLE پدید می‌آید. مقایسه شکل‌های (۵ و ۷) نشان دهنده آن است که مقدار کمینه فشار در محلی نزدیک به هسته پتانسیل جت ایجاد می‌شود.

شکل ۷. مقایسه نتایج آزمایشگاهی با نتایج حاصل از دینامیک سیالات محاسباتی، در پیش‌بینی مقادیر فشار حداقل، واقع بر خط $y/D_{jet} = 0.5$

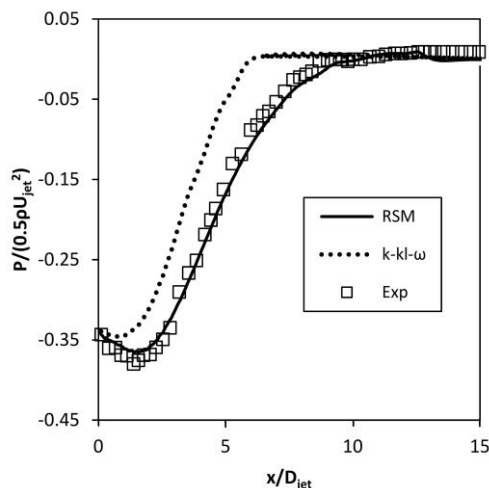


Fig. 7. The experimental results compared with the results of computational fluid dynamics in estimating the minimum pressures along the line $y/D_{jet} = 0.5$

شکل‌گیری جریان آشفته مستلزم دریافت انرژی جنبشی آشفته توسط المان‌های سیال است. این انرژی با اخذ بودجه از

شکل ۶. کاتر سرعت المان‌های عمود بر مسیر جریان (سرعت در راستای y و راستای z) و همچنین پیکان برای حرکت سیال در مسیر عمود بر جریان بدلیل ظهور جریان‌های ثانویه، واقع بر سطح مقطع $x/D_{jet} = 1.6$

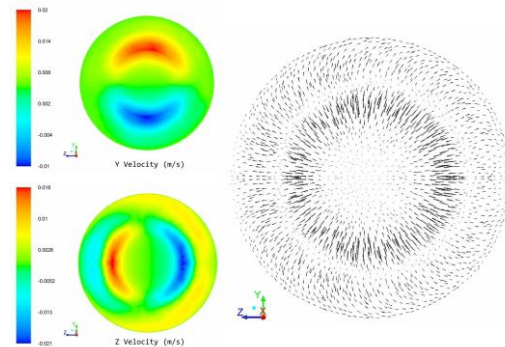


Fig. 6. The velocity counters of perpendicular flow path and it's secondary flow pattern at the cross section $y/D_{jet} = 1.6$

با توجه به شکل (۶)، در مجاورت آن محدوده از شرایط مرزی دیواره که مقطع هندسی دچار تغییر نظم ناگهانی و افزایش قطر می‌شود (محل بازشدگی ناگهانی)، بدلیل ایجاد لایه برشی^۱ تاثیر پذیر از تکانه هسته پتانسیل جت، آشفته‌گی تولید و تکانه به منطقه چرخشی مجاور هسته پتانسیل جت انتقال می‌یابد و جریان‌های ثانویه تشکیل می‌شود. به همین علت، نوسانات و گردان‌های سرعت عمود بر مسیر جریان ایجاد و سیال در مسیرهای عمودی جابه‌جا می‌شود. محل سطح مقطع نشان داده شده در شکل (۶)، x/D_{jet} برابر با $1/6$ در شکل (۵) است. در مجاورت هسته پتانسیل به دلیل وجود جریان چرخشی، نرخ استهلاک انرژی نسبتاً زیاد است، به همین علت، هسته پتانسیل جت دارای طول محدودی خواهد بود. پیش‌بینی کوتاه‌تر طول هسته پتانسیل جت در مدل والترز و کوکلیجات نسبت به مدل تنش رینولدز قابل توجه است. این موضوع بیانگر کاهش سریع تکانه هسته پتانسیل جت، در ناحیه در حال استقرار است. بنا به مطالعات آلبرتسون و دای، طول هسته پتانسیل جت، از محل نقطه بازگشتی ناحیه چرخشی، کوتاه‌تر است [2].

شکل (۷) وضعیت فشار استاتیکی کمینه^۲ جریان را نشان می‌دهد. سرعت بالای جریان جت، پس از بازشدگی ناگهانی این رخداده را رقم می‌زند. دانستن محل کمینه فشار ایجاد شده

3 Cavitation
4 Aeration
5 Poisson Equation

1 Shear Layer
2 Minimum Static Pressure

شکل ۹. مقایسه نتایج آزمایشگاهی با نتایج حاصل از دینامیک سیالات محاسباتی، در پیش‌بینی انرژی جنبشی آشفتگی، واقع بر خط $y/D_{jet} = 0.5$

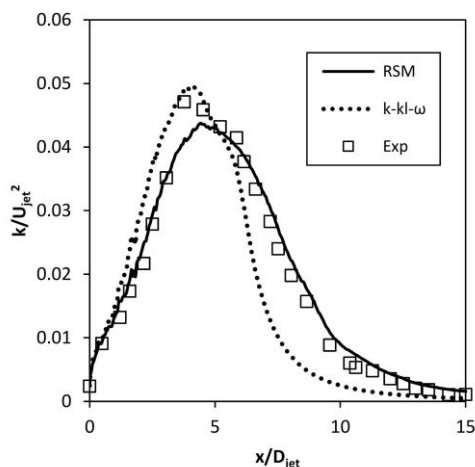


Fig. 9. The experimental results compared with the results of computational fluid dynamics in estimating the turbulence kinetic energy along the line $y/D_{jet} = 0.5$

شکل (۹) مقدار انرژی جنبشی آشفتگی را در محل $y/D_{jet} = 0.5$ نشان می‌دهد. در این خط مقادیر بیشینه انرژی جنبشی آشفتگی در حال رخداد است. مقایسه شکل‌های (۸) و (۹) بیان می‌کند که مقادیر انرژی مذکور در مجاورت هسته پتانسیل (ناحیه ترکیبی^۲ نشان داده شده در شکل ۱) کمتر از ابتدای ناحیه استقرار یافته است. ناحیه ترکیبی با تولید آشفتگی، سهم مهمی در تولید ادی‌ها دارد. پس به دلیل تقدم مکانی ناحیه ترکیبی نسبت به ناحیه استقرار یافته، این ناحیه شروع تشکیل ادی‌هاست. همان‌گونه که مشخص است، مقدار بیشینه انرژی جنبشی آشفتگی توسط مدل والترز و کولجات، بزرگتر پیش‌بینی شده است. در ناحیه استقرار یافته جریان، به علت تولید مازاد انرژی جنبشی آشفتگی توسط معادله انتقال k ، اختلاف از مقدار آزمایشگاهی مشاهده می‌شود. به همین دلیل در زمان‌های برابر، مدل والترز و کولجات، مقادیر انرژی بیشتری را از متوسط جریان اخذ و متعاقباً تکانه جریان، کاهش نسبتاً بزرگتری را از خود نشان می‌دهد. بنابراین در شکل (۷) میزان فشارکمیته مدل مذکور، بیشتر از مدل آشفتگی تنش رینولدز و نتایج آزمایشگاهی است. به دلیل مشابه، اختلاف در قسمت‌های صعودی گراف معادله انتقال والترز و کولجات، با گراف معادلات انتقال تنش رینولدز و نتایج آزمایشگاهی در شکل‌های

متوسط جریان، تشکیل شده و ایجاد نوسان^۱ در پارامترهای هیدرودینامیکی جریان می‌نماید. ابعاد ساختارهای چرخشی کوچک و بزرگ تولید شده (ادی) توسط این نوسانات بستگی مستقیم به ابعاد مجرا و مقیاس‌های کولموگروف دارد. این بدین معنی است که در صورتی که نسبت بازشدگی و تکانه جت ورودی ثابت بماند اما ابعاد مجرا تغییر نماید، میزان بودجه انرژی جنبشی آشفتگی اختصاص یافته به جریان، دستخوش تغییر می‌شود. شکل (۸) میزان انرژی جنبشی آشفتگی در طول مسیر خط تقارن مجرا را نشان می‌دهد. همان‌گونه که مشخص است، در ابتدای بازشدگی ناگهانی میزان بودجه انرژی مذکور کم است اما پس از گذشتن از محل از بین رفتن هسته پتانسیل جت (ناحیه گذرا)، روند افزایشی به خود می‌گیرد. این مطلب نشان دهنده آن است که میزان آشفتگی جریان در ابتدای منطقه استقرار یافته بیشتر بوده و ادی‌هایی با ابعاد مختلف در این منطقه تشکیل می‌شوند. با افزایش میزان انرژی جنبشی آشفتگی کسب انرژی از متوسط جریان، از میزان تکانه متوسط جریان کاسته شده و سرعت سیال رو به کاهش می‌رود. تفاوت در قسمت نزولی گراف حاصل شده از معادلات انتقال سه معادله‌ای، با معادلات انتقال تنش رینولدز و نتایج آزمایشگاهی قابل توجه است.

شکل ۸. مقایسه نتایج آزمایشگاهی با نتایج حاصل از دینامیک سیالات محاسباتی، در پیش‌بینی انرژی جنبشی آشفتگی، واقع بر خط $y/D_{jet} = 0$

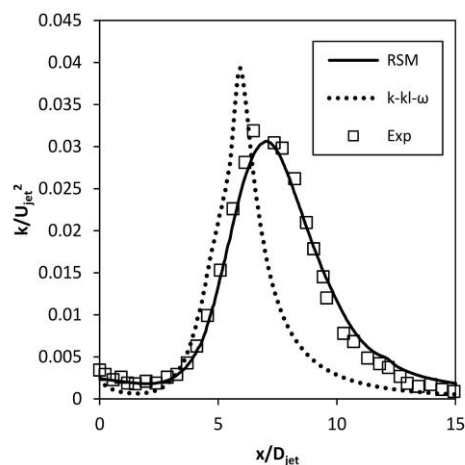


Fig. 8. The experimental results compared with the results of computational fluid dynamics in estimating the Turbulence kinetic energy along the line $y/D_{jet} = 0$

آشفتگی سه معادله‌ای والترز و کوکلیجات، با پیروی از فرض بوزینسک مبنی بر همسانگردی آشفتگی، مولفه‌های روی قطر اصلی تانسور تنش را، تقریباً برابر مدل می‌کند. در واقع این بدین معناست که آشفتگی در هریک از المان‌های سیال، فاقد وابستگی به جهات مختصاتی است.^۳

شکل ۱۱. نتایج حاصل از دینامیک سیالات محاسباتی، در پیش‌بینی مولفه‌های قطر اصلی تانسور تنش با استفاده از مدل تنش رینولدز، واقع بر خط $y/D_{jet} = 0.5$

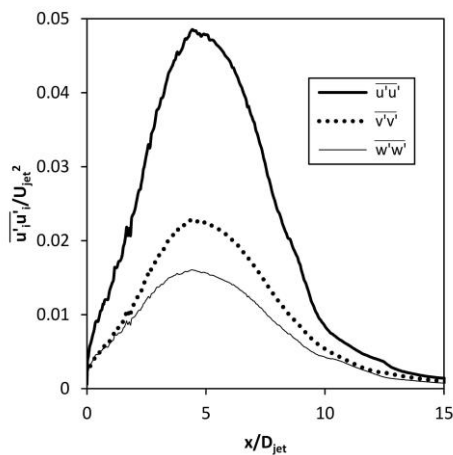


Fig. 11. The results of computational fluid dynamics in estimating the main diagonal components of the stress tensor using Reynolds stress mathematical model along the line $y/D_{jet} = 0.5$

شکل ۱۲. نتایج حاصل از دینامیک سیالات محاسباتی، در پیش‌بینی مولفه‌های قطر اصلی تانسور تنش با استفاده از مدل والترز و کوکلیجات، واقع بر خط $y/D_{jet} = 0.5$

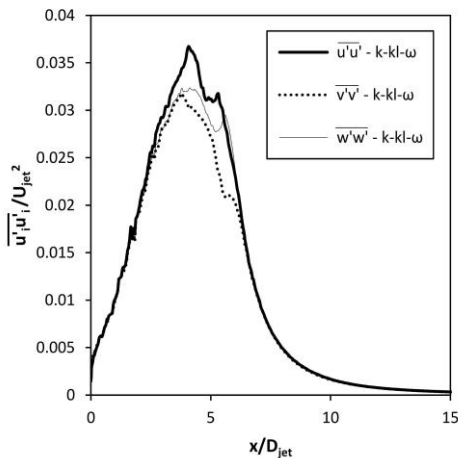


Fig. 12. The results of computational fluid dynamics in estimating the main diagonal components of the stress tensor using Walters & Cokljat mathematical model along the line $y/D_{jet} = 0.5$

(۸ و ۹)، علت تفاوت قسمت‌های صعودی گراف فشار استاتیکی در شکل (۶) است.

شکل ۱۰. مقایسه نتایج آزمایشگاهی با نتایج حاصل از دینامیک سیالات محاسباتی، در پیش‌بینی مولفه $u_1'u_1'$ تانسور تنش سیال، واقع در $x/D_{jet} = 1.5$

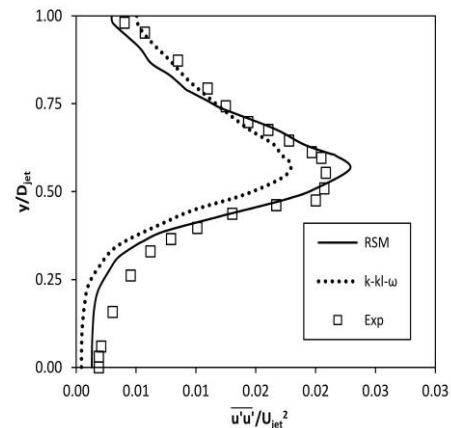


Fig. 10. The experimental results compared with the results of computational fluid dynamics in estimating the $u_1'u_1'$ component of fluid stress tensor along the line $x/D_{jet} = 1.5$

نیم اثر^۱ تانسور تنش، به عنوان انرژی جنبشی آشفتگی شناخته می‌شود. مولفه $u_1'u_1'$ این تانسور به دلیل هم راستا بودن با جهت جریان، دارای کمیت بزرگتری بوده و حائز اهمیت است. در واقع این مولفه به عنوان واریانس تکانه در راستای جریان شناخته می‌شود. مقادیر کم واریانس بیانگر نزدیکی پارامتر به مقدار متوسط و مقادیر زیاد مبین افزایش دامنه^۲ تغییرات است. مولفه $u_1'u_1'$ تانسور نشان می‌دهد که در هسته پتانسیل جت، مقادیر آشفتگی و نوسان بسیار کم است. اما با وارد شدن به ناحیه ترکیبی شکل (۱)، مقادیر نوسان افزایش یافته و به بیشینه مقدار خود می‌رسد. بنابراین همانگونه که گفته شد، ناحیه ترکیبی سهم بسزائی در تولید ادی‌ها دارد. در این مکان ادی‌ها تشکیل و شروع به رشد و گسترش می‌کنند. شکل (۱۰) چگونگی تغییرات این مولفه را نشان می‌دهد. اختلاف در پیش‌بینی مدل‌ها مشهود است.

از دیدگاه آشفتگی، جریان در طبیعت کاملاً غیرمتجانس و غیرهمسانگرد است. پس هرگونه فرض غیر، فقط برای ساده‌سازی روند مدل‌سازی انجام می‌پذیرد. مدل ریاضی

خواهد بود، پس گسترش بیشتر از اندازه آن بدلیل وجود مرز دیواره امکان‌پذیر نیست. این روند گسترش تا جایی که نرخ تولید انرژی جنبشی آشفتگی از نرخ استهلاک انرژی جنبشی آشفتگی بیشتر باشد ادامه خواهد یافت. به محض برابری دو نرخ، رشد متوقف و با افزایش نرخ استهلاک انرژی نسبت به تولید انرژی، اندازه ادی‌ها رو به کاهش می‌گذارد. این روند افزایش و کاهش در ابعاد ادی‌ها شکل (۱۳) قابل پیش‌بینی است. پس از کاهش اندازه ادی‌ها، این روند ادامه پیدا کرده تا جایی که ابعاد آنها کوچک شده و از بین می‌روند. با از بین رفتن ادی‌ها آشفتگی جریان کاهش پیدا کرده و پارامترهای نوسانی به مقادیر متوسط خود نزدیک خواهند شد. همچنین بخشی از انرژی تولید شده از متوسط جریان صرف سایر ترم‌های غیر استهلاکی می‌شود. ترم‌های جابه‌جایی و انتشار آشفتگی از این نوع هستند و ترم‌های مذکور تنها وظیفه جابه‌جایی انرژی از نقطه‌ای به نقطه دیگر را دارند. همان‌گونه که در شکل (۱۳) مشخص است، میزان نرخ تولید و استهلاک انرژی پیش‌بینی شده توسط مدل تنش رینولدز، تا فواصل نسبی بیشتری داخل ناحیه استقرار یافته ادامه می‌یابد. پس تغییر در ابعاد ادی‌ها و تاثیر ترم‌های جابه‌جایی و انتقالی بر آنها، تا مسافت بیشتری در ناحیه مذکور ادامه می‌یابد. اما در مدل والترز و کوکلیجات، بودجه تولید و استهلاک انرژی، تقریباً در ابتدای ناحیه استقرار یافته، بسیار کوچک می‌شود. چنین حالتی باعث خواهد شد که جریان، بعد از محل مذکور، آشفتگی کمتری را تجربه کند. به همین دلیل جریان، در مدل آشفتگی والترز و کوکلیجات، نسبت به مدل آشفتگی تنش رینولدز، سریعتر متعادل می‌شود.

۴- نتیجه‌گیری

نتایج مدل‌سازی عددی دو مدل آشفتگی ناویر استوکس محور متوسط‌گیری شده^۱ و تحلیل دینامیک سیالات محاسباتی این مدل‌ها، در این پژوهش شامل موارد زیر است.

۱- تخمین پارامترهای هیدرودینامیکی جت مستغرق در یک بازشدگی ناگهانی، بدلیل تشکیل لایه ترکیبی^۲ در مجاورت هسته پتانسیل جت (واقع در ناحیه ترکیبی شکل ۱) و لایه

تفاوت تعداد معادلات انتقال در مدل آشفتگی والترز و کوکلیجات (سه معادله) با مدل تنش رینولدز (۷ معادله) نشان دهنده این موضوع می‌باشد. نتایج حاصل از تحلیل دینامیک سیالات محاسباتی در اثبات این موضوع طی شکل (۱۱ و ۱۲) نشان داده شده است. مولفه‌های روی قطر اصلی تانسور تنش در شکل (۱۰)، فاقد برابری کمیتی هستند و این اختلافات فاحش بیانگر غیر همسانگرد بودن آشفتگی مدل شده است. لازم به توضیح است که در فرض بوزینسک، تنها تانسور کرنش متوسط در نقاط بیشینه آشفتگی، باعث بروز برخی اختلافات جزئی فی مابین مولفه‌های قطر اصلی تانسور تنش می‌شود، اما در سایر نقاط تفاوت تقریباً ناچیز است.

شکل ۱۳. نتایج حاصل از دینامیک سیالات محاسباتی، در پیش‌بینی نرخ تولید و استهلاک انرژی جنبشی آشفتگی، واقع بر خط $y/D_{jet} = 0.5$

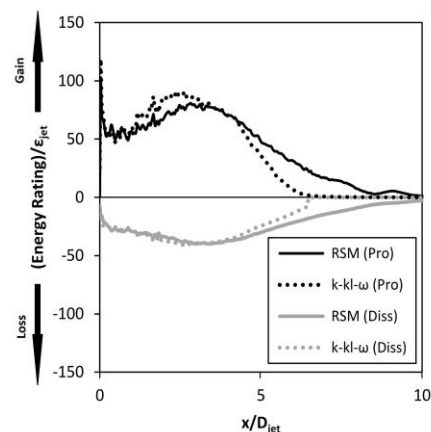


Fig. 13. The results of computational fluid dynamics in estimating the production and dissipation rate of turbulence kinetic energy along the line $y/D_{jet} = 0.5$

انرژی جنبشی آشفتگی از برهمکنش فی مابین تانسور تنش سیال و تانسور گرادیان هیدرولیکی تولید می‌شود. نرخ تولید و استهلاک انرژی مذکور در شکل (۱۳) نشان داده شده است. به دلیل پیش‌بینی بزرگتر مقادیر تانسور تنش و همچنین گرادیان هیدرولیکی توسط مدل والترز و کوکلیجات، نسبت به مدل تنش رینولدز، نرخ تولید، در محل خروج جت از بازشدگی ناگهانی، بیشتر است. در قسمت‌های ابتدایی مجرای بزرگتر پس از بازشدگی ناگهانی، نرخ تولید انرژی، بیشتر از نرخ استهلاک انرژی است، به همین خاطر ادی‌های تشکیل شده در ناحیه ترکیبی، ضمن دریافت انرژی، از لحاظ هندسی رشد نموده و بزرگتر می‌شوند. بزرگی اندازه ادی‌ها، محدود به قطر مجرا

1 Reynolds Averaged Navier Stokes (RANS)
2 Mixing Layer

- [3] Tollmien W. 1926 Calculation of Turbulent Diffusion Processes. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, **4**, 468.
- [4] Prandtl L. 1925 Notes on Investigations of Fully Developed Turbulence. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, **5**, 136.
- [5] Liepmann H. W., Laufer J. 1947 Investigations of Free Turbulent Mixing. *National Advisory Committee for Aeronautics*, **1257**.
- [6] Taylor G. I. 1932 The Transport of Vorticity and Heat through Fluid in Turbulent Motion. *Proc Roy Soc*, **135**, 685-705.
- [7] Mansoori A. 1988 *On the Turbulent Velocity and Pressure Fluctuation Occurring in Water at Sudden Enlargement Including Some Effect of Cavitation and Air Entrainment*. PhD Thesis, King's College London, London, UK.
- [8] Xing T., Frankel S. H. 2001 Effect of Cavitation on Vortex Dynamics in a Submerged Jet. *American Institute of Aeronautics & Astronautics*, **01-2906**.
- [9] Belyakov G. V., Filippov A. N. 2006 Cavitating Vortex Generation by a Submerged Jet. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, **102**, 862-868.
- [10] Zampino M., Kinzy Jones W. & Kappagantula S. 2006 A Closed Loop Submerged Jet Impingement Cooling System in Low Temperature Cofired Ceramic Substrates. *IEEE*, **0-7803-9524-7**.
- [11] Daas M., Srivastava R. & Roelant D. 2007 Submerged Jet Mixing in Nuclear Waste Tanks: A Correlation for Jet Velocity. *WM'07 Conference, Tucson, USA*.
- [12] Miaosheng H, Lizi Q., Yu L. 2014 Oscillation Flow Induced by Underwater Supersonic Gas Jets from a Rectangular Laval Nozzle. *APISAT2014, Asia-Pacific International Symposium on Aerospace Technology*, 1531 - 1542.
- [13] Yadav H., Srivastava A. & Agrawal A. 2016 Characterization of Pulsating Submerged Jet—A Particle Image Velocimetry Study. *Journal of Thermal Science and Engineering Applications*, **8**.
- [14] Arabnejad H., Mansouri A., Shirazi S. A. & McLaury B. S. 2016 CFD Simulation of Round Impinging Jet and Comparison with Experimental Data. *Proceedings of ASME 2016 Fluids Engineering Division Summer Meeting, Washington DC, USA*.
- [15] Walters D. K., Cokljat D. 2008 A Three Equation Eddy Viscosity Model for Reynolds Averaged Navier Stokes Simulation of Transitional Flows. *Journal of Fluids Engineering*, **130**.
- [16] Launder B. E., Reece G. J. & Rodi W. 1975 Progress in the Development of a Reynolds Stress Turbulence Closure. *Journal of Fluid Mechanics*, **68**, 537-566.
- [17] Daly B. J., Harlow F. H. 1970 Transport Equation in Turbulence. *Physics of Fluids*, **13**.
- [18] Gibson M. M., Launder B. E. 1978 Ground Effects on Pressure Fluctuations in Atmospheric Boundary Layer. *Journal of Fluid Mechanics*, **86**, 491-511.
- [19] Peterka A. J. 1953 The Effect of Entrained Air on Cavitation's Pitting. *5th IAHR Congress, Minnesota, USA*, 507-518.

برشی محدود شده^۱ در مجاورت شرایط مرزی دیواره، از نوع آشفتگی نامتجانس و ناهمسانگرد است.

۲- در میان مدل‌های ریاضی آشفتگی مطالعه شده در این پژوهش، مدل سه معادله‌ای والترز و کوکلیجات ($k-k_l-\omega$) به دلیل بکارگیری فرض بوزینسک، جریان آشفتگی را به صورت نامتجانس و همسانگرد تحلیل می‌نمایند.

۳- مدل آشفتگی ریاضی تنش رینولدز با داشتن ۶ معادله انتقال برای هر یک از مولفه‌های تانسور متقارن تنش رینولدز، و یک معادله انتقال برای مدل کردن استهلاك انرژی، جریان آشفتگی را به صورت نامتجانس و ناهمسانگرد تحلیل می‌نماید.

۴- برای مدل کردن صحیح پارامترهای هیدرودینامیکی جریان، بکارگیری مدل هندسی سه بعدی و همچنین شبکه‌بندی بسیار متراکم الزامی است. زیرا در صورت عدم وجود تراکم کافی شبکه در برخی از محدوده‌ها، قابلیت پیش‌بینی مناسب وجود نخواهد داشت.

۵- بدلیل اینکه پارامترهای هندسی آشفتگی مانند ادی‌ها و مقیاس‌های طولی تولید، انتقال و استهلاك انرژی جنبشی آشفتگی، کاملاً وابسته به ابعاد مجرای انتقال است، پس برای مطالعه و پیش‌بینی صحیح پارامترهای هیدرودینامیکی جریان، ساخت مدل آزمایشگاهی یک تونل انتقال با ابعاد واقعی امکان‌پذیر نیست. به همین دلیل استفاده از دینامیک سیالات محاسباتی و بکارگیری مدل ریاضی آشفتگی مناسب (مدل آشفتگی تنش رینولدز)، گزینه امکان‌پذیر در تخمین دقیقتر پارامترهای هیدرودینامیکی جریان خواهد بود.

۶- با استفاده از ایجاد بازشدگی ناگهانی در تونل انتقال تحتانی سدها، می‌توان ضمن مستهلک نمودن انرژی زیاد جریان، از ابعاد حوضچه آرامش پایین‌دست کاست و یا آن را کاملاً حذف کرد. همچنین می‌توان از تاسیسات کنترل کننده جریان، بهره‌برداری مطلوب و طولانی مدت نمود.

References

۵- مراجع

- [1] Pai S. 1954 *Fluid Dynamics of Jet*. University of Maryland, College Park, USA.
- [2] Albertson M. L., Dai Y. B. 1950 Diffusion of Submerged Jet. *American Society of Civil Engineers*, **115**, 639-697.

Assessment of Multi-Equation Mathematical Models of Turbulence in Estimation of Hydrodynamic Parameters at Submerged Jet

M.H. Mirabi^{1*}, A. Mansoori²

1-M.Sc. of Civil Engineering - Hydraulics, Central Tehran Branch., Islamic Azad University

2-Assistant Prof., Civil Engineering. Dept., South Tehran Branch., Islamic Azad University

mh.mirabi@hotmail.com^{1*}

Abstract:

Submerged jet at a sudden expansion includes chaotic hydrodynamics. At a sudden expansion, secondary flows developed adjacent to the potential core of the jet generate turbulence, and the formed eddies cause energy transfer and dissipation and decline of fluid momentum in the zone of established flow. By utilizing an efficient mathematical model of turbulence, hydrodynamic flow parameters can be predicted with a good accuracy in various locations. This paper studies the three-equation mathematical models of turbulence, namely the Walters and Cokljat ($k-k_l-\omega$), and the seven-equation Reynolds Stress mathematical model of turbulence. Comparison between the results of computational fluid dynamics using Ansys Fluent software and experimental results shows that Reynolds Stress model of turbulence predicts the results with a higher accuracy. It can be concluded that this higher accuracy is due to the use of individual transport equations for each component of the stress tensor in the normal conditions of inhomogeneous and anisotropic turbulence. Kinetic energy, very high fluid momentum and pressure fluctuations are among characteristic of a submerged jets at a sudden expansion. How the energy is dissipated by the flow and how the secondary flow structures are generated need an extensive research. In the submerged jets, because secondary flows are developed in the vicinity of jet potential nuclear and eddies are generated in various sizes, the energy is received from the mean flow and will be being dissipated while being transferred. The dissipation process can be observed during the interaction between stress and strain fields of fluid elements (second-order tensor interaction). Formation of eddies with different sizes and decay of them into smaller structures prompt the process of turbulence diffusion. The energy-bearing eddies formed in the vicinity of the jet potential core are displaced by convection terms. After these eddies are displaced, they experience decay and reduction in size (Kolmogorov microscale) and finally disappear. Rotational dynamics around the jet potential core is of a great importance in terms of flow kinetic energy dissipation; it is why the sudden expansion ratio is a number that represents the range of rotation. Therefore, understanding the flow behavior as well as how the resulting energy is generated and dissipated requires the flow parameters to be known. In order to predict the most accurate (*closest to reality*) values of the hydrodynamic parameters of a submerged jet, it is necessary to utilize an efficient mathematical model. Among the proposed models of turbulence, only the multi-equation Reynolds stress mathematical model has included anisotropy. Based on what have been stated so far, it seems that the existence of discrete transport equations for each component of stress tensor for a fluid and turbulence kinetic energy dissipation as well as comparison with experimental results provide the possibility of acceptable accuracy in predicting the flow hydrodynamic parameters. In this model, the term of turbulence kinetic energy generation from the mean flow, energy dissipation term, and pressure-strain term transferring the turbulence kinetic energy toward different directions of the coordinate axes are among the very important elements of the transport equation.

Keywords: Submerged jet, Multi-Equation Mathematical Models of Turbulence, Computational Fluid Dynamics