مجله علمی – پژوهشی
مهندسی عمران مدرس
دوره بیست و یکم، شماره ٤، سال ١٤٠٠

مدل‌سازی عددی اندرکنش موج و موج‌شکن متخلخل مستغرق با روش احجام محدود

پرن پورتیموری[۱]، کورش حجازی[۲]**

۱. دانشجوی کارشناسی ارشد آب و سازه‌های هیدرولیکی، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
۲. استادیار، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

***HejaziK@kntu.ac.ir**

تاریخ دریافت:۰۲/۰٤/ ۹۷　　　**تاریخ پذیرش: ۹۷/۰۷/۱۹**

چکیده

به‌منظور شبیه‌سازی مسائل مربوط به اندرکنش موج و سازه‌های متخلخل، یک مدل عددی غیرهیدرواستاتیک در فضای دوبعدی قائم (2DV) توسعه داده شده است. معادلات حاکم بر مدل، معادلات ناویر–استوکس اصلاح‌شده برای محیط متخلخل هستند که در آن مقاومت محیط متخلخل با در نظر گرفتن نیروهای دراگ و اینرسی در معادلات ناویر–استوکس متداول لحاظ شده است. گسسته‌سازی روابط حاکم بر مدل، با روش احجام محدود (FVM) در سیستم اختیاری لاگرانژی–اویلری (ALE) صورت گرفته است. آلگوریتم حل عمومی بر اساس روش تفکیک زمانی (پروجکشن) است. معادلات حاکم بر مدل در دو گام اصلی حل شده‌اند. ابتدا جمله فشار از معادلات مقدار حرکت حذف شده و معادلات انتقال، پخشیدگی و نیروی دراگ به منظور محاسبه سرعت‌های میانی حل می‌شوند. در گام دوم، با اعمال معادله پیوستگی در معادلات مقدار حرکت با در نظر گرفتن جمله فشار، معادله پواسون فشار به دست می‌آید. گام دوم با اصلاح مقادیر سرعت و محاسبه تراز سطح آزاد آب تکمیل می‌شود. به منظور ارزیابی عملکرد مدل در غیاب محیط متخلخل، نتایج مدل با نتایج تحلیلی موجود برای انتشار موج یکتا در آب با عمق ثابت مقایسه و سپس مدل عددی حاضر برای شبیه‌سازی اندرکنش موج و موج‌شکن متخلخل مستغرق به کار گرفته شده است. مقایسه نتایج عددی با نتایج آزمایشگاهی برای تاریخچه زمانی تراز سطح آزاد آب، توزیع مکانی سطح آب، میدان‌های سرعت و پروفیل‌های قائم سرعت، نشان‌دهنده توانایی مدل عددی حاضر در شبیه‌سازی اندرکنش موج و سازه متخلخل است.

واژگان کلیدی: **اندرکنش موج و سازه متخلخل، موج‌شکن مستغرق، معادلات ناویر–استوکس اصلاح‌شده، دوبعدی قائم، روش احجام محدود، شبکه اختیاری لاگرانژی–اویلری.**

۱- مقدمه

استفاده از موج‌شکن‌های متخلخل مستغرق۱ به‌منظور حفاظت از خطوط ساحلی در مقابل موج و ایجاد ناحیه آرام در بندرگاه‌ها مورد توجه بسیاری از مهندسین سواحل قرار دارد. موج‌شکن‌های مستغرق در مقایسه با دیوارهای ساحلی۲ و موج‌شکن‌های بیرون از آب۳ از مزایای قابل توجهی برخوردارند. از جمله مزایای این سازه‌های ساحلی می‌توان به کاهش هزینه‌های ساخت، افزایش استهلاک انرژی موج به دلیل نفوذ و اصطکاک جریان با مصالح متخلخل و کاهش آثار منفی بر کشتیرانی اشاره نمود. از آن‌جایی که تاج این موج‌شکن‌ها پایین‌تر از تراز متوسط آب قرار گرفته است و شباهت بسیاری به صخره‌های طبیعی دارند، موجب حفظ چشم‌اندازهای طبیعی سواحل شده و چرخش آب گذرنده از روی این سازه‌ها و امکان عبور ماهی‌ها از روی آن، باعث می‌شود تا آسیب محیط‌زیستی کمتری بر اکوسیستم محلی منطقه وارد شود.

در سال‌های اخیر، مدل‌های عددی بسیاری به منظور شبیه‌سازی مسائل مربوط به اندرکنش موج و سازه متخلخل توسعه داده شده است. سالیت و کراس اندرکنش موج و موج‌شکن متخلخل مستطیلی شکل را مورد مطالعه قرار داده‌اند [1]. مدل پیشنهادی آن‌ها براساس قانون دارسی٤ و با در نظر گرفتن نیروهای اینرسی و مقاوم غیرخطی بوده است. ون جنت یک مدل هیدرولیکی یک‌بعدی ترکیبی با مدل جریان متخلخل را برای پیش‌بینی ویژگی‌های جریان و نیروهای موجود در داخل و روی سازه‌های متخلخل ساحلی تحت عبور موج، توسعه داده است [2]. ساکاکیاما و کاجیما معادلات توسعه‌یافته ناویر-استوکس٥ را با در نظر گرفتن مولفه‌های مربوط به نیروهای اینرسی٦ و دراگ٧ به منظور شبیه‌سازی تغییرشکل موج در اندرکنش با موج‌شکن متخلخل، ارائه نموده‌اند [3]. هوانگ و همکاران به منظور مطالعه اندرکنش موج تنها و موج‌شکن متخلخل مستغرق و با حل معادلات ناویر-استوکس برای جریان متخلخل، یک مدل عددی توسعه داده‌اند که در آن جمله‌های انتقالی و تنش ویسکوز را به معادلات پیشنهادی سالیت و کراس افزودند [4]. لوسادا و پترسون مطالعه‌ای آزمایشگاهی شامل بررسی اثر تخلخل بر تغییرشکل موج تناوبی گذرنده از روی موج‌شکن مستغرق در شرایطی به دور از انکسار موج، انجام داده‌اند [5]. وو و هسیاو از یک مدل عددی براساس معادلات دوبعدی ناویر-استوکس میانگین‌گیری شده حجمی رینولدز و مدلی آزمایشگاهی براساس روش سرعت‌سنجی با تصویربرداری از ذرات۸ (PIV) به منظور مطالعه تراز سطح آزاد آب و میدان سرعت در اطراف موج‌شکن متخلخل مستغرق تحت عبور موج تنها در شرایطی به دور از انکسار موج، استفاده نموده‌اند [6]. هور و همکاران با به‌کارگیری معادلات ناویر-استوکس اصلاح‌شده پیشنهادی توسط هور و میزوتانی [7]، به بررسی اثر گرادیان شیب موج‌شکن مستغرق بر میدان موج پرداخته‌اند [8]. در این پژوهش، یک مدل عددی با توزیع فشار غیرهیدرواستاتیک که پیشتر توسط حجازی و همکاران [9] ارائه داده شده است، به منظور شبیه‌سازی نیروی موج بر سازه متخلخل مستغرق توسعه داده شده است. در این مدل، از معادلات اصلاح‌شده ناویر-استوکس در فضای دوبعدی قائم۹ (2DV) برای مدل‌سازی ترکیبی جریان در آب خالص و در محیط متخلخل استفاده شده است که در آن، اثر مقاومت محیط متخلخل با افزودن جمله‌های مربوط به نیروهای اینرسی و دراگ در معادلات ناویر-استوکس متداول، اعمال شده است. به منظور تصدیق درستی مدل در غیاب محیط متخلخل، ابتدا نتایج حاصل از مدل با نتایج تحلیلی موجود برای شبیه‌سازی موج تنها مقایسه شده است و پس از آن، مدل عددی درستی‌آزمایی شده برای شبیه‌سازی ترکیبی موج و موج‌شکن متخلخل مستغرق به کار گرفته شده است.

---

۱. Permeable submerged breakwater
۲. Sea wall
۳. Emerged breakwater
٤. Darcy’s law
٥. Extended Navier-Stokes equations
٦. Inertia
٧. Drag
۸. Particle image velocimetry
۹. Two dimensional vertical

۲- معادلات حاکم

به منظور شبیه‌سازی ترکیبی جریان در آب خالص و در محیط متخلخل، معادلات اصلاح شده ناویر-استوکس، پیشنهادی توسط ساکاکیاما و کاجیما [3]، در فضای دوبعدی قائم به کار گرفته شده است که در آن مقاومت در برابر حرکت سیال در محیط متخلخل با افزودن نیروها اینرسی و دراگ در معادلات ناویر-استوکس مرسوم در نظر گرفته شده. معادلات اصلاح‌شده پیوستگی و ناویر-استوکس در فضای دوبعدی قائم و در شکل بقایی خود به شرح زیر است:

$$\frac{\partial(\gamma_x u)}{\partial x}+\frac{\partial(\gamma_z w)}{\partial z}=0 \qquad (۱)$$

$$\lambda_v\frac{\partial u}{\partial t}+\frac{\partial(\lambda_x u^2)}{\partial x}+\frac{\partial(\lambda_z uw)}{\partial z}-w_g\frac{\partial(\gamma_x u)}{\partial z}= \\ -\gamma_v\frac{\partial p^*}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\gamma_x v_T\frac{\partial u}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\gamma_z v_T\frac{\partial u}{\partial z}\right)-\left(\frac{\rho}{\rho_r}\right)R_x \qquad (۲)$$

$$\lambda_v\frac{\partial w}{\partial t}+\frac{\partial(\lambda_x wu)}{\partial x}+\frac{\partial(\lambda_z w^2)}{\partial z}-w_g\frac{\partial(\gamma_z w)}{\partial z}= \\ -\gamma_v\frac{\partial p^*}{\partial z}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\gamma_x v_T\frac{\partial w}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\gamma_z v_T\frac{\partial w}{\partial z}\right) \\ -\gamma_v\left(\frac{\rho-\rho_r}{\rho_r}\right)g-\left(\frac{\rho}{\rho_r}\right)R_z \qquad (۳)$$

که در آن، u و w مولفه‌های سرعت به ترتیب در جهت افقی و قائم در سیستم مختصات کارتزین (x,y)، t زمان، g شتاب گرانش، ρ چگالی محلی، v_T ویسکوزیته دینامیکی آشفته و w_g سرعت قائم شبکه است. p^* به صورت $\Delta p/\rho_r$ تعریف شده است که در آن، ρ_r چگالی مبنا و Δp فشار دینامیک است که از تفاضل فشار هیدرواستاتیک از فشار کل $(\Delta p=p_t-p_g)$ محاسبه می‌شود. در روابط فوق، γ_v تخلخل حجمی[۱] و γ_x و γ_z مولفه‌های تخلخل سطحی[۲] به‌ترتیب در جهات x و z هستند. پارامترهای λ_v ، λ_x و λ_z در معادلات فوق به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\lambda_i=\gamma_i+(1-\gamma_V)C_M \qquad (٤)$$

که در آن C_M ضریب اینرسی[۳] است. متغیرهای R_x و R_z در معادلات (۲ و ۳) بیانگر مولفه‌های افقی و قائم نیروی دراگ بوده و به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$R_x=\frac{1}{2}\frac{C_D}{\Delta x}(1-\gamma_x)u\sqrt{u^2+w^2} \qquad (٥)$$

$$R_z=\frac{1}{2}\frac{C_D}{\Delta z}(1-\gamma_z)w\sqrt{u^2+w^2} \qquad (٦)$$

در معادلات فوق، C_D بیانگر ضریب دراگ[٤] است.

۳- شبکه‌بندی فضای محاسباتی

به منظور گسسته‌سازی معادلات حاکم بر مدل، از روش احجام محدود (FVM) در سیستم مختصات اختیاری لاگرانژی-اویلری[٥] (ALE) استفاده شده است. در این سیستم گره‌های موجود بر فصل مشترک لایه‌ها و مرزهای شبکه محاسباتی، قابلیت تعقیب کردن ذرات سیال را دارد؛ در حالی که گره‌های موجود در داخل شبکه محاسباتی می‌توانند به صورت آزادانه حرکت کنند. پس شبکه محاسباتی در سیستم اختیاری لاگرانژی-اویلری نسبت به روش اویلری از دقت بالاتری برای محاسبه تراز آب برخوردار بوده و نسبت به روش لاگرانژی، احجام کنترل بهینه‌تر و شبکه با اعوجاج کمتری را ارائه خواهد داد. تعداد لایه‌ها در جهت قائم ثابت بوده و تراز کف و سطح آزاد به ترتیب روی پایین‌ترین و بالاترین وجه از سلول‌های تحتانی و فوقانی ستون آب مربوط تعریف می‌شود که در نتیجه آن یک شبکه غیرمتعامد منحنی‌الخط در جهت محور x ها به دست خواهد آمد. پیکربندی شبکه محاسباتی، موقعیت کمیت‌های اسکالر و برداری و احجام کنترل مربوط به آن‌ها در صفحه دوبعدی قائم در شکل (۱) آمده است. محل تعریف کمیت‌های اسکالر مانند فشار، چگالی و ویسکوزیته دینامیکی آشفته در مرکز سلول است و کمیت‌های برداری مانند مولفه‌های افقی و قائم سرعت به ترتیب روی وجوه در جهت x و z از حجم کنترل مربوط به کمیت اسکالر تعریف می‌شوند. محل قرارگیری تخلخل حجمی (γ_v) در مرکز سلول و مولفه‌های تخلخل سطحی (γ_x و γ_z) به ترتیب روی وجوه در جهت x و z احجام کنترل مربوط به کمیت‌های اسکالر قرار گرفته‌اند. در شکل (۲)، یک سلول متداول شش‌وجهی و محل

۱. Volume porosity

۲. Surface porosity

۳. Inertia coefficient

٤. Drag coefficient

٥. Arbitrary Lagrangian-Eulerian

قرارگیری پارامترهای تخلخل آورده شده است. پارامترهای تخلخل در هر سلول و در هر گام زمانی، با جایگذاری مقادیر تخلخل سازه متخلخل (n) و کسری از سلول که با آب اشغال شده است، در معادلات (۷ و ۸) قابل محاسبه هستند.

شکل ۱. شبکه محاسباتی، محل قرار گرفتن کمیت‌های اسکالر و برداری و احجام کنترل مربوط به آنها

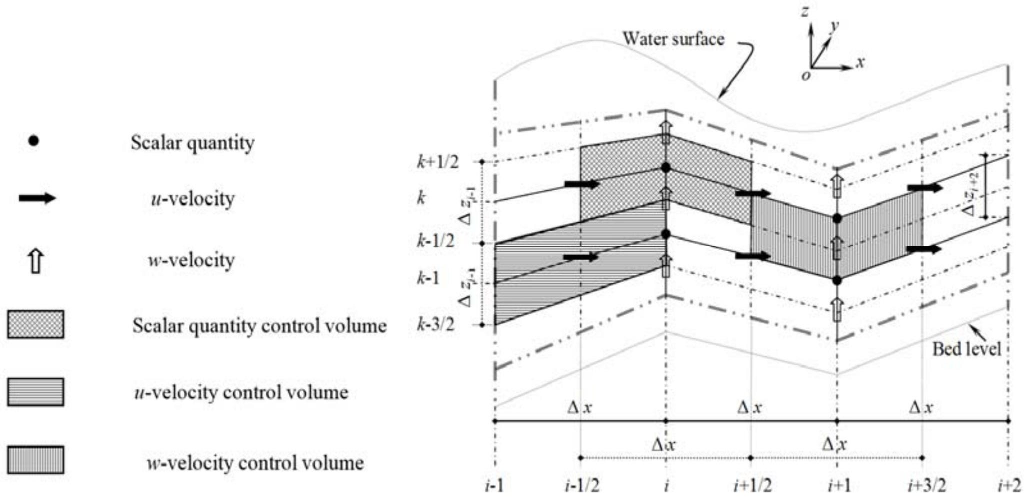


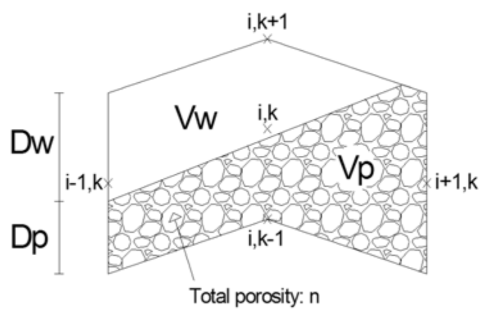
Fig. 1. Computational domain, location of the scalar and vector quantities and their control volumes

$$(\gamma_x)_{i-1,k} = \frac{D_w}{D} + n\frac{D_p}{D} \quad (۷)$$

$$(\gamma_v)_{i,k} = \frac{V_w}{V} + n\frac{V_p}{V} \quad (۸)$$

با دقت در شکل (۲) و روابط (۷) و (۸) می‌توان دریافت که برای یک سلول پر از محیط متخلخل، مقادیر تخلخل حجمی و تخلخل‌های سطحی برابر با تخلخل سازه‌ی متخلخل (n) و برای یک سلول پر از آب خالص، مقادیر مزبور برابر با یک محاسبه خواهند شد.

شکل ۲. محل قرارگیری مولفه‌های تخلخل



Dw: Depth of water **Vw:** Volume of water
Dp : Depth of porous medium **Vp:** Volume of porous medium
D : Total depth (Dw+Dp) **V :** Total volume (Vw+Vp)

Figure (2) Location of the porosity components

٤- حل عددی

٤-۱- روش حل

از روش پروجکشن برای حل معادلات اصلاح‌شده‌ی ناویر–استوکس، استفاده و معادلات حاکم در دو گام اصلی حل شده‌اند. در گام اول، جمله فشار از معادلات ناویر–استوکس حذف شده و جمله‌های انتقال، پخشیدگی و دراگ باقی‌مانده به منظور محاسبه سرعت‌های میانی (u^* و w^*) حل می‌شوند. در این گام، به منظور سهولت در انتخاب بهترین تقاریب حل عددی، هر یک از جمله‌های انتقال، پخشیدگی و دراگ در یک گام زمانی مجزا حل می‌شوند.

$$\lambda_v \frac{u^*-u^n}{\Delta t} + \frac{\partial(\lambda_x u^2)}{\partial x} + \frac{\partial(\lambda_z uw)}{\partial z} - w_g \frac{\partial(\gamma_x u)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\gamma_x v_T \frac{\partial u}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\gamma_z v_T \frac{\partial u}{\partial z}\right) - (\frac{\rho}{\rho_r})R_x \quad (۹)$$

$$\lambda_v \frac{w^*-w^n}{\Delta t} + \frac{\partial(\lambda_x wu)}{\partial x} + \frac{\partial(\lambda_z w^2)}{\partial z} - w_g \frac{\partial(\gamma_z w)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\gamma_x v_T \frac{\partial w}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\gamma_z v_T \frac{\partial w}{\partial z}\right) - (\frac{\rho}{\rho_r})R_z \quad (۱۰)$$

در معادلات فوق، برای محاسبه شار انتقالی از یک تابع با دقت مرتبه پنج و برای حل جمله‌های پخشیدگی از روش کرنک–نیکلسون[۱] استفاده شده است.

در گام دوم، جمله‌های فشار به معادلات ناویر–استوکس باز می‌گردند و معادلات پیوستگی و ناویر–استوکس که در آن جملات انتقال، پخشیدگی و دراگ با سرعت‌های میانی جایگزین شده‌اند،

۱. Crank-Nicolson method

حل شده و میدان فشار محاسبه می‌شود.

$$\frac{\partial(\gamma_x u^{n+1})}{\partial x}+\frac{\partial(\gamma_z w^{n+1})}{\partial z}=0 \qquad (۱۱)$$

$$\lambda_v \frac{u^{n+1}-u^*}{\Delta t}=-\gamma_v\left(\varphi\left(\frac{\partial p^*}{\partial x}\right)^{n+1}+(1-\varphi)\left(\frac{\partial p^*}{\partial x}\right)^{n}\right) \qquad (۱۲)$$

$$\lambda_v \frac{w^{n+1}-w^*}{\Delta t}=-\gamma_v\left(\varphi\left(\frac{\partial p^*}{\partial z}\right)^{n+1}+(1-\varphi)\left(\frac{\partial p^*}{\partial z}\right)^{n}\right) \qquad (۱۳)$$

φ در معادلات فوق ضریب وزنی ضمنی[۱] بوده، به‌طوری‌که $\varphi=1$ بیانگر روش حل ضمنی و $\varphi=0$ بیانگر روش حل صریح است.

با محاسبه مشتقات فشار در محل تعریف مولفه‌های سرعت از تئوری دیورژانس گوس[۲]، معادلات (۱۲ و ۱۳) در معادله (۱۱) جایگذاری شده و معادله پواسون فشار[۳] حاصل می‌شود. حل معادله پواسون فشار، ملزم به حل یک دستگاه معادلات خطی به شکل ماتریس بلوکی سه‌قطری[٤] می‌شود که در آن مقادیر فشار مجهول هستند. برای حل ماتریس بلوکی سه‌قطری، از روش مستقیم الگوریتم توماس[٥] استفاده شده است. پس از محاسبه مقادیر فشار مجهول، گام دوم از روش پروجکشن با محاسبه مقادیر سرعت به روزرسانی شده، u^{n+1} و w^{n+1}، از معادلات (۱۲ و ۱۳) تکمیل می‌شود.

٤-۲- روش محاسبه سطح آزاد

معادله سطح آزاد با انتگرال‌گیری از معادله پیوستگی در ستون آب و اعمال شرایط مرزی سینماتیک در بستر نفوذناپذیر و سطح آب، به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\frac{\partial\eta}{\partial t}-\frac{\partial z_b}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\int_{z_b}^{\eta}\gamma_x u dz=0 \qquad (۱٤)$$

که در آن، η تراز سطح آزاد در بالای تراز متوسط آب[٦] و z_b برابر با تراز بستر در بالای تراز مبنا[۷] است. معادله پیوستگی جرمی برای ستون i ام در زیر آورده شده است:

$$\frac{\eta_i^{n+1}-\eta_i^n}{\Delta t}+\frac{1}{\Delta x}\sum_{k=kc_{min}}^{kc_{max}}\begin{bmatrix}\gamma_{x_{i+1,k}}.u_{i+1,k}^{n+1}.\Delta z_{i+1}\\ -\gamma_{x_{i-1,k}}.u_{i-1,k}^{n+1}.\Delta z_{i-1}\end{bmatrix}=0 \qquad (۱٥)$$

در معادله فوق، kc_{min} و kc_{max} به ترتیب شمارنده مربوط به مرکز لایه اول و آخر است. به منظور محاسبه دقیق‌تر سطح آزاد و فاز موج، و به دست آوردن معادله فشار در لایه آخر از شبکه محاسباتی، از روش یوان و وو [10] استفاده شده است. معادله مقدار حرکت در جهت قائم از مرکز لایه‌ی آخر تا سطح آزاد برای ستون i ام عبارت است از:

$$\lambda_{v_{i,T}}\frac{w_{i,T}^{n+1}-w_{i,T}^*}{\Delta t}+\gamma_{v_{i,T}}\varphi\left(\frac{p_{i,S}^{*n+1}-p_{i,kc_{max}}^{*n+1}}{\frac{1}{8}(\Delta z_{i-1}+2\Delta z_i+\Delta z_{i+1})}\right)$$
$$+\gamma_{v_{i,T}}(1-\varphi)\left(\frac{p_{i,S}^{*n}-p_{i,kc_{max}}^{*n}}{\frac{1}{8}(\Delta z_{i-1}+2\Delta z_i+\Delta z_{i+1})}\right)=$$
$$-\gamma_{v_{i,T}}\left(\left(\frac{\rho}{\rho_r}\right)_{i,T}-1\right)g \qquad (۱٦)$$

که در آن، φ ضریب وزنی ضمنی برابر ۰/٥ و $w_{i,T}$ مولفه قائم سرعت در مرکز نیم‌سلول فوقانی و در فاصله $\Delta z_i/4$ از سطح آزاد تعریف شده است. $p_{i,S}^{*n+1}$ و $p_{i,S}^{*n}$ معرف فشار در سطح آزاد $(kc_{max}+1)$ به ترتیب در گام‌های زمانی n+1 و n هستند که به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$p_{i,S}^{*n+1}=\left(\frac{\rho}{\rho_r}\right)_{i,kc_{max}}g\eta_i^{n+1} \qquad (۱۷)$$

$$p_{i,S}^{*n}=\left(\frac{\rho}{\rho_r}\right)_{i,kc_{max}}g\eta_i^{n} \qquad (۱۸)$$

با جایگذاری معادلات (۱٥، ۱۷ و ۱۸) در معادله (۱٦) و با به کارگیری شرط سینماتیک سطح آزاد، معادله فشار در لایه آخر به دست می‌آید.

٤-۳- شرایط مرزی

در مدل عددی حاضر، از شرایط مرزی دیریکله[۸] و نیومن[۹] استفاده شده است. شرط مرزی دیریکله برای سرعت‌های قائم در بستر نفوذناپذیر معادله (۱۹) و شرط مرزی نیومن برای گرادیان قائم سرعت‌های مماسی در بستر نفوذناپذیر و وجه سمت چپ از فضای محاسباتی معادله (۲۰)، برابر با صفر در نظر گرفته شده است. در مرزهای باز؛ با اعمال فشار دینامیک صفر در انتهای فضای محاسباتی، خروجی آزاد آب در نظر گرفته می‌شود.

$$w|_{z=0}=0 \qquad (۱۹)$$

$$\left.\frac{\partial w}{\partial x}\right|_{x=0}=0 \;,\; \left.\frac{\partial u}{\partial z}\right|_{z=0}=0 \qquad (۲۰)$$

٥- بررسی نتایج

۱. Implicit weighting-factor
۲. Gauss divergence theorem
۳. Poisson’s pressure equation
٤. Block tri-diagonal matrix
٥. Thomas algorithm
٦. Mean water level
۷. Datum level
۸. Dirichlet Boundary Condition
۹. Neumann Boundary Condition

۵-۱- انتشار موج یکتا در آب خالص با عمق ثابت

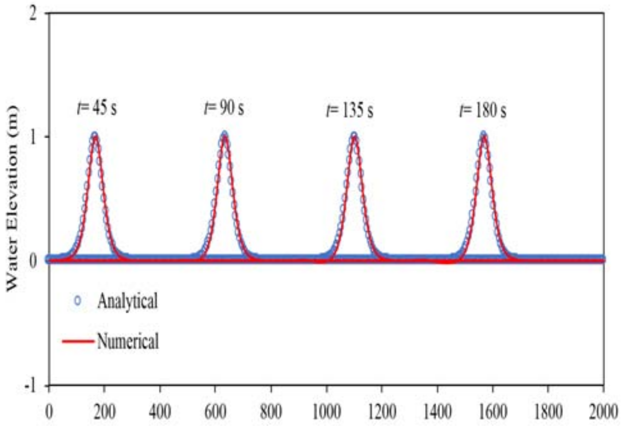
انتشار موج یکتا با ارتفاع ۱ متر در آب با عمق ثابت ۱۰ متر مدل‌سازی شده است. طول فضای محاسباتی در راستای محور x ها برابر ۲۰۰۰ متر بوده که با فواصل ۲ متری شبکه‌بندی شده و تعداد ۱۰ لایه در عمق در نظر گرفته شده است. گام زمانی در محاسبات عددی برابر با ۰/۱ ثانیه و کل زمان مدل‌سازی برابر ۱۸۰ ثانیه است. در مرز ورودی بالادست، سری زمانی سرعت‌های افقی بر اساس تئوری بوسینسک[۱] و با فرض مکان اولیه تاج موج در فاصله ۳۰۰ متر از ابتدای فضای محاسباتی، اعمال شده است. با فرض جریان غیرویسکوز، معادلات تحلیلی تراز آب و مولفه‌های افقی و قائم سرعت که توسط لی و همکاران [11] از معادلات بوسینسک محاسبه شده‌اند، به‌صورت زیر هستند:

$$\eta = H\operatorname{sech}^2\left(\sqrt{\frac{3}{4}\frac{H}{h^3}}X\right)\ ,\ X = (x - ct) \tag{۲۱}$$

$$u = \sqrt{gh}\frac{\eta}{h}\left[1 - \frac{1}{4}\frac{\eta}{h} + \frac{h}{3}\frac{h}{\eta}\left(1 - \frac{3}{2}\frac{z^2}{h^2}\right)\frac{d^2\eta}{dX^2}\right] \tag{۲۲}$$

$$w = -\sqrt{gh}\frac{z}{h}\left[\left(1 - \frac{1}{2}\frac{\eta}{h}\right)\frac{d\eta}{dX} + \frac{1}{3}h^2\left(1 - \frac{1}{2}\frac{z^2}{h^2}\right)\frac{d^3\eta}{dX^3}\right] \tag{۲۳}$$

که در آنها، H ارتفاع موج تنها، h عمق آب ثابت و η تراز سطح آزاد در بالای تراز متوسط آب است. در معادلات فوق، z ارتفاع بالای تراز مبنا و $c = \sqrt{g(h+H)}$ سرعت موج یکتا است که در مدل حاضر، به صورت تقریبی برابر ۱۰/۳۸۸ متر بر ثانیه محاسبه شده است. مقایسه بین نتایج عددی و تحلیلی برای تراز آب و مولفه‌های سرعت، به ترتیب در شکل‌های (۳ و ٤) نشان داده شده است. برابری بین نتایج عددی و تحلیلی، توانایی مدل را در شبیه‌سازی انتشار موج تنها در آب خالص با عمق ثابت، تصدیق می‌کند.



شکل ۳. مقایسه نتایج عددی و تحلیلی تراز آب

Fig. 3. Comparison between numerical and analytical free surface elevation

شکل ٤. مقایسه نتایج عددی و تحلیلی مولفه‌های افقی و قائم سرعت

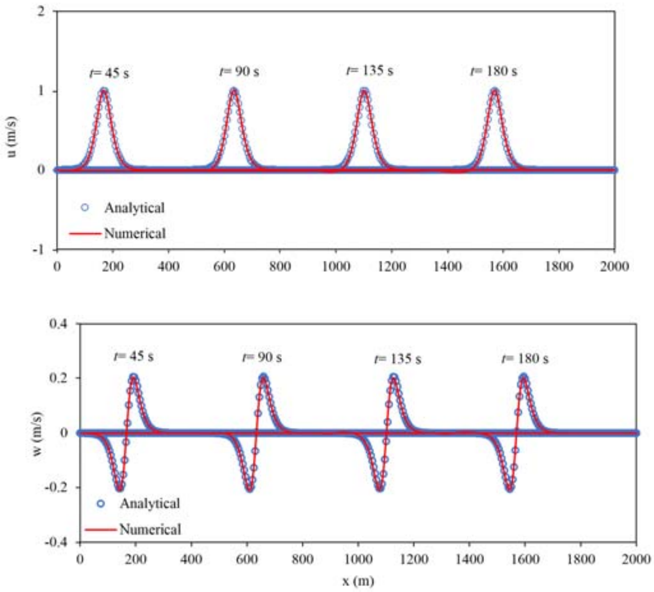


Fig. 4. Comparison between numerical and analytical velocity components

۵-۲- انتشار موج یکتا بر روی موج‌شکن متخلخل مستغرق

به منظور بررسی عملکرد مدل توسعه‌یافته، عبور موج تنها روی موج‌شکن متخلخل مستغرق مدل‌سازی و نتایج عددی حاصل از مدل با نتایج آزمایشگاهی وو و هسیاو [6] مقایسه شده است. آزمایش در یک کانال موج شیشه‌ای به طول ۲۵ متر، عرض ۰/۵ متر و عمق ۰/٦ متر انجام شده است. موج‌شکن متخلخل مستغرق با مقطع مستطیلی به طول ۱۳ سانتی‌متر (a) و ارتفاع ٦/۵ سانتی‌متر (b)، در کف کانال قرار گرفته است. موج‌شکن از گلوله‌های شیشه‌ای

۱. Boussinesq theorem

یکسان با قطر ثابت ۱/۵ سانتی‌متر تشکیل شده کـه مقـدار تخلخلـی برابر ۰/۵۲ را ایجاد می‌کند. موج تنها با ارتفاع ٤/٧٧ سانتی‌متر در آب با عمق ثابت ١٠/٦ سانتی‌متر توسط دستگاه مـوج‌سـاز پیسـتونی در بالادست کانال تولید می‌شود. در پایین دست کانـال از یـک جـاذب موج به‌منظور مستهلک‌سازی انرژی موج استفاده شده است. میـدان-های سرعت در مجاورت موج‌شـکن متخلخـل بـه وسـیله سیسـتم سرعت‌سنجی با تصویربرداری از ذرات (PIV) اندازه‌گیری شـده‌اند. مبدا سیستم مختصات در محل تقاطع کف کانال موج و وجه دور از ساحل موج‌شکن قرار گرفته است. تاریخچه زمانی تراز آب، توسـط سنجه‌های مخزنی به فاصله ۱/۸ متر از وجه سمت چپ موج‌شـکن اندازه‌گیری شده است. زمان صفر در محاسبات، برابر زمانی در نظـر گرفته شده است که تاج موج یکتا به سنجه اول می‌رسد.

کانال موج برای حـل عـددی مطـابق بـا شـرایط آزمایشـگاهی مذکور در نظر گرفته شده است. طول فضای محاسـباتی بـا فواصـل ۰/۰۰۵ متر شبکه‌بندی شده و تعداد ۲۰ لایه در عمق در نظر گرفتـه شده است. گام زمانی برابر ۰/۰۰۱ ثانیه و کل مدت زمان محاسـبات برابر ۲۵ ثانیه است. چگونگی تولیـد مـوج و روابـط حـاکم بـر آن، مطابق با بخش قبلی این مقاله در نظر گرفته شـده اسـت. در شـکل (۵)، کانال موج برای حل عددی به صورت شماتیک نشان داده شده است.

شکل ۵. کانال موج برای حل عددی

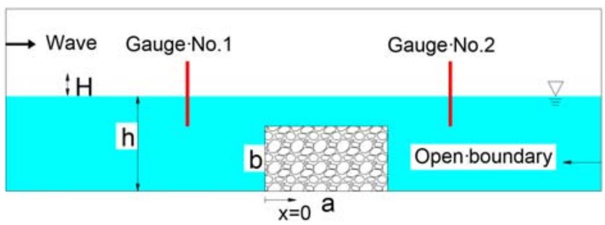


Fig. 5. Numerical wave tank

واسنجی مدل با ضرایب اینرسـی (C_M) و دراگ (C_D) صـورت گرفته، به این صورت که بـرای هـر یـک از ایـن ضـرایب، بـازه‌ای مناسب از اعداد در نظر گرفتـه شـده و زوجـی کـه کمتـرین مقـدار خطای جذر متوسط مربعات[۱] را تولید کرده، برای محاسبات عـددی استفاده شده است. در ایـن پـژوهش، ضـرایب اینرسـی و دراگ بـه ترتیب برابر ۰/۵ و ۳/۵، با کمترین مقدار RMS، نزدیک‌ترین جواب به نتایج آزمایشگاهی را ارائه می‌دهنـد. مقایسـه بـین نتـایج عـددی تاریخچه زمانی تراز آب و مقادیر ذخیره شـده توسـط سـنجه‌های آزمایشگاهی، در شکل (٦) نشان داده شده است. انطباق خوبی بـین نتایج محاسبه شده و اندازه‌گیری شده برای موج تابشـی، گذرنـده و انعکاسی قابل مشاهده اسـت. شـکل‌هـای (۷ تـا ۱۰)، مقایسـه بـین محاسبات عددی و اندازه‌گیری‌هـای آزمایشـگاهی را بـرای توزیـع مکانی تراز آب، میـدان‌هـای سـرعت متنـاظر و پروفیـل‌هـای قـائم مولفه‌های سرعت در فازهای مختلف نشان می‌دهند. نتایج حـاکی از آن است که زمانی که پیشـانی مـوج بـه وجـه جلـویی مـوج‌شـکن متخلخل می‌رسد، به دلیل وقوع پدیده پرش هیـدرولیکی، جریـان از لبه بالایی موج‌شکن جدا شده و گردابه‌های بسیار کوچکی در جهت عقربه‌های ساعت شروع به شکل گرفتن می‌کنند.

شکل ٦. مقایسه نتایج عددی و آزمایشگاهی تاریخچه زمانی تراز آب

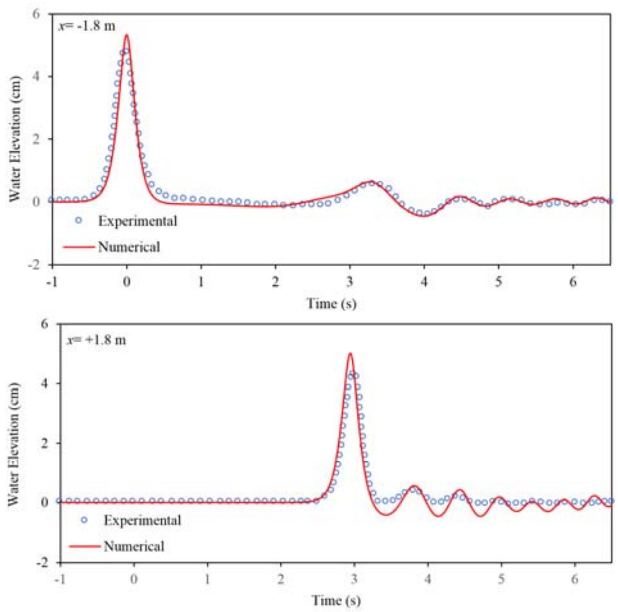


Fig. 6. Comparison between numerical and experimental time histories of free surface elevation

همان‌گونه که در شکل‌های (7b و 7c) مشاهده می‌شـود، زمـانی کـه تاج موج از روی موج‌شکن متخلخل مستغرق عبور می‌کند، گردابـه ساعتگرد اصلی در وجه نزدیک به ساحل آن تشکیل شده و به‌تدریج ابعاد بزرگتری به خود گرفته و به لایه‌های عمیـق آب نفـوذ خواهـد کرد. با گذشت زمان، این گردابه به سطح آب رسـیده و بـه تـدریج بزرگی خود را از دست می‌دهد و در نهایت نیز، به دلیل وجود آثـار پخشیدگی رو به زوال می‌رود. همچنین از مقایسه بردارهای سرعت

۱. Root Mean Square

در آب و سازه متخلخل قابل مشاهده است که مقاومت در برابر جریان در محیط متخلخل باعث می‌شود تا مقادیر سرعت در داخل موج‌شکن مستغرق، بهشکل قابل ملاحظه‌ای کوچک‌تر از مقادیر سرعت در آب روی آن باشد. هماهنگی مناسب بین نتایج عددی و داده‌های آزمایشگاهی، توانایی مدل توسعه‌یافته را در شبیه‌سازی مسائل ترکیبی موج و موج‌شکن متخلخل مستغرق نشان می‌دهد. در مدل آزمایشگاهی، سازه متخلخل با کنار هم قرار دادن گوی‌های شیشه‌ای یکسان ساخته شده است؛ در حالی‌که در مدل عددی حاضر به صورت یک سازه کاملا همگن در نظر گرفته شده است. تفاوت اندک بین نتایج، ناشی از این اختلاف در هندسه فیزیکی موج‌شکن است.

شکل ۷. مقایسه بین نتایج عددی و ازمایشگاهی تراز آب و میدان‌های سرعت در زمان‌های a) ۱/٤۵ ثانیه، b) ۱/٦۵ ثانیه، c) ۱/۸۵ ثانیه، d) ۲/۰۵ ثانیه و e) ۲/۲۵ ثانیه

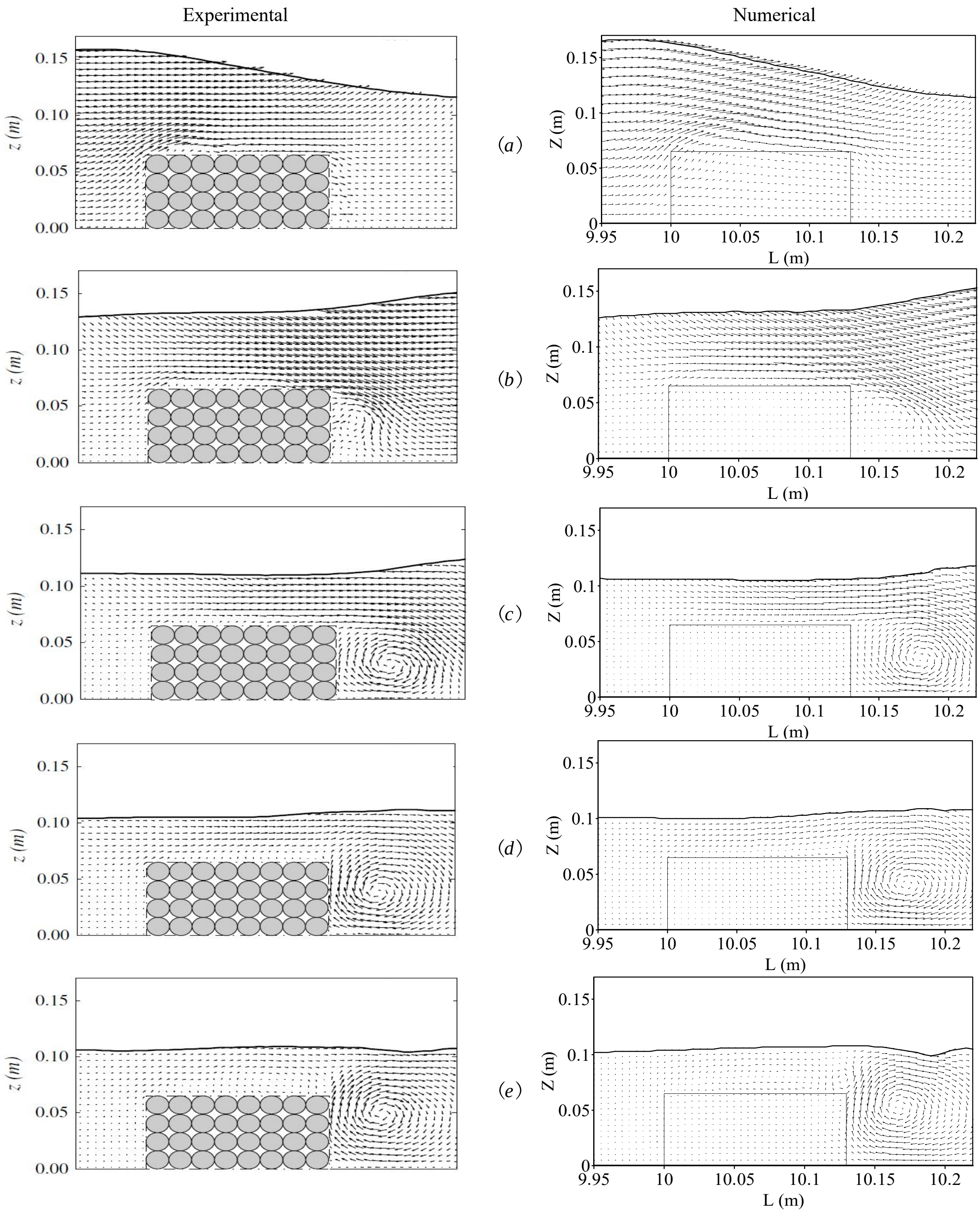


Fig. 7. Comparison between numerical results and experimental measurements for the free surface elevation and velocity fields at *a*) *t*=1.45 s, *b*) *t*=1.65 s, *c*) *t*=1.85 s, *d*) *t*=2.05 s and *e*) *t*=2.25 s

شکل ۸. مقایسه بین نتایج عددی و آزمایشگاهی برای پروفیل‌های سرعت افقی و قائم در زمان ۱/۴۵ ثانیه

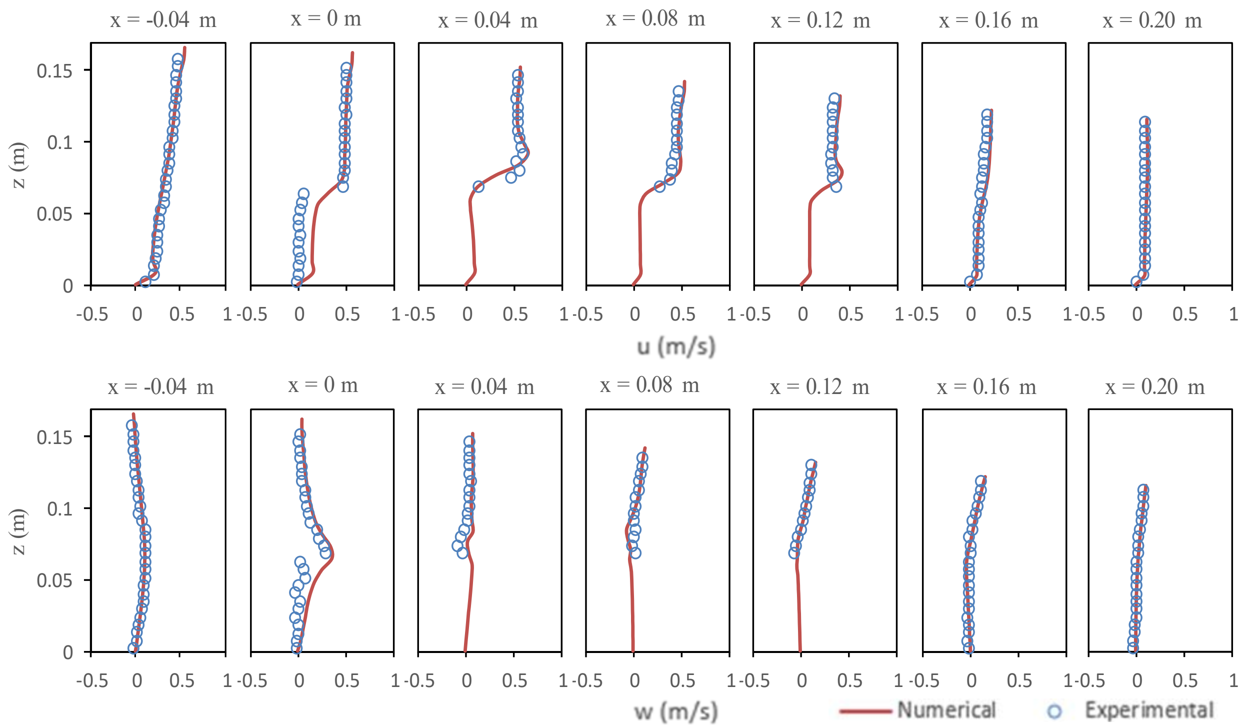


Fig. 8. Comparison between numerical and experimental velocity components at t=1.45 s

شکل ۹. مقایسه بین نتایج عددی و آزمایشگاهی برای پروفیل‌های سرعت افقی و قائم در زمان ۱/۸۵ ثانیه

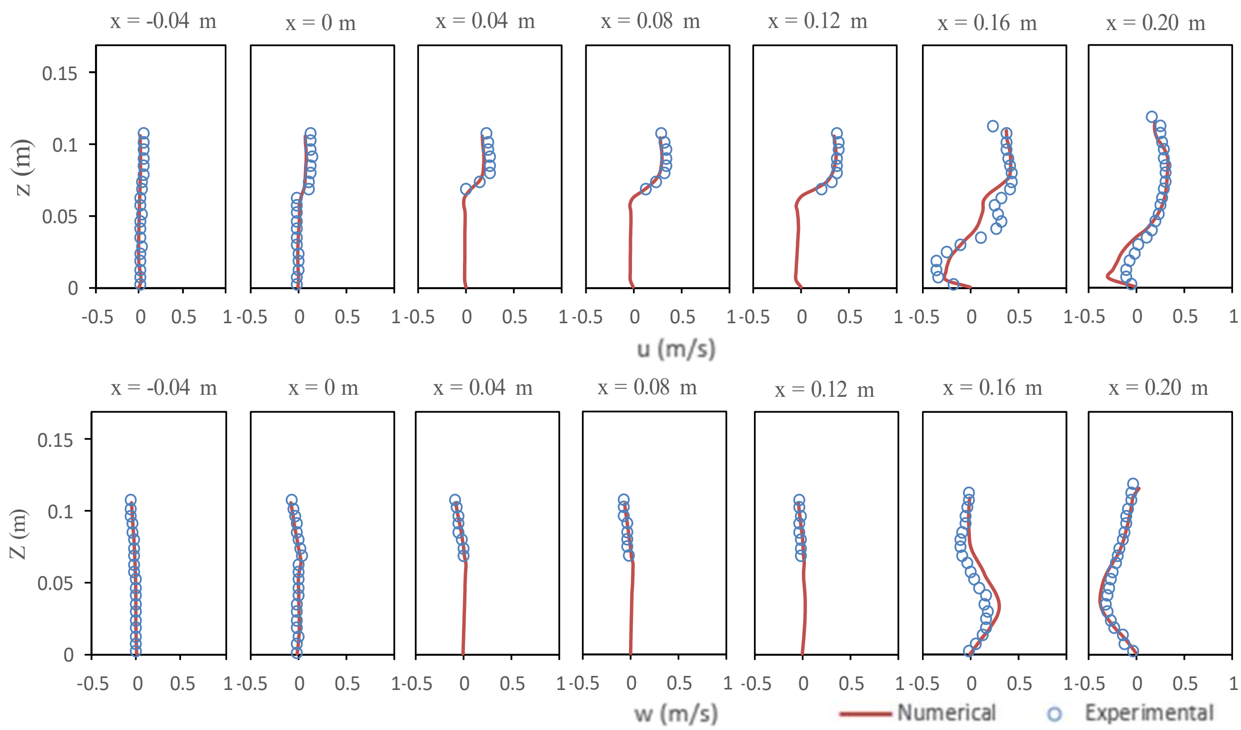


Fig. 9. Comparison between numerical and experimental velocity components at t=1.85 s

شکل ١٠. مقایسه بین نتایج عددی و آزمایشگاهی برای پروفیل‌های سرعت افقی و قائم در زمان ٢/٢٥ ثانیه

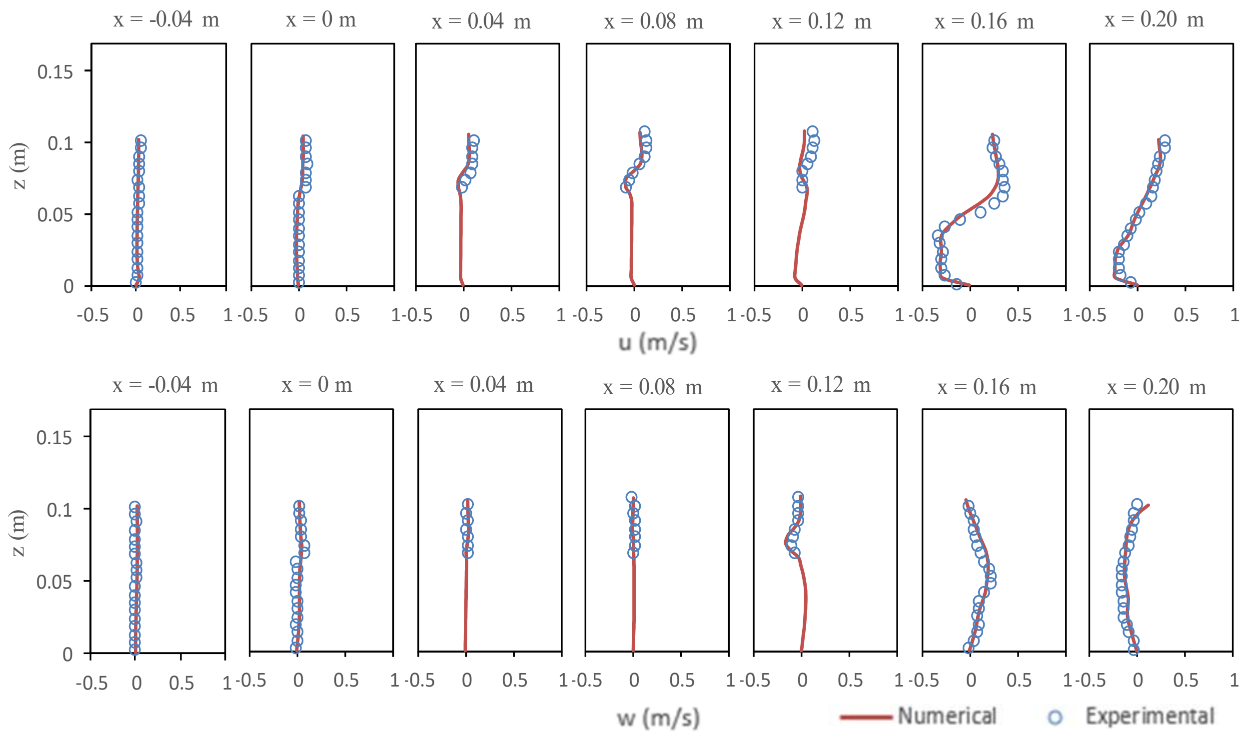


Fig. 10. Comparison between numerical and experimental velocity components at t=2.25 s

٦- نتیجه‌گیری

در این مقاله به منظور مدلسازی ترکیبی جریان و محیط متخلخل، از معادلات اصلاح‌شده دوبعدی قائم ناویر–استوکس با توزیع فشار غیرهیدرواستاتیک استفاده شده است. مقاومت در برابر جریان در محیط متخلخل با در نظر گرفتن نیروهای دراگ و اینرسی در معادلات ناویر–استوکس متداول مدلسازی شده است. آلگوریتم حل معادلات حاکم بر مدل، روش دو مرحله‌ای پروجکشن است. در هر گام زمانی، مقادیر تخلخل-های سطحی و حجمی سلول با در نظر گرفتن کسری از سلول که از آب پر شده است و مقدار تخلخل کل در سازه مورد بررسی، محاسبه می‌شود. ابتدا مدل توسعه‌یافته در غیاب سازه متخلخل برای مساله انتشار موج تنها در آب با عمق ثابت درستی‌آزمایی شده است و سپس برای مدلسازی اندرکنش موج تنها و موج‌شکن متخلخل مستغرق استفاده شده است. نتایج عددی حاکی از آن است که در زمانی پیشانی موج به موج‌شکن متخلخل مستغرق می‌رسد، جریان از لبه بالایی سازه جدا شده و گردابه‌های بسیار کوچکی در جهت عقربه‌های ساعت شروع به شکل گرفتن می‌کنند. با عبور موج از روی موج‌شکن، گردابه ساعتگرد اصلی در وجه نزدیک به ساحل موج‌شکن تشکیل شده و به تدریج به لایه‌های عمیق آب نفوذ کرده و ابعاد بزرگتری به خود می‌گیرد. با گذشت زمان، این گردابه به سطح آب رسیده و در نهایت در اثر وجود آثار پخشیدگی رو به زوال می‌رود. مقایسه بین نتایج عددی و اندازه‌گیری‌های آزمایشگاهی، توانایی مدل را در شبیه‌سازی مسائل ترکیبی موج و سازه متخلخل نشان می‌دهد.

٧- مراجع

[1] Sollitt C.K. & Cross, R.H. 1972 Wave transmission through permeable breakwaters. *Proceesings of 13th International Coastal Engineering Conference*, 1827-1846.

[2] van Gent M.R. 1994 The modelling of wave action on and in coastal structures. *Coastal Engineering*, **22**(3-4), 311-339.

[3] Sakakiyama T. & Kajima, R. 1992 Numerical simulation of nonlinear wave interacting with permeable breakwaters. *Proceesings of 23rd International Coastal Engineering Conference*, 1517-1530.

[4] Huang C.J., Chang, H.H. & Hwung, H.H. 2003 Structural permeability effects on the interaction of a solitary wave and a submerged breakwater.

Coastal engineering, **49**(1), 1-24.

[5] Losada I.J., Patterson M.D. & Losada, M.A. 1997 Harmonic generation past a submerged porous step. *Coastal Engineering*, **31**(1-4), 281-304.

[6] Wu, Y.T. & Hsiao, S.C. 2013 Propagation of solitary waves over a submerged permeable breakwater. *Coastal Engineering*, **81**, 1-18.

[7] Hur, D.S. & Mizutani, N. 2003 Numerical estimation of the wave forces acting on a three-dimensional body on submerged breakwater. *Coastal Engineering*, **47**(3), 329-345.

[8] Hur, D.S., Lee, K.H. & Choi, D.S. 2011 Effect of the slope gradient of submerged breakwaters on wave energy dissipation. *Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics*, **5**(1), 83-98.

[9] Hejazi, K., Soltanpour, M. & Sami, S. 2013 Numerical modeling of wave–mud interaction using projection method. *Ocean Dynamics*, **63**(9-10), 1093-1111.

[10] Yuan, H. & Wu, C. H. 2004 A two-dimensional vertical non-hydrostatic σ model with an implicit method for free-surface flows. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, **44**(8), 811-835.

[11] Lee, J.J., Skjelbreia, J.E. & Raichlen, F. 1982 Measurement of velocities in solitary waves. *Journal of the Waterway Port Coastal and Ocean Division*, **108**(2), 200-218.

Numerical Modeling of Wave Interaction with Submerged Pearmeable Breakwater by Finite Volume Method

Paran Pourteymouri[1], Kourosh Hejazi[2*]

1- M.Sc. Student of Water and Hydraulic Structures, School of Civil Engineering, K. N. Toosi University of Technology
2- Assistant Professor., School of Civil Engineering, K. N. Toosi University of Technology

[*]HejaziK@kntu.ac.ir

Abstract

This paper presents a non-hydrostatic two-dimensional vertical (2DV) numerical model for the simulation of wave-porous structure problems. The flow in both porous and pure fluid regions is described by the extended Navier-Stokes equations, in which the resistance to flow through a porous medium is considered by including the additional terms of drag and inertia forces. The finite volume method (FVM) in an arbitrary Lagrangian-Eulerian (ALE) description is employed to discretize the flow and transport equations. A two-step fractional method has been deployed to solve the governing equations. In the first step, the momentum equations in the absence of pressure field were solved to compute an intermediate velocity. The second fractional step consisted of bringing the pressure terms back into the equations, and calculating the pressure field by solving the extended continuity equation and the momentum equations excluding advective and diffusive terms and drag force components. By substitution of the approximations of the pressure derivatives into momentum equations, and subject to the continuity constraint, the pressure Poisson equation was obtained. The solution of the pressure Poisson equation led to a linear system of equations in the form of a block tri-diagonal matrix with the pressures as unknowns. The second step was completed by computing the updated velocity values. In the present numerical model, two types of boundary conditions, namely Dirichlet and Neumann boundary conditions were adapted to solve the governing equations. The Dirichlet boundary condition was set to zero for normal velocities at impermeable bottom and the Neumann boundary condition was considered to be equal to zero for normal gradient of the tangential velocities at impermeable bed and also the left side of the computational domain. At open boundaries, where required, by setting the dynamic pressure equal to zero at the end of the numerical domain, a free exit for water was considered. The newly developed model in the absence of porous medium was verified by comparing the numerical simulations with the analytical solutions of a solitary wave propagation in a constant water depth. The newly developed model was then employed to simulate the solitary wave interaction with a permeable submerged breakwater. Based on the numerical results, when the solitary wave front reaches the offshore side of the submerged breakwater, due to the hydraulic jump formation, the flow is separated from the top of the obstacle and small clockwise vortices are generated at the leading edge of the breakwater. As the wave passes over the breakwater, the primary vortex grows in size and penetrates into the deeper layers of water. It was also seen that, due to the drag and inertia resistance forces of the porous medium, the velocity inside the permeable breakwater was noticeably smaller than that on the top of the breakwater. The comparisons between the numerical results and experimental measurements for time histories of water displacements, spatial distributions of free surface elevation, velocity fields and velocity profiles in both horizontal and vertical components, showed the capability of the newly developed model in predicting wave interaction with permeable submerged breakwater.

Keywords: Wave-porous structure interaction, Submerged breakwater, Extended Navier-Stokes equations, Finite volume method (FVM), Arbitrary Lagrangian-Eulerian (ALE).