

# توسعه شاخص ترکیبی خشکسالی منطقه‌ای و ارائه منحنی‌های دوره بازگشت با استفاده از تابع کاپولا

محمدعلی علیایی<sup>۱</sup>، امین زین العابدین<sup>۲\*</sup>، بهزاد قیاسی<sup>۳</sup>، عبدالرضا کرباسی<sup>۴</sup>

- ۱- دکتری مهندسی عمران- مدیریت منابع آب، دانشکده عمران، دانشگاه تهران
- ۲- دانشجوی دکتری مهندسی عمران- مدیریت منابع آب، دانشکده عمران، دانشگاه تهران
- ۳- دانشجوی دکتری مهندسی محیط زیست- منابع آب، دانشکده محیط زیست، دانشگاه تهران
- ۴- دانشیار گروه مهندسی محیط زیست، دانشکده محیط زیست، دانشگاه تهران

\* aminzynolabedin@ut.ac.ir

تاریخ پذیرش: ۹۷/۱۰/۱۷

تاریخ دریافت: ۹۷/۲/۱۱

## چکیده

خشکسالی یک جزء جدایی ناپذیر بلایای طبیعی محسوب می‌شود. معمولاً خشکسالی بدون هیچ گونه هشدار قبلی و به تدریج آغاز می‌شود. علاوه بر این اثر، این پدیده معمولاً در طول زمان ایجاد شده و به سرعت از بین نمی‌رود. ایران در یک منطقه خشک و نیمه خشک واقع شده که معمولاً پدیده خشکسالی را تجربه می‌کند. شاخص‌های زیادی برای اندازه‌گیری شدت خشکسالی پیشنهاد شده است که از جمله مهم‌ترین آنها می‌توان به شاخص بارش استاندارد شده (SPI)، شاخص پالمیر (PDSI) و شاخص ذخیره آب‌های سطحی (SWSI) اشاره نمود. هر کدام از این شاخص‌ها دارای مزایا و معایب مخصوص به خود هستند و برای انواع خاصی از خشکسالی استفاده می‌شوند. پارامترهای مختلفی در اندازه‌گیری این شاخص‌ها به کار می‌رود که از جمله آن می‌توان به بارش، ذخیره مخزن، دبی، دما و تبخیر و تعرق پتانسیل اشاره نمود. در این مقاله ابتدا سه شاخص اصلی اشاره شده برای حوضه آبریز اهرچای، واقع شده در آذربایجان شرقی، محاسبه شده، سپس بر اساس ترکیب این شاخص‌ها به همراه دو پارامتر مهم دیگر، سطح آب زیرزمینی و انرژی خورشیدی، یک شاخص ترکیبی خشکسالی (CDI) برای منطقه تهیه و محاسبه شد. این شاخص ترکیبی جنبه‌های مختلف آب و هوایی، هیدرولوژی و مشخصه‌های کشاورزی منطقه را نشان می‌دهد. در گام بعد تحلیل توام دو متغیر شدت و مدت خشکسالی با استفاده از تابع مفصل (کاپولا) صورت گرفته و منحنی‌های مختلف دوره بازگشت به ازای دو حالت عطفی و فصلی رسم شد. نتایج نشان داد که شدیدترین خشکسالی در این حوضه در ژوئن (تیر ماه) ۲۰۰۴ رخ داده است. همچنین در تحلیل دو متغیره دوره بازگشت‌های روابط عطفی بیشتر از فصلی به دست آمد. از نتایج این تحقیق در پایش و آماده سازی برای خشکسالی استفاده می‌شود.

**واژگان کلیدی:** خشکسالی، شاخص‌های خشکسالی، شاخص ترکیبی، تابع مفصل

## ۱- مقدمه

خشکسالی پدیده‌ای است که در موقعیت‌های مختلف رخ می‌دهد و معمولاً دارای سه مشخصه اصلی طول، زمان و شدت است. استفاده از شاخص‌ها به طور کلی رویکردی برای ارزیابی و تعیین شدت خشکسالی است، پس شاخص‌های مختلفی برای تعیین شدت خشکسالی توسط پژوهشگران مختلف ارائه شده است که بیشتر ویژگی‌های هیدرولوژیکی و هواشناسی منطقه را تبیین می‌کنند [1].

SPI، SWSI و PDSI سه شاخص اصلی هستند که در رابطه با خشکسالی مورد استفاده قرار می‌گیرند [2]. شاخص SPI توسط مکی در سال ۱۹۹۳ معرفی شد که در آن از رکورد بارش استاندارد شده در یک بازه زمانی خاص استفاده می‌شود [3]. با توجه به این که داده‌های ورودی باید حداقل ۱۰ سال باشد این شاخص می‌تواند اطلاعات خوبی از وضعیت خشکسالی هواشناسی ارائه دهد [4]. SPI در حالت کلی یک شاخص آماری است که مقادیر منفی آن نشان دهنده خشکسالی است. شاخص PDSI که در سال ۱۹۶۵ توسط پالمر ارائه شد به طور گسترده برای تعیین شدت خشکسالی کشاورزی استفاده شده است. در این شاخص پارامترهای مهمی از جمله بارش، دما و رطوبت خاک اندازه‌گیری و محاسبه می‌شود [5]. شاخص SWSI توسط شیفر و دزمان در سال ۱۹۸۲ با استفاده از آنالیز فرکانس برای نرمال‌سازی داده‌ها ارائه شد. شاخص PDSI در برخی از مناطق، به طور نمونه مناطق برفی، قابل استفاده نیست، پس از شاخص SWSI در این مناطق استفاده می‌شود [6]. در طول زمان پژوهشگران زیادی با ترکیب شاخص‌های مختلف، تحلیل‌های متفاوتی روی خشکسالی انجام داده و جنبه‌های مختلفی از این پدیده را بررسی نمودند. کاراموز و همکاران با ترکیب سه شاخص اصلی SPI، SWSI و PDSI یک شاخص ترکیبی ارائه نموده و با استفاده از آن و بهره‌گیری از شبکه عصبی به پیش‌بینی خشکسالی حوضه گاوخونی-زاینده رود در استان اصفهان ایران پرداختند [7]. هیز و همکاران چارچوبی برای ترکیب سه نوع مختلف خشکسالی ارائه دادند و با استفاده از این چارچوب به مقایسه شاخص‌های ترکیبی مختلف پرداختند [8]. میو و همکاران یک اندیس سنجش از راه دور برای بررسی شدت خشکسالی توسعه دادند [9]. با استفاده از این اندیس می‌توان خشکسالی را در رزولوشن مکانی یک کیلومتری و بازه

زمانی ۸ روزه ماهانه و سالانه شناسایی نمود. این اندیس از ترکیب اطلاعات ماهواره‌ای تبخیر و تعرق و اندیس پوشش گیاهی حاصل شده است.

در مطالعات گذشته تحلیل‌های احتمالاتی زیادی در رابطه با تحلیل شرایط خشکسالی در مناطق مختلف انجام شده است [10-16]. اما در بیشتر این مطالعات شرایط خشکسالی را بر اساس تغییرات یک پارامتر تحلیل می‌کردند در صورتی که خشکسالی به دلیل پیچیده بودن فرآیند حاکم بر آن، پدیده‌ای چند متغیره است. برای تحلیل‌های آماری چند متغیره استفاده از تابع کاپولا (مفصل) یکی از روش‌های شناخته شده در پژوهش‌های پیشین است.

دالزیوس و همکاران با استفاده از تکنیک تحلیل شدت-مدت-تناوب بارش، منحنی‌های خشکسالی شدت-مدت-تناوب را در یونان توسعه دادند [17]. ونگ و همکاران به تحلیل خشکسالی در اقلیم‌ها با استفاده از توابع سه‌گانه شرطی کاپولا در دو منطقه در استرالیا پرداختند و پارامترهای کاپولا را برای وضعیت‌های مختلف اقلیم منطقه تخمین زدند و دقت توابع کاپولا را مورد بررسی قرار دادند [18]. در نهایت نیز توابع کاپولای برازش داده شده به منظور تخمین بازه‌های رخداد دوباره سالانه استفاده می‌شود. شیای و مدرس شدت-مدت-تناوب خشکسالی در ایران را بر اساس کاپولا تحلیل کرده‌اند [19]. نتایج این پژوهش نشان داد که اگر نوسانات بازندگی زیادی در یک منطقه وجود داشته باشد، شدت خشکسالی در منطقه مرطوب ممکن است شدیدتر باشد. هائو و آقاچوکچ بر پایه مفهوم کاپولا، یک شاخص استاندارد چند متغیره خشکسالی برای کالیفرنیا و کارولینای شمالی با بهره بردن از متغیرهای بارش و رطوبت خاک ارائه دادند و شرایط خشکسالی را بر اساس این شاخص و شاخص‌های استاندارد بارش و رطوبت خاک بررسی کردند [20]. ثقفیان و مهدی‌خانی با استفاده از آمار بارش ایستگاه هواشناسی قزوین و بهره بردن از کاپولا به تحلیل خشکسالی از طریق سه شاخصه شدت، مدت و بیشینه شدت پرداخته‌اند و دوره بازگشت‌های سه متغیره برای این ایستگاه را استخراج کردند [21]. توسان‌اوغلو و کیسی از توابع کاپولا به منظور مدل‌سازی ماکزیمم شدت سالانه و مدت هماهنگی در ترکیه بهره بردند [22]. ایشان نشان دادند که کاپولای Gumbel برای این نوع مدل‌سازی از همه توابع مناسب‌تر است. چاوشیان و همکاران

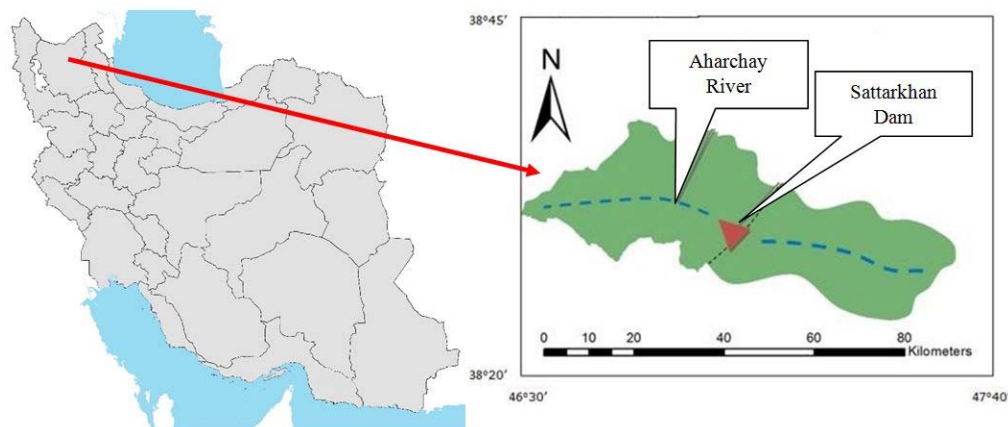
شدت خشکسالی حوضه اهرچای با استفاده از ترکیب وزنی ۵ شاخص SPI، PDSI، SWSI، سطح آب زیرزمینی و انرژی خورشیدی و پیش‌بینی وضعیت آینده توسط مدل ARIMA است. ترکیب وزنی به صورت ترکیبی از دو رویکرد ذهنی (subjective) و عینی (objective) اعمال شد. در انتها نیز با استفاده از تابع کاپولا تحلیل توام روی دو متغیر شدت و مدت خشکسالی صورت گرفت و منحنی‌هایی به ازای دوره بازگشت‌های مختلف ارائه شد.

## ۲- منطقه مورد مطالعه

حوضه آبریز اهرچای که در شمال غربی ایران در استان آذربایجان شرقی واقع شده، به عنوان منطقه مورد مطالعه این مقاله انتخاب شده است. این حوضه همان گونه که در شکل (۱) نشان داده شده است بین ۳۸ درجه و ۱۰ دقیقه تا ۳۸ درجه و ۴۵ دقیقه عرض شمالی و ۴۶ درجه و ۲۰ دقیقه تا ۴۷ درجه و ۴۰ دقیقه طول شرقی با مساحت ۲۳۸۱ کیلومتر مربع واقع شده است. رودخانه اهرچای با طول حدود ۱۳۰ کیلومتر از غرب تا شرق این حوضه کشیده شده و به سد ستارخان در شرق حوضه می‌ریزد. سد ستارخان برای تامین نیازهای خانگی، صنعتی، کشاورزی و زیست محیطی رودخانه اهر احداث شده است. با توجه به ۱۸ سال داده از ایستگاه‌های سینوپتیکی اهر، متوسط بارش سالانه این ناحیه حدود ۲۹۱/۱ میلی‌متر و متوسط دمای سالانه حدود ۱۱/۱ درجه سانتی‌گراد است. کمترین و بیشترین دمای ثبت شده در آمار نیز به ترتیب ۴/۸ و ۲۸ درجه سانتی‌گراد است.

یک شاخص استاندارد دو متغیره (بارش-رواناب) بر اساس مفهوم کاپولا برای دو حوضه آبریز رشت (با اقلیم مرطوب) و ارومیه (با اقلیم نیمه مرطوب) توسعه دادند و به تحلیل فراوانی سه متغیره (مدت، شدت و بیشینه شدت) بر اساس این شاخص و دو شاخص استاندارد بارش و شاخص استاندارد رواناب پرداختند [23]. آمیدی و مرید به تحلیل رابطه شدت-مدت خشکسالی در استان تهران با استفاده از توابع کاپولا پرداختند. ایشان توابع مختلف کاپولا را برای مدل سازی ساختار همبستگی متغیرها به کار برده و مناسب‌ترین آن را تعیین نمودند. سپس، با استفاده از بهترین تابع رفتار احتمالاتی خشکسالی را از روابط شدت-مدت مدل‌سازی کردند و آستانه خشکسالی و شدت آن را تعیین کردند [24]. هر کدام از شاخص‌های فوق یک یا دو جنبه از شدت خشکسالی را تبیین می‌کنند. بنابراین ترکیب آنها می‌تواند نتیجه بهتری ارائه دهد و تمام جنبه‌های خشکسالی را پوشش دهد. همچنین پارامترهای دیگری مانند سطح آب زیرزمینی و انرژی خورشیدی نیز وجود دارند که در خشکسالی موثرند ولی در شاخص‌های فوق لحاظ نشده‌اند. بنابراین، با افزودن این پارامترها به عنوان شاخص‌های جداگانه می‌توان به یک شاخص جامع در تحلیل خشکسالی رسید به طوری که جنبه‌های مختلف خشکسالی را پوشش دهد. همچنین در تحلیل‌های احتمالاتی پیشین بیشتر از توزیع‌های تک متغیره و آن هم تنها روی یکی از شاخص‌ها استفاده شده است در حالی که به دلیل متغیرهای متفاوت و موثر در تحلیل خشکسالی، در نظر گرفتن توزیع‌های چند متغیره روی شاخص ترکیبی دقت بیشتری به دنبال می‌آورد. هدف اصلی از این مقاله کمی‌سازی

Fig. 1. Aharchay Watershed

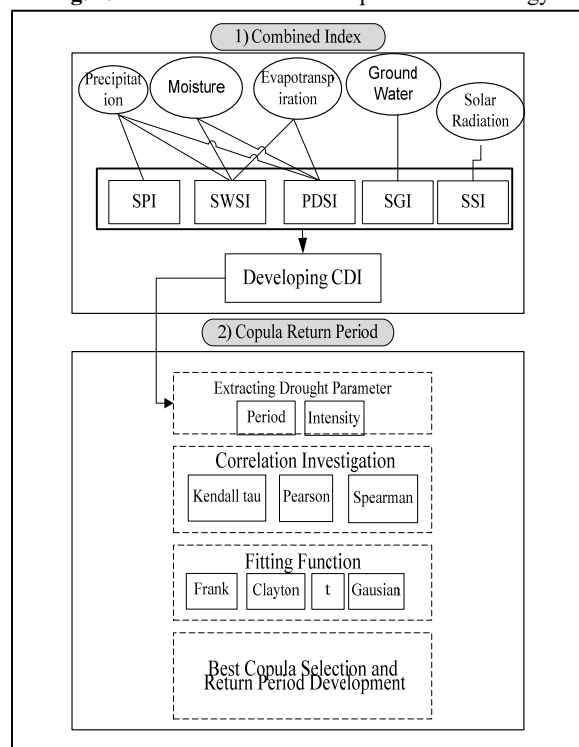


شکل ۱. حوضه اهرچای

### ۳- روش تحقیق

در این بخش ابتدا چگونگی محاسبه شاخص‌های خشکسالی مورد استفاده در این مقاله تشریح شده، سپس چگونگی ایجاد شاخص ترکیبی ارائه شده است. در ادامه ضمن توضیح تابع کاپولا، چگونگی استفاده از آن در شاخص ترکیبی خشکسالی بیان شده است. شکل (۲) فلوجارت روش‌شناسی پژوهش را نشان می‌دهد.

Fig. 2. The Flowchart of the Proposed Methodology



شکل ۲. فلوجارت روش‌شناسی پیشنهادی

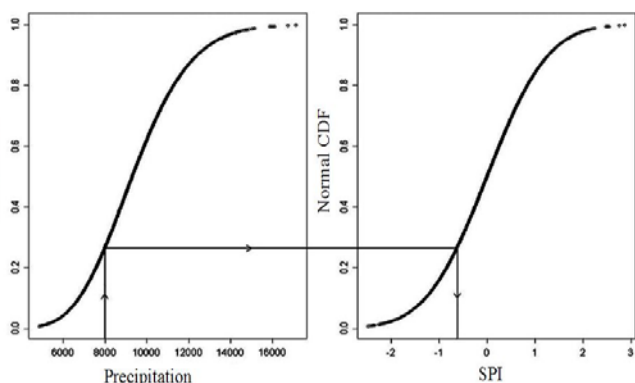
می‌کند که در رابطه (۱) آورده شده است [25].

$$F(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^x t^{\alpha-1} e^{-t} dt \quad (1)$$

که در آن  $x$  میزان متغیر،  $\alpha$  فاکتور شکل،  $\beta$  فاکتور مقیاس،  $t$  متغیر و  $\Gamma(\alpha)$  توزیع گاما است.

در این مطالعه ابتدا یک توزیع گاما به داده‌های مشاهداتی بارش ماهانه برازش داده شده است. در ادامه تابع توزیع تجمعی گاما به یک توزیع تجمعی گوسین (توزیع نرمال استاندارد با میانگین صفر و واریانس یک) تبدیل می‌شود که میزان SPI را در مقیاس زمانی مناسب تعیین می‌کند. بهترین راه برای تبدیل یک متغیر از یک تابع توزیع به تابع توزیع دیگر این است که فرض کنیم احتمالات کمتر از میزان متغیر در هر دو توزیع برابر است. شکل (۳) چگونگی تعیین SPI را نشان می‌دهد.

Fig. 3. The Transformation of Gamma to Normal Distribution in SPI



شکل ۳. تبدیل تابع گاما به نرمال در روش SPI

مقادیر مثبت SPI نشان‌دهنده بارش بیشتر از میانگین، در حالی که مقادیر منفی، کمتر از میانگین را تداعی می‌کند. شاخص پالمر PDSI دومین شاخص اندازه‌گیری شده در این مقاله می‌باشد. PDSI از رایج‌ترین شاخص‌ها در خشکسالی کشاورزی است که کمبود رطوبت خاک را در یک منطقه در زمان خاص نشان می‌دهد. به طور کلی گام‌های اصلی در محاسبه این شاخص عبارت است از: (۱) استفاده از معادله بیلان برای محاسبه کمبود/مازاد رطوبت ماهانه خاک. (۲) تخمین ثابت‌ها و ضرایب با توجه به خروجی معادله بیلان. (۳) تعیین اختلاف رطوبت محاسبه شده و رطوبت واقعی و تبدیل آن به یک

### ۳-۱- شاخص‌های SPI، PDSI و SWSI

اولین شاخص مورد استفاده در این مقاله SPI است. این شاخص مبتنی بر منحنی تابع توزیع بارش بوده و کمک شایانی در شناسایی آغاز خشکسالی می‌نماید. همچنین این شاخص نسبت به شاخص‌های دیگر به داده‌های کمتری نیاز دارد و محاسبات آن ساده‌تر است. برای محاسبه این شاخص، یک توزیع احتمالاتی به سری زمانی بارش برازش داده شده و سپس به توزیع نرمال تبدیل می‌شود. بر حسب تجربه ثابت شده است که توزیع احتمالاتی بارش در ایستگاه‌ها اغلب از توزیع گاما تبعیت

$$SWSI = \frac{p - 50}{12} \quad (11)$$

که در آن  $p$  احتمال محاسبه شده از تابع توزیع برازش داده شده به جمع مقدار پیش‌بینی شده ذخیره مخزن و دبی رودخانه است.

### ۳-۲- شاخص آب زیرزمینی استاندارد شده (SGI) و انرژی خورشیدی استاندارد شده (SSI)

منابع آب زیرزمینی منبع مهمی برای استفاده در شرایط خشکسالی است. در این مقاله از سری زمانی سطح آب زیرزمینی حوضه اهرچای در طول ۱۱ سال استفاده شده است (۲۰۱۴-۲۰۰۴). سپس مانند روش استفاده شده برای توسعه شاخص SPI بعد از برازش چندین تابع توزیع به داده‌های سطح آب زیرزمینی، بهترین توزیع شناسایی و در نهایت به توزیع نرمال تبدیل شد.

انرژی خورشیدی یکی دیگر از فاکتورهایی است که اهمیت آن در ارزیابی تبخیر و تعرق پتانسیل است. به دلیل تعداد کم سایت‌های اندازه‌گیری انرژی خورشیدی و کمبود دقت در اندازه‌گیری مستقیم آن، به ویژه با توجه به دستگاه‌های قدیمی در ایران، تعدادی فرمول تجربی برای تعیین این پارامتر ارائه شده است که هر کدام نیاز به ورودی‌های خاصی دارند و برای تخمین انرژی خورشیدی روزانه یا ماهانه مورد استفاده قرار می‌گیرند. در این مطالعه از روش صباغ و همکاران (۱۹۷۷) به دلیل سادگی استفاده و کاربرد آن با شرایط ایران، استفاده شد. این مدل با نواحی خشک و نیمه خشک مثل ایران هماهنگی دارد. رابطه

(۱۲) مدل صباغ را نمایش می‌دهد [31].

$$R_{est} = 0.06407(K_g) \exp\left[L\left(\frac{n}{12} - \frac{RH^{0.333}}{100} - \frac{1}{T_{max}}\right)\right] \quad (12)$$

که در آن  $R_{est}$  میزان انرژی خورشیدی کل روزانه تخمین زده شده بر سطح افقی بر حسب  $(MJ.m^{-2}.day^{-1})$ ،  $n$  متوسط ماهانه مدت زمان ساعت روشنایی در روز بر حسب ساعت که توسط رکورد‌های کمپل-استوکس اندازه‌گیری می‌شود،  $RH$  رطوبت نسبی (%)،  $T_{max}$  متوسط ماهانه ماکزیمم دمای هوای روزانه بر

شاخص قابل استفاده. (۴) تحلیل شاخص زمانی و محاسبه شاخص PDSI

در مرحله اول، مدل تورنت وایت ۱ برای تخمین تبخیر و تعرق پتانسیل استفاده شد. در گام دوم ضرایب آلفا، بتا، گاما و دلتا مطابق روابط (۲-۵) تعیین شد [26].

$$\alpha = \frac{\overline{ET}}{\overline{ET}_p} \quad (2)$$

$$\beta = \frac{\overline{R}}{\overline{PR}} \quad (3)$$

$$\gamma = \frac{\overline{PRO}}{\overline{RO}} \quad (4)$$

$$\delta = \frac{\overline{L}}{\overline{PL}} \quad (5)$$

که در آن  $\overline{ET}_p$  تبخیر و تعرق پتانسیل،  $\overline{PR}$  پتانسیل تغذیه،  $\overline{PRO}$  پتانسیل رواناب و  $\overline{PL}$  پتانسیل هدررفت است.  $\overline{R}$ ،  $\overline{ET}$ ،  $\overline{RO}$  و  $\overline{L}$  به ترتیب بیانگر متوسط تبخیر و تعرق پتانسیل، تغذیه، رواناب و هدررفت برای هر ماه در طول مدت مورد مطالعه است. در گام بعد، شاخص رطوبتی بر اساس تفاوت بین مقادیر واقعی و محاسباتی بارش طبق روابط (۶-۹) محاسبه شد [27].

$$Z = dk \quad (6)$$

$$d = P - \hat{P} \quad (7)$$

$$\hat{P} = \overline{ET} + \overline{R} + \overline{RO} - \overline{L} \quad (8)$$

$$k = \frac{\overline{ET} + \overline{R} + \overline{RO}}{\overline{P} + \overline{L}} \quad (9)$$

که در آن  $\hat{P}$  میزان بارش محاسباتی،  $P$  میزان بارش واقعی منطقه،  $Z$  شاخص رطوبتی و  $k$  ضریب است. در انتها، بر اساس میزان شاخص رطوبتی، شاخص PDSI با توجه به رابطه (۱۰) تعیین شد [28].

$$PDSI_i = (1 - c) \times PDSI_{i-1} + \frac{Z_i}{a + b} \quad (10)$$

بر اساس پژوهش‌های استینمن مقادیر  $c$  و  $a+b$  برای آب و هوای خشک به ترتیب  $0.3$  و  $0.1$  و  $3$  در نظر گرفته می‌شود [29]. سومین شاخص مورد استفاده در این مقاله SWSI است که یک شاخص هیدرولوژیکی است. این شاخص ابتدا بر اساس ۴ پارامتر برف، دبی رودخانه، بارش و ذخیره مخزن تعریف شد. به دلیل برخی محدودیت‌ها از جمله سختی در تخمین میزان ذوب برف، شاخص SWSI اصلاح شده توسط گارن به صورت رابطه (۱۱) ارائه شد [30].

یک تحلیل حساسیت برای بررسی تغییرات این وزن‌ها انجام شد.

برای رویکرد عینی در این مقاله از روش آنتروپی شانون (Shannon's entropy) استفاده شده است. این روش بر مبنای میزان پراکندگی و اغتشاش موجود در هر شاخص ماتریس تصمیم، وزن شاخص‌ها را تعیین می‌کند. فرض اساسی این روش بیان می‌کند که به میزانی که واگرایی یک شاخص بیشتر است و به عبارتی، به میزانی که پراکندگی و نوسان شاخص بیشتر می‌شود، آن شاخص باید تاثیر بیشتری در تصمیم‌گیری داشته باشد و شاخص‌هایی که میزان همگرایی مقادیر آن بیشتر است اهمیت کمتری دارند. برای محاسبه وزن شاخص‌ها به روش آنتروپی شانون، گام‌های زیر طی می‌شوند (اصغری‌زاده و محمدی بالانی، ۱۳۹۶) [34].

گام ۱) ابتدا ماتریس تصمیم ایجاد شده (رابطه ۱۶) و سپس با توجه به این که بازه تغییر هر شاخص متفاوت است نیاز است تا ماتریس تصمیم استانداردسازی شود. در روش آنتروپی شانون برای استانداردسازی ماتریس تصمیم از روش بی‌بعدسازی نسبتی استفاده می‌شود (رابطه ۱۷).

$$T = \begin{matrix} & X_1 & X_2 & \dots & X_n \\ \begin{matrix} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_m \end{matrix} & \begin{matrix} a_{11} & a_{11} & a_{11} & a_{11} \\ a_{11} & a_{11} & a_{11} & a_{11} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{11} & a_{11} & \dots & a_{11} \end{matrix} \end{matrix} \quad (16)$$

که در آن  $T$  ماتریس تصمیم، گزینه‌های تصمیم‌گیری  $A_i$  شاخص تصمیم  $X_j$  و  $a_{ij}$  مقدار اختصاص داده شده به گزینه  $i$  از شاخص  $j$  است.

$$r_{ij} = \frac{a_{ij}}{\sum_{i=1}^m a_{ij}} \quad (17)$$

$r_{ij}$  مقدار استاندارد شده‌ی مانند هر  $a_{ij}$  است.

گام ۲) میزان همگرایی مقدار هر شاخص ( $E_j$ ) از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$E_j = -k \left( \sum_{i=1}^m r_{ij} \ln(r_{ij}) \right) \quad (18)$$

که در آن  $m$  برابر تعداد گزینه‌ها (تعداد سطرهای ماتریس تصمیم‌گیری) است.

مقدار ثابت  $k$  از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

حساب درجه سانتی‌گراد و  $K_g$  فاکتور ژئوفیزیکی ( $g.cal.cm^{-1}$ ) است که با استفاده از رابطه (۱۳) که توسط ردی در سال ۱۹۷۱ ارائه شده محاسبه می‌شود [32].

$$K_g = 100 (\lambda N + \psi_{ij} \cos L) \quad (13)$$

که در آن  $L$  عرض منطقه بر حسب درجه،  $N$  متوسط ماهانه ماکزیمم ساعات روشنایی روزانه بر حسب ساعت و همچنین  $\psi_{ij}$  فاکتور فصلی ( $i=1,2,3$  برای ایستگاه‌های داخلی، ساحلی و تپه‌ای و  $j=1,2,3,\dots,12$  از ژانویه تا دسامبر) است که در قالب یک جدول توسط ردی ارائه شده است.

$\lambda$  نیز فاکتور عرض جغرافیایی است که از رابطه (۱۴) محاسبه می‌شود:

$$\lambda = \frac{0.2}{(1 + 0.1L)} \quad (14)$$

### ۳-۳- شاخص ترکیبی استاندارد شده (SCDI)

برای توسعه یک شاخص جامع که بتواند جنبه‌های مختلفی از جمله هواشناسی، هیدرولوژیکی و کشاورزی را تحت پوشش قرار دهد، شاخص ترکیبی زیر مطابق رابطه (۱۵) پیشنهاد شده است:

$$CDI = W_1 \times SPI + W_2 \times PDSI + W_3 \times SWSI + W_4 \times SGI + W_5 \times SSI \quad (15)$$

وزن‌ها در معادله فوق ( $W_1$  تا  $W_5$ )، که نشان‌دهنده اهمیت

هر شاخص است، بر مبنای ترکیب دو رویکرد ذهنی (subjective) و عینی (objective) تعیین شده است.

در رویکرد ذهنی، از روش سلسله مراتبی AHP استفاده شده است. تکنیک تحلیل سلسله مراتبی توسط ساعتی (۱۹۷۷) پیشنهاد شده است [33]. ایشان پیشنهاد کردند ابتدا مسائل به دو بخش معیار و زیرمعیار تقسیم شده سپس با مقایسه زوجی بین آن‌ها و تشکیل ماتریس مقایسه زوجی، اهمیت و وزن هر معیار و زیرمعیار تعیین شود.

در این مقاله برای تعیین اهمیت زیرمعیارها (شاخص‌ها) از ۲۰ کارشناس متخصص در مدیریت منابع آب متشکل از اساتید دانشگاه و دانشجویان دوره دکتری منابع آب نظرخواهی شد. سپس با توجه به خروجی نظرات کارشناسان، ماتریس مقایسه زوجی تشکیل شده وزن هر شاخص تعیین شد ( $W'$ ). در انتها

استفاده از توابع توزیع چند متغیره روشی مرسوم در تحلیل پدیده‌های چند متغیره بوده که از محدودیت‌های این روش لزوم یکسان بودن توزیع حاشیه‌ای متغیرها است که کمی استفاده از این روش‌ها را با مشکل مواجه می‌کند. روش دیگر، استفاده از توابع کاپولا<sup>۱</sup> (مفصل) است که توابع توزیع حاشیه‌ای تک تک متغیرها را به هم ربط می‌دهد که علاوه بر سادگی، محدودیت توابع توزیع حاشیه‌ای چند متغیره را ندارد.

بنابر تئوری اسکالر برای هر متغیر تصادفی  $X_1, X_2, \dots$  و  $X_p$  با تابع توزیع توام تجمعی<sup>۲</sup>  $F(X_1, X_2, \dots, X_p)$  و توزیع حاشیه‌ای  $F_j(x) = P(X_j \leq x)$  به ازای  $j=1, 2, \dots, p$  یک تابع کاپولایی وجود دارد که توابع توزیع حاشیه‌ای را به تابع توزیع توام تجمعی ارتباط می‌دهد. اگر همه  $F_j(x)$  پیوسته باشند  $C$  یکتا خواهد بود.

برای به دست آوردن دوره بازگشت با استفاده از تابع کاپولا گام‌های زیر باید طی شوند:

الف) بررسی همبستگی بین سری زمانی متغیرها: برای بررسی همبستگی از ضریب همبستگی می‌توان استفاده کرد. برای این کار از سه روش پیرسون<sup>۳</sup>، اسپرمن<sup>۴</sup> و کنداله استفاده شده است.

ب) برازش توابع مختلف کاپولا: در گام بعد توابع مختلف کاپولا را به داده‌ها برازش می‌دهیم. این توابع، محدوده وسیعی از رابطه‌های مستقیم و معکوس بین داده‌ها را پوشش می‌دهد. در این پژوهش از توابع کاپولا دو متغیره گاوسین<sup>۶</sup>، تی<sup>۷</sup>، کلاپتن<sup>۸</sup> و گامبل<sup>۹</sup> استفاده شده است. روابط (۲۳-۲۷) معادله این توابع کاپولا را به ترتیب نشان می‌دهد.

ج) انتخاب بهترین تابع کاپولا با استفاده از آزمون حداقل مربعات معمولی<sup>۱۰</sup> (OLS): برای انتخاب بهترین تابع کاپولا از رابطه (۲۷) زیر استفاده می‌کنیم [37]. این آزمون میانگین مربع فاصله تابع کاپولا انتخاب شده با تابع تجربی راه می‌دهد و هر چه این فاصله کمتر باشد بهتر است.

$$k = \frac{1}{\ln(m)} \quad (19)$$

گام ۳) در این مرحله مقدار واگرایی هر شاخص با استفاده از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$D_j = 1 - E_j \quad (20)$$

گام ۴) در انتها وزن هر شاخص از تقسیم  $D_j$  بر مجموع  $D_j$  ها به دست می‌آید.

$$W''_j = \frac{D_j}{\sum_{j=1}^n D_j} \quad (21)$$

در انتها برای تعیین وزن کلی هر شاخص برای استفاده در معادله (۱۵) و محاسبه CDI از میانگین وزن به دست آمده از دو رویکرد ذهنی و عینی استفاده شده است.

$$W_j = \frac{W'_j + W''_j}{2} \quad (22)$$

### ۳-۴- تعیین دوره بازگشت دو متغیره خشکسالی

دوره بازگشت در کارهای مهندسی منابع آب بیشتر به عنوان معیاری برای طراحی سازه‌ها در مقابل سیلاب به کار برده می‌شود. تفاوت عمده‌ای که پدیده خشکسالی با سیلاب دارد نامشخص بودن مدت زمان رخداد آن است به گونه‌ای که امکان دارد بیشتر از یک سال باشد و یا اینکه چندین رخداد در طول یک سال رخ دهد به همین خاطر تحلیل فراوانی ماکزیمم سالانه که بیشتر در مسائل سیلاب به کار برده می‌شود در خشکسالی قابل اجرا نیست [35].

خشکسالی به عنوان یک رخداد هیدرولوژیکی شامل متغیرهای شدت و مدت به عنوان دو متغیر بیان‌کننده رفتار این پدیده است. برای محاسبه احتمال وقوع و دوره بازگشت باید هر دو پارامتر را در نظر گرفت. در تحلیل‌های متداول، متغیرهای مختلف رخدادهای هیدرولوژیکی مستقل از هم فرض می‌شوند که این به افزایش عدم دقت در برآورد آماری این پدیده‌ها منجر می‌شود [36]. استفاده از توزیع‌های چند متغیره که وابستگی بین متغیرها را نیز در نظر می‌گیرد روشی صحیح‌تر به نظر می‌رسند.

6. Gaussian
7. t
8. Clayton
9. Gumbel
- 10 Ordinary Least Square

1. Copula
2. Joint cumulative distribution function
3. Pearson
4. Spearman
5. kendall

بازگشت‌های ۲، ۵، ۱۰، ۲۵ و ۵۰ ساله در این پژوهش برای رسم منحنی دوره بازگشت‌های مختلف استفاده می‌شود.

#### ۴- نتایج و بحث

##### ۴-۱- شاخص ترکیبی استاندارد شده

برای محاسبه شاخص ترکیبی CDI ابتدا ۵ شاخص SWSI, PDSI, SPI, SSI و SGI برای ۱۱ سال (۲۰۰۴-۲۰۱۴) محاسبه شدند. شکل (۴) چگونگی تغییرات این شاخص‌ها را نمایش می‌دهد.

با بررسی ضرایب همبستگی میان ۵ شاخص نشان داده شده در شکل (۴) مشخص گردید که بیشترین مشابهت رفتاری به ترتیب مربوط به دو شاخص جدید SGI و SSI (با ضریب همبستگی حدود ۰/۵) و شاخص‌های SWSI و SPI (با ضریب همبستگی حدود ۰/۴) می‌باشند. این روند نشان می‌دهد که تحلیل وضعیت منطقه تنها بر مبنای یک شاخص، منجر به نادیده گرفته شدن جنبه‌های مهم دیگر در تعیین خشکسالی می‌شود که این امر لزوم شاخص ترکیبی را بیشتر نمایان می‌سازد.

برای محاسبه وزن همان‌طور که در بخش روش تحقیق بیان شد از ترکیب دو رویکرد ذهنی و عینی استفاده شده است. در رویکرد ذهنی یک ماتریس مقایسه زوجی بر مبنای نظرات ۲۰ کارشناس منابع آب تدوین شد. سپس با استفاده از روش AHP وزن اولیه اندیس‌ها محاسبه شد ( $W'$ ). در رویکرد عینی با از روابط ۱۶ تا ۲۲ استفاده شد. در این رویکرد، ماتریس تصمیم‌گیری شامل ۱۳۲ سطر (تعداد ماه در دوره زمانی ۱۱ ساله) و ۵ ستون (۵ اندیس SPI, PDSI, SWSI, SSI و SGI) است. و در انتها وزن ثانویه هر اندیس ( $W''$ ) با توجه به تغییرات آن در طول دوره زمانی تعیین شد. در انتها برای در نظرگیری هر دو نوع اهمیت ذهنی و عینی از میانگین این دو وزن برای محاسبات نهایی استفاده شد ( $W$ ). وزن و بازه تغییرات هر کدام از شاخص‌ها در جدول (۱) آورده شده است.

در انتها شاخص ترکیبی استاندارد شده SCDI محاسبه می‌شود که بازه تغییرات آن بین صفر و یک است. هر چه این شاخص به صفر نزدیک‌تر باشد نشان‌دهنده خشکسالی شدیدتر خواهد بود. شکل (۵) شاخص SCDI محاسبه شده را نمایش می‌دهد.

$$C_p(u_1, \dots, u_n) = \Phi_p^n[\Phi^{-1}(u_1), \dots, \Phi^{-1}(u_n)] \quad (23)$$

$$C_{v,p}(u_1, \dots, u_n) = t_{v,p}^n[t_v^{-1}(u_1), \dots, t_v^{-1}(u_n)] \quad (24)$$

$$C(u, v) = (u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1)^{-\frac{1}{\theta}}, \theta > 0 \quad (25)$$

$$C(u, v) = \exp\left\{-\left[(-\ln u)^\theta + (-\ln v)^\theta\right]^{\frac{1}{\theta}}\right\}, \theta > 1 \quad (26)$$

$$OLS = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (p_i - p_{ei})^2} \quad (27)$$

در رابطه فوق  $P_i$  و  $P_{ei}$  به ترتیب توزیع احتمال توام تئوریک و تجربی هستند. تابع کاپولایی که کمترین مقدار OLS را داشته باشد به عنوان برترین تابع کاپولا انتخاب و احتمال مشترک وقوع از روی آن به دست می‌آید.

(د) محاسبه احتمال وقوع مشترک با استفاده از تابع کاپولا برگزیده: برای محاسبه احتمال وقوع مشترک می‌توان دو حالت را در نظر گرفت:

(۱) هر دو متغیر شدت و مدت خشکسالی هر دو از یک مقداری بیشتر باشند (رابطه (۲۸) - رابطه عطفی):

$$\begin{aligned} P_{DS} &= P(d \leq D \text{ and } s \leq S) \quad (28) \\ &= F_{DS}(\infty, \infty) - F_{DS}(d, \infty) \\ &\quad - F_{DS}(\infty, s) + F_{DS}(d, s) \\ &= 1 - F_D(d) - F_S(s) \\ &\quad + C(F_D(d), F_S(s)) \end{aligned}$$

(۲) فقط یکی از متغیرهای شدت و مدت خشکسالی از یک مقداری بیشتر باشند (رابطه (۲۹) - رابطه فصلی):

$$\begin{aligned} P_{DS} &= P(d \leq D \text{ or } s \leq S) \quad (29) \\ &= F_{DS}(\infty, \infty) - F_{DS}(d, s) \\ &= 1 - C(F_D(d), F_S(s)) \end{aligned}$$

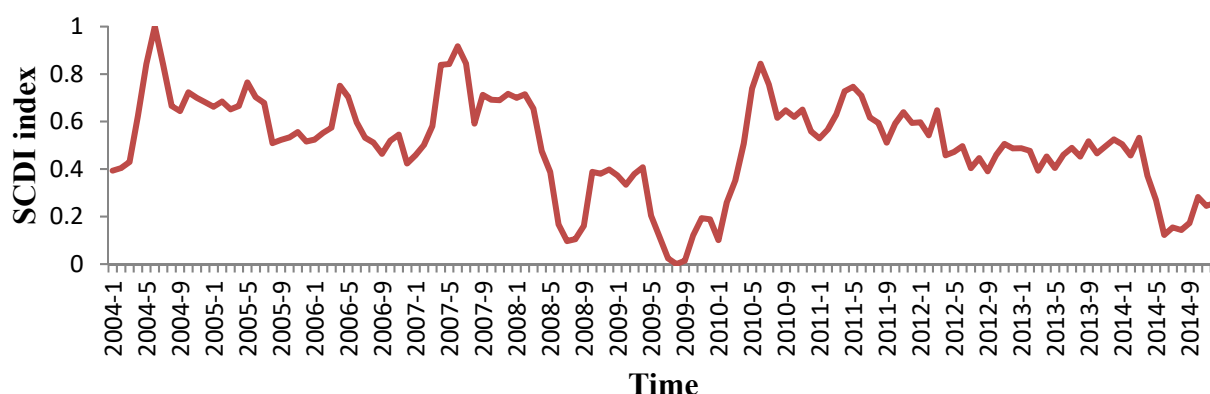
بعد از محاسبه احتمال وقوع مشترک با استفاده از یکی از روابط بالا دوره بازگشت با رابطه (۳۰) تعیین می‌شود.

$$T_{DS} = \frac{\mu_T}{P_{DS}} \quad (30)$$

در رابطه فوق  $\mu_T$  فاصله بین رخداد‌های متوالی است که به دلیل آنکه طول رخدادها ممکن است متفاوت باشد از میانگین فاصله زمانی شروع رخداد‌های متوالی استفاده می‌کنیم. از دوره



Fig. 4. The Variation of Standardized Combined Index



شکل ۵. نحوه تغییرات شاخص ترکیبی استاندارد شده

#### ۴-۲- تحلیل حساسیت

همان‌گونه که پیشتر اشاره شد وزن‌های اولیه ذکر شده در جدول (۱) ( $W'$ ) از نظر کارشناسان انتخاب شده است و به اصطلاح داده‌های ذهنی هستند و در صورت نظرسنجی از افراد دیگر امکان تغییر در آنها وجود دارد. به منظور سنجش میزان حساسیت خروجی مدل، که همان شاخص ترکیبی است، به تغییر وزن‌های انتخاب شده، تحلیل حساسیتی روی شاخص SCDI نسبت به تغییر وزن‌های ۵ شاخص خشکسالی انتخاب شده انجام گرفت. لازم به ذکر است روش انتخابی تحلیل حساسیت OAT<sub>۱۲</sub> "یک عامل در هر زمان" است که در آن اثر تغییر توامان عوامل در نظر گرفته نمی‌شود. برای بررسی اثر توامان می‌توان از روش‌های جامع‌تر تحلیل حساسیت مانند آنالیز حساسیت سراسری<sup>۱۳</sup> استفاده کرد. در جدول (۲) میانگین بازه تغییرات شاخص SCDI نسبت به تغییرات ۱۰، ۲۰، ۳۰ و ۴۰ درصدی وزن‌های شاخص‌های PDSI، SGI، SPI، SSI و SWSI نشان داده شده است. همان‌گونه که ملاحظه می‌شود تغییرات SCDI در کل و به ویژه تغییرات ۱۰ و ۲۰ درصد تغییر وزن خیلی کم و به جز وزن  $W_5$  همگی حداکثر زیر ۳ درصد است. بیشترین تغییرات در وزن شاخص SWSI است

با استفاده از شاخص SCDI می‌توان جنبه‌های مختلف خشکسالی را ارزیابی نمود. همان‌گونه که در شکل (۵) مشخص است منطقه مورد مطالعه در ماه پنجم سال ۲۰۰۴ ترسالی شدید و ماه نهم سال ۲۰۰۹ خشکسالی شدیدی را تجربه کرده است. این امر با مشاهده ۵ شاخص اصلی در شکل (۴) نیز قابل رویت است. بنابراین شاخص ترکیبی تخمین بسیار مناسبی از ترکیب تمام جنبه‌های خشکسالی به دست می‌دهد. مضاف بر اینکه با بررسی ضرایب همبستگی میان شاخص ترکیبی با هر ۵ شاخص ملاحظه شد که شاخص ترکیبی با دارا بودن ضریب همبستگی حدود ۰/۷۵ بیشترین مشابهت رفتاری با شاخص PDSI دارد که این امر را می‌توان به دلیل وزن بیشتر این شاخص و همینطور وسیع‌تر بودن بازه تغییرات آن مربوط دانست.

جدول ۱. بازه تغییرات و وزن پارامترهای شاخص ترکیبی

Index	SSI	SGI	SWSI	PDSI	SPI
	-5.32	-1.55	-4.13	-8.96	-2.83
Range	to 2.06	to 2.25	to 3.83	to 7.63	to 2.5
$W'$	0.15	0.15	0.2	0.4	0.1
$W''$	0.26	0.11	0.13	0.27	0.23
$W$	0.2	0.13	0.17	0.33	0.17

Table 1. The Range of Variation and Weight of Combined Index Parameters

که حدود ۶/۵ درصد است. در کل می‌توان نتیجه گرفت میزان حساسیت پارامترها در کل کم است.

جدول ۲. نتایج تحلیل حساسیت وزن‌ها

	Weights variation percentage							
	±10%		±20%		±30%		±40%	
	Low	Up	Low	Up	Low	Up	Low	Up
W <sub>PDSI</sub> (%)	0.83	0.09	1.53	0.37	2.14	0.87	2.68	1.65
W <sub>SGI</sub> (%)	0.08	0.21	0.62	0.32	0.76	1.26	1.43	2.23
W <sub>SPI</sub> (%)	0.05	0.36	0.21	0.89	0.49	1.64	0.93	2.67
W <sub>SSI</sub> (%)	0.57	0.11	1.07	0.46	1.51	1.08	1.92	2.05
W <sub>SWSI</sub> (%)	0.00	1.21	0.00	2.66	0.00	4.42	0.00	6.61

Table 2. Sensitivity analysis results of weights

### ۴-۳- کاپولا

در جدول (۳) نتایج ضرایب همبستگی از سه روش پیرسون، اسپرمن و کندل تاو ذکر شده است. همان‌گونه که ملاحظه می‌شود ضرایب به دست آمده از هر سه روش نزدیک یک است که نشان‌دهنده وابستگی قابل توجه دو متغیر مدت زمان و شدت خشکسالی و لزوم در نظر گرفتن تحلیل توام است. شدت و مدت خشکسالی بدین ترتیب محاسبه شده است که در نمودار SDCI خط با مقدار ۰/۵ به عنوان آستانه رخداد خشکسالی در نظر گرفته شد و قسمت‌هایی از نمودار که زیر این خط قرار گرفته‌اند به عنوان زمان‌هایی که خشکسالی رخ می‌دهد در نظر گرفته شد. برای نمونه در شکل (۵) یکی از رخداد‌های خشکسالی مشخص شده است. طول این بازه به عنوان مدت خشکسالی و مساحت شکل در زیر خط آستانه به عنوان شدت خشکسالی در نظر گرفته شده است. جدول (۴) نشان‌دهنده نتایج پارامترهای توابع مختلف مفصل و آزمون OLS است.

جدول ۳. ضرایب همبستگی از روش‌های پیرسون، اسپرمن و کندل تاو

Best Copula	Kendall tau	Spearman	Pearson
t	0.944	0.983	0.941

Table 3. Correlation Coefficients based on Pearson, Spearman and Kendall tau

طبق جدول (۴) مقدار OLS تابع مفصل کلایتن از همه کمتر است و به عنوان بهترین تابع مفصل انتخاب می‌شود. کمتر بودن تابع OLS به معنای نزدیک‌تر بودن توزیع احتمال توام تئوریک (به دست آمده از روابط ۱۶ تا ۱۹) به توزیع احتمالی تجربی است که در جدول (۴) تابع کلایتن این ویژگی را دارد هر چند که OLS کاپولاهای مختلف جدول (۴) فاصله نزدیکی با هم دارند. مشابه این امر در توابع توزیع تک متغیره پارامتریک نیز وجود دارد که تابع چگالی توزیع (PDF) توزیع‌های مختلف با هیستوگرام داده‌ها مقایسه و توزیع برتر با بررسی آزمون‌های مختلف نکوبی برازش (مانند Anderson darling, chi-squared و ...) انتخاب می‌شود.

جدول ۴. نتایج پارامترهای توابع مختلف مفصل و آزمون‌های OLS

	Copula	Frank	Gumbel	Clayton	t	Gaussian
Value	20.04	5.601	8.753	1 & 0.9716	0.955	
OLS Value	0.1096	0.1114	0.1113	0.1079	0.1122	

Table 4. Results of the parameters for various copula functions and OLS test

در شکل‌های (۷ و ۸) منحنی دوره بازگشت به ازای روابط عطفی و فصلی نشان داده شده است. همان‌گونه که ملاحظه می‌شود برای هر دوره بازگشت یک دسته جواب خواهیم داشت و به ازای هر زوج مرتب زمان خشکسالی و شدت خشکسالی، دوره بازگشت رابطه عطفی بیشتر از فصلی به دست خواهد آمد. دلیل این امر آن است که در دوره بازگشت فصلی حتی اگر یکی از متغیرهای تصادفی از آستانه مورد نظر بیشتر باشد آن پدیده دیگر واقعه حدی محسوب نمی‌شود پس دوره بازگشت کمتری به آن اختصاص می‌یابد.

از نمودارهای دوره بازگشت می‌توان برای برآورد ریسک سامانه‌های تامین آب به هنگام رخداد پدیده خشکسالی استفاده کرد. برای نمونه اگر بدانیم سامانه تامین آب مورد نظر (مانند مخازن سد یا مخزن‌های تامین آب شبکه‌های توزیع) قادر به تامین مناسب آب با وقوع خشکسالی با شدت ۲ و مدت ۱۰ ماه را ندارند در این صورت دوره بازگشت احتمال رخداد چنین موقعیتی بنابر شکل (۷) برابر با ۱۰ سال و طبق شکل (۸) برابر

با اعمال وزن هر کدام از شاخص‌ها که با ترکیب دو روش ذهنی (subjective) و عینی (objective) بدست آمد، شاخص ترکیبی استاندارد شده SCDI محاسبه شد. هر چه این شاخص به یک نزدیک‌تر باشد نشان‌دهنده خشکسالی شدیدتر خواهد بود. با استفاده از شاخص SCDI می‌توان جنبه‌های مختلف خشکسالی را ارزیابی نمود. در ادامه با استفاده از تابع کاپولا یک تحلیل شدت-مدت روی شاخص ترکیبی انجام و نتایج آن ارائه شد.

با توجه به نتایج به دست آمده مشاهده شد منطقه مورد مطالعه در ماه پنجم سال ۲۰۰۴ بیشترین شدت خشکسالی و ماه نهم سال ۲۰۰۹ ترسالی شدیدی را تجربه کرده است. این امر با مشاهده تاثیر سایر شاخص‌ها نیز قابل رویت است. همچنین نتایج تحلیل کاپولا نشان می‌دهد مقدار OLS تابع مفصل تی از همه کمتر است و به عنوان بهترین تابع مفصل انتخاب می‌شود. هر چند برای رسیدن به نتایج دقیق‌تر و به ویژه رسم دقیق‌تر منحنی‌های دوره بازگشت استفاده از توابع دیگر کاپولا و همچنین داشتن داده‌های بیشتر توصیه می‌شود.

## Reference

## ۶- مراجع

- [1] Karamouz, M., Zeynolabedin, A. and Olyaei, M.A., 2016. Regional Drought Resiliency and Vulnerability. *Journal of Hydrologic Engineering*, 21(11), p.05016028.
- [2] Karamouz, M., & Araghinejad, S., 2005. *Advanced hydrology*. Industrial University of Amir Kabir (Poly Technics), Tehran, Iran, Publication Centre of Amir Kabir University (In Persian).
- [3] McKee, T.B., Doesken, N.J. and Kleist, J., 1993, January. The relationship of drought frequency and duration to time scales. In *Proceedings of the 8th Conference on Applied Climatology* (Vol. 17, No. 22, pp. 179-183). Boston, MA: American Meteorological Society.
- [4] Karamouz, M., & Araghinejad, S., 2005. *Advanced hydrology*. Industrial University of Amir Kabir (Poly Technics), Tehran, Iran, Publication Centre of Amir Kabir University (In Persian).
- [5] Palmer, W.C., 1965. *Meteorological drought* (Vol. 30). Washington, DC: US Department of Commerce, Weather Bureau.
- [6] Shafer, B.A., 1982. Developemnet of a surface water supply index (SWSI) to assess the severity of drought conditions in snowpack runoff areas. In *Proceedings of the 50th Annual Western Snow*
- [7] Karamouz, M., Rasouli, K. and Nazif, S., 2009. Development of a hybrid index for drought prediction: case study. *Journal of Hydrologic Engineering*, 14(6), pp.617-627.
- [8] Hayes, M., Svoboda, M., Wall, N. and Widhalm, M., 2011. The Lincoln declaration on drought indices:

با ۵ سال خواهد بود. علت تفاوت دوره بازگشت به دست آمده از دو شکل در این است که در حالت عطفی دوره بازگشت پدیده‌هایی را در بر می‌گیرد که (در نمونه یادشده) شدتشان از ۴ و مدتشان از ۱۰ ماه بیشتر باشد در حالی که در حالت فصلی کافی است یکی از دو شرط یاد شده رخ دهد که طبیعتا دامنه وسیع‌تری از پدیده‌ها را در بر می‌گیرد و در نتیجه دارای احتمال وقوع بیشتر و به تبع آن دوره بازگشت کمتری می‌شود.

شکل ۷. دوره بازگشت توام عطفی

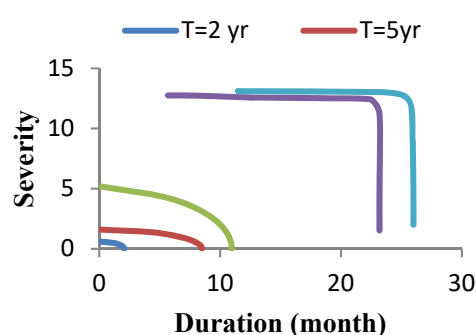


Fig. 7. Joint Return Period in "AND" Case

شکل ۸. دوره بازگشت توام فصلی

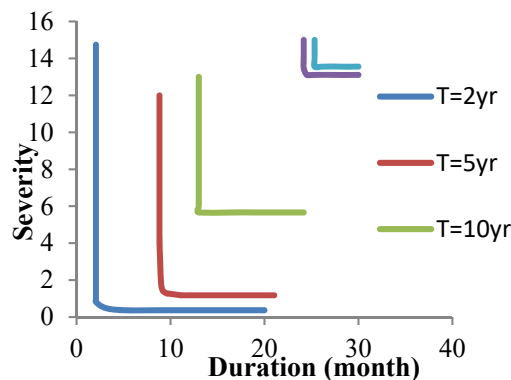


Fig. 8. Joint Return Period in "OR" Case

## ۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله برای تحلیل شدت خشکسالی، یک شاخص ترکیبی CDI ارائه شده است تا جنبه‌های مختلف خشکسالی لحاظ شود. برای این کار ابتدا ۵ شاخص SWSI, PDSI, SPI, SGI و SSI برای ۱۱ سال (۲۰۰۴-۲۰۱۴) محاسبه شدند. با توجه به این که شاخص‌ها دارای بازه تغییرات مختلفی هستند، ابتدا استاندارد شده و سپس

- variable (rainfall-runoff), Sharif Journal, doi: 10.24200/j30.2018.1355 (In Persian)
- [24] Omid, M., Mohammadzadeh, M., & Morid, S. (2010). The probabilistic analysis of drought severity-duration in Tehran province using copula functions. (In Persian)
- [25] Karamouz, M., & Araghinejad, S., 2005. Advanced hydrology. Industrial University of Amir Kabir (Poly Technics), Tehran, Iran, Publication Centre of Amir Kabir University (In Persian).
- [26] Thornthwaite, C.W. and Mather, J.R., 1957. Instructions and tables for computing potential evapotranspiration and the water balance (No. 551.57 T515i). Drexel Institute of Technology, Centerton, NJ (EUA). Laboratory of Climatology.
- [27] Palmer, W.C., 1965. Meteorological drought (Vol. 30). Washington, DC: US Department of Commerce, Weather Bureau.
- [28] Palmer, W.C., 1965. Meteorological drought (Vol. 30). Washington, DC: US Department of Commerce, Weather Bureau.
- [29] Steinemann, A., 2003. Drought indicators and triggers: a stochastic approach to evaluation. JAWRA Journal of the American Water Resources Association, 39(5), pp.1217-1233.
- [31] Sabbagh, J.A., Sayigh, A.A.M. and El-Salam, E.M.A., 1977. Estimation of the total solar radiation from meteorological data. Solar Energy, 19(3), pp.307-311.
- [32] Reddy, S.J., 1971. An empirical method for the estimation of total solar radiation. Solar energy, 13(2), pp.289-290.
- [33] Saaty, T. L. (1977). A scaling method for priorities in hierarchical structures. Journal of mathematical psychology, 15(3), 234-281.
- [34] Asgharizadeh, E., Mohammadi Balani, A., 2017. Multicriteria decision making techniques, University of Tehran publication
- [35] Shiau, J.T., 2006. Fitting drought duration and severity with two-dimensional copulas. Water resources management, 20(5), pp.795-815.
- [36] Nijssen, D., Schumann, A., Pahlow, M., & Klein, B., 2009. Planning of technical flood retention measures in large river basins under consideration of imprecise probabilities of multivariate hydrological loads. Natural Hazards and Earth System Sciences, 9(4), 1349-1363.
- [37] McElroy, F.W., 1967. A necessary and sufficient condition that ordinary least-squares estimators be best linear unbiased. Journal of the American Statistical Association, 62(320), pp.1302-1304
- universal meteorological drought index recommended. Bulletin of the American Meteorological Society, 92(4), pp.485-488.
- [9] Mu, Q., Zhao, M., Kimball, J.S., McDowell, N.G. and Running, S.W., 2013. A remotely sensed global terrestrial drought severity index. Bulletin of the American Meteorological Society, 94(1), pp.83-98.
- [10] Gupta, V.K. and Duckstein, L., 1975. A stochastic analysis of extreme droughts. Water Resources Research, 11(2), pp.221-228.
- [11] Zelenhasić, E. and Salvai, A., 1987. A method of streamflow drought analysis. Water Resources Research, 23(1), pp.156-168.
- [12] Kendall, D.R. and Dracup, J.A., 1992. On the generation of drought events using an alternating renewal-reward model. Stochastic Hydrology and Hydraulics, 6(1), pp.55-68.
- [13] Cancelliere, A., Ancarani, A. and Rossi, G., 1998. Susceptibility of water supply reservoirs to drought conditions. Journal of Hydrologic Engineering, 3(2), pp.140-148.
- [14] Chung, C.H. and Salas, J.D., 2000. Drought occurrence probabilities and risks of dependent hydrologic processes. Journal of Hydrologic Engineering, 5(3), pp.259-268.
- [15] Cancelliere, A. and Salas, J.D., 2004. Drought length properties for periodic-stochastic hydrologic data. Water resources research, 40(2).
- [16] Salas, J.D., Fu, C., Cancelliere, A., Dustin, D., Bode, D., Pineda, A. and Vincent, E., 2005. Characterizing the severity and risk of drought in the Poudre River, Colorado. Journal of Water Resources Planning and Management, 131(5), pp.383-393.
- [17] Dalezios, N.R., Loukas, A., Vasilades, L. and Liakopoulos, E., 2000. Severity-duration-frequency analysis of droughts and wet periods in Greece. Hydrological Sciences Journal, 45(5), pp.751-769.
- [18] Wong, G., Lambert, M.F., Leonard, M. and Metcalfe, A.V., 2009. Drought analysis using trivariate copulas conditional on climatic states. Journal of Hydrologic Engineering, 15(2), pp.129-141.
- [19] Shiau, J.T. and Modarres, R., 2009. Copula-based drought severity-duration-frequency analysis in Iran. Meteorological Applications, 16(4), pp.481-489.
- [20] Hao, Z. and AghaKouchak, A., 2013. Multivariate standardized drought index: a parametric multi-index model. Advances in Water Resources, 57, pp.12-18.
- [21] Saghafian, B. and Mehdikhani, H., 2014. Drought characterization using a new copula-based trivariate approach. Natural hazards, 72(3), pp.1391-1407.
- [22] Tosunoglu, F. and Kisi, O., 2016. Joint modelling of annual maximum drought severity and corresponding duration. Journal of Hydrology, 543, pp.406-422.
- [23] Chavosian, S.A., Nikravsh, G., deghanian, N., Nikravsh, A., 2018. Frequency analysis of drought occurrence based on the development of a two-

## Developing Combined Regional Drought Index and Presenting Return Period Curves Using Copula Function

Mohammad Ali Olyaie<sup>1</sup>, Amin Zeynolabedin<sup>2\*</sup>, Behzad Ghiasi<sup>3</sup>, Abdulreza Karbasi<sup>4</sup>

- 1- Ph.D. of Water Resources, Department of Water Resources Management, Graduate School of Civil Engineering, University of Tehran, Iran
- 2\*- Ph.D. Candidate of Water Resources, Department of Water Resources Management, Graduate School of Civil Engineering, University of Tehran, Iran
- 3- Ph.D. Candidate of Environmental Engineering-Water Resources, Graduate Faculty of Environment, University of Tehran, Tehran, Iran.
- 4- Assistant Professor of Water Engineering, Water Engineering, Faculty of Technical & Engineering, Imam Khomeini International University, Qazvin, Iran

\* aminzynolabedin@ut.ac.ir

### ABSTRACT

Drought is an integral part of natural hazards. It usually occurs gradually and without any warning. Moreover, this phenomenon is usually created over time and does not disappear quickly. Recently, some factors such as climate variability and the impact of climate change have influenced drought frequency and intensity in many parts of the world. Various definitions have been provided for drought but in general the lack of water resources in a specific period in a geographical area is considered as drought which implies this phenomenon as a regional hazard. IRAN is located in an arid and semi-arid region in which it experiences drought frequently. There are different types of drought such as meteorological, hydrological, agricultural and social-economic. These types are differentiated based on the influential factors which are rainfall, river flows, soil moisture, and social-economic consequences. There are many indices proposed for measuring drought severity; among them Standardized Precipitation Index (SPI), Palmer Drought Severity Index (PDSI) and Surface Water Supply Index (SWSI) could be mentioned. Each of these indices has its own pros and cons and is suitable for a particular type of drought. Therefore, knowing the types of drought can provide a better understanding of shortages and their characteristics. Various factors are utilized for measuring these indices including precipitation, reservoir storage, discharge, temperature and potential evapotranspiration. In this study the three main aforementioned indices were first calculated for Aharchay watershed, located in East Azerbaijan province. Next based on combining these three indices with another two important parameters, groundwater level and solar radiation, a combined drought index is developed and calculated for the studied region. Considering the fact that the aforementioned parameters and indices have different level of importance in combined index, different weights based on the expert opinions (subjective approach) and the level of variation (objective approach) are assigned to the parameters considering how critical each parameter is in the overall drought analysis. This combined index demonstrated various climatic, hydrological and agricultural aspect of the region. In the next step, bivariate analysis of the two variables, intensity and duration, is carried out using copula. This is done by first checking the dependency between intensity and duration using Pearson, Spearman, and Kendall correlation coefficients. Second, various copula functions were fitted such as Gaussian, T, Clayton and Gumbel functions. Third, based on the Ordinary Least Square (OLS) and test, the best copula functions were used. Lastly, based on the chosen copula the joint probability distributions were obtained. Two cases named "OR" and "AND" were defined for joint probability of the two variables and different return period curves were drawn. The results showed that the most severe drought in this watershed occurred in June 2004. Moreover, by assessing correlation coefficient between the considered indices it is shown that analysis of the drought in a region based solely on one index would neglect other imperative aspects in drought determination which necessitates a more integrated indicator. Furthermore, in bivariate analysis, return periods of "AND" cases were more than "OR" case. The results of this study could be utilized in preparedness and monitoring drought.

**Keywords:** Drought, Drought indices, Combined index, Copula function.