

# تحلیل سری زمانی فرایندهای هیدرولوژیک از دیدگاه نظریه آشوب

## (مطالعه موردی: بارش ماهانه دریاچه ارومیه)

سعید فرزین<sup>۱</sup>، خسرو حسینی<sup>۲</sup>، حجت کرمی<sup>۳</sup>، سید فرهاد موسوی<sup>۴\*</sup>

۱- استادیار، گروه مهندسی آب و سازه‌های هیدرولیکی، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه سمنان

۲- دانشیار، گروه مهندسی آب و سازه‌های هیدرولیکی، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه سمنان

۴- استاد، گروه مهندسی آب و سازه‌های هیدرولیکی، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه سمنان

fmousavi@semnan.ac.ir

تاریخ پذیرش: [۱۳۹۵/۰۷/۱۴]

تاریخ دریافت: [۱۳۹۴/۱۲/۲۱]

**چکیده** - مؤلفه‌های هیدرولوژیک دریاچه‌ها نقش اساسی در مدیریت کمی و کیفی آنها دارند. بررسی آشوبناکی و تصادفی بودن سری زمانی بارش در دریاچه‌ها اهمیت دارد. در این پژوهش، با استفاده از روش بُعد همبستگی (CDM)، سری زمانی بارش ماهانه دریاچه ارومیه، در دوره آماری ۴۰ ساله (۱۳۴۶-۱۳۸۶) تحلیل شد. پس از محاسبه زمان تاخیر، با استفاده از روش میانگین اطلاعات متقابل (AMI)، بُعد نهشتن و الگوریتم نزدیکترین همسایگی کاذب (FNN)، فضای حالت بازسازی و بُعد همبستگی محاسبه شد. سپس، با محاسبه شاخص نمای لیاپانوف و طیف توانی فوریه، وجود آشوب بررسی شد. نتایج نشان داد که بُعد همبستگی غیرصحیح (۲/۵۶)، مقدار مثبت نمای لیاپانوف با بیشینه حدود ۲/۵ و پهنای وسیع باند طیف فوریه، شواهدی بر وجود آشوب در سری زمانی بارش ماهانه است. بنابراین، سیستم دارای نظم است و جزو فرایندهای تصادفی مطرح نمی‌شود. در چنین سیستمی، نظریه آشوب قابلیت استخراج سری زمانی کوتاه مدت از سری زمانی بلند مدت را دارد.

**واژگان کلیدی:** بُعد همبستگی، بارش ماهانه، دریاچه ارومیه، طیف توان فوریه، نمای لیاپانوف.

### ۱- مقدمه

وسیع فرایندهای هیدرولوژیک، وابسته بودن آنها به مؤلفه‌های متعدد است. این امر سبب شد که بیشتر پژوهش‌های گذشته در زمینه مدل‌سازی‌های هیدرولوژیک منجر به نگرشی تصادفی و احتمالاتی شود [1].

عملکرد بیشتر پدیده‌های طبیعی در یک مقیاس زمانی کوتاه مدت کاملاً تصادفی و بی‌نظم به نظر می‌رسد. لیکن با تغییر مقیاس و استفاده از مدل‌های پیشرفته، نوعی دوره تناوب و نظم در آنها مشهود است [2]. امروزه، اعتقاد بر این است که تحلیل فرایندهای هیدرولوژیک، که ماهیت دینامیک (پویا) و غیرخطی دارند، با استفاده از مدل‌های آشوبی قطعی غیرخطی [1] نسبت به مدل‌های احتمالاتی، بهتر صورت می‌گیرد.

روش علمی برای شناخت و درک صحیح فرایندهای هیدرولوژیک، بررسی مدل‌های ساده شده‌ای از آنهاست. به طور کلی، یک مدل، نمایشی ساده از یک سیستم پیچیده است. در مدل ریاضی، رفتار یک سیستم به وسیله یک سری معادلات ریاضی همراه با جملات منطقی و ارتباط بین متغیرها و پارامترها بیان می‌شود. با وجود آنکه تاکنون مدل‌های ریاضی متعددی برای مدل‌سازی فرایندهای هیدرولوژیک پیشنهاد شده، اما هنوز رویکرد ریاضی یکسان و واحدی وجود ندارد [1]. علت این امر را می‌توان به تغییرپذیری قابل توجه زمانی و مکانی فرایندهای هیدرولوژیک و نیز محدودیت دسترسی ابزارهای ریاضی مناسب برای استخراج ساختار فرایندهای هیدرولوژیک نسبت داد. علت این تغییرات

همچنین نويزگيري شده با استفاده از نظريه آشوب مطالعه نمودند [11]. نتايج پژوهش توکلي و بابازاده نشان داد که تئوري آشوب و مدل سری زمانی ARIMA هر دو با دقتی نزدیک به یکدیگر، تبخیر و تعرق گیاه مرجع را برآورد می‌کنند [12].

بیشتر مطالعات انجام شده در زمینه وجود آشوب در فرایندهای هیدرولوژیک، بر آشوبناک بودن آنها با بُعد کم دلالت دارد [1]. حسن‌زاده و همکاران بر پایه الگوریتم موجک و نظریه آشوب، شاخص پایش خشکسالی شهر تبریز را بررسی و پیش‌بینی کردند [13]. برخی از نتایج گزارش شده، بحث‌های مفصلی را در بر داشته‌اند. علت این مسئله، محدودیت بعضی از روش‌های شناسایی آشوب در فرایندهای هیدرولوژیک است [1, 14].

مطالعه مؤلفه‌های هیدرولوژیک در تحلیل سامانه‌های منابع آب از جمله دریاچه‌ها، از موارد اساسی در بهره‌برداری و مدیریت کمی و کیفی این منابع به شمار می‌آید. در این میان، می‌توان به دریاچه ارومیه به عنوان بزرگترین دریاچه داخلی کشور اشاره کرد که اکنون با تهدیدات بسیاری درگیر است. در سالیان اخیر، تراز آب دریاچه به شدت کاهش یافته و حدود یک‌چهارم وسعت آن به شوره‌زار تبدیل شده است. بررسی‌ها نشان می‌دهد که مقادیر بارش، تأثیر برجسته‌ای بر نوسانات تراز آب دریاچه داشته و از مهمترین مؤلفه‌های بیلان آب دریاچه است. همچنین، نوسانات میزان بارش سبب تشدید ناهنجاری‌های هیدرولوژیک (خشکسالی‌ها و سیلاب‌ها)، تغییر چرخه آب و تغییر در میزان آب‌های جاری می‌شود. توزیع زمانی بارش در حوضه در چگونگی عملکرد مدل پیش‌بینی سیل با استفاده از پیش‌بینی بارش اهمیت زیادی دارد. به‌طور متوسط، سالانه حدود ۱۱۴۵ میلیون‌متر مکعب نزولات جوی به‌طور مستقیم بر سطح دریاچه ارومیه نازل می‌شود که تقریباً معادل ۲۵ درصد کل جریان‌های سطحی ورودی به دریاچه است. حوضه دریاچه ارومیه حدود ۷ درصد کل منابع آب سطحی کشور را دارد [15].

از آنجا که مقادیر بارش در دریاچه‌ها به مؤلفه‌های متعددی وابسته است و ماهیتی دینامیک دارد و نیز مدیریت چنین محیط‌های اکولوژیک حساس نیاز به کسب اطلاعات دقیق در فواصل مختلف زمانی دارد، نظریه آشوب نقش بی‌نظیری را در کسب اطلاعات از این پدیده ایفا می‌کند. مطالعه پدیده هیدرولوژیک

نظریه آشوب به شاخه‌ای از ریاضیات و فیزیک گفته می‌شود که مرتبط با سیستم‌هایی است که دینامیک آنها در برابر تغییر مقادیر اولیه، رفتار بسیار حساسی نشان می‌دهد. به این سیستم‌ها، سیستم‌های آشوبناک گفته می‌شود که از نوع غیر خطی دینامیک هستند [1]. این نظریه برای اولین بار در سال ۱۹۶۵ به وسیله ادوارد لورنز در هواشناسی به کار برده شد و سپس در حیطه تمام علوم و مباحث تجربی، ریاضی، رفتاری، مدیریتی و اجتماعی وارد شد [2].

رفتار آشوبناک دو ویژگی مهم دارد. این گونه رفتار از یک نظر، غیر قابل پیش‌بینی است؛ ولی از منظر دیگر دارای الگوی نهفته در درون خود است. آشوبناکی در مفهوم علمی‌اش اغتشاش مطلق نیست؛ بلکه بیشتر نوعی ناپایداری محدود است تا ناپایداری شدید و خارج از کنترل. این مسئله در واقع مبین ترکیبی از نظم و بی‌نظمی است که در آنها الگوها به‌طور مستمر در شکل‌های بی‌نظم، اما با یک روند مشابه، و دارای نظم غایی آشکار می‌شوند [3]. در دو دهه گذشته، مطالعات زیادی در زمینه کاربرد نظریه آشوب در تحلیل فرایندهای هیدرولوژیک انجام گرفته است. سولوماتین و همکاران تخمین سطح آب دریای شمال را با استفاده از نظریه آشوب و شبکه‌های عصبی مصنوعی انجام دادند. [4] استلیک به بررسی آشوب‌پذیری دبی روزانه رودخانه اولریسکا در جمهوری چک پرداخت [5]. خان و همکاران امکان وجود سیگنال‌های آشوبی در سری‌های زمانی محدود را بررسی نموده و نشان دادند که داده‌های هیدرولوژیک محدود هم می‌توانند رفتار آشوبناکی از خود نشان دهند [6]. دامل و یالچین به پیش‌بینی حجم سیلاب‌ها با استفاده از نظریه آشوب پرداختند [7]. شانگ و همکاران تکنیک‌های مدل‌سازی سری زمانی غیرخطی را برای تحلیل داده‌های رسوبات معلق به‌کار گرفتند [8]. وو و همکاران از مدل آشوب برای تخمین سری زمانی کیفیت آب با داده‌های کم استفاده کردند [9]. ایشان نتایج را با مدل خاکستری و مدل سری زمانی AR مقایسه نمودند و به این نتیجه رسیدند که دقت تخمین مدل آشوب بیشتر است. قربانی و همکاران وجود آشوب در سری زمانی جریان روزانه رودخانه را با استفاده از شاخص‌های بُعد همبستگی و بیشینه‌نمای لیاپانوف مطالعه کردند [10]. فتاحی و همکاران سری زمانی جریان رودخانه را در حالت نويزدار و

ساده، این شکل می‌تواند نوعی سطح منحنی یا خمیده باشد. این شکل‌ها، جاذب نامیده می‌شوند. هر نقطه روی جاذب نشان دهنده وضعیت پدیده در یک لحظه از زمان است. گروهی از جاذب‌ها وجود دارند که قدری غیر معمولی‌اند. به اینها، جاذب‌های «آشوبی» یا جاذب‌های «شگفت» می‌گویند. جاذب‌های شگفت در فضایی زندگی می‌کنند که یکی از قویترین اکتشافات علم امروزی است؛ در فضایی که راه تبدیل اعداد به تصاویر را ارائه می‌دهد. این فضا، فضای حالت (فاز، تحول) نام دارد [3]. به‌منظور بازسازی فضای حالت، تکنیک متداولی به وسیله تاکن ارائه شده است که می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} s(t) &= h(x(t)) \quad R^k \rightarrow R \\ y(t) &= [s(t), s(t+T), s(t+2T), \dots, s(t+(d-1)T)] \end{aligned} \quad (1)$$

در رابطه ۱، T فاصله زمانی یا زمان تأخیر، d بعد نهشتن و y(t) وضعیت لحظه‌ای سیستم است [24].

## ۲-۲- زمان تأخیر و بعد نهشتن

به منظور تعیین زمان تأخیر، از روش‌های تابع خودهمبستگی<sup>۴</sup> (ACF) و تابع میانگین اطلاعات متقابل استفاده می‌شود. خودهمبستگی شاخص مناسبی برای پیدا کردن الگوهای تکراری در یک سیستم است. هنگامی که یک سیستم رفتاری آشوبناک از خود بروز می‌دهد، اطلاعات مربوط به مبدأ و پیشینه یک حالت خاص از آن قابل دسترسی نیست. به این معنی که سیستم فقط با حالت‌های متأخر و نزدیک‌تر به آن حالت ارتباط و همبستگی دارد [25].

تعاریف متعددی برای تابع خودهمبستگی R(k) وجود دارد. مثلاً در رابطه ۲، داریم:

$$R(k) = \frac{\frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N-k} (x_t - \bar{x})(x_{t+k} - \bar{x})}{\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (x_t - \bar{x})^2} \quad (2)$$

بارش با استفاده از نظریه آشوب نیز ابتدا به وسیله هنس انجام شد [16]. وی بُعد همبستگی میزان بارش ماهانه در جزیره نارو را در حدود ۲/۵ تا ۴/۵ برآورد کرد. رودریگز و همکاران با استفاده از روش‌های بُعد همبستگی و نمای لیاپانوف، آشوبناک بودن سری زمانی مربوط به بارش هفتگی بوستون را بررسی کردند. نتایج روش بُعد همبستگی، وجود آشوب در سری زمانی را تأیید نکرد [17]. سیواکومار و همکاران بُعد همبستگی بارش روزانه سنگاپور در شش ایستگاه را نزدیک به ۱/۰ بیان نمودند [18]. برنتسون و همکاران سری زمانی بارش منطقه لاند سوئیس را بررسی کرده و بُعد همبستگی آن را بزرگتر از ۴ (یعنی مقدار زیاد) برآورد کردند [19]. جایاواردنا و لای وجود آشوب در بارش روزانه هنگ کنگ را با روش‌های بُعد همبستگی و نمای لیاپانوف مطالعه کردند [20]. نتایج پژوهش، شواهد متقاعدکننده‌ای از وجود آشوب در بارش روزانه هنگ کنگ را نشان می‌داد. سیواکومار و همکاران بُعد همبستگی بارش ماهانه رودخانه گوتا در سوئد را حدود ۶/۴ تخمین زدند [21]. نتایج بررسی سیواکومار در مورد بارش روزانه، دو روزه، چهار روزه و هشت روزه رودخانه لایف حاکی از بُعد همبستگی بالا است [22]. گاوم و همکاران با بررسی سری زمانی بارش پاریس با استفاده از روش بُعد همبستگی، به شواهد قطعی از وجود آشوب دست نیافتند [23]. مطالعه بیشتر پژوهش‌های گذشته نشان داد که وجود آشوب در سری زمانی بارش موضوع مهم و بحث برانگیزی است که تاکنون نظرات متفاوتی را در بر داشته است.

با توجه به آنچه که بیان شد، تأثیر محسوس مقدار بارش بر معادله بیلان آبی دریاچه ارومیه و نوسانات تراز آب آن و توان وسیع نظریه آشوب در تجزیه و تحلیل سیستم‌های غیرخطی دینامیک، مطالعه فرایند بارش در دریاچه ارومیه با استفاده از این نظریه، به عنوان روشی نوین، مطرح می‌شود.

## ۲- مواد و روش‌ها

### ۲-۱- بازسازی فضای حالت

ایجاد ارتباط بین هندسه و پدیده‌های دینامیک، امکان استفاده کردن از شکلی را به ما می‌دهد که می‌تواند کمک کند تا حدود کلی رفتارهای یک پدیده را تجسم نماییم. در مورد یک پدیده

1 Attractor  
2 Space phase  
3 Taken  
4 Autocorrelation function

$$E1(d) = \frac{E(d+1)}{E(d)} \quad (5)$$

که در آن، مقدار  $E(d)$  از رابطه ۶ حاصل می‌شود:

$$E(d) = \frac{1}{N-dT} \sum_{t=0}^{N-dT-1} \frac{\|y_{d+1}(t) - y_{d+1}^{NN}(t)\|}{\|y_d(t) - y_d^{NN}(t)\|} \quad (6)$$

در رابطه ۶،  $N$  معرف طول سری داده‌ها،  $d$  بعد نهشتن و  $NN$  نمایانگر نزدیک‌ترین بردار همسایه به بردار دیگر است. با افزایش مقدار  $d$ ،  $E1(d)$  به عدد یک نزدیکتر می‌شود. مناسب‌ترین مقدار  $d$ ، مقداری است که در آن تغییرات  $E1(d)$  متوقف شود و روند تقریباً ثابتی را طی کند.

همچنین، برای سیستم‌هایی با متغیرهای تصادفی، کمیت‌های زیر تعریف می‌شود:

$$E2(d) = \frac{E^*(d+1)}{E^*(d)}$$

$$E^*(d) = \frac{1}{N-dT} \sum_{t=0}^{N-dT-1} |s(t+dT) - s^{NN}(t+dT)| \quad (7)$$

در سیستم‌های با رفتار تصادفی، مقدار  $E2(d)$  برای همه داده‌ها نزدیک به یک باقی می‌ماند. در حالی که در سیستم‌های آشوبناک، این مقدار برای  $d$  های کوچک، کمتر از یک است [31,30].

### ۲-۳- الگوریتم بُعد همبستگی

زبان هندسی آشوب، فراکتال‌ها است. این مفهوم می‌تواند کاربردهای وسیعی در توصیف پدیده‌های آشوبناک و ظاهراً نامنظم داشته باشد. ویژگی اساسی در توصیف یک الگوی فراکتال، بُعد آن است. مقدار این بُعد برای سامانه‌های آشوبناک عددی غیر صحیح خواهد بود. یکی از روش‌های مرسوم و دقیق برای تعیین آشوبناکی سیستم و محاسبه بُعد آشوبی، الگوریتم بُعد همبستگی است که در سال ۱۹۸۳ به وسیله گراسبرگر و پروکاشیا ابداع شد [31, 30]. در این الگوریتم، برای فضای حالت با بعد نهشتن برابر

$d$  تابع همبستگی  $C(R)$  به صورت زیر تعریف می‌شود [32]:

$$C(R) = \lim_{R \rightarrow 0} kR^{D_c} \quad (8)$$

که در آن،  $k=0, 1, 2, \dots, N-1$  و  $N$  طول دامنه داده‌هاست. این تابع در سیستم‌های پیوسته به صورت زیر بیان می‌شود:

$$R_f(\tau) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N f(t)f(t+\tau) \quad (3)$$

$$\Rightarrow R_f(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)f(t-\tau)dt$$

یک روش برای تعیین مقدار تأخیر زمانی، استفاده از تابع خودهمبستگی است. معمولاً تأخیر زمانی مناسب برابر است با مقداری که در آن برای اولین بار این تابع، صفر را قطع می‌کند. در سیستم‌هایی که رفتار آشوبناک دارند، مشاهده می‌شود که تابع خودهمبستگی در  $\tau = 0$  دارای یک نقطه اوج بوده و پس از آن به سرعت افت می‌کند [25]. یکی دیگر از ویژگی‌های تابع خودهمبستگی در سیستم‌های آشوبناک، تناوبی بودن آنها پس از افت است [25, 26]. از آنجا که این روش همیشه پاسخگو نیست، روش اساسی برای تقریب زمان تأخیر سری‌های زمانی، تابع میانگین اطلاعات متقابل (AMI) است رابطه (۴). در این روش،  $T$  به عنوان زمان لازم برای از بین بردن ارتباط میان مقادیر دو سری زمانی و در نتیجه انتخاب نخستین عبور از صفر تابع همبستگی است.

$$I(T) = \sum_{s(t), s(t+T)} \Pr(s(t), s(t+T)) \log_2 \left[ \frac{\Pr(s(t), s(t+T))}{\Pr(s(t))\Pr(s(t+T))} \right] \quad (4)$$

در رابطه (۴)،  $t$  تعداد کل داده‌های سری زمانی و  $\Pr(s(t))$  و  $s(t+T)$  به ترتیب احتمالات  $s(t)$  و  $\Pr(s(t))$  است.  $\Pr$  نیز مقدار تابع احتمال است که می‌توان از هیستوگرام مربوط به داده‌ها استخراج کرد [27].

پس از تعیین زمان تأخیر، با استفاده از الگوریتم کائو بُعد نهشتن تعیین می‌شود. این روش، اصلاح شده روش نزدیک‌ترین همسایگی کاذب است و به وسیله دو کمیت  $E1(d)$  و  $E2(d)$  تعریف می‌شود و نسبت به دیگر روش‌ها دارای مزایایی است [28]. مقدار این دو کمیت طبق روابط (۵) و (۷) محاسبه می‌شود [29]:

شکل ۱: توان طیفی فوریه برای یک تابع آشوبناک (بالا) و یک تابع متناوب (پایین)

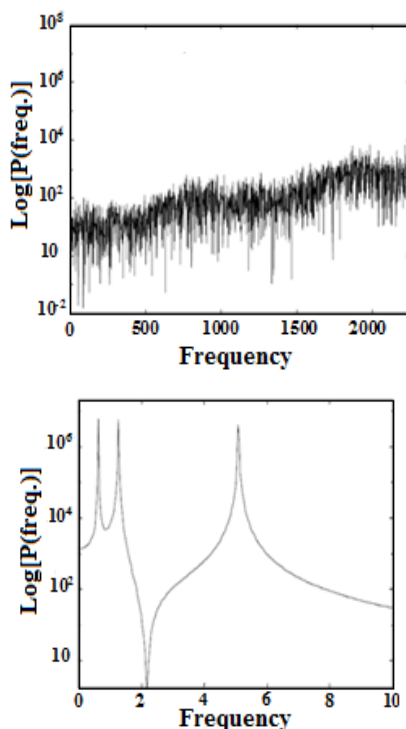


Fig. 1. Fourier power spectrum for a chaotic function (top) and a periodic function (bottom)

### ۳- تحلیل داده‌ها، نتایج و بحث

#### ۳-۱- محل و داده‌های مطالعه شده

در این مطالعه، داده‌های بارش ماهانه روی دریاچه ارومیه بررسی شده است. دریاچه ارومیه با طول تقریبی ۱۳۵ تا ۱۵۰ کیلومتر و عرض ۱۵ تا ۵۰ کیلومتر دارای مساحتی در حدود ۵۰۰۰ کیلومتر مربع (متغیر در سال‌های مختلف) و تراز متوسط ۱۲۷۵/۶ متر از سطح دریاهای آزاد است. این دریاچه بیستمین دریاچه وسیع و دومین دریاچه فوق اشباع نمک در دنیا محسوب می‌شود. شکل (۲) موقعیت جغرافیایی و توپوگرافی دریاچه ارومیه را نشان می‌دهد.

مطالعه مقادیر بارش در دریاچه ارومیه، به عنوان یکی از عوامل مهم بیلان آب دریاچه و به منظور استفاده از انرژی دریاچه، طراحی و ساخت سازه‌های هیدرولیکی در دریاچه و مدیریت کمی و کیفی منابع آب آن، اهمیت فوق‌العاده‌ای دارد. سری زمانی ۴۰ ساله (۱۳۸۶-۱۳۴۶) میزان بارش ماهانه دریاچه در شکل (۳) قابل مشاهده است. ویژگی‌های آماری نیز در جدول (۱) ارائه شده

در رابطه (۸)،  $DC$  بیانگر بُعد همبستگی است. گراسبرگر و پروکاشیا [28] ارزیابی  $C(R)$  را در محدوده مقادیر  $R$  پیشنهاد نمودند و سپس نتیجه گرفتند که  $DC$  از شیب خط مستقیمی که بر ناحیه خطی از پلات  $\ln C(R)$  در مقابل  $\ln(R)$  متناسب شده است، به دست می‌آید. اگر  $DC$  عدد صحیحی نباشد در این حالت یکی از خصایص مهم سامانه‌های آشوبناک بروز می‌کند [28].

#### ۲-۴- نمای لیاپانوف

یک مشخصه مهم سیستم‌های آشوبناک، حساسیت آنها نسبت به شرایط اولیه است. برای نشان دادن میزان حساسیت پاسخ سیستم به تحریک‌های کوچک، این کمیت را ارزیابی می‌کنند. نمای لیاپانوف  $\lambda_m$  با میانگین نرخ افزایشی به صورت زیر تعریف می‌شود [33]:

$$\lambda_m = \frac{1}{N\Delta t} \sum_{t=0}^{N-1} \ln \left( \left| \frac{s(t+\Delta t) - s'(t+\Delta t)}{s(t) - s'(t)} \right| \right) \quad (9)$$

که در آن،  $N$  تعداد کل داده‌ها،  $S(t)$  تابع اسکالر بازسازی شده به وسیله بعد نهشتن،  $S'(t)$  تابع اسکالر نزدیک به  $S(t)$  و  $\Delta t$  بازه زمانی است.

مثبت بودن نمای لیاپانوف نشان دهنده آشوب است. دو نقطه با همسایگی بینهایت کوچک در حالت اولیه، در جهت  $m$  به شدت از یکدیگر جدا می‌شوند. این پدیده "وابستگی حساس به شرایط اولیه" خوانده می‌شود.

#### ۲-۵- طیف توان فوریه

تابع طیف توان فوریه به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$P(\omega) = \frac{1}{N^2} \left| \sum_{t=0}^{N-1} x(t) \exp(-i(2\pi/N)t\omega) \right|^2 \quad (10)$$

برای داده‌های تناوبی، این شاخص در فرکانس‌هایی که معرف سیستم هستند حالتی میخی شکل داشته و در بقیه فرکانس‌ها در نزدیکی صفر قرار می‌گیرد. اما برای سیستم‌های آشوبناک، این شاخص دارای پهنای وسیعی است. در شکل (۱) این شاخص برای یک رفتار آشوبناک و یک رفتار تناوبی رسم شده است.

زمان تأخیر، توابع خودهمبستگی و میانگین اطلاعات متقابل در شکل‌های (۴ و ۵) ترسیم شدند.

با توجه به شکل (۴)، تابع خودهمبستگی به مقدار صفر نرسیده است. پس نمی‌توان مقدار دقیق زمان تأخیر را با آن محاسبه کرد. اما از آنجا که این تابع در  $\tau = 0$  دارای یک نقطه اوج است و پس از آن به سرعت افت می‌کند و سپس تابع تناوبی است، بنابراین نشانگر ویژگی‌های یک سیستم آشوبناک است [26]. برای استفاده از قضیه ابعاد محدود شده تاکن، مقدار تأخیر زمانی برابر با اولین مینیمم تابع (AMI) در نظر گرفته می‌شود. بنابراین، با توجه به شکل (۵)، زمان تأخیر داده‌ها برابر با ۲ است.

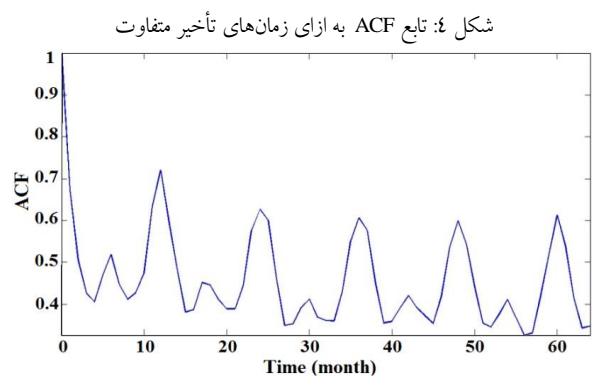


Fig. 4. ACF function for different delay times

با استفاده از روش کائو و کمیت  $EI(d)$ ، بُعد نهشتن محاسبه می‌شود شکل (۶). با توجه به شکل (۶)،  $EI(d)$  تا مقدار مشخصی بالا رفته، در پیرامون ۱ نوسان پیدا می‌کند و در  $d = 4$  دچار یک پیچ‌خوردگی شده است. بنابراین، بُعد نهشتن برابر با ۴ می‌شود که در واقع نوعی از اشباع بعد از ۴ را نشان می‌دهد.

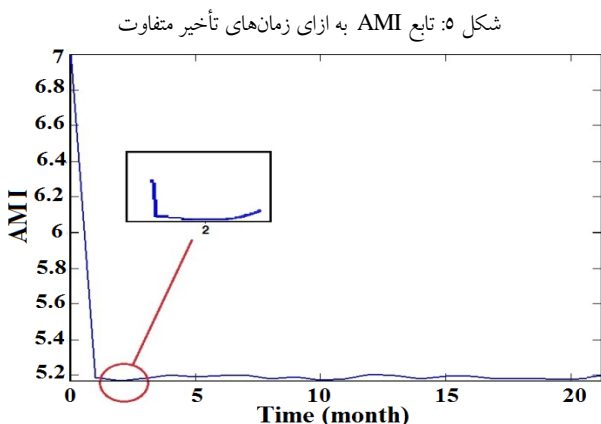


Fig. 5. AMI function for different delay times

است. محاسبات پژوهش حاضر، با استفاده از نرم افزار OpenTSTOOL و کد نویسی در محیط Matlab انجام شده است.

شکل ۲: موقعیت جغرافیایی و توپوگرافی دریاچه ارومیه

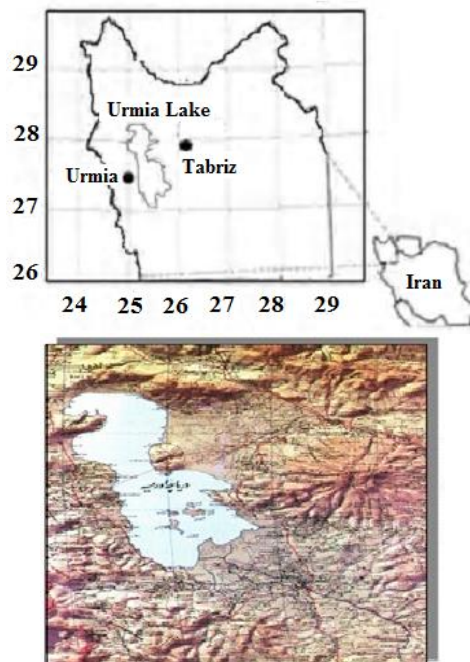


Fig. 2. Geographic location and topography of Urmia Lake

شکل ۳: سری زمانی ارتفاع بارش ماهانه در سطح دریاچه ارومیه طی دوره آماری

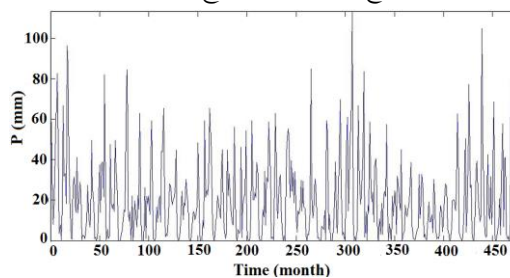


Fig. 3. Monthly rainfall depth series of Urmia Lake during the statistical period

جدول ۱. خصوصیات آماری سری زمانی بارش ماهانه در دریاچه ارومیه

480	Number of data
19.67	Average (mm)
19.85	Standard deviation
113.24	Max (mm)
0	Min (mm)
1.53	Skewness

Table 1. Statistical characteristics of monthly rainfall time series in Urmia Lake

### ۳-۲- ترسیم فضای حالت

برای بازسازی فضای حالت، نخستین مرحله، تخمین پارامترهای زمان تأخیر  $T$  و بُعد نهشتن  $d$  است. به‌منظور تعیین

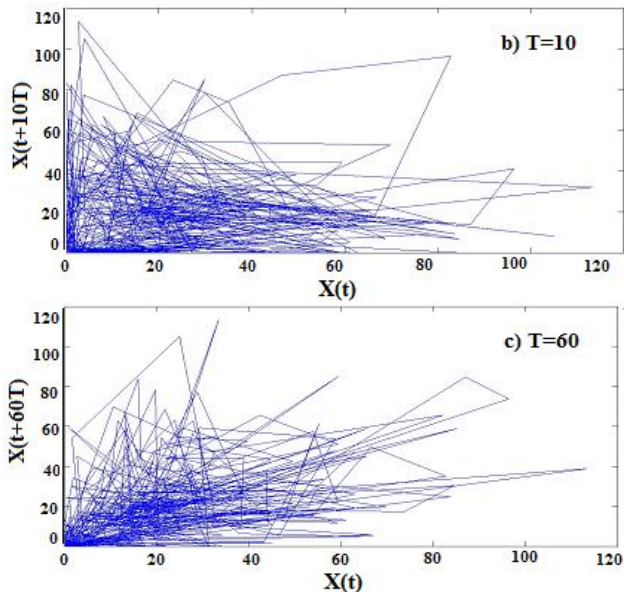


Fig. 8. Time evolution using phase space diagram

### ۳-۳- محاسبه بُعد همبستگی

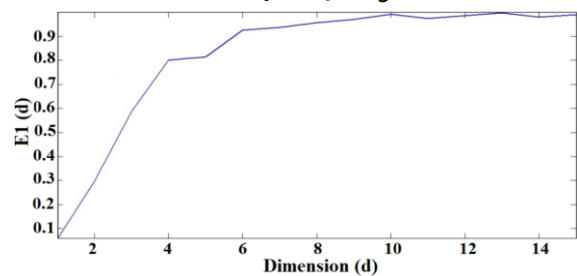
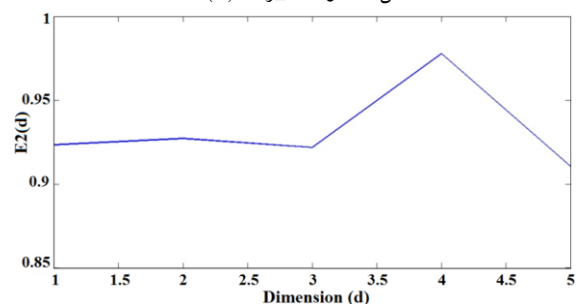
به منظور تعیین بُعد همبستگی، نمودار  $\ln C(R)$  در مقابل تغییرات  $\ln(R)$  در شکل (۹) رسم شده است. شیب قسمت خطی این دیاگرام با تقریب خوبی مقدار  $D_C$  را به دست می دهد. با توجه به شکل (۹)، شیب نمودار بُعد همبستگی برابر با مقدار غیر صحیح و کم  $2/56$  است که نشانگر رفتار آشوبناک سری زمانی مطالعه شده است. همچنین، حاکم بودن آشوب با بُعد کم، یک نتیجه مهم در پی دارد و آن امکان پیش بینی دقیق سری زمانی در فواصل زمانی کوتاه مدت است. زیرا در صورت وجود آشوب با بعد کم می توان با بازسازی فضای حالت، چگونگی تکامل زمانی سیستم را مشخص کرد [1].

### ۴-۳- برآورد نمای لیاپانوف

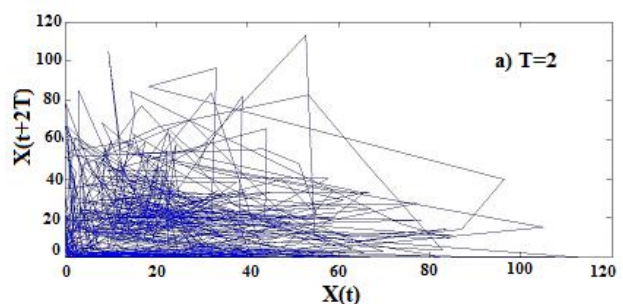
به منظور بررسی دیگر شاخص وجود آشوب در سری زمانی مطالعه شده، نمودار نمای لیاپانوف در شکل (۱۰) نمایش داده شده است. با توجه به این شکل، به وضوح مشخص است که مقادیر نمای لیاپانوف مثبت است. مثبت بودن نمای لیاپانوف نشان دهنده رفتار آشوبی سیستم است.

نمودار کمیت  $E2(d)$  در شکل (۷) ترسیم شده است. همان گونه که در این شکل مشاهده می شود، مقادیر  $E2(d)$  برای مقادیر کوچک  $d$ ، کمتر از یک باقی مانده که معرف آشوبناکی رفتار سیستم است [29, 30].

با تعیین زمان تأخیر و بُعد نهشتن، فضای حالت ترسیم می شود. شکل (۸)، فضای حالت را برای زمان های ۲، ۱۰ و ۶۰ نشان می دهد. این نمودارها در یک فضای دو بعدی ترسیم شده اند. فضای حالت، حالت لحظه ای سیستم را مشخص می کند. نمودار-های فضای حالت، تکامل یک گروه زمانی را نشان داده و مناطقی جاذب را مشخص می کنند. با توجه به شکل (۸)، فضای جاذب در زمان تأخیر نسبت به دیگر فضاهای جاذب، فضای کمتری را اشغال کرده است.

شکل ۶: نمودار تغییرات  $E1(d)$ Fig. 6. Diagram of  $E1(d)$  changesشکل ۷: نمودار تغییرات  $E2(d)$ Fig. 7. Diagram of  $E2(d)$  changes

شکل ۸: تکامل یک گروه زمانی با استفاده از نمودار فضای حالت



شکل ۱۱: پهنای باند وسیع در توان طیفی فوریه مربوط به دوره آماری

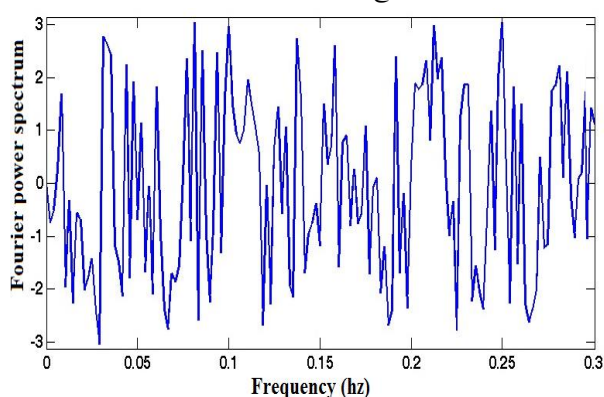


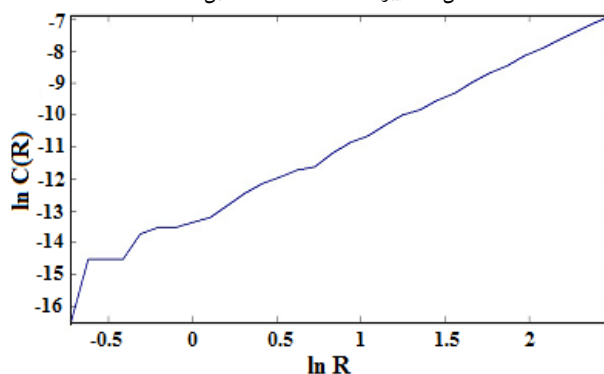
Fig. 11. Broadband in Fourier power spectrum during the studied period

#### ۴- نتیجه گیری

در این پژوهش، عملکرد نظریه آشوب برای مدل‌سازی رفتار پیچیده و غیرخطی بارش ماهانه در دریاچه ارومیه طی ۴۰ سال دوره آماری (۱۳۴۶-۱۳۸۶) مطالعه شد. بدین منظور، پس از معرفی مفاهیم این نظریه، زمان تأخیر محاسبه شد. ابتدا از تابع خودهمبستگی استفاده شد که توانست مقدار دقیق زمان تأخیر را محاسبه کند. اما از آنجا که این تابع در  $\tau = 0$  دارای یک نقطه اوج است و پس از آن به سرعت افت می‌کند و سپس تابع تناوبی است، بنابراین نشانگر ویژگی‌های یک سیستم آشوبناک است. سپس از روش میانگین اطلاعات متقابل استفاده شد ( $T = 2$ ).

در ادامه، با استفاده از روش کائو، نمودار کمیت  $EI(d)$  ترسیم شده و بُعد نهشتن نیز تعیین شد ( $d = 4$ ). با تعیین مقادیر زمان تأخیر و بُعد نهشتن، فضای حالت ترسیم شد. سپس با استفاده از الگوریتم گراسبرگر- پروکاشیا، بُعد همبستگی برابر  $2/56$  محاسبه شده است.

نتایج حاصل از بُعد همبستگی، نمای لیاپانوف، مقادیر طیف توان فوریه و کمیت  $E2(d)$ ، به عنوان شاخصی‌های تمایز بین رفتار آشوبناک و تصادفی به کار گرفته شد. بُعد همبستگی غیر صحیح، نمای لیاپانوف مثبت، پهنای باند وسیع توان فوریه و مقادیر کمتر از  $1/0$  نمودار  $E2(d)$ ، همگی حاکی از رفتار کاملاً آشوبناک سری زمانی بارش ماهانه در دریاچه ارومیه است. بنابراین رفتار سیستم بارش ماهانه در دریاچه غیر تصادفی است.

شکل ۹: تغییرات  $\ln C(R)$  در مقابل  $\ln R$ Fig. 9. Variations of  $\ln C(R)$  vs.  $\ln R$ 

شکل ۱۰: مقادیر مثبت نمای لیاپانوف برای بارش ماهانه دریاچه ارومیه

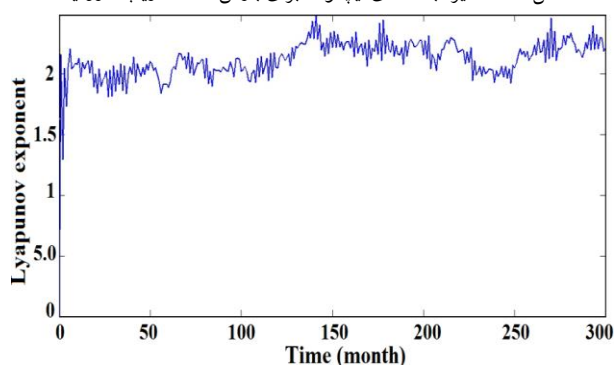


Fig. 10. Positive values of Lyapunov exponent for monthly rainfall of Urmia Lake

#### ۳-۵- تعیین پهنای طیف توان فوریه

مقادیر طیف توان فوریه به عنوان دیگر شاخص تعیین آشوبناکی سری زمانی مطالعه شده، در شکل (۱۱) نمایش داده شده است. مطابق این شکل، پهنای وسیع این شاخص معیاری است برای تمایز آشوبناکی از سامانه‌هایی که رفتاری تصادفی دارند.

در نهایت، بررسی اجمالی شاخص‌های آشوب، مقدار غیر صحیح شیب نمودار بُعد همبستگی، نمای لیاپانوف مثبت و پهنای وسیع باند در طیف توان فوریه، همگی نشانگر رفتار کاملاً آشوبناک سری زمانی بارش در دریاچه ارومیه است. این امر مبین آن است که رفتار سیستم غیر تصادفی است و به عبارتی جزو فرایندهای استوکاستیک و نویزدار مطرح نمی‌شود. حاکم بودن آشوب با بُعد همبستگی کم نیز یک نتیجه مهم در پی دارد و آن امکان پیش‌بینی دقیق سری زمانی مطالعه شده در فواصل زمانی کوتاه مدت است.



## ۵- مراجع

## References

- [17] Rodriguez-Iturbe I., De Power F.B., Sharifi M.B. & Georgakakos K.P. 1989 Chaos in rainfall. *Water Resources Research*, **25**, 1667-1675.
- [18] Sivakumar B., Liang S.Y., Liaw C.Y. & Phoon K.K. 1999. Singapore rainfall behavior: Chaotic? *International Journal of Hydrological Engineering, ASCE*, **4**, 38-48.
- [19] Berndtsson R., Jinno K., Kawamura A., Olsson J. & Xu S. 1994 Dynamical systems theory applied to long-term temperature and precipitation time series. *International Journal of Trends in Hydrology*, **1**, 291-297.
- [20] Jayawardena A.W. & Lai F. 1994 Analysis and prediction of chaos in rainfall and stream flow time series. *International Journal of Hydrology*, **153**, 23-52.
- [21] Sivakumar B., Berndtsson R., Olsson J., Jinno K. & Kawamura A. 2000. Dynamics of monthly rainfall-runoff process at the Gota basin: A search for chaos. *International Journal of Hydrology and Earth System Sciences*, **4**, 407-417.
- [22] Sivakumar B. 2001 Rainfall dynamics at different temporal scales: A chaotic perspective. *International Journal of Hydrology and Earth System Sciences*, **5**, 645-651.
- [23] Gaume E., Sivakumar B., Kolasinski M. & Hazoume L. 2006 Identification of chaos in rainfall temporal disaggregation. *International Journal of Hydrology*, **328**, 56-64.
- [24] Abarbanel H. 1996 *Analysis of Observed Chaotic Data*. Springer-Verlag, New York.
- [25] Holzfuss J. & Mayer-Kress G. 1986 An approach to error-estimation in the application of dimension algorithms. In: *Dimensions and Entropies in Chaotic Systems*, Mayer-Kress, G. (Ed.), Springer-Verlag, pp. 114-147.
- [26] Islam M.N. & Sivakumar B. 2002 Characterization and prediction of runoff dynamics: A nonlinear dynamical view. *International Journal of Advances in Water Resources*, **25**, 179-190.
- [27] Frazier C. & Kockelman K. 2004 Chaos theory and transportation systems: An instructive example. *Proc. of 83rd Annual Meeting of the Transportation Research Board*, Washington D.C.
- [28] Grassberger P. & Procaccia I. 1983 Characterization of strange attractors. *Physical Review Letters*, **50**, 346-349.
- [29] Cao L. 2007 Practical method for determining the minimum embedding dimension of scalar time series. *Physica D*, **110**, 43-50.
- [30] Strozzi L., Tenreiro E., Noe C. & Rossi T. 2007 Application of non-linear time series analysis techniques to Nordic spot electricity market data. *Liuc Papers, Series Technologia*, **11**, 1-5.
- [31] Hilborn T. 2000 *Chaos and Nonlinear Dynamics*. Oxford University Press.
- [32] Akay M., Henry B., Lovell N. & Camacho F. 2012 *Nonlinear Dynamics Time Series Analysis*. Wiley Online Library.
- [33] Banks F., Dragan V. & Jones A. 2003 *Chaos, A Mathematical Introduction*. Cambridge University Press.
- [1] Sivakumar B. 2000 Chaos theory in hydrology: Important issues and interpretations. *Journal of Hydrology*, **227**, 1-20.
- [2] Kocak K., Saylan L. & Sen O. 2000 Nonlinear time series prediction of O3 concentration in Istanbul. *Atmospheric Environment*, **34**, 1267-1271.
- [3] Argyris J., Faust G. & Haase M. 1994 *An Exploration of Chaos*. Elsevier Science B.V.
- [4] Solomatine D.P., Velickov S. & Wust J.C. 2001 Predicting water levels and currents in the North Sea using chaos theory and neural networks. *Proc. 29th IAHR Congress*, Beijing, China, pp. 1-11.
- [5] Stehlik J. 2003 *Deterministic chaos in runoff series*. Czech Hydro Meteorological Institute, Department of Experimental Hydrology, Prague.
- [6] Khan S., Ganguly A.R. & Saigal S. 2005 Detection and predictive modeling of chaos in finite hydrological time series. *Nonlinear Processes in Geophysics*, **12**, 41-53.
- [7] Damle C. & Yalcin A. 2007 Flood prediction using time series data mining. *Journal of Hydrology*, **333**, 305-316.
- [8] Shang P., Na X. & Kamae S. 2009 Chaotic analysis of time series in the sediment transport phenomenon. *Chaos, Solutions and Fractals*, **41**, 368-379.
- [9] Wu J., Lu J. & Wang J. 2009 Application of chaos and fractal models to water quality time series prediction. *Environmental Modelling and Software*, **24**, 632-636.
- [10] Ghorbani M.A., Kisi O. & Alinezhad M. 2010 A probe into the chaotic nature of daily stream flow time series by correlation dimension and largest Lyapunov methods. *Applied Mathematical Modelling*, **34**, 4050-4057.
- [11] Fattahi M.H., Talebbeydokhti N., Moradkhani H. & Nikoee E. 2013 Revealing the chaotic nature of river flow. *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Civil Engineering*, **37**, 437-456.
- [12] Tavakoli A.R. & Babazadeh H. 2015 Capability evaluation of time series and chaos theory in estimating reference crop evapotranspiration (Torbat-e-Heydariyeh synoptic station, Khorasan Razavi). *Iranian Journal of Water Research*, **9**, 111-120. (In Persian)
- [13] Hassanzadeh Y., Lotfollahi-Yaghin M.A., Shahverdi S., Farzin S. & Farzin N. 2013 De-noising and prediction of time series based on the wavelet algorithm and chaos theory (Case study: SPI drought monitoring index of Tabriz city). *Iranian Water Resources Research*, **8**, 1-13. (In Persian)
- [14] Sang Y.F. 2013 A review on the applications of wavelet transform in hydrology time series analysis. *Atmospheric Research*, **122**, 8-15.
- [15] Anonymous, 2007 *Report of water allocation in resources development projects*. Ministry of Energy, Tehran, Iran.
- [16] Hense A. 1987 On the possible existence of a strange attractor for the southern oscillation. *Beitrag zur Physik der Atmosphere*, **60**, 34-47.

# Analysis of Time Series in Hydrological Processes Using Chaos Theory (Case study: Monthly Rainfall of Urmia Lake)

S. Farzin<sup>1</sup>, Kh. Hosseini<sup>2</sup>, H. Karami<sup>3</sup>, S.F. Mousavi<sup>4\*</sup>

1,3-Assist. Prof., Depart. of Water Engineering and Hydraulic Structures, Faculty of Civil Engineering, Semnan University, Semnan, Iran.

2-Assoc. Prof., Department of Water Engineering and Hydraulic Structures, Faculty of Civil Engineering, Semnan University, Semnan, Iran.

4-Prof., Department of Water Engineering and Hydraulic Structures, Faculty of Civil Engineering, Semnan University, Semnan, Iran.

fmousavi@profs.semnan.ac.ir

## Abstract

A scientific method for correct recognition and understanding of hydrologic phenomena is the investigation of their simple models. Generally, a model is a simple representation of a complex system. In mathematical models, behavior of the system is described by a series of mathematical equations, along with logical relationships between variables and parameters. Despite the various proposed mathematical models for modeling the hydrologic phenomena, there is not a unique approach in this respect. This might be due to spatial and temporal variability of hydrologic phenomena and also lack of mathematical tools for extraction of a proper pattern for these phenomena. These variations are the result of dependability of the phenomena on different agents. This problem has caused the past researches on hydrologic modeling to view the situation as random and probabilistic. The performance of most natural phenomena, including hydrologic problems, in short time scales, to be viewed as completely random and without any trend. But, with a change in time scale, and using sophisticated models, a type of interval and order will be observed. Nowadays, researchers believe that hydrologic phenomena, which have dynamic and nonlinear nature, could be better analyzed by nonlinear and deterministic chaotic models. Hydrologic components in lakes have nonlinear and dynamic nature. However, since the changes that these components create in the lakes don't happen suddenly, it is possible to study and predict some of these elements in the hydrologic cycle. Nowadays, with the evolution of computer models, it is believed that analysis, modeling and control of complex natural phenomena, including hydrologic processes, could be better performed with chaotic models than probabilistic models. Studying the hydrologic components in analysis of water resources systems, such as lakes, is very important in their quantitative and qualitative operation and management. Due to the importance of precipitation in variations of water level in Urmia Lake, located in north-western Iran, the chaos theory could be a powerful approach to analyze and model the complex behavior of such phenomena. Investigation of chaotic or random behavior of rainfall time series in the lake, for the choice of the best suited rainfall simulation approach, is an important and controversial issue that has been dealt with in this research. First, using the correlation dimension method (CDM), the monthly rainfall time series of Urmia Lake was analyzed over a period of 40 years (1967-2007). After calculating the delay time using average mutual information (AMI) and also calculation of the embedding dimension using false nearest neighbor (FNN) algorithm, the phase space was reconstructed, then the correlation dimension was determined. Thereafter, by using Lyapunov exponent and Fourier power spectrum, the existence of chaos was investigated. Results revealed that the presence of chaos in the rainfall time series of Urmia Lake is evident of the non-integer CDM of 2.56, positive value of Lyapunov exponent (maximum of about 2.5) and broad band Fourier power spectrum. Consequently, the system behavior is regular; in other words, the system is not considered as random. In such system, chaos theory is capable of extracting short-term time series from long-term records. In addition, the existence of low-dimensional chaos implies the possibility of accurate short-term predictions of precipitation.

**Keywords:** Correlation dimension, Monthly rainfall, Urmia Lake, Fourier power spectrum, Lyapunov exponent.