

## بررسی عملکرد تبدیل موجک پیوسته در شناسایی مشخصات ترک

محمد علی لطف الله یقین<sup>۱\*</sup>، مهدی کوهدرق<sup>۲</sup>

۱- دانشیار، دانشکده‌ی مهندسی عمران، دانشگاه تبریز

۲- مریب، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد ملکان

lotfollahi@tabrizu.ac.ir

(دريافت مقاله: آذر ۱۳۸۶، دریافت پذیرش: شهریور ۱۳۸۷)

**چکیده**- بسیاری از شکست‌های سازه‌ای به‌سبب گسیختگی مواد تشکیل دهنده رخ می‌دهند. آغاز این گسیختگی‌ها با ترک همراه بوده که با گسترش خود به عنوان تهدید جدی برای رفتار سازه محسوب می‌شود، بر این اساس روش‌های تشخیص و نمایان سازی ترک، موضوع تحقیقات گسترده‌ای است که تاکنون انجام شده و ادامه دارد. در این میان، روش‌های مبتنی بر تبدیل موجک، از جمله روش‌های جدید و کارا در مباحث سیگنال است، و اهمیت بسیار بالایی دارد. بنابراین هدف از این تحقیق، یافتن روش‌هایی است که توانایی شناسایی مشخصات ترک را علاوه بر تئوری، در عمل نیز داشته باشند.

بدین منظور، در این مقاله، در حالت نخست سازه با استفاده از نرم افزار المان محدود ANSYS تحت آنالیز مودال قرار داده شده و سپس با استفاده از نرم افزار MATLAB در جعبه ابزار موجک، تحت آنالیز موجک قرار داده می‌شود و نتایج به صورت نمودهای دو بعدی ضرب-موقعیت مشاهده می‌شود

**واژه‌های کلیدی:** تبدیل موجک، آنالیز مودال، سیگنال

یا از نوع رشد آسیب و به صورت پیشرونده باشد مانند کاهش سختی و مقاومت در اثر رشد ترک. بنابراین به روش‌هایی برای شناسایی خرابی نیاز است. در این راستا روش‌های پایش سلامت سازه‌ها<sup>۱</sup> که به اختصار SHM نامیده می‌شود، موضوع تحقیقات پردازنهای است که

### ۱- مقدمه

سازه‌های موجود در معرض خطرات عمدہ‌ای مانند افت کارایی سازه و خرابی آن است. این مشکلات با خطرات طبیعی یا مصنوعی مانند زلزله و انفجار تشدید می‌شوند. آسیب‌های سازه‌ای سبب تغییرات نامطلوب در کارایی سازه می‌شوند. خرابی‌ها ممکن است مانند گسیختگی یک المان در اثر بارگذاری زلزله به‌طور ناگهانی رخ دهند،

طره که در یکی از مودهای طبیعی اش می‌لرزد به کار گرفته شود [۸]. لیانگ و همکارانش مسئله‌ی مشابهی را مطالعه کردند و نشان دادند که معادله‌ی مشخص می‌تواند برای محاسبه‌ی مقدار سختی برای یک فرکانس طبیعی و موقعیت ترک، حل شود [۹].

## ۲- زمینه‌ی تئوری تبدیل موجک پیوسته<sup>۱</sup>

تبدیل موجک Wavelet Transform (WT) یک روش مفید و جدید برای تحلیل سیگنال‌هاست. توابع موجک ترکیبی از یک سری توابع اساس است که قادر به تفکیک یک سیگنال در زمان (یا مکان) و فرکانس (یا مقیاس) است. بنابراین تبدیل‌های موجک قادرند بسیاری از جنبه‌های ناشناخته‌ی اطلاعات را که دیگر روش‌های تحلیل سیگنال نمی‌توانستند آشکار کنند، کشف کنند. این مشخصات به‌ویژه برای کاربردهای کشف ترک مفید است. علی‌رغم این‌که یکی از معایب تبدیل موجک، تفکیک فرکانسی ضعیف، در نواحی با فرکانس بالا می‌باشد بسیاری از محققین (وانگ، دنگ، کورلی) از تبدیلات موجک برای کشف ترک در قاب‌های سازه‌ای استفاده کرdenد. [۱۰ تا ۱۳].

با توجه به قابلیت بالای تبدیل موجک در تحلیل سیگنال پاسخ ارتعاشی یا استاتیکی یک سازه که شناسایی هرگونه ناپیوستگی یا ناهماهنگی - مانند کاهش ناگهانی سختی و مقاومت - را میسر می‌سازد، و از روی گراف ضرایب موجک (Wavelet Coefficients) به صورت یک یا چند نقطه‌ی نزدیک به هم دارای اختشاش یا مقادیر ناهماهنگ با نقاط دیگر قابل تشخیص است. تبدیل موجک یک سیگنال به صورت زیر تعریف می‌شود [۱۷]:

1.Continues Wavelet Transform

تاکنون انجام شده است. در سال‌های اخیر نیز برای توسعه‌ی سیستم‌های قابل اعتماد و بهینه‌ی SHM کوشش‌های فراوانی شده است. این سیستم‌ها باید جواب‌گوی سؤالاتی مانند محل آسیب و خرابی سازه‌ها باشند. که در این صورت می‌توان به تمهدات بعدی برای تعمیر و بهسازی سازه‌ها اندیشید. به‌طور کلی، SHM این‌طور

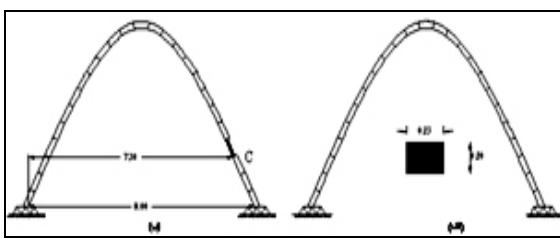
تعریف می‌شود: «گرداوری، ارزشیابی و آنالیز اطلاعات تکنیکی برای تسهیل در تصمیم‌گیری‌های مدیریتی در طول عمر سازه».

در این میان، ترک‌ها از مهم‌ترین دلایل شکست‌های سازه‌ای است که شناسایی و نمایان کردن آن‌ها در زمره‌ی متدهای SHM قرار می‌گیرد. در این مسیر تلاش‌های فراوانی انجام شده که می‌توان به تعدادی از این تجربیات اشاره کرد.

دیمارگوناس به عنوان ایده‌ی اولیه، ترک را به صورت نرمیت موضعی مدل کرد و سختی معادل را توسط آزمایشاتی به‌دست آورد [۱]. چاندراس این روش را برای مطالعه‌ی پاسخ دینامیکی تیر ترک خورده به کار برد [۲]. کاولی و آدامز روش تجربی را برای محاسبه‌ی موقعیت و عمق ترک، از تغییرات در فرکانس‌های طبیعی ارائه دادند [۳]. چاندراس و دیمارگوناس روشی را برای شناسایی ترک در اتصالات جوش شده پیشنهاد دادند [۴]. پتروسکی تکنیکی را برای مدل کردن ترک با استفاده از مدول مقطع ارائه داد [۵]. گودمانسون از روش اختلال (آشفتگی) برای پیش‌بینی تغییرات در فرکانس‌های طبیعی سازه‌ی منتج از ترک‌ها استفاده کرد [۶]. دیمارگوناس و پایپتس ترک را به صورت نرمیت موضعی مدل کردن و سختی معادل آن را با استفاده از روش سازوکار گسیختگی به دست آورده‌اند [۷]. ریزاس روشی را پیشنهاد داد که برای استفاده از دامنه‌ی اندازه‌گیری شده در دو نقطه از تیر

### ۳- مدل کردن سازه‌ی قوس‌دار

برای مدل کردن سازه‌ی قوس‌دار، یک تیر قوس‌دار به دهانه‌ی ۸ متر و ارتفاع ۵ متر با تکیه گاه‌های مفصلی که در شکل ۱ نشان داده شده به کار می‌رود. چگالی و مدول الاستیسیته‌ی سازه به ترتیب برابر  $7850 \text{ kg/m}^3$  و  $11 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$  است. مساحت و ممان اینرسی بخش عرضی المان برابر  $m^3 / 166 \times 10^4$  و  $m^4 / 0.05 \times 10^4$  است.



شکل ۱ مشخصات سازه‌ی مدل شده

### ۴- آنالیز مودال و پروسه‌ی شناسایی ترک با استفاده از موجک پیوسته

برای این منظور یک نمونه‌ی سالم و چهار نمونه‌ی ترک-دار و با مشخصات فیزیکی یاد شده در جدول ۱ نشان داده شده است. موقعیت ترک فاصله‌ی هفت متری از تکیه گاه چپ سازه است. این نمونه‌ها در باند فرکانسی ۱۰۰-۰ تحت آنالیز مودال قرار می‌گیرند. اولین تا چهارمین فرکانس طبیعی برای هر پنج نمونه در جدول ۲ آمده است.

$$W_x(b, a) = |a|^{-1/2} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \psi^*(\frac{t-b}{a}) dt \quad (1)$$

بنابراین تبدیل موجک با ضرب داخلی  $(t)x$  و نسخه‌ی انتقال یافته و مقیاس شده‌یتابع تکیه  $(t)\psi$  که موجک نامیده می‌شود، به دست می‌آید ( $\psi$  مزدوج مختلط تابع موجک است).

هنگامی که از یک تبدیل استفاده می‌شود تا از منظر بهتری به خواص سیگنال نگریسته شود، بایستی مطمئن بود که سیگنال کاملاً می‌تواند از شکل بازنمایی یافته بازسازی شود. از طرف دیگر بازنمایی می‌تواند کاملاً یا نسبتاً معنی باشد. برای تبدیل موجک، شرط بازسازی کامل عبارت است از:

$$C_\psi = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\Psi(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < \infty \quad (2)$$

که  $\Psi(\omega)$ ، تبدیل فوریه موجک است. این شرط به عنوان شرط پذیرفتگی (Admissibility) برای موجک شناخته می‌شود. برای این که موجک شرط بالا را داشته باشد بایستی:

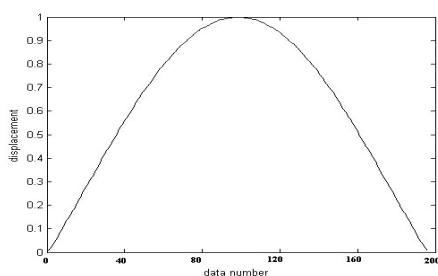
$$\Psi(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t) dt = 0 \quad (3)$$

به این معنی که موجک تابع نوسانی است با مقدار متوسط صفر؛ به علاوه،  $\Psi(\omega)$  باید با  $\omega \rightarrow 0$  و  $\omega \rightarrow \infty$  سریعاً کاهش یابد. پس  $\psi(t)$  بایستی پاسخ ضربه‌ی میانگذر باشد. از آنجایی که یک پاسخ ضربه، میانگذر شبیه به یک موج کوچک است، این تبدیل با عنوان تبدیل موجک شناخته می‌شود.

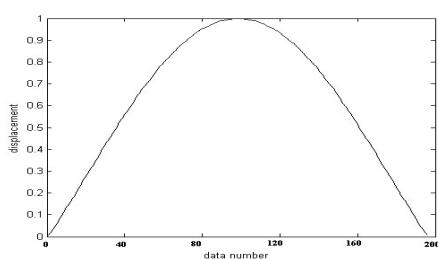
سپس برای شناسایی ترک، نتایج به دست آمده را با استفاده از آنالیز موجک پیوسته تحلیل می کنیم. نتایج برای نمونه ها در مود اول در شکل های ۳ تا ۱۲ (شماره های فرد) نشان داده شده است.

جدول ۲ نتایج چهار فرکانس طبیعی اول نمونه ها

نمونه	فرکانس مود اول	فرکانس مود دوم	فرکانس مود سوم	فرکانس مود چهارم
۱	۱۰/۴۱۳	۲۴/۵۸۸	۴۲/۲۷۹	۶۳/۳۰۹
۲	۱۰/۴۱۱	۲۴/۴۷۷	۴۱/۹۳۲	۶۲/۸۵۵
۳	۹/۶۳۰	۲۴/۵۳۱	۳۹/۶۴۴	۵۹/۶۴۴
۴	۹/۴۲۰	۲۴/۲۵۱	۳۸/۵۶۲	۵۸/۶۳۵
۵	۸/۹۲۵	۲۴/۱۲۰	۳۷/۸۵۶	۵۶/۶۳۵



شکل ۴ تغییر مکان، نمونه ۱ (سالم) در مود اول

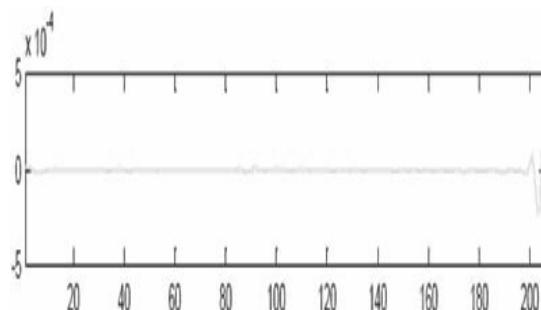


شکل ۶ تغییر مکان، نمونه ۲ در مود اول

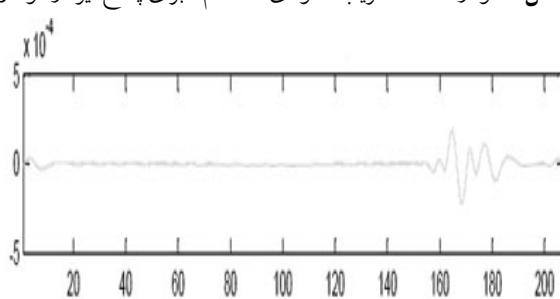
جدول ۱ مشخصات محل و عمق ترک در نمونه های مدل شده

نمونه	موقعیت ترک	شماره هی المانها	عمق ترک
۱	سالم	-	-
۲	C	(۲۱، ۲۰)	%۱۰
۳	C	(۲۱، ۲۰)	%۲۵
۴	C	(۲۱، ۲۰)	%۳۵
۵	C	(۲۱، ۲۰)	%۵۰

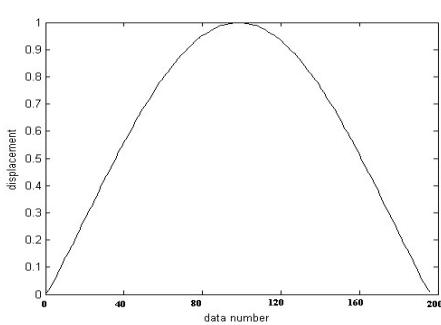
همان طور که جدول زیر نشان می دهد، با افزایش عمق ترک، مقادیر فرکانس ها کاهش می یابد که این کاهش فرکانس ها، از مود سوم به بعد بسیار محسوس است که این تغییرات به صورت یک ناهمانگی مشخص است. نتایج به دست آمده از آنالیز مودال برای تغییر مکان نمونه ها در ۲۰۷ نقطه از سازه در شکل های ۳ تا ۱۲ (شماره های زوج) نشان داده شده است؛



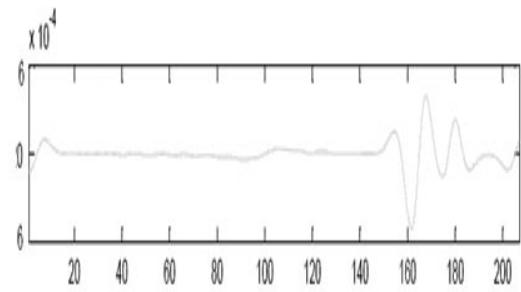
شکل ۳ نمودار مکان - ضریب، نمونه ۱ (سالم) برای پاسخ تیر در مود اول



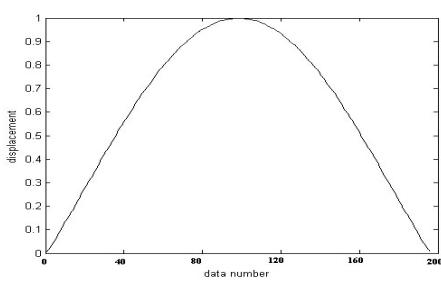
شکل ۵ نمودار مکان - ضریب، نمونه ۲ برای پاسخ تیر در مود اول



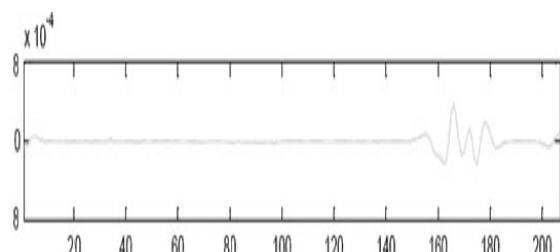
شکل ۸ تغییر مکان، نمونه‌ی ۲ در مود اول



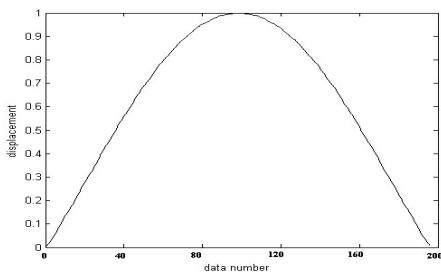
شکل ۷ نمودار مکان - ضریب، نمونه‌ی ۲ برای پاسخ تیر در مود اول



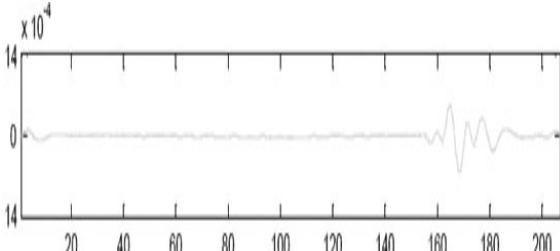
شکل ۱۰ تغییر مکان، نمونه‌ی ۲ در مود اول



شکل ۹ نمودار مکان - ضریب، نمونه‌ی ۲ برای پاسخ تیر در مود اول



شکل ۱۲ تغییر مکان، نمونه‌ی ۲ در مود اول



شکل ۱۱ نمودار مکان - ضریب، نمونه‌ی ۲ برای پاسخ تیر در مود اول

دچار مشکل می‌سازد و نمی‌توان ترک‌های چسبیده و یا نزدیک تکیه‌گاه را شناسایی کرد. همواره در محل تکیه‌گامها اغتشاش وجود دارد و همچنین همان‌طور که شکلهای ۵ تا ۱۲ (شماره‌های فرد) نشان می‌دهند، اغتشاش و ناهماهنگی مابین نقاط ۱۶۰ تا ۱۸۰ دیده می‌شود که دقیقاً محل ترک در سازه‌ی معیوب است. با این روش می‌توان محل ترک را به-

همان‌طور که شکل ۳ نشان می‌دهد، در طول تیر هیچ اغتشاش یا ناهماهنگی دیده نمی‌شود و این گواه این مطلب است که سازه در طول خود دارای ترک یا خرابی نیست ولی در محل تکیه‌گامها دارای یک اغتشاش است که این اغتشاش از جمله معاویت تبدیل موجک به شمار می‌رود. وجود اغتشاش تکیه‌گاهی عمل شناسایی ترک را در نقاط انتهایی

- American society of Mechanical Engineering Technical Conference, 1979, p.p. 79-46, St. Louis.
- [4] Daubechies I., Ten lectures on Wavelets, CBMS-NSF Conference Series 61, Philadelphia, PA: SIAM. 1992.
- [5] Petroski H.J., simple static and dynamic models for the cracked elastic beam, International Journal of Fracture 17, 1981. P.P. 71-76.
- [6] Gudmaunson P., Engine frequency changes of Structures Due to cracks, notches or other geometrical changes. Journal of Mechanics and Physics of Solids 30.1982, P.P. 339-353.
- [7] Dimarogonas A.D., Paipets S.A., Analytical Methods in Rotor Dynamic Elsevier Applied Science, London. 1986.
- [8] Liang R.Y., Choy F.K., Hu J., detection of cracks in beam structures using measurement of natural frequencies, Journal of the Franklin Institute 328, 1981. P.P. 505-518.
- [9] Rizos P., Aspragathos N., Dimarogonas A.D., Identification of crack location and magnitude in Cantilever beam from the vibration modes. Journal of Sound and Vibration 138, 1990. P.P.381-388.
- [10] Hou, Z., Noori, M., St. Amand, R., Wavelet-based approach for structural damage detection. Journal of Structural Engineering, ASCE 12 (7), 2000. 677–683.
- [11] Kitada, Y., Identification of nonlinear structural dynamic systems using wavelets. Journal of Engineering Mechanics, ASCE 124 (10), 1998. 1059–1066.
- [12] Wang, Q., Deng, X., Damage detection with spatial wavelets. International Journal of Solids and Structures 36 (23), 1999. 3443–3468
- [13] Gurley, K., Kareem, A., Application of wavelet transform in earthquake, wind and ocean engineering. Engineering Structures 21, 1999. 149–167.

طور واضح شناسایی کرد و همچنین طول اغتشاشات با طول ترک در سازه مطابقت دارد و اغتشاشات تکیه‌گاهی همچنان در نمودارها مشهود است.

## ۵- نتیجه گیری

تبدیل موجک معمولی قابلیت بالایی در تحلیل سیگنال پاسخ ارتعاشی یا استاتیکی دارد. این قابلیت در شناسایی انواع ناپیوستگی یا ناهماهنگی، مانند کاهش ناگهانی سختی، نمایان است و از روی گراف ضرایب موجک پیوسته به صورت یک یا چند نقطه نزدیک به هم دارای اغتشاش یا مقادیر ناهماهنگ با نقاط دیگر قابل تشخیص است. بر این اساس روش موجک از جمله روش‌های بسیار کارا در زمرة کشف آسیب به شمار می‌آید.

علیرغم این‌که در روش مبتنی بر تبدیل موجک پیوسته، امکان شناسایی ترک وجود دارد، به دست آوردن نتایج آنالیز مودال در عمل تقریباً غیر ممکن است. همچنین برداشت ۲۰۷ داده از روی سازه مشکل و بسیار پر هزینه است. تأثیر نقاط انتهایی، از جمله مشکلات تبدیل موجک پیوسته است که در آنالیز موجک، با بالا رفتن مقیاس، تأثیر این نقاط بیشتر می‌شود.

در حالت کلی، به دلیل تداخل اثر ترک با اثر نقطه‌ی انتهایی، شناسایی ترک چسبیده به تکیه‌گاه در تبدیل موجک پیوسته، به سادگی امکان‌پذیر نیست.

## ۶- مراجع

- [1] Dimarogonas A.D., Vibration Engineering, West Publishes, St. Paul, MN.1976.
- [2] Chondros T., Dynamic Response of Cracked Beams, M Sc. Thesis, university of patras, Greece.1977.
- [3] Cawley p., Adams R.D., Defect location in Structures by a Vibration Technique,