

# بررسی عملکرد مدل‌های مختلف آشفتگی در جریان عبوری

## از جام پرتابی مثلثی

سید حامی حجتی<sup>۱</sup>، سعید محمدیون<sup>۲</sup>، سید علی اکبر صالحی نیشابوری<sup>۳\*</sup>

۱- کارشناس ارشد مهندسی عمران و محیط زیست دانشگاه تربیت مدرس

۲- دانشجوی دکتری مهندسی آب و سازه های هیدرولیکی، دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه تربیت مدرس

۳- استاد دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست و پژوهشکده مهندسی آب، دانشگاه تربیت مدرس

Salehi@modares.ac.ir

تاریخ پذیرش: [۱۳۹۳/۱۰/۲۱]

تاریخ دریافت: [۱۳۹۳/۲/۳]

**چکیده** - جریان عبوری از جام پرتابی، جریانی به شدت آشفته و دو فازی است. آشفتگی یکی از محدودکننده‌ترین عوامل در شبیه‌سازی عددی جریان سیالات است، به طوری که با ثابت فرض کردن ابعاد شبکه و روش گسسته‌سازی، عامل موثر در زمان محاسبات، مدل آشفتگی خواهد بود. هدف از انجام این پژوهش، استفاده از روش عددی در تحلیل جریان دو فازی و آشفته عبوری از جام پرتابی مثلثی به منظور مقایسه آن با نتایج آزمایشگاهی و بررسی عملکرد مدل‌های مختلف آشفتگی برای این نوع جریان‌ها است. به منظور دست‌یابی به اهداف گفته شده با استفاده از نرم افزار فلونت، معادلات رینولدز درحالت دوبعدی و گذرا برای جریان عبوری از جام پرتابی حل شده‌اند. برای مدل کردن جریان آشفته از مدل‌های مختلف آشفتگی  $k-\epsilon$ ،  $k-\omega$  و RSM و به منظور شبیه‌سازی جریان دوفازی آب و هوا از روش حجم سیال استفاده شده است. در بررسی پارامتر بیشینه فشار دینامیکی روی جام مدل  $k-\epsilon$  استاندارد حالت "عدد رینولدز پایین (LRN)" و مدل RSM Stress Omega حالت "عدد رینولدز پایین (LRN)" جواب‌های مشابه و دقیقی را در بین مدل‌های بررسی شده به دست می‌آورند. مدل‌های مختلف  $k-\epsilon$  به خوبی قادر به پیش‌بینی پروفیل خروجی جت از جام نیست، اما این مدل‌ها در تعیین پارامتر بیشینه فشار دینامیکی روی جام نتایج خوبی پیش‌بینی می‌کنند. مدل SST  $k-\omega$  جواب بهتری نسبت به مدل  $k-\omega$  استاندارد و جوابی مشابه با مدل  $k-\epsilon$  در محاسبه بیشینه فشار دینامیکی روی جام می‌دهد. همچنین این مدل در محاسبه پروفیل جت خروجی از جام عملکرد بهتری نسبت به سایر مدل‌های مبتنی بر لزجت گردابه‌ای ارائه می‌دهد. در نهایت مدل SST  $k-\omega$  با در نظرگیری زمان و هزینه محاسبات به عنوان مدل مناسب برای جریان عبوری از جام پرتابی مثلثی معرفی شده است.

**واژگان کلیدی:** جام پرتابی مثلثی، مدل‌های آشفتگی، جریان دو فازی، پرش اسکی

### ۱- مقدمه

جریان آب در جام پرتابی با ایجاد یک پرش اسکی شکل از روی جام (به صورت یک جت) به پایین دست سد منتقل می‌شود.

مطالعات انجام شده در زمینه عملکرد جام‌های پرتابی بیشتر مربوط به جام پرتابی دایره‌ای بوده است. در سال ۱۹۶۱، بالوفت با فرض وجود جریان غیر چرخشی در جام، بیشینه فشار روی جام را محاسبه کرد و نتایج تئوری را با نتایج حاصل از آزمایش مقایسه نمود [۲]. جوآن و هگر در سال ۲۰۰۰ با استفاده از مدل

مستهلك کننده‌های انرژی، سازه‌هایی است که در انتهای سرریزها و مجاری تحتانی سدها به منظور استهلاک انرژی جریان ساخته می‌شوند. سه نوع متداول سازه‌های مستهلك کننده جریان عبارتند از [۱]: حوضچه‌های آرامش<sup>۱</sup>، جام غلتابی<sup>۲</sup> و جام پرتابی<sup>۳</sup>.

- 1 Stilling Basins
- 2 Roller Bucket
- 3 Flip Bucket

جواب‌ها، توانایی ثبت جزئیات الگوی جریان مانند جریان‌های ثانویه و زمان محاسبات دارد. انتخاب مدل آشفتگی باید بر اساس ملاحظات از قبیل محصور شدگی فیزیکی جریان، دقت مورد نظر، منابع محاسباتی موجود و زمان شبیه‌سازی صورت پذیرد [۱۰]. حقیقت آن است که هیچ مدل آشفتگی کاملاً فراگیری که در تمامی مسائل قابل کاربرد باشد، وجود ندارد [۱۰]. به عنوان نمونه در بررسی جت‌ها، گرفت و همکاران در سال ۱۹۹۳، ۴ مدل آشفتگی مختلف از جمله مدل  $k-\epsilon$  را برای جریان ناشی از جت اصابت کننده<sup>۲</sup> به یک صفحه بررسی کردند [۱۱]. در نهایت بیان شده‌است مدل  $k-\epsilon$  به دلیل ضعف در رابطه تنش- کرنش لزجت گردابه‌ای، عملکرد مناسبی نداشته است [۱۱]. همچنین هشل و همکاران در سال ۲۰۰۵ به بررسی جت دیواره‌ای پرداختند و به این نتیجه رسیدند که مدل‌های آشفتگی مبتنی بر لزجت گردابه‌ای خطی، مانند  $k-\epsilon$  استاندارد و مدل کرنش فشاری ایزوتروپیک (که یکی از مدل‌های RSM است) توانایی پیش‌بینی مناسب نرخ گسترش جانبی را ندارند و دلیل آن پیش‌بینی نامناسب اثر انعکاس دیواره است [۱۲]. با توجه به دو مرجع اخیر مشخص می‌شود حتی مدل RSM که فرض ایزوتروپیک بودن لزجت گردابه‌ای را کنار گذاشته و معادلات RANS را با در نظر گرفتن معادلات انتقال برای هر یک از تنش‌های رینولدز به همراه یک معادله برای نرخ استهلاك، قابل تحلیل می‌نماید؛ نیز ممکن است برای همه جریان‌ها منجر به نتایجی که به طور مشخص بهتر از مدل‌های ساده‌تر باشد؛ نشود و هزینه محاسباتی بیشتر را توجیه نکند.

در این پژوهش به منظور انتخاب بهترین مدل آشفتگی برای شبیه‌سازی جریان در جام پرتابی، انواع مدل‌های آشفتگی  $k-\omega$ ،  $k-\epsilon$  و RSM در نرم‌افزار فلونت مورد بررسی قرار گرفته و نقاط ضعف و قوت این مدل‌ها برای مدل‌سازی عددی جریان در جام پرتابی مثلثی به تفصیل مورد تحلیل قرار گرفته است.

## ۲- معادلات حاکم

پژوهش‌های انجام گرفته نشان می‌دهد، نرم‌افزار فلونت به خوبی قادر به مدل‌سازی جریان دو فاز آشفتگی بر روی جام

آزمایشگاهی به بررسی تاثیر عدد فرود جریان و هندسه جام بر توزیع فشار دینامیکی روی جام پرتابی دایروی و مقایسه نتایج خود با نتایج حاصل از روابط تئوری و همچنین بررسی پروفیل سطح آزاد جت خروجی از جام پرداختند [۳]. هلمر و همکاران در سال ۲۰۰۵ با گسترش آزمایش‌های جوان و هگر [۳] و بررسی فشار در کف جام و ویژگی‌های جریان برای هندسه و اعداد فرود متفاوت، روابطی را برای محاسبه بیشینه فشار و مکان وقوع آن ارائه دادند [۴]. گسلا با استفاده از نرم افزار FLOW-3D (و استفاده از مدل  $k-\epsilon$  استاندارد) به بررسی تغییر رفتار جت پرتابی از جام و ناحیه تأثیر آن در اثر تغییر دبی ورودی به سرریز، با استفاده از روش حجم سیال، پرداخت و نتایج او با نتایج به دست آمده از آزمایشگاه هماهنگی داشت [۵]. استینر و همکاران در سال ۲۰۰۸ کاری مشابه به کار هلمر و همکارانش [۴]، اما، روی جام مثلثی، انجام دادند [۶]. ایشان به بررسی آزمایشگاهی پروفیل جت پرتابی از جام مثلثی شکل با کانال منشوری، و اثر عدد فرود جریان ورودی و شعاع جام بر روی آن پرداختند [۶]. لارس و همکارانش، با استفاده از مدل عددی PFEM<sup>۱</sup> به بررسی دقت مدل خود نسبت به مدل آزمایشگاهی جوان و هگر [۳] پرداختند [۷]. در بررسی جت پرتابی از جام، آن‌ها دریافته‌اند که با رسیدن جریان به حالت ماندگار، نتایج محاسبه شده به وسیله روش عددی با نتایج آزمایشگاهی اختلاف زیادی دارند [۷]. همچنین توزیع فشار در کف جام نیز محاسبه شد و با ریزتر کردن شبکه‌ها نتایج به دست آمده به نتایج آزمایشگاهی نزدیک شد [۷]. فیستر در سال ۲۰۰۸ با در نظر گرفتن شیب‌های مختلف برای کانال بالادست و پایین دست جام پرتابی مثلثی، رابطه‌ای برای طول جت خروجی از جام تا نقطه برخورد آن به پایاب ارائه داد [۸]. فیستر در سال ۲۰۱۲ به بررسی زاویه پرتاب جت پرداخت که در نهایت رابطه‌ای برای آن ارائه داد. ایشان در این رابطه اثر شیب تنداب را نیز در نظر گرفت [۹].

آشفتگی یکی از بحث برانگیزترین موضوعات در دینامیک سیالات است. انتخاب مدل آشفتگی، تاثیر زیادی بر دقت

[۶]. این مدل شامل کانال ورودی افقی، جام مثلثی و کانالی در تراز پایین‌تر از کانال ورودی است. (شکل ۱) شمای کلی مدل را نشان می‌دهد. در این شکل  $\gamma$  زاویه انحراف جام،  $W$  ارتفاع جام،  $S$  فاصله لبه جام تا کف کانال پایین دست،  $V_0$  سرعت اولیه جریان،  $h_0$  عمق جریان ورودی کانال بالادست،  $h_M$  بیشینه ارتفاع جت پرتابی،  $\alpha_0$  و  $\alpha_U$  به ترتیب زوایای پروفیل فوقانی و تحتانی جت خروجی از منحرف کننده مثلثی است [۶].

شکل (۱) هندسه و طرح کلی جام پرتابی مثلثی [۶]

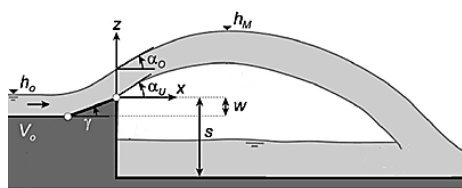


Fig. 1. Definition sketch for plane ski jump flow using triangular deflector

#### ۴- شرایط مرزی، گام زمانی و چگونگی شبکه بندی مدل

در ورودی کانال اصلی، شرط مرزی ورودی سرعت<sup>۲</sup> برای فاز آب و فاز هوا انتخاب شده است، که در آن سرعت برای فاز آب با توجه به عدد فرود ( $F_0$ ) و عمق اولیه جریان ( $h_0$ ) متغیر بوده و از رابطه  $V_0 = F_0 \cdot \sqrt{gh_0}$  محاسبه شده و سرعت برای فاز هوا بسیار ناچیز ( $0/009 \text{ m/s}$ ) در نظر گرفته شده است. شرط مرزی دیواره برای مرزهای صلب میدان اعمال شده و دیواره‌ها از لحاظ هیدرولیکی سطوح صاف در نظر گرفته شده‌اند. همچنین در انتهای پایین دست و سطح آزاد بالای کانال، شرط مرزی خروجی فشار<sup>۳</sup> اعمال شده است. گام زمانی در ابتدا  $0/000001$  ثانیه در نظر گرفته شده و در ادامه (پس از گذشت حدوداً ۸ ثانیه از شبیه‌سازی جریان) با توجه به شرایط همگرایی، به  $0/001$  ثانیه افزایش یافته است.

حساسیت مدل‌های عددی به شبکه بندی و انفعال میدان حل، همواره یکی از مسائل مهم در مدل‌های عددی بوده است. در این قسمت برای مدل‌سازی آشفتگی، از مدل آشفتگی RNG k- $\epsilon$  استفاده شده و در قسمت کاربرد مدل آشفتگی، مدل‌های

پرتابی است. از جمله می‌توان به پژوهش انجام گرفته توسط قلمبر در سال ۱۳۹۰ بر روی جام پرتابی دایروی و مثلثی اشاره کرد [۱۳]. همچنین می‌توان به پژوهش انجام شده توسط حجتی در سال ۱۳۹۲ روی جام مثلثی اشاره کرد [۱۴]. در این مقاله با استفاده از نرم افزار فلوننت، معادلات رینولدز در حالت دوبعدی و غیرماندگار برای جریان آشفته حل شده‌اند. به منظور شبیه‌سازی جریان دوفازی آب و هوا از روش حجم سیال استفاده شده است.

معادلات حاکم بر حرکت یک سیال تراکم ناپذیر لزج در حالت آشفته، به وسیله معادلات متوسط گیری شده زمانی ناویر استوکس، موسوم به معادلات رینولدز<sup>۱</sup> بیان می‌شوند. معادلات پیوستگی (بقای جرم) و حرکت (بقای مومنتم) به صورت زیر است [۱۵]:

- معادله پیوستگی

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

- معادله مومنتم

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + g_i + \frac{\partial}{\partial x_j} (\tau_{ij}) \quad (2)$$

در معادلات بالا،  $u_i$  مولفه سرعت در جهت  $x_i$ ، فشار کل،  $\rho$  جرم مخصوص سیال،  $g_i$  مولفه شتاب ثقل در جهت  $x_i$  و  $\tau_{ij}$  تانسور تنش بوده که با فرض لزجت گردابه‌ای بوزینسک به صورت رابطه (۳) نشان داده می‌شود [۱۵]:

$$\tau_{ij} = -\rho \overline{u'_i u'_j} = \rho \nu_t \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (3)$$

در معادلات بالا،  $\nu_t$  لزجت گردابه‌ای یا لزجت آشفتگی است.  $\delta_{ij}$  (Kronecker delta) برای کاربردی کردن تعریف لزجت گردابه‌ای است [۱۵].

انرژی جنبشی آشفتگی بر واحد جرم ( $k$ ) به صورت زیر بیان می‌شود [۱۵]:

$$k = \frac{1}{2} (\overline{u'_i}^2 + \overline{u'_j}^2 + \overline{u'_k}^2) \quad (4)$$

#### ۳- مشخصات هندسی و هیدرولیکی مدل

در این پژوهش از مشخصات مدل آزمایشگاهی استینر و همکاران برای درستی آزمایشی مدل عددی استفاده شده است

2 Velocity inlet  
3 Pressure outlet

1 RANS

در مرحله بعد، پس از به دست آوردن اندازه شبکه، در نواحی که تغییرات شدید پارامترهای جریان در آن نواحی وجود دارد (ناحیه ورودی جریان به جام و ناحیه روی جام)، از شبکه ریزتر استفاده شده و در سایر نواحی شبکه درشت‌تر در نظر گرفته شده است. مطابق شکل (۳) در نواحی نزدیک به جام با توجه به وجود گرادیان‌های فشار و سرعت زیاد از شبکه ریزتری استفاده شده است. در این قسمت نسبت بزرگترین سلول به کوچکترین سلول برابر ۳/۸ در نظر گرفته شده است.

شکل (۳) چگونگی ریز کردن شبکه در نواحی ورودی جریان به جام و روی جام

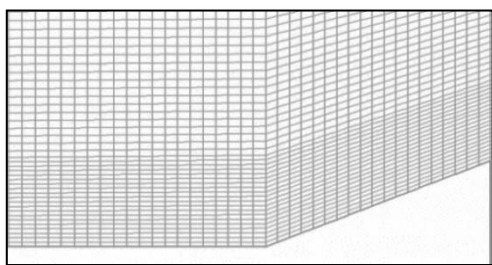


Fig. 3. Mesh refinement in the entrance of flip bucket

شکل (۴)، توزیع ارتفاع معادل فشار دینامیکی در جام و بالادست آن، برای هندسه و شرایط مختلف جریان را نشان می‌دهد. این شکل‌ها مولفه‌های بدون بعد فشار مطابق رابطه (۵) در برابر مختصات بی‌بعد شده در جهت جریان  $X_{PM} = \frac{x}{x_{PM}} \leq 0$  را نشان می‌دهد.

$$p = \begin{cases} \left( \frac{h_p + h_0}{h_{PM} + h_0} \right) & -1 \leq X_{PM} \leq 0 \\ \left( \frac{h_p}{h_{PM}} \right) & X_{PM} \leq -1 \end{cases} \quad (5)$$

در روابط اخیر،  $h_{PM}$  ارتفاع معادل فشار دینامیکی بیشینه روی جام،  $h_p$  ارتفاع معادل فشار دینامیکی در نقاط مختلف جام و بالادست آن و  $x_{PM}$  فاصله نقطه‌ای که فشار دینامیکی به حداکثر می‌رسد تا مبدا است. در این شکل‌ها  $X_{PM} = 0$  نقطه انتهای جام و  $X_{PM} = -1$  نقطه شروع جام است و خط ممتد، نتایج به دست آمده به وسیله استیئر و همکاران [۶] را نشان می‌دهد. همچنین دو نوع توزیع فشار بر پایه پارامتر تجربی  $\Gamma = (h_0/w)(\sin\alpha/F_r)$  در نظر گرفته شده که حالت اول

مختلف آشفتگی بررسی شده است. هندسه تمام مدل‌ها به وسیله نرم‌افزار گمبیت ساخته شده است. برای تنظیم شبکه‌بندی میدان حل، در ابتدا از یک شبکه درشت و یکنواخت استفاده شد. سپس شبکه‌بندی مورد نظر در چندین مرحله ریزتر شد تا به مقدار معینی رسید که در آن حدود تغییرات پارامتر انتخاب شده برای بررسی (ارتفاع معادل فشار کل بیشینه در جام پرتابی که از مجموع عمق جریان ( $h_0$ ) و ارتفاع معادل فشار دینامیکی (ناشی از نیروی گریز از مرکز) به دست می‌آید)، از مقدار مشخصی تجاوز نمی‌کرد. برای رسیدن به این هدف، ۵ مدل با تعداد سلول‌های متفاوت انتخاب شده و میزان فشار کل بیشینه روی جام پرتابی با داده‌های آزمایشگاهی برداشت شده، مقایسه شده است. جدول (۱) مشخصات مدل‌های مختلف و درصد خطای مربوط به هر مدل را نشان می‌دهد. همان‌گونه که در شکل (۲) مشخص است، میزان اختلاف درصد خطا، بین شبکه‌های ۳ و ۴ و همچنین بین شبکه ۳ و ۵ بسیار ناچیز است. با توجه به آنالیز عدم وابستگی به ابعاد شبکه، شبکه ۳ با تعداد ۷۲۷۵ سلول روی جام و کانال بالادست آن و تعداد ۱۶۵۰۰ سلول در کانال پایین دست آن برای مدل عددی انتخاب شده است.

جدول (۱) درصد خطای مربوط به شبکه‌های مختلف

Mesh No.	Cell number	The maximum dynamic pressure head (m)	Error (%)
Mesh 1	5844	4749.92	5.32
Mesh 2	12222	4855.6	3.21
Mesh 3	23775	4870.82	2.91
Mesh 4	40998	4875.19	2.82
Mesh 5	51110	4876.19	2.8

Table (1): The value of Error (percent) in different mesh

شکل (۲) میزان خطا بر حسب شبکه‌های مختلف

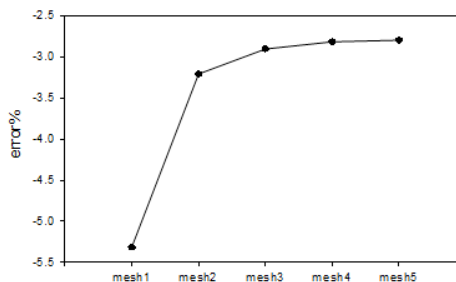


Fig. 2. The value of Error in different mesh

معادلات انتقال برای تنش‌های رینولدز به همراه یک معادله برای نرخ استهلاک، بسته می‌شود [۱۶]. در این پژوهش برای مدل‌های مختلف آشفتگی از توابع دیواره Enhanced Wall Treatment استفاده شده است. با توجه به اینکه وقوع نوسانات شدید فشار در سازه‌های هیدرولیکی و از جمله روی جام‌های پرتابی، منجر به تخریب این سازه‌ها می‌شود، پس یکی از پارامترهای مورد نظر برای مقایسه مدل‌های مختلف آشفتگی پارامتر بیشینه فشار دینامیکی روی جام پرتابی است. در بررسی انجام شده در این پژوهش مشخص شد نمودار توزیع فشار بر روی جام و محل وقوع بیشینه فشار دینامیکی روی آن، در بین مدل‌های بررسی شده تفاوت چندانی نداشته است. نکته جالب توجه این است که تمامی مدل‌ها با خطای کمتر از ۸٪ توانسته‌اند محل وقوع حداکثر فشار دینامیکی روی جام را به دست آورند. برای به دست آوردن اطلاعات بیشتر در این مورد به مرجع [۱۴] رجوع شود. بنا به دلایل گفته شده در بررسی مدل‌های آشفتگی مختلف از مقایسه این دو پارامتر چشم‌پوشی شده است. در راستای تعیین بیشینه طول جت پرتابی و محل برخورد آن در پایاب، به منظور جلوگیری از آسیب رسانی جت به سازه‌های وابسته به سد، پروفیل فوقانی جت در منحرف‌کننده مثلی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. در نتیجه این پارامتر برای مقایسه مدل‌های مختلف آشفتگی در نظر گرفته شده است. با توجه به روند مشابه پروفیل تحتانی و فوقانی جت خروجی از جام، در این پژوهش فقط به بررسی پروفیل فوقانی جت پرداخته شده است.

مدل بررسی شده در بخش‌های بعد دارای عدد فرود ( $F_0$ ) معادل ۵، ارتفاع جام (W) ۰/۰۷۵ متر، عمق جریان ورودی ( $h_0$ ) ۰/۰۷ متر و زاویه جام ( $\gamma$ ) ۲۶/۲ درجه است.

### ۱-۵- بررسی مدل k-ε

مدل k-ε برای مدل‌سازی جریان آشفتخته از دو معادله اضافی، یکی برای انرژی جنبشی آشفتگی (k) و دیگری برای نرخ استهلاک آشفتگی ( $\epsilon$ )، استفاده می‌کند و لزجت آشفتگی به عنوان تابعی از k و  $\epsilon$  محاسبه می‌شود [۱۶]. جدول (۲) نسبت

برای  $\Gamma > 0.057$  و حالت دوم برای  $\Gamma \leq 0.057$  است [۶]. شکل (۴) مقایسه توزیع ارتفاع معادل فشار دینامیکی نسبی ناشی از نیروی گریز از مرکز حاصل از حل عددی و نتایج آزمایشگاهی [۶] برای

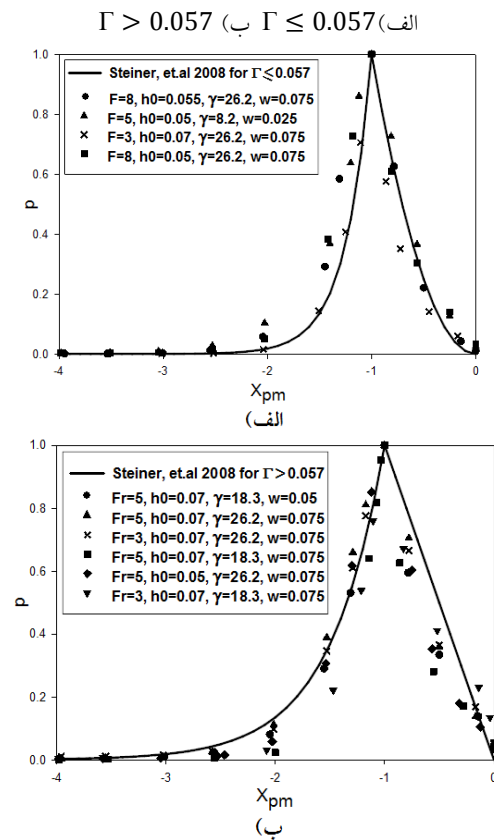


Fig. 4. Distribution of dynamic pressure head in numerical and experimental results for a)  $\Gamma \leq 0.057$  and b)  $\Gamma > 0.057$

با مقایسه توزیع فشار روی جام و بالادست آن بین مدل عددی و آزمایشگاهی، مشخص شد مدل عددی با شبکه بندی انتخاب شده به خوبی قادر به شبیه‌سازی جریان عبوری از جام پرتابی مثلی است.

## ۵- کاربرد مدل‌های آشفتگی

یکی از گزینه‌های مدل‌سازی تنش‌های رینولدز استفاده از فرضیه بوزینسک است؛ که در مدل‌های آشفتگی،  $k-\omega$  و  $k-\epsilon$  استفاده شده است. امتیاز این روش هزینه محاسباتی اندک آن برای محاسبه لزجت آشفتگی ( $\mu_t$ ) است [۱۶]. بر خلاف مدل‌های  $k-\omega$  و  $k-\epsilon$  در مدل RSM فرض ایزوتروپیک بودن لزجت گردابه‌ای کنار گذاشته شده و معادلات RANS با حل

$$\frac{\partial u \varepsilon}{\partial x} + \frac{\partial v \varepsilon}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left( \vartheta + \frac{\vartheta_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} + (C_{1\varepsilon} f_1 G_k - C_{2\varepsilon} f_2 \varepsilon) \frac{\varepsilon}{k} + E \quad (7)$$

در این رابطه  $u$  مولفه سرعت در جهت  $x$  و  $v$  مولفه سرعت در جهت  $y$  است. همچنین  $G$  و  $\vartheta_t$  به ترتیب تولید انرژی جنبشی اغتشاش و لزجت سینماتیکی آشفتگی است که از روابط (۸) و (۹) به دست می‌آیند [۱۸]. مقادیر ضرایب ثابت معادلات اخیر که به وسیله‌ی جونز و لاندلر پیشنهاد شده است عبارتند از [۱۹]:

$$\sigma_\varepsilon = 1/3 \text{ و } \sigma_k = 1, C_{2\varepsilon} = 1/92, C_{1\varepsilon} = 1/44, C_\mu = 0/09$$

$$G_k = \vartheta_t \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (8)$$

$$\frac{\partial uk}{\partial x} + \frac{\partial vk}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left( \vartheta + \frac{\vartheta_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial y} + G_k - \varepsilon + D \quad (9)$$

تصحیحات در نظر گرفته شده برای "عدد رینولدز پایین (LRN)" عبارتند از:  $f_1$  ضریب تصحیح مربوط به  $C_{1\varepsilon}$ ،  $f_2$  ضریب تصحیح مربوط به  $C_{2\varepsilon}$ ،  $f_\mu$  ضریب تصحیح مربوط به  $C_\mu$ ،  $D$  جمله چشمه مربوط به معادله  $\varepsilon$  که مقادیر پیشنهادی جونز و لاندلر برای این پارامترها از روابط زیر به دست می‌آیند [۱۹].

$$f_\mu = \exp\left(\frac{-2.5}{1 + \frac{Re}{50}}\right), f_1 = 1.0, f_2 = 1 - 0.3 \exp(-Re^2) \quad (10)$$

$$D = -2\vartheta \left( \frac{\partial \sqrt{k}}{\partial y} \right)^2, E = 2\vartheta \vartheta_t \left( \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (11)$$

مطابق جدول (۲) جواب‌های به دست آمده در مدل k-ε استاندارد حالت "عدد رینولدز پایین (LRN)" نسبت به حالت k-ε استاندارد، بهبود یافته است.

استینر و همکاران در بررسی پروفیل فوقانی و تحتانی جت خروجی از جام به این نتیجه رسیدند که این پروفیل از رابطه سهمی استاندارد رابطه (۱۲) پیروی می‌کند [۶].

$$Z_j = 2x_j - x_j^2 \quad (x_j \geq 0) \quad (12)$$

مطابق شکل (۵) پروفیل جت خروجی از جام نیز در مدل k-ε استاندارد حالت "عدد رینولدز پایین (LRN)" تطابق بهتری نسبت به مدل k-ε استاندارد، با نتایج آزمایشگاهی دارد. در این شکل محور افقی  $X_j = \left( \frac{2x}{h_0} \right) \cdot \frac{1}{F_0^2 \sin(2\alpha_0)}$  و محور قائم

اختلاف بیشینه فشار دینامیکی روی جام در مدل عددی و نتایج آزمایشگاهی به حداکثر فشار دینامیکی روی جام در مدل آزمایشگاهی را نشان می‌دهد. با بررسی سطرهای سوم، چهارم و ششم از این جدول مشخص می‌شود که خطای به دست آمده در مدل k-ε استاندارد برای محاسبه حداکثر فشار دینامیکی بر روی جام کمتر از سایر مدل‌های k-ε است.

جدول (۲) مقایسه درصد خطای به دست آمده در محاسبه بیشینه فشار

دینامیکی روی جام بین مدل‌های مختلف

Turbulence model		Error (%)
k-ε	Standard with Low-Re	1.17
	Standard	-1.48
	RNG	-2.64
	k-ε Realizable	-3.47
k-ω	Standard	7.20
	SST	-2.78
RSM	Stress Omega with low-Re	1.44

Table (2): The maximum dynamic pressure head error in the flip bucket as compare with experimental results

مدل k-ε استاندارد برای اعداد رینولدز بالا مناسب است [۱۷]. با توجه به اینکه جریان عبوری از جام پرتابی، به شدت آشفته است به گونه‌ای که سرعت آب خروجی از جام  $4/143$  متر بر ثانیه بوده و عدد رینولدز آن بیش از ۲۵۰ هزار است، پس این مدل نتایج مناسبی برای جریان بالادست داده است. در واقع مدل k-ε استاندارد برای اعداد رینولدز بالا (در محدوده جریان کاملاً آشفته و با توجه به اینکه رینولدز جریان بیش از ۲۵۰ هزار است) از تمامی جمله‌های لزجت چشم‌پوشی کرده است که در مجاورت دیواره‌ها آثار لزجت اهمیت یافته و این فرض برقرار نیست. پس باید تغییراتی را روی مدل اعمال نمود که این تغییرات به وسیله معرفی توابعی در مدل k-ε استاندارد حالت "عدد رینولدز پایین (LRN)" اعمال شده است. روابط (۶) و (۷) به ترتیب معادله اصلاح شده  $k$  و  $\varepsilon$  را برای مدل k-ε استاندارد حالت "عدد رینولدز پایین (LRN)" در حالت دو بعدی نشان می‌دهد [۱۸].

$$\frac{\partial uk}{\partial x} + \frac{\partial vk}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left( \vartheta + \frac{\vartheta_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial y} + G_k - \varepsilon + D \quad (6)$$

RNG ظاهر شده که از رابطه (۱۴، ۱۵، ۱۶ و ۱۸) به دست می-آید. در این روابط  $\beta = 0.012$ ،  $C_{\mu} = 0.0845$  و  $S$  مدول متوسط کرنش است [۱۶].

$$C_{2\varepsilon}^* = C_{2\varepsilon} + \frac{C_{\mu} \eta^3 (1 - \eta/\eta_0)}{1 + \beta \eta^3} \quad (14)$$

$$\eta = SK/\varepsilon \quad (15)$$

$$S = (2S_{ij}S_{ij})^{0.5} \quad (16)$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2}(u_{ij}u_{ji}) \quad (17)$$

با توجه به این روابط زمانی که  $\eta < \eta_0 = 4.38$  باشد مقدار  $C_{2\varepsilon}^*$  بیش از  $C_{2\varepsilon} = 1.68$  (جمله معادل  $C_{2\varepsilon}^*$  در k-ε RNG) می-شود. برای نمونه در لایه لگاریتمی  $\eta \approx 3$  بوده و  $C_{2\varepsilon}^* = 2$  نزدیک به  $C_{2\varepsilon}$  است [۱۶]. در نتیجه در جریان‌های کرنشی ضعیف یا متوسط مدل k-ε RNG جواب‌هایی مشابه و قابل مقایسه با k-ε استاندارد می‌دهد [۱۶]. جریان کرنشی جریانی است که مدول متوسط کرنش ( $S$ ) مقدار قابل توجهی داشته باشد که در جریان‌هایی از قبیل جریان‌های با انحنای شدید خطوط جریان اتفاق می‌افتد. در این گونه جریان‌ها با توجه به اینکه گرادیان سرعت در جهت عمود بر آن زیاد است، باعث افزایش مدول متوسط کرنش ( $S$ ) طبق روابط (۱۶ و ۱۷) می‌شود. مطابق جدول (۲) اختلاف خطای به دست آمده بین دو مدل k-ε استاندارد و k-ε RNG کمتر از ۱/۵ درصد است. با توجه به اینکه گرادیان سرعت جریان در جهت عمود بر آن روی جام مقدار قابل توجهی ندارد، پس جریان عبوری از جام از نوع جریان کرنشی ضعیف است و در نتیجه مدل k-ε استاندارد و k-ε RNG تفاوت زیادی در محاسبه پارامتر بیشینه فشار بر روی جام ندارند.

در نواحی با مقادیر نرخ کرنش بزرگ ( $\eta > \eta_0$ ) جمله  $R$  که از رابطه (۱۸) به دست می‌آید، با علامت منفی وارد معادله  $\varepsilon$  شده (مطابق رابطه (۱۹)) و  $C_{2\varepsilon}^*$  کمتر از  $C_{2\varepsilon}$  می‌شود و استهلاک<sup>۲</sup> کمتر  $\varepsilon$  منجر به افزایش  $\varepsilon$ ، پس کاهش  $k$  و در نهایت کاهش لزجت موثر شده و در نتیجه در جریان‌های کرنشی سریع مدل k-ε RNG منجر به در نظر گرفتن لزجت آشفته کمتر نسبت به k-ε

$Z_j = \left[ \frac{z_0 - h_0}{h_M - h_0} \right]$  ارتفاع نقاط مختلف روی قسمت فوقانی جت و سایر پارامترها در شکل (۱) آمده است و خط ممند رابطه سهمی استاندارد است.

شکل (۵) مقایسه پروفیل فوقانی جت بین مدل‌های k-ε استاندارد با در نظر گرفتن "عدد رینولدز پایین (LRN)" و بدون در نظر گرفتن آن با نتایج

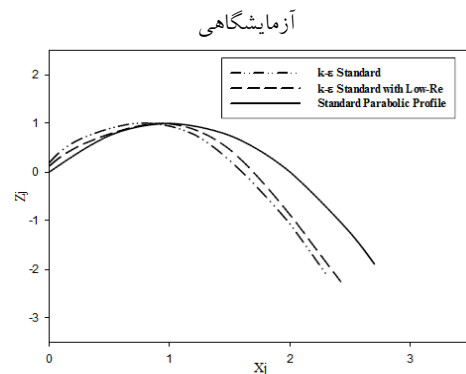


Fig. 5. Upper Jet trajectories for k-ε standard model and k-ε standard low Reynolds number model as compared with standard parabolic profile

علت بهبود جواب‌ها در مدل k-ε استاندارد حالت "عدد رینولدز پایین (LRN)"، این است که در این مدل جمله‌هایی به معادلات  $k$  و  $\varepsilon$  اضافه می‌شود که در این جمله‌ها حضور لزجت مولکولی اثر این دو جمله اضافی را در نواحی دور از دیواره قابل چشم‌پوشی نموده، ولی در نواحی نزدیک دیواره تحت تاثیر لزجت بر مشخصه‌های آشفته‌گی موثر است [۲۰]. این توابع خود تابعی از عدد رینولدز آشفته‌گی است که مطابق رابطه (۱۳) بیان می‌شود. در این رابطه  $\vartheta$  لزجت سینماتیکی است [۲۱].

$$R_t = \frac{k^2}{\vartheta \varepsilon} \quad (13)$$

مدل k-ε RNG با استفاده از یک روش آماری (که Renormalization Group Theory نامیده شده است) به دست آمده است [۱۶]. فرم کلی معادلات حاکم این مدل، مشابه k-ε استاندارد است، اما شامل تغییراتی است که یک جمله اضافی در معادله  $\varepsilon$  دارد که به صورت قابل ملاحظه‌ای دقت مدل را برای جریان‌های کرنشی سریع<sup>۱</sup> افزایش می‌دهد. جمله معادل  $C_{2\varepsilon}$  استفاده شده در مدل k-ε استاندارد، با نماد  $C_{2\varepsilon}^*$  در مدل k-ε

این است که این مدل شامل فرمولاسیون جدید برای لزجت آشفتگی می‌باشد. جمله  $C_\mu$  در مدل Realizable k-ε ثابت نیست و تابع کرنش متوسط، نرخ دوران، سرعت زاویه‌ای دوران سیستم و میدان آشفتگی (k,ε) می‌باشد. تفاوت دیگر این مدل با مدل k-ε استاندارد این است که در این مدل معادله جدیدی برای انتقال نرخ استهلاک (ε) با استفاده از معادله دقیق مجذور متوسط نوسانات گردابه‌ای<sup>۲</sup>، استخراج شده‌است. این عوامل باعث شده، مدل Realizable k-ε عملکرد بهتری را برای جریان‌های شامل حرکت دورانی، شرایط مرزی تحت گرادیان فشار معکوس، جدایش، بازچرخش و جریان‌های ثانویه پیچیده از خود نشان دهد [۱۶]. با توجه به اینکه جریان عبوری از جام قبل از خروج از جام شامل هیچ یک از ویژگی‌های بالا نیست، در نتیجه خطای این مدل در روی جام و بالادست آن بیشتر از سایر مدل‌های k-ε است (مطابق جدول ۲). با توجه به اینکه جریان خروجی از جام دارای انحنای شدیدی است، پس مطابق شکل (۶) این مدل در جریان خروجی از جام عملکرد بهتری نسبت به جریان روی جام و بالادست آن دارد.

#### ۵-۲- بررسی مدل k-ω

راه‌کار جایگزین برای معادله ε استفاده از معادله ω است. مدل آشفتگی k-ω استاندارد ویلاکس آثار عدد رینولدز پایین، تراکم‌پذیری و گسترش جریان برشی<sup>۳</sup> را شامل می‌شود [۱۶]. این مدل در محاسبه پیشینه فشار دینامیکی روی جام دارای خطای بیشتری نسبت به سایر مدل‌های بررسی شده در این مقاله است (مطابق جدول ۲) میزان خطای این مدل ۷/۲ درصد است. مدل آشفتگی k-ω استاندارد برای دنباله‌های دور<sup>۴</sup> لایه‌های اختلاطی و همچنین جت‌های صفحه‌ای، دایروی و شعاعی به خوبی عمل می‌کند پس برای جریان‌های محصور به دیواره و بدون تنش برشی قابل کاربرد است [۱۶]. با توجه به اینکه جریان عبوری از جام پرتابی از این دسته از جریانات نیست، پس این مدل خطای زیادی نسبت به مدل‌های دیگر دارد.

استاندارد می‌شود [۱۶]. در رابطه (۱۹)،  $C_{1\varepsilon} = 1.42$ ،  $\rho$  جرم مخصوص سیال و  $\mu_t$  لزجت گردابه‌ای است که به وسیله k و ε از رابطه (۲۰) محاسبه می‌شود. همچنین G تولید انرژی جنبشی اغتشاش، در نتیجه گرادیان سرعت متوسط است، که از رابطه (۲۱) به دست می‌آید [۱۶].

$$R_\varepsilon = \frac{C_\mu \rho \eta^3 (1 - \eta/\eta_0)}{1 + \beta \eta^3} \cdot \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (18)$$

$$\frac{\partial(\rho\varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho\varepsilon u_i)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} G - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} - R_\varepsilon \quad (19)$$

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (20)$$

$$G = \mu_t \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (21)$$

شکل (۶) نشان می‌دهد پروفیل فوقانی جت خروجی از جام در حالت RNG k-ε نسبت به مدل استاندارد k-ε کمی نزدیک‌تر به نتایج آزمایشگاهی شده است.

شکل (۶) مقایسه پروفیل فوقانی جت بین مدل‌های RNG k-ε،

استاندارد و Realizable k-ε با نتایج آزمایشگاهی

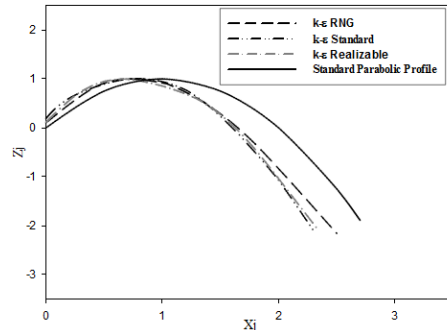


Fig. 6. Upper Jet trajectories for k-ε RNG model and k-ε Realizable model as compared with standard parabolic profile

با توجه به اینکه جریان بعد از خروج از جام دارای انحنای شدید (جریان کرنشی سریع) است، پس با توجه به نکات گفته شده، جواب‌های به دست آمده در مدل RNG k-ε نسبت به مدل استاندارد بهبود یافته است. همچنین، در مدل RNG k-ε اثر چرخش در نظر گرفته شده‌است و دقت را در جریان‌های چرخشی<sup>۱</sup> افزایش داده است [۱۶].

مدل Realizable k-ε دستاوردی جدید بوده و از دو نقطه نظر اساسی با مدل k-ε استاندارد متفاوت است [۱۶]: اولین تفاوت

2 Vorticity Fluctuations  
3 Shear Flow Spreading  
4 Far Wakes

1 Swirling Flows



میدان میانی است [۱۶].

۲- مدل SST k- $\omega$  یک جمله شامل مشتق پخش عرضی مستهکک شده<sup>۲</sup> را در معادله  $\omega$  به کار می‌گیرد.

۳- به منظور در نظر گرفتن انتقال تنش برشی آشفته، تعریف لزجت آشفته تغییر یافته است. متغیر کردن آن منجر به پیش‌بینی دقیق‌تر آغاز جدایش تحت گرادیان‌های فشار است [۱۶] و [۲۳].

۴- ثوابت این مدل متفاوت هستند.

### ۱-۵- بررسی مدل RSM

محدودیت اصلی کاربرد RSM کاهش قدرت محاسباتی به ویژه در زمانی، که لازم است معادلات در زیرلایه لزج بررسی شوند. این محدودیت تاحدی به وسیله ترکیب RSM با معادله  $\omega$  برطرف می‌شود که عملکرد بهتری را در لایه مرزی فراهم می‌آورد [۱۶]. در استخراج معادلات دقیق تنش‌های رینولدز جملاتی مشابه جملات معادله k شکل می‌گیرند، ولی یک جمله اضافی که کرنش-فشار نام دارد نیز ایجاد می‌شود. این جمله نیازمند مدل‌سازی است [۱۵]. لازم به گفتن است، ممکن است RSM همیشه و برای همه جریان‌ها منجر به نتایجی که به طور مشخص بهتر از مدل‌های ساده‌تر باشند؛ نشود و هزینه محاسباتی بیشتر را توجیه نکند [۱۶].

مدل Stress Omega مبتنی بر معادله اوامگا و مدل LRN است [۱۶]. مطابق جدول (۲) میزان خطای به دست آمده برای محاسبه بیشینه فشار دینامیکی روی جام در این مدل ۱/۴۴ درصد بوده و این مدل یکی از بهترین مدل‌ها در محاسبه این پارامتر است. همچنین مطابق شکل (۸) روند بهبود نتایج به دست آمده در مدل RSM در جریان خروجی از جام نیز ادامه دارد و در محاسبه پروفیل جت خروجی از جام این مدل نزدیک‌ترین جواب را در مقایسه با مدل‌های دیگر با مدل آزمایشگاهی می‌دهد. مدل Stress Omega برای جریان‌های روی سطوح منحنی شکل و جریان‌های چرخشی ایده‌آل است [۱۶]. ضرایب مورد نیاز برای بستن معادلات مشابه مدل k- $\omega$  است، با این وجود، دو ضریب اضافی برای بسته شدن معادلات به کار رفته است. شرط مرزی دیواره در این مدل مشابه معادله k در

مدل SST k- $\omega$  به وسیله‌ی متور<sup>۱</sup> ارائه شده است [۲۲]. این مدل مشابه k- $\omega$  استاندارد است، ولی در مواردی با آن تفاوت دارد که در ادامه به صورت مفصل بررسی می‌شود. شکل (۷) نشان می‌دهد در حالی که مدل‌سازی جریان آشفته با استفاده از مدل آشفته‌گی SST k- $\omega$  صورت پذیرد، پروفیل فوقانی جت خروجی از جام با نتایج آزمایشگاهی تطابق مناسبی داشته و در مقایسه با سایر مدل‌های استفاده شده در قسمت قبل، این مدل جواب‌های دقیق‌تری می‌دهد.

شکل (۷) مقایسه پروفیل فوقانی جت بین مدل‌های k- $\omega$  استاندارد و k- $\omega$  SST با نتایج آزمایشگاهی

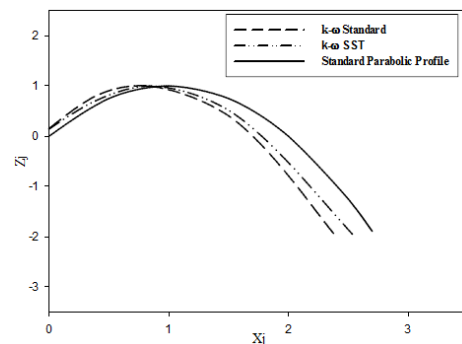


Fig. 7. Upper Jet trajectories for k- $\omega$  standard model and k- $\omega$  SST model as compared with standard parabolic profile

مطابق جدول (۲) خطای مدل SST k- $\omega$  در محاسبه بیشینه فشار دینامیکی روی جام، نزدیک به خطای مدل k- $\epsilon$  شده است (اختلاف خطای بین دو مدل کمتر از ۱٪) و خطای این مدل کمتر از k- $\omega$  استاندارد به دست آمده است.

مهم‌ترین ایراد مدل k- $\omega$  استاندارد حساسیت شدید آن به مقادیر جریان آزاد برای  $\omega$  در خارج از لایه مرزی است. برای اجتناب از این مشکل مدل SST k- $\omega$  ارائه شده است [۲۳]. این مدل شبیه k- $\omega$  استاندارد است، ولی موارد زیر در آن بهبود یافته است [۱۶]:

۱- هر دو مدل k- $\omega$  استاندارد و k- $\epsilon$  تبدیل یافته در یک تابع ترکیب‌کننده ضرب و با یکدیگر جمع شده‌اند. این تابع به صورتی طراحی شده است که در ناحیه نزدیک دیواره مقدار ۱ دارد و مدل k- $\omega$  استاندارد را فعال نموده و در نواحی دور از دیوار صفر می‌باشد که مدل k- $\epsilon$  تبدیل شده را فعال می‌نماید. اثر تابع ترکیب‌کننده، اطمینان از عملکرد مناسب مدل در هر دو ناحیه نزدیک جداره و

مدل  $k-\omega$  است [۱۶].

منظور کاهش زمان و هزینه محاسبات و با توجه به اختلاف نسبتاً کم بین مدل‌های Stress Omega RSM حالت "عدد رینولدز پایین (LRN)" و "SST  $k-\omega$ "، استفاده از مدل SST  $k-\omega$  برای مدلسازی جریان آشفته عبوری از جام پرتابی و پایین دست آن توصیه می‌شود.

شکل (۸) مقایسه پروفیل فوقانی جت بین مدل Stress Omega RSM حالت "عدد رینولدز پایین (LRN)" و "SST  $k-\omega$ " نتایج آزمایشگاهی

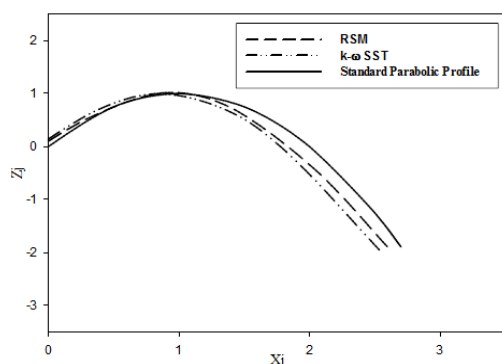


Fig. 8. Upper Jet trajectories for RSM Stress Omega low Reynolds number model and  $k-\omega$  SST model as compared with standard parabolic profile

## ۵- نتیجه گیری

در این پژوهش با استفاده از نرم افزار فلوئنت، مدل‌های مختلف آشفتگی برای جریان عبوری از جام پرتابی مثلثی بررسی شده است. در بررسی پارامتر بیشینه فشار دینامیکی روی جام مدل  $k-\varepsilon$  استاندارد حالت "عدد رینولدز پایین (LRN)" و مدل Stress Omega RSM حالت "عدد رینولدز پایین (LRN)" جواب‌های مشابه و دقیقی را در بین مدل‌های بررسی شده به دست می‌آورند. مدل Stress Omega RSM حالت "عدد رینولدز پایین (LRN)" در اثر تغییرات ایجاد شده در جمله‌های کرنش-فشار که برای در نظر گرفتن آثار غیر ایزوتروپ بودن تنش‌های رینولدز اعمال شده است؛ همخوانی بهتری با نتایج آزمایشگاهی دارد. با توجه به کاربرد تابع ترکیب‌کننده به کار رفته در مدل انتقال تنش برشی  $k-\omega$  (SST  $k-\omega$ )، این مدل به صورت موثری دقت و قدرت فرمولاسیون مدل  $k-\omega$  در نزدیکی دیواره و استقلال جریان آزاد<sup>۱</sup> مدل  $k-\varepsilon$  در نواحی میانی و دور از جداره<sup>۲</sup> را ترکیب می‌کند. پس مدل SST

مدل Stress Omega RSM حالت "عدد رینولدز پایین (LRN)" آثار غیر ایزوتروپ بودن ناشی از اعداد رینولدز پایین را بهتر از مدل‌های دیگر RSM در نظر می‌گیرد. در واقع در این مدل کرنش فشاری خطی ( $\phi_{ij}$ ) آشفتگی با اعداد Re پایین را در نظر می‌گیرد [۲۳]. مدل Stress Omega RSM حالت "عدد رینولدز پایین (LRN)" در اثر تغییرات ایجاد شده در جمله‌های کرنش-فشار که برای در نظر گرفتن آثار غیر ایزوتروپ بودن تنش‌های رینولدز اعمال شده است؛ همخوانی بهتری با نتایج آزمایشگاهی دارد. همچنین این مدل آثار اعداد رینولدز پایین را نیز در نظر می‌گیرد. در مدل Stress Omega RSM حالت "عدد رینولدز پایین (LRN)" برای اعداد رینولدز پایین، در نظر گرفتن اثر لایه برشی دیواره در جمله چشمه معادله دیفرانسیل نرخ استهلاك انرژی جنبشی آشفتگی به پیش‌بینی بهتر در اطراف دیواره منجر شده است. پس در این مورد نیز در نظر گرفتن اثر اعداد رینولدز پایین مجاور دیواره، مانند آنچه در مدل  $k-\varepsilon$  استاندارد حالت "عدد رینولدز پایین (LRN)" دیده شد، منجر به بهبود جواب‌ها می‌شود. علت عدم انطباق کامل مدل RSM با مدل آزمایشگاهی را می‌توان در چگونگی شبیه‌سازی جریان دو فازی با روش VOF یافت. با توجه به اینکه چگونگی شبیه‌سازی جریان دو فازی از حدود این بحث خارج است، پس ضرورت انجام پژوهش‌های بیشتر در این زمینه احساس می‌شود.

پروفیل جت خروجی از جام به دست آمده از مدل SST  $k-\omega$  بهتر از سایر مدل‌های مبتنی بر لزجت گردابه‌ای است. شکل (۸) نشان می‌دهد پروفیل این مدل اختلاف ناچیزی با پروفیل بدست آمده از مدل Stress Omega RSM حالت "عدد رینولدز پایین (LRN)" دارد. همچنین اختلاف قدر مطلق خطای به دست آمده در این دو مدل در محاسبه پارامتر بیشینه فشار دینامیکی روی جام برابر ۱/۳۴ درصد است (جدول ۲). مدل Stress Omega RSM حالت "عدد رینولدز پایین (LRN)" در بین مدل‌های بررسی شده بهترین جواب را برای جریان عبوری از جام و جریان خروجی جت از جام داده است، اما این مدل زمان و هزینه محاسبات بیشتری نسبت به سایر مدل‌ها نیاز دارد. به

1 Free-Stream Independence  
2 Far Field

"Validation of the particle finite element method (PFEM) for simulation of free surface flows." *Engineering Computations* 25(4), 2008, 385-425.

[8] Pfister, M. "Schussrinnenbelüfter: Lufttransport ausgelöst durch interne Abflussstruktur (Chuteaerators: Air transport due to internal flow features)." *Laboratory of Hydraulics, Hydrology and Glaciology (VAW), H.-E. Minor, ed. ETH: Zurich (in German), 2008.*

[9] Pfister, M. "Jet impact angle on chute downstream of aerator. Proc. 4th IAHR Int, Symp, on Hydraulic Structures, 2012.

[10] Menter, Florian R. "Turbulence Modeling for Engineering Flows." *Technical Paper, ANSYS inc 2011: 1-25.*

[11] Craft, T., Graham, L., and Launder, B. E. "Impinging jet studies for turbulence model assessment—II. An examination of the performance of four turbulence models." *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 36(10), 1993, 2685-2697.

[12] Heschl, C., Sanz, W., and Klanatsky, P. "Implementation and comparison of different turbulence models for three dimensional wall jets with FLUENT." in *CFD Forum*. 2005.

[۱۳] قلمبر؛ فاطمه؛ "شبیه‌سازی عددی جریان دوفازی روی جام های پرتابی؛" پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه شیراز، ۱۳۹۰.

[۱۴] حجتی، سید حامی. "بررسی عددی هیدرولیک جریان جام پرتابی مثلثی"، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه تربیت مدرس، ۱۳۹۲.

[15] Rodi W. "Turbulence Models and Their Application in Hydraulics: A State-Of-The-Art Review." *Taylor & Francis Group, 1993.*

[16] ANSYS-FLUENT, FLUENT 6.3, User's Guide, FLUENT documentation, Fluent inc, 2006.

[17] Henkes, R. and Hoogendoorn, C "Comparison of turbulence models for the natural convection boundary layer along a heated vertical plate." *International journal of heat and mass transfer*, 32(1), 1989, 157-169.

[18] Henkes, R. A. W. M., and C. J. Hoogendoorn. "Comparison of turbulence models for the natural convection boundary layer along a heated vertical plate." *International journal of heat and mass transfer* 32.1 (1989): 157-169.

[19] Jones, W. P., and BEi Launder. "The prediction of laminarization with a two-equation model of turbulence." *International journal of heat and mass transfer* 15.2 (1972): 301-314.

[20] Iaccarino, G. "Predictions of a turbulent separated flow using commercial CFD codes." *Transaction-American Society Of Mechanical Engineers Journal Of Fluids Engineering*, 123(4), 2001, 819-828.

[21] Ben-Mansour, R., Habib, M. A., Badr H. M., and Anwar, S. "Comparison of different turbulence models and flow boundary conditions in predicting turbulent

k- $\omega$  جواب بهتری نسبت به مدل k- $\omega$  استاندارد و جواب نسبتاً مشابه با مدل k- $\epsilon$  در محاسبه بیشینه فشار دینامیکی روی جام می‌دهد. در بررسی پروفیل جت خروجی از جام، نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که مدل SST k- $\omega$  بهتر از سایر مدل‌های مبتنی بر لزجت گردابه‌ای است. همچنین روند بهبود نتایج به دست آمده در مدل RSM در جریان خروجی از جام نیز ادامه دارد و این مدل در محاسبه پروفیل جت خروجی از جام، نزدیک‌ترین جواب را در مقایسه با مدل‌های دیگر با مدل آزمایشگاهی می‌دهد. همچنین نتایج حاکی از آن است که مدل‌های مختلف k- $\epsilon$  به خوبی قادر به پیش‌بینی پروفیل خروجی جت از جام نیست، اما این مدل در تعیین پارامتر بیشینه فشار دینامیکی روی جام نتایج خوبی پیش‌بینی می‌کند. در نهایت می‌توان این‌گونه نتیجه گرفت که مدل Stress Omega RSM حالت "عدد رینولدز پایین (LRN)" جواب‌های مناسبی برای جریان عبوری از جام ارائه می‌کند، اما این مدل زمان و هزینه محاسبات بیشتری نسبت به سایر مدل‌ها نیاز دارد. به منظور کاهش زمان و هزینه محاسبات و با توجه به اختلاف نسبتاً کم بین مدل‌های Stress Omega RSM حالت "عدد رینولدز پایین (LRN)" و SST k- $\omega$ ، استفاده از مدل SST k- $\omega$  برای مدل‌سازی جریان آشفته عبوری از جام پرتابی و پایین دست آن توصیه می‌شود.

## References

## مراجع

- [1] Vischer, D. L., and Hager, W. H. "Energy dissipators." *IAHR Hydr. Struct. Des. Manual* 9, Balkema, Rotterdam, The Netherlands., 1995.
- [2] Balloffet, A. "Pressures on spillway flip buckets." *J. Hydr. Div., ASCE*, 87(5), 1961, 87-98
- [3] Juon, R., and Hager, W. H. "Flip bucket without and with deflectors." *Journal of Hydraulic Engineering*, 126(11), 2000, 837-845.
- [4] Heller, V., Hager, W. H., and Minor, H.-E. "Ski jump hydraulics." *J. Hydraul. Eng.*, 131(5), 2005, 347-355.
- [5] Gessler, D. "CFD modeling of spillway performance." *ASCE*. 2005
- [6] Steiner R, Heller V, Hager WH, Minor HE. Deflector ski jump hydraulics. *Journal of Hydraulic Engineering*, 134(5), 2008, 562-571.
- [7] Larese, A., . Rossi, R., Oñate, E., and Idelsohn, S.

natural convection in a vertical channel with isoflux plates." *Arabian Journal for Science and Engineering*, 32(2), 2007, 191.

[22] Rogers, S.E., Menter, F. R., Durbin P. A., and Mansour, N. N. "A comparison of turbulence models in computing multi-element airfoil flows." *AIAA paper*, 1994, 94: p. 0291.

[23] Menter, F. Ferreira, J. C., Esch T., and Konno, B. "The SST turbulence model with improved wall treatment for heat transfer predictions in gas turbines." in *Proceedings of the International Gas Turbine Congress-IGTC2003-TS-059*. 2003.

# Effects of Different Turbulence Models on Flow over a Triangular Flip-Bucket

S.H.Hojjati<sup>1</sup>, S.Mohammadiun<sup>2</sup>, S.AA.Salehi Neyshabouri<sup>3\*</sup>

1- M.Sc. Student of Hydraulic Structural Engineering, Faculty of Civil and Environmental Eng., Tarbiat Modares University

2- Ph.D. Candidate of Hydraulic Structural Engineering, Faculty of Civil and Environmental Engineering, Tarbiat Modares University

3- Prof., Faculty of Civil and Environmental Eng. and Water Eng. Research Center, Tarbiat Modares University

\* Salehi@modares.ac.ir

## Abstract:

Ski jump dissipator is one the flow energy dissipators which is applicable downstream of spillway chutes with velocity over 20 m/s. Flow over a flip-bucket is a two-phase and strongly turbulent flow. Turbulence modeling is one of the most limiting factors in accurate computer simulation of flows. By fixing the grid resolution and the discretization scheme, the difference of computation time is mainly attributed to the turbulence model. The choice of turbulence model depends on factors such as the physics encompassed in the flow, the level of accuracy required, the available computational resources, and the amount of time available for the simulation. It is a fact that no single turbulence model is universally accepted as being superior for all classes of problems.

The main purpose of the present study is numerical investigation of two-phase turbulent flow over a triangular flip-bucket to evaluate effects of different turbulence models in this type of flow. Hence, using FLUENT<sup>®</sup> software, two dimensional Reynolds averaged Navier-Stokes equations have been solved in unsteady state. Different turbulence models consist of k- $\epsilon$ , k- $\omega$  and RSM; have been used. To simulate two-phase flow, volume of fluid (VOF) method has been applied.

Standard k- $\epsilon$  and stress-omega RSM models with low-Reynolds number modifications have the best performance among the other turbulence models. In standard k- $\epsilon$  model when low-Reynolds number modification was activated, the effects of molecular viscosity were taken into account in near-wall regions. Therefore, in low-Reynolds number k- $\epsilon$  model, maximum dynamic pressure over the bucket was predicted more accurately in comparison with standard k- $\epsilon$  model. Regarding modification in strain-pressure terms in turbulence equations, effects of anisotropic Reynolds stress tensor were taken into account in stress-omega RSM model with low-Reynolds number modifications. Thus, compared to other turbulence models, numerical results of this model are in a better agreement with experimental results. Different k- $\epsilon$  models could not predict the jet trajectory after the bucket very well. Due to blending function in SST k- $\omega$  model, this turbulence model effectively blended the robust and accurate formulation of the k- $\omega$  model in near-wall regions with the free-stream independence of the k- $\epsilon$  model in the far field. In estimation of maximum dynamic pressure over the bucket, this model had a better performance than standard k- $\omega$  model and relatively similar results to k- $\epsilon$  model. In addition, SST k- $\omega$  model has shown the best prediction of the jet trajectory among other turbulence models. Eventually, with respect to computation cost and accuracy of results, SST k- $\omega$  turbulence model has been introduced as the most suitable turbulence model to predict the flow pattern of a triangular flip-bucket.

**Keywords:** triangular flip bucket, turbulence models, two-phase flow, ski jump