

تعیین پاسخ لرزه ای سازه ها بر مبنای تحلیل طیفی با

پوش بیضوی

وحید لاجین اف^۱، جلال اکبری^{۲*}

۱- دانش آموخته کارشناسی ارشد سازه، دانشگاه ملایر

۲- استادیار گروه مهندسی عمران، دانشگاه ملایر

jalal.akbari@gmail.com

تاریخ پذیرش: [۱۳۹۴/۴/۳۰]

تاریخ دریافت: [۱۳۹۳/۲/۱۴]

چکیده- در تحلیل و طراحی سازه‌ها برای بارهای لرزه‌ای باید تاثیر نیروهایی که همزمان به یک عضو وارد می‌شوند، در نظر گرفته شود. بهترین نمونه قابل اشاره، اندرکنش نیروهای محوری و لنگرهای خمشی در ستون‌ها می‌باشد. روش تحلیل طیفی معمولی مقادیر بیشینه هر پاسخ را جداگانه تعیین می‌کند. لیکن، ترکیب بحرانی این پاسخ‌ها در اغلب موارد شامل این مقادیر بیشینه نیست. در این پژوهش، به کارگیری روشی برای تعیین پوش بیضوی برای ترکیب بحرانی دو یا چند پاسخ همزمان در سازه‌هایی با رفتار خطی بر مبنای محاسبات طیفی ارائه می‌شود. در صورتی که امتداد محورهای اصلی حرکت زمین نسبت به محورهای سازه مشخص باشد، این پوش یک بیضی است. برای حالتی که امتداد محورهای اصلی حرکت زمین مشخص نیست، یک پوش جامع به دست می‌آید که شامل امتدادهای بحرانی محورهای اصلی است. در نرم افزارهای تجاری، مانند SAP و ETABS طراحی لرزه‌ای سازه‌ها بر اساس پوش مستطیلی است، که منجر به طرح محافظه کارانه‌تر سازه‌ها می‌شود بنابراین، لزوم به کارگیری پوش بیضوی در نرم افزارهای تجاری برای طراحی اقتصادی سازه‌ها می‌تواند مد نظر قرار گیرد.

واژگان کلیدی: پوش مستطیلی، پوش بیضوی، بارهای لرزه‌ای، پاسخ طیفی، روش اجزای محدود.

۱- مقدمه

طراحی اعضای سازه‌ها، در اعضایی که طراحی براساس بحرانی‌ترین مقدار یک پاسخ صورت می‌گیرد، استفاده از تحلیل طیفی متداول از دقت خوبی برخوردار است. لیکن، در اعضایی که بر اساس ترکیب بحرانی دو یا چند پاسخ همزمان طراحی می‌شوند، مانند ستون‌هایی که همزمان تحت تاثیر نیروی محوری و لنگر خمشی قرار دارند، استفاده از نتایج حاصل از روش تحلیل طیفی متداول در قالب پوش مستطیلی دست بالا و محافظه کارانه است. زیرا احتمال این که در یک زمان همه ی این پاسخ‌ها، با یک علامت به بیشینه مقدار خود برسند بسیار کم است. هنگامی که امتداد محورهای اصلی حرکت زمین مشخص است، این پوش یک بیضی است، که در داخل پوش مستطیلی متداول محاط است [۱۰]. در اواخر دهه‌ی نود میلادی آرمن درگتورگیان و چارلز منون موفق شدند با استفاده از مفاهیم

برای تامین اهداف طراحی سازه در طول دوران بهره‌برداری، یافتن پاسخ‌های اعضای سازه در برابر بارهای لرزه‌ای از اهمیت زیادی برخوردار است. از بین روش‌های تحلیل دینامیکی، روش تحلیل طیفی دارای کاربرد بیشتری است. زیرا، برخلاف روش تحلیل تاریخیچه زمانی انجام آن نیاز به صرف وقت و هزینه‌ی کمتری داشته و تفسیر نتایج حاصل از آن چندان پیچیده نیست. همچنین در مقایسه با روش تحلیل استاتیکی معادل، با در نظر گرفتن آثار مودهای موثر از دقت بیشتری برخوردار است. در روش تحلیل طیفی متداول پاسخ سازه‌ها در برابر مولفه‌های مختلف زلزله محاسبه شده، سپس پاسخ بیشینه سازه با استفاده از قوانین ترکیب پاسخ مودها به دست می‌آید [۹-۱]. با توجه به معیارهای موجود برای

دست می‌آید. در ادامه مقاله، ابتدا فرمول‌بندی محاسبه پوش بیضوی و پوش جامع ارائه شده و سپس کاربردهای آن برای سازه‌های مختلف مورد بررسی قرار گرفته است. سرانجام نتایج حاصل از پوش بیضوی برای برخی از مطالعات انجام شده در این مقاله با نتایج تحلیل تاریخی‌چهی زمانی مقایسه می‌شود.

۲- فرمول بندی مساله

یک سازه N درجه آزادی با رفتار خطی و میرایی رایلی که در آن مودهای موثر سیستم $n \leq N$ است را در نظر بگیرید. بردار m تایی پاسخ‌های وابسته به زمان سیستم را به صورت $x(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_m(t)]^t$ تعریف می‌کنیم. هر مولفه بردار پاسخ $x_r(t)$ $r = 1, 2, \dots, m$ را به صورت یک ترکیب خطی از جابه‌جایی‌های گرهی سیستم در مختصات کلی $u(t) = [u_1(t), u_2(t), \dots, u_N(t)]^t$ بیان می‌شود.

$$x_r(t) = q_r^t \cdot u(t) \quad (1)$$

که در آن مولفه‌های بردار N تایی q_r ضرایبی است که تابعی از سختی و هندسه تغییر شکل نیافته سیستم بوده و برای هر پاسخ مقادیر متفاوتی است. برای تعریف بردار m تایی پاسخ با استفاده از ماتریس $Q_{N \times m} = [q_1, q_2, \dots, q_m]$ رابطه زیر تعریف می‌شود.

$$x(t) = Q^t \cdot u(t) \quad (2)$$

که در آن ماتریس $Q_{N \times m}$ شامل بردارهای q_r برای پاسخ‌های مختلف است [۱۲]. هنگامی که سیستم تحت حرکت یک مولفه‌ای زمین باشد با استفاده از مفهوم برهم نهی مودها، جابه‌جایی‌های گرهی سیستم در مختصات کلی از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$u(t) = \sum_{i=1}^n \phi_i \gamma_i d_i(t) \quad (3)$$

که در آن ϕ_i مودشکل i ام، γ_i ضریب مشارکت مود i ام و $d_i(t)$ جابه‌جایی نسبی نوسانگری با فرکانس و میرایی معادل فرکانس و میرایی مود i ام است. با جایگذاری رابطه (۳) در رابطه (۱) هر مولفه بردار پاسخ، به صورت زیر بیان می‌شود.

$$x_r(t) = q_r^t \cdot \sum_{i=1}^n \phi_i \gamma_i d_i(t) \quad (4)$$

هنگامی که سیستم تحت حرکت یک مولفه‌ای زمین قرار دارد، با استفاده از روش تحلیل طیفی و قوانین ترکیب مودها، این مقدار بحرانی به صورت زیر به دست می‌آید.

$$X_r^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (q_r^t \phi_i \gamma_i) \cdot (q_r^t \phi_j \gamma_j) \cdot \varepsilon_{ij} S_i S_j \quad (5)$$

تئوری ارتعاشات تصادفی یک منحنی پوش برای بردار پاسخ‌های همزمان سازه‌هایی با رفتار خطی، به دست آوردند [۱۳-۱۱]. در حالتی که امتداد محورهای اصلی حرکت زمین مشخص نیست، با در نظر گرفتن همه‌ی جهات ممکن حرکت زمین، منحنی پوش جامع به دست می‌آید که همه‌ی پوش‌های بیضوی ممکن را در برمی‌گیرد. با مقایسه‌ی پوش‌های مستطیلی و بیضوی با منحنی ظرفیت سازه در فضای پاسخ، مشخص می‌شود استفاده از پوش بیضوی در طراحی اقتصادی‌تر است.

به منظور انجام پژوهش، برای سازه‌های مختلف دو بعدی برنامه‌های نوشته شده بر اساس روش اجزای محدود در محیط MATLAB تهیه شده است [۱۴]. برنامه‌ها ابتدا با محاسبه‌ی ماتریس جرم و ماتریس سختی سازه، مقادیر ویژه و بردارهای ویژه‌ی سازه-ها را محاسبه کرده سپس با استفاده از فرکانس‌ها و نسبت میرایی مودها، ضرایب همبستگی بین مودهای ارتعاش را محاسبه می‌کنند. در گام بعد از روی طیف ورودی و با توجه به ضریب شدت در هر امتداد، طیف شتاب برای هر مولفه حرکت زمین به دست می‌آید. سپس مقادیر بحرانی ترکیب پاسخ‌های هم زمان به دست می‌آید. لازم به یادآوری است مقدار بحرانی یک پاسخ، همان مقداری است که از تحلیل طیفی متداول به دست می‌آید. برای به دست آوردن منحنی پوش پاسخ، ابتدا ماتریس مرتبه‌ی دو پاسخ تشکیل می‌شود. آرایه‌های این ماتریس مقادیر ترم‌های متقاطع هر دو پاسخ هم زمان را نشان می‌دهند. عناصر روی قطر اصلی این ماتریس، مجذور بیشینه مقدار هر پاسخ مجزا است. یعنی همان مقادیری که با استفاده از تحلیل طیفی متداول به دست می‌آید. هنگامی که جهت محورهای اصلی حرکت زمین مشخص باشد، با انجام محاسبات به ماتریس مقارن پاسخ حاصل از آن جهت دست می‌یابیم. بردارهای ویژه‌ی این ماتریس امتدادهای اصلی پوش بیضوی پاسخ را نشان می‌دهند. همچنین مقادیر ویژه ماتریس پاسخ، مجذور اندازه‌ی نیم‌قطرهای این بیضی است. با ترسیم پوش مستطیلی بر اساس نتایج تحلیل طیفی متداول مشخص می‌شود پوش بیضوی در داخل پوش مستطیلی محاط است و این نشان دهنده اقتصادی‌تر بودن پوش بیضوی است. در صورتی که جهت حرکت زمین مشخص نباشد، با انجام مراحل بالا به ازای تمام مقادیر ممکن زاویه امتداد حرکت زمین، پوش جامع که همه‌ی پوش‌های بیضوی را در بر می‌گیرد، به

حساب می‌آیند. با استفاده از مقادیر بیشینه به دست آمده برای هر مولفه بردار پاسخ و اشتراک آنها پوش مستطیلی برای بردار پاسخ $x(t)$ در فضای پاسخ m بعدی به دست می‌آید. به دلیل اینکه معمولاً مقادیر بیشینه هر یک از مولفه‌های بردار پاسخ در یک لحظه و با یک علامت رخ نمی‌دهند، استفاده از پوش‌های مستطیلی متداول محافظه کارانه است (پوش رایج در نرم افزارهای تجاری). برای به دست آوردن پوش‌های بیشینه در برنامه نویسی کامپیوتری این پژوهش، در ادامه از فرم ماتریسی استفاده شده است.

اگر $S_{k \times n \times n} = \text{diag}[S_{ki}]$ ماتریس قطری جابه‌جایی‌های طیفی مودها، $\Gamma_{k \times n \times n} = \text{diag}[\gamma_{ki}]$ ماتریس قطری ضرایب مشارکت مودی، $R_{n \times n} = \text{diag}[\varepsilon_{ij}]$ ماتریس ضرایب همبستگی مودها و $\Phi_{N \times n} = [\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_n]$ ماتریس مودشکل‌های سیستم باشد، می‌توان رابطه (۶) را به صورت زیر بازنویسی نمود.

$$X_r^2 = q_r^t (Z_1 + Z_2 \sin^2 \theta + Z_3 \sin \theta \cdot \cos \theta) q_r \quad (۷)$$

در رابطه (۷) پارامترهای Z_1, Z_2, Z_3 به صورت زیر تعریف شده‌اند.

$$Z_1 = \Phi [\sum_{k=1}^3 (\Gamma_k S_k R S_k^t \Gamma_k^t)] \Phi^t \quad (۸)$$

$$Z_2 = \Phi [-\sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^2 (-1)^{k+l} (\Gamma_l S_l R S_l^t \Gamma_l^t)] \Phi^t$$

$$Z_3 = \Phi [-\sum_{k=1}^2 (-1)^k (\Gamma_1 S_k R S_k^t \Gamma_1^t + \Gamma_2 S_k R S_k^t \Gamma_2^t)] \Phi^t$$

فرم فشرده رابطه (۷) به صورت رابطه زیر است.

$$X_r^2 = q_r^t Z q_r \quad (۹)$$

که در آن ماتریس Z به صورت رابطه ۱۰ تعریف می‌شود.

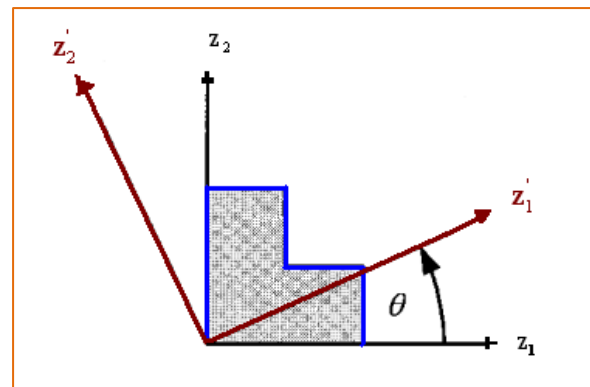
$$Z_{N \times N} = Z_1 + Z_2 \sin^2 \theta + Z_3 \sin \theta \cdot \cos \theta \quad (۱۰)$$

ماتریس $Z_{N \times N}$ ، یک ماتریس مربعی متقارن می‌باشد. برای یک سازه مشخص که تحت تاثیر حرکت زمین قرار داشته و امتداد محورهای اصلی حرکت و طیف‌های پاسخ در آن امتدادها مشخص است، ماتریس $Z_{N \times N}$ قابل محاسبه بوده و برای همه پاسخ‌های سیستم یکسان است. با استفاده از تعاریف فوق می‌توان ترم‌های متقاطع بین دو پاسخ $x_r(t)$ و $x_s(t)$ که معیاری از میزان وابستگی بین دو پاسخ است را به صورت زیر تعریف نمود.

$$X_{rs} = q_r^t Z q_s \quad (۱۱)$$

با استفاده از رابطه (۱۱) برای هر دو زوج مولفه بردار پاسخ، می‌توان

که در آن، $S_i = \max [d_i(t)]$ جابه‌جایی طیفی مود i ام بوده که با استفاده از طیف‌های طراحی محاسبه می‌شود. همچنین ε_{ij} ضریب همبستگی بین مودها که تابعی از فرکانس و درصد میرایی مودها است. در صورت عدم انطباق محورهای اصلی حرکت زمین و سازه، هنگام تحلیل سازه در امتداد محورهایش بین مولفه‌های حرکت زمین همبستگی به وجود می‌آید که منجر به اندرکنش و وابستگی بین پاسخ‌ها می‌شود. شکل ۱ نشان می‌دهد که بین محورهای اصلی افقی حرکت زمین و سازه، زاویه پادساعتگرد θ وجود دارد. این در حالی است که محورهای قائم بر هم منطبق هستند.



شکل ۱- چرخش محورهای اصلی حرکت سازه و زمین

در نظر گرفتن این وابستگی‌ها در تحلیل سازه، با استفاده از رابطه زیر به روش CQC3 شناخته شده است [۶]. بیشینه مقدار هر مولفه بردار پاسخ به صورت زیر بیان می‌شود.

$$X_r^2(\theta) = \sum_{k=1}^3 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (q_r^t \Phi_i \gamma_{ki}) (q_r^t \Phi_j \gamma_{kj}) \varepsilon_{ij} S_{ki} S_{kj} - \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (-1)^{k+l} (q_r^t \Phi_i \gamma_{li}) (q_r^t \Phi_j \gamma_{lj}) \varepsilon_{ij} S_{ki} S_{kj} \sin^2 \theta - \sum_{k=1}^2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (-1)^k (q_r^t \Phi_i) (q_r^t \Phi_j) (\gamma_{1i} \gamma_{2j} + \gamma_{2i} \gamma_{1j}) \varepsilon_{ij} S_{ki} S_{kj} \sin \theta \cos \theta \quad (۶)$$

در رابطه ۶، ضرایب مشارکت مودی نسبت به محورهای سازه و جابه‌جایی‌های طیفی نسبت به محورهای اصلی حرکت زمین تعریف می‌شوند. در روش تحلیل طیفی متداول، با استفاده از رابطه ۶ به ازاء هر مقدار θ بیشینه مقدار هر مولفه بردار پاسخ به صورت $\pm X_r$ به دست می‌آید. مقادیر $\pm X_r$ به عنوان پوش‌های بیشینه و کمینه برای هر پاسخ $x_r(t)$ که مولفه‌های بردار پاسخ می‌باشند، به

ماتریس پاسخ را به صورت زیر تعریف نمود.

$$X_{m \times m} = Q^t Z Q \quad (12)$$

عناصر روی قطر اصلی ماتریس پاسخ $X_{m \times m}$ مجذور مقادیر بیشینه هر مولفه بردار پاسخ یعنی $X_{rr} = X_r^2$ $r = 1, 2, \dots, m$ است. این مقادیر همانهایی است که از تحلیل طیفی متداول به دست می آید. عناصر غیر قطر اصلی $X_{rs} = q_r^t Z q_s$ به کوواریانس بین دو پاسخ $x_r(t)$ و $x_s(t)$ وابسته است. علامت جبری ترم X_{rs} به این نکته اشاره دارد که دو پاسخ $x_r(t)$ و $x_s(t)$ به طور مثبت و یا منفی به هم وابسته است. اگر دو پاسخ $x_r(t)$ و $x_s(t)$ از هم مستقل بوده و هیچگونه وابستگی بین آنها وجود نداشته باشد، آنگاه مقدار $X_{rs} = 0$ است. این در حالی است که اگر بین دو پاسخ $x_r(t)$ و $x_s(t)$ تناسب خاصی برقرار باشد، دو پاسخ به طور کامل به هم وابسته بوده و $X_{rs} = X_r X_s$ است. هنگامی که امتداد محورهای اصلی حرکت زمین با داشتن زاویه θ مشخص باشد، برای به دست آوردن پوش بردار پاسخ $x(t)$ بر اساس محاسبات طیفی، تصویر بردار پاسخ $x(t)$ روی بردار یک α ، در فضای m بعدی پاسخ به صورت زیر بیان می شود.

$$x_{\alpha}(t) = \alpha^t \cdot x(t) \quad (13)$$

برای یک بردار یک دلخواه α ، $x_{\alpha}(t)$ یک ترکیب خطی از مولفه های بردار پاسخ $x(t)$ و در نتیجه یک ترکیب خطی از جابه جایی های گرهی است. با جایگذاری رابطه (۱) در رابطه (۱۳) رابطه زیر حاصل میشود.

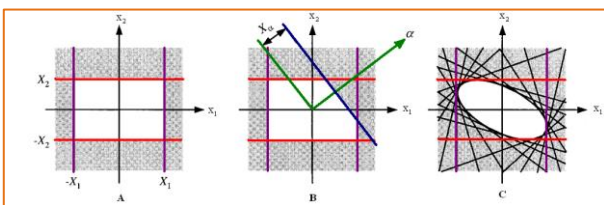
$$x_{\alpha}(t) = \alpha^t Q^t u(t) = q_{\alpha}^t u(t) \quad (14)$$

که $q_{\alpha}^t = \alpha^t Q^t$ یک بردار N تایی از ثابت هایی است که تابعی از مولفه های ماتریس سختی سازه و امتداد مشخص α در فضای پاسخ است. با مقایسه روابط ۱ و ۱۴ با استفاده از روش تحلیل طیفی X_{α} مشخص α محاسبه کرد. با در نظر گرفتن $r = s = \alpha$ رابطه ۱۵ حاصل می شود.

$$X_{\alpha}^2 = q_{\alpha}^t Z q_{\alpha} = \alpha^t Q^t Z Q \alpha = \alpha^t X \alpha \quad (15)$$

حال با در نظر گرفتن بردار واحد در امتداد محور پاسخ شماره ۱ به صورت زیر $\alpha = [1, 0, 0, \dots, 0]$ و با استفاده از رابطه (۱۵) مقدار X_1 به دست می آید، که محدودیت $x_1(t) \leq X_1$ را ایجاد می کند. همچنین محدودیت $x_1(t) \leq -X_1$ با در نظر گرفتن بردار یک $\alpha = [-1, 0, 0, \dots, 0]$ به دست می آید. این محدودیت ها دو صفحه

عمود بر محور x_1 و به فاصله $\pm X_1$ از مبدا را تعریف می کنند. با در نظر گرفتن بردارهای یک $\alpha = [0, \pm 1, 0, \dots, 0]$ در امتداد محور پاسخ شماره ۲ به طور مشابه محدوده $-X_2 \leq x_2(t) \leq X_2$ برای پاسخ دوم به دست می آید که دو صفحه عمود بر محور x_2 را تعریف می کند. با ادامه این روند برای سایر پاسخ ها، m جفت صفحه موازی عمود بر محورهای پاسخ نظیر به دست می آید. اشتراک ناحیه های بین هر دو جفت صفحه موازی، یک ناحیه مستطیلی m بعدی را به عنوان پوش بردار پاسخ معرفی می کند. شکل ۲-۱ یک پوش مستطیلی دو بعدی را در فضای پاسخ x_1 و x_2 نشان می دهد. حال بردار یک α دلخواه که در امتداد هیچکدام از محورهای پاسخ قرار ندارد را، در نظر می گیریم. تصویر بردار پاسخ روی این بردار یک α ، در محدوده $-X_{\alpha} \leq x_{\alpha}(t) \leq X_{\alpha}$ قرار می گیرد. این محدوده دو صفحه موازی با هم را تعریف می کند که بر امتداد α عمود و در فاصله X_{α} از مبدا فضای پاسخ قرار دارند. این محدوده در شکل ۲-۲ در فضای دو بعدی پاسخ x_1 و x_2 نشان داده شده است. با ادامه این روند برای همه امتدادهای مختلف بردار یک α و اشتراک ناحیه های بین هر دو جفت صفحه موازی، پوش بیضوی بردار پاسخ، به دست می آید. شکل ۲-۳ این پوش بیضوی را در فضای دو بعدی پاسخ x_1 و x_2 نشان می دهد.



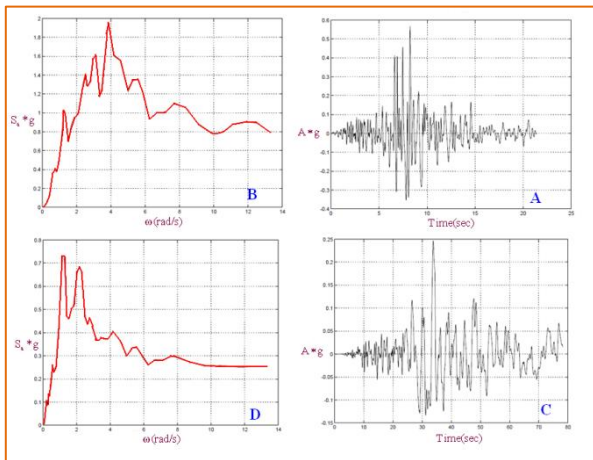
شکل ۲- چگونگی شکل گیری پوش های مستطیلی و بیضوی در تحلیل طیفی

۳- مطالعات موردی

۳-۱- قاب خمشی بتنی

در این حالت یک قاب خمشی بتنی هجده طبقه مطابق شکل ۳ با طول دهانه های یکسان ۷ متر و ارتفاع طبقات ۳ متر به عنوان یک سازه بلند در نظر گرفته می شود. سازه مورد نظر دارای ۳۷۸ درجه آزادی است. در سیستم سازه ای مورد نظر تمام اتصالات تیر به ستون صلب است. از اندرکنش خاک و سازه در این مساله چشم پوشی شده است.

مولفه های حرکت زمین و در نتیجه آثار آنها همبستگی به وجود می آید. در واقعیت مقدار تحریک وارده بر سازه در امتداد محورهای اصلی حرکت زمین با یکدیگر متفاوت است لیکن در کارهای عملی با استفاده از ضریب شدت که عددی بین صفر و یک است و با اعمال آن بر یکی از طیف های موجود در آئین نامه ها، مقدار تحریک وارد شده بر سازه در امتداد هر یک از محورهای اصلی حرکت زمین تعیین می شود. بنابراین در امتداد افقی از ضریب شدت یک و در امتداد قائم از ضریب شدت 0.30 استفاده می شود [V].

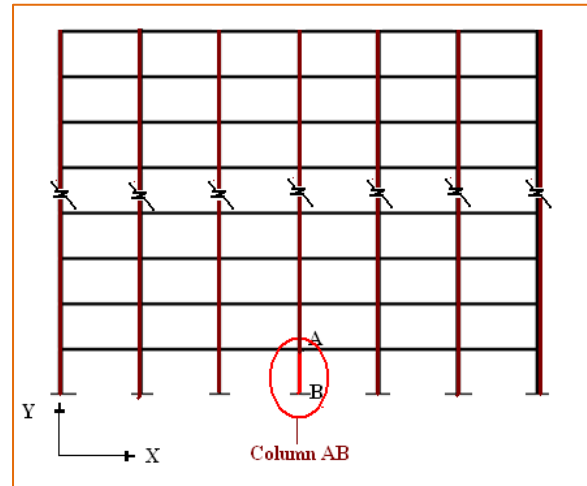


شکل ۴: A شتاب نگاشت مولفه افقی زلزله نورث ریج - B طیف شتاب زلزله نورث ریج - C شتاب نگاشت مولفه افقی زلزله لوما پریتا - D طیف شتاب زلزله لوما پریتا

جدول ۲- پریودها و جا به جایی های طیفی قاب بتنی مورد مطالعه

مود	پریود (s)	تغییر مکان طیفی زلزله نورث ریج (cm)	تغییر مکان طیفی زلزله لوما پریتا (cm)
۱	۴/۹۲	۱۸/۴۵	۵۲/۷۰
۲	۱/۶۲	۲۴/۰۹	۱۵/۳۸
۳	۰/۹۴	۱۴/۰۷	۱۳/۱۷
۴	۰/۶۶	۷/۷۵	۵/۰۱
۵	۰/۵۴	۷/۰۴	۳/۹۱
۶	۰/۵۰	۶/۱۸	۳/۹۴
۷	۰/۴۸	۵/۸۲	۳/۸۷
۸	۰/۴۱	۵/۶۹	۲/۱۵
۹	۰/۴۰	۵/۶۷	۲/۰۹
۱۰	۰/۳۳	۴/۴۴	۱/۲۲

برای به دست آوردن منحنی پوش های بیضوی و مستطیلی در ابتدا تحلیل طیفی متداول صورت می گیرد. در جدول ۲- پریودها و



شکل ۳- مدل اجزا محدود سازه قاب بتنی خمشی

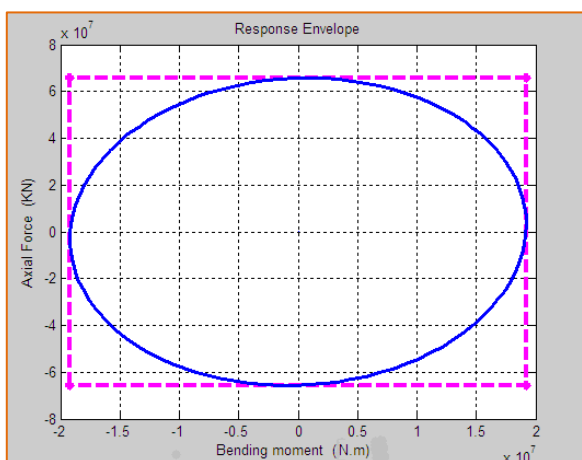
ابعاد و مشخصات مصالح و مقاطع اعضای سازه در جدول ۱ ارائه شده است. که در آن A سطح مقطع، I ممان اینرسی حول محور قوی مقطع، E_c مدول الاستیسیته بتن، f'_c مقاومت فشاری ۲۸ روزه بتن و ρ چگالی بتن است. مقاطع کلیه تیرها و ستونها مستطیلی فرض شده است.

جدول ۱- مشخصات مقاطع و مصالح قاب خمشی بتنی

المان	ابعاد (cm)	A (m^2)	I (m^4)	E_c (Gpa)	f'_c (Mpa)	ρ (kg/m^3)
ستونها	70×70	۰/۴۹	۰/۰۲۰	۲۰	۲۱	۲۵۰۰
تیرها	70×80	۰/۵۶	۰/۰۲۹	۲۰	۲۱	۲۵۰۰

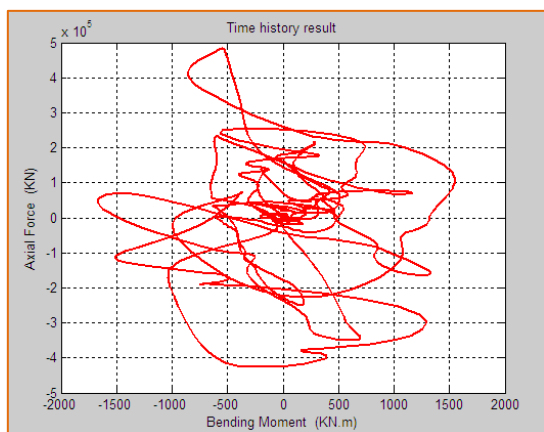
برای انجام تحلیل طیفی و تحلیل تاریخچه زمانی، از طیف پاسخ و شتاب نگاشت دو زلزله لوما پریتا (Loma Perita) و نورث ریج (Northridge) استفاده شده است [۱۵]. طیف های پاسخ و شتاب نگاشت های این زلزله ها در شکل ۴ ارائه شده است. با توجه به دو بعدی بودن مسئله، حرکت زمین تنها در دو امتداد افقی و قائم تعریف می شود. با استفاده از این مفهوم می توان مقادیر طیفی هو شتاب نگاشت را در هر امتداد به دست آورد. در سال ۱۹۷۵ Joseph Penzien و Makato Watabe [V] نشان دادند که حرکات زمین دو مولفه افقی که یکی در امتداد شعاعی و دیگری در امتداد مماسی نسبت به مرکز زلزله است، از هم مستقل بوده و بین آثار ناشی از هر کدام از آنها همبستگی وجود ندارد. همچنین در صورت اعمال حرکت زمین در هر امتداد دیگر نسبت به محورهای اصلی، بین

لازم به ذکر است، دو بعدی بودن مساله حالت خاصی از روش گفته شده است و به هیچ وجه از کلیت روش کم نمی کند.



شکل ۵- پوش بیضوی و پوش مستطیلی برای ستون A-B از قاب تحت زلزله نورث ریج (تحلیل طیفی)

مطابق شکل ۷ فقط در چهار نقطه پوش مستطیلی بر پوش بیضوی هماهنگ است. در بقیه نقاط، پوش مستطیلی معمولاً مقادیر محافظه کارانه تری می دهد. در حالی که در عمل پوش واقعی برای اندرکنش نیروی محوری و لنگر خمشی بیضوی است. بنابراین، برای طراحی دقیق و علمی سازه ها باید پوش بیضی مد نظر قرار گیرد. برای کنترل درستی نتایج به دست آمده از محاسبات طیفی، تحلیل تاریخچه زمانی بر اساس شتاب نگاشت زلزله نورث ریج انجام شده است. در تحلیل تاریخچه زمانی از الگوریتم نیومارک با روش شتاب متوسط استفاده شده است [۱۶]. در شکل ۶ نتایج تحلیل تاریخچه زمانی مقادیر لنگر خمشی و نیروی محوری برای ستون انتخاب شده، ارائه شده است.



شکل ۶- تاریخچه لنگر خمشی و نیروی محوری برای ستون A-B از قاب تحت زلزله نورث ریج (تحلیلی تاریخچه زمانی)

جابه جایی های طیفی تحت تحریک دو زمین لرزه در امتداد افقی برای پنج مود اول ارتعاش سازه نشان داده شده است. با توجه به اینکه سازه مورد مطالعه براساس آیین نامه های لرزه ای طراحی نشده است، مقادیر جابه جایی ها و پیرودهای ارتعاش مقادیر بزرگی است. هر چند این مساله خدشه ای به بحث مورد بررسی وارد نمی سازد. مطابق شکل ۳ ستون A-B از سازه مورد نظر انتخاب می شود. پس از انجام تحلیل طیفی و تحلیل تاریخچه زمانی تحت تحریک دو زمین لرزه گفته شده مقادیر بیشینه نیروی محوری و بیشینه لنگر خمشی این ستون به شرح جدول ۳ به دست آمده است.

جدول ۳- مقادیر بیشینه تلاش های ستون A-B

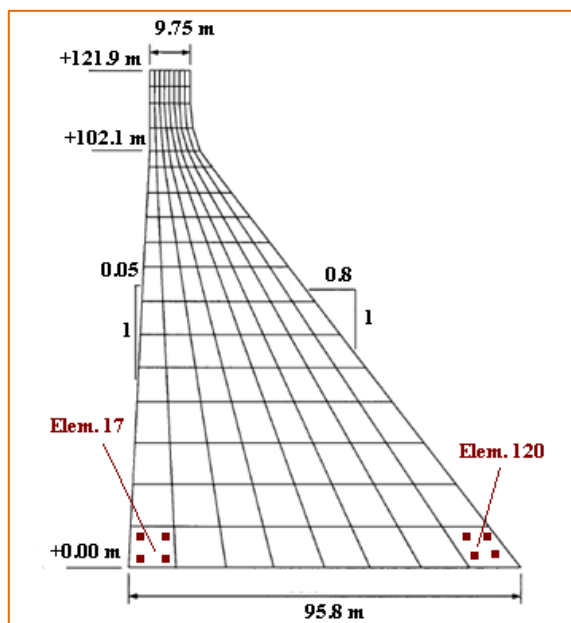
زلزله	نورث ریج		لوما پرتا	
	طیفی	تاریخچه زمانی	طیفی	تاریخچه زمانی
نیروی محوری (کیلو نیوتن)	۵۷۱۵	۴۸۳۲	۱۰۳۸۰	۶۹۳۰
لنگر خمشی (تن-متر)	۱۶۷۰	۱۶۷۱	۲۲۹۶	۳۴۶۲

برای به دست آوردن پوش بیضوی بر اساس تحلیلی طیفی، ابتدا لازم است با استفاده از ماتریس های قطری جابه جایی های طیفی و ضرایب مشارکت مودی، ماتریس ضرایب همبستگی مودها و ماتریس مودشکل های سازه در قالب رابطه 10×10 ماتریس مربعی $Z_{N \times N}$ تشکیل می شود. سپس با تعریف ماتریس ضرایب $Q_{m \times N}$ که وابسته به سختی و هندسه تغییر شکل نیافته سازه است، با استفاده از رابطه $X_{m \times m} = Q^t Z Q$ ماتریس پاسخ محاسبه می شود. همان گونه که اشاره شد، بردارهای ویژه ماتریس پاسخ، امتدادهای اصلی و مقادیر ویژه مجذور نیم قطرهای پوش بیضوی را نشان می دهند. بنابراین با حل مساله مقدار ویژه برای ماتریس پاسخ به دست آمده از محاسبات طیفی، اندازه و امتداد پوش بیضوی به دست می آید. هر چند در مسائل دو بعدی زاویه θ صفر است، لیکن در حالت کلی به ازاء هر مقدار θ یک پوش بیضوی منحصر به فرد به دست می آید. با انجام روند گفته شده برای ستون A-B، منحنی پوش های بیضوی و مستطیلی به ترتیب تحت زلزله های نورث ریج و لوما پرتا به صورت اشکال ۵ تا ۶ ترسیم شده است.

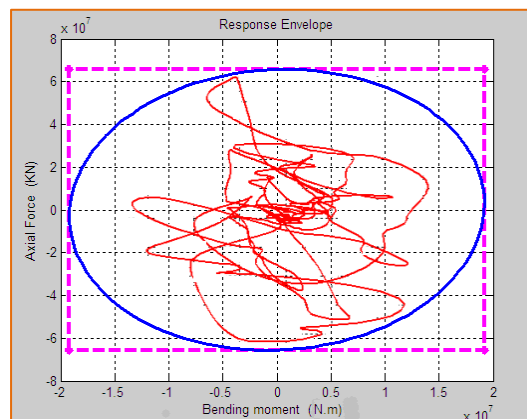
پاسخ نیروی محوری و لنگر خمشی همزمان به مقادیر بیشینه خود می‌رسند، نزدیک است. هنگامی که بین دو پاسخ ارتباط و وابستگی خاصی وجود داشته باشد پوش بیضوی به یک خط مایل محاط در داخل پوش مستطیلی تبدیل شده و آن را دقیقاً در نقاط گوشه قطع می‌کند. تعبیر فیزیکی این موضوع آن است که دو پاسخ، همزمان با هم و با یک علامت به مقادیر حداکثر خود می‌رسند. در این مسئله نیز چنین شرایطی حاکم می‌باشد. به علت وجود همبستگی بین دو پاسخ نیروی محوری و لنگر خمشی، پوش بیضوی کشیده‌تر و متمایل به یک خط مایل محاط در مستطیل است. در چنین حالتی به دلیل همزمان رخ دادن مقادیر بیشینه پاسخ‌ها استفاده از پوش بیضوی به جای پوش مستطیلی رایج تفاوت چندانی در طراحی ایجاد نمی‌کند. هر چند تحت هر شرایطی استفاده از پوش بیضوی اقتصادی تر است.

۳-۲- سد بتنی وزنی

در این مساله یک سد بتنی وزنی دو بعدی مطابق شکل ۹ در نظر گرفته می‌شود. هندسه سازه ساده در نظر گرفته شده تا نشان داده شود، برای اینکه درگیری و اندرکنش پاسخ‌ها حائز اهمیت باشد نیازی به پیچیده بودن هندسه سازه نیست. برای مدل‌سازی و تحلیل این سازه از یک برنامه اجزای محدود نوشته شده در محیط MATLAB استفاده شده است.



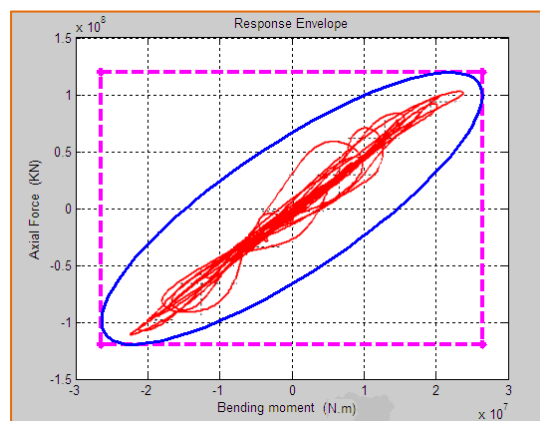
شکل ۹- شکل و ابعاد سازه سد بتنی مورد مطالعه



شکل ۷- پوش بیضوی، پوش مستطیلی و تاریخچه زمانی برای ستون A-B از قاب تحت زلزله نورث ریج

از شکل ۷ مشاهده می‌شود که مقادیر تلاش‌های همزمان خمشی و محوری هرگز از پوش بیضوی تخطی نمی‌کنند. بنابراین، پوش بیضوی بهترین امکان برای طراحی اقتصادی سازه‌های بتنی مسلح برای اثر همزمان خمش و نیروی محوری است.

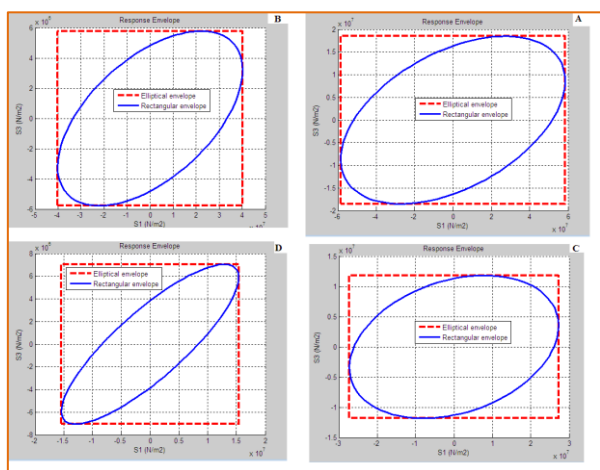
نتایج تحلیل برای زلزله دیگر (لوما پرتا)، در شکل ۸ پوش‌های مستطیلی، بیضوی و تاریخچه زمانی در ستون یاد شده ارائه شده است. نتایج به دست آمده حاکی از اقتصادی بودن پوش بیضوی و عدم تجاوز پاسخ‌های تاریخچه زمانی از پاسخ‌های پوش بیضوی است. بنابراین، با اطمینان می‌توان گفت استفاده از این پوش بسیار کارآمد و اقتصادی است.



شکل ۸- پوش بیضوی، پوش مستطیلی و تاریخچه زمانی برای ستون A-B قاب تحت زلزله لوما پرتا

با کمی دقت در شکل منحنی بیضوی شکل ۸ ملاحظه می‌شود پوش بیضوی به دست آمده یک بیضی کشیده بوده و نقاط تماس پوش بیضوی با پوش مستطیلی به گوشه مستطیل یعنی محلی که دو

بوده و نقاط تماس پوش بیضوی با پوش مستطیلی به گوشه مستطیل یعنی محلی که دو پاسخ تنش اصلی بیشینه و تنش اصلی کمینه هم‌زمان به مقادیر حداکثر خود می‌رسند، نزدیک است. هنگامی که بین دو پاسخ ارتباط و وابستگی خاصی وجود داشته باشد پوش بیضوی به یک خط مایل محاط در داخل پوش مستطیلی تبدیل شده و آن را دقیقاً در نقاط گوشه قطع می‌کند. تعبیر فیزیکی این موضوع آن است که دو پاسخ، هم‌زمان با هم و با یک علامت به مقادیر بیشینه خود می‌رسند. در این مسئله نیز چنین شرایطی حاکم است. به علت وجود همبستگی بین دو پاسخ تنش‌های اصلی، پوش بیضوی کشیده‌تر و متمایل به یک خط مایل محاط در مستطیل است.



شکل ۱۰: A پوش مستطیلی و بیضوی برای المان ۱۷ در زلزله نورث ریج - B پوش مستطیلی و بیضوی برای المان ۱۷ در زلزله لوما پریتا و C پوش مستطیلی و بیضوی برای المان ۱۲۰ در زلزله نورث ریج - D پوش مستطیلی و بیضوی برای المان ۱۲۰ در زلزله لوما پریتا

همچنین با مشاهده شکل‌های A, C, ملاحظه می‌شود، برای زلزله نورث ریج نقاط تماس پوش بیضوی با پوش مستطیلی تقریباً به وسط اضلاع منتقل شده است. هنگامی که دو پاسخ مستقل از هم باشند، محورهای اصلی پوش بیضوی و پوش مستطیلی بر هم منطبق شده و بیضی و مستطیل در وسط اضلاع مستطیل برهم مماس می‌شوند. تعبیر فیزیکی این موضوع آن است که هر پاسخ مستقل از سایر پاسخ‌ها به مقدار حداکثر خود می‌رسد. به عبارت دیگر، هنگامی که یک پاسخ بیشینه مقدار خود را دارد، پاسخ دیگر صفر است. در چنین حالاتی استفاده از پوش بیضوی به جای

در مدلسازی این سد از المان‌های چهار گرهی دو بعدی کرنش مسطحه با رفتار خطی استفاده شده است. این مدل دارای ۱۶۲ گره و ۱۳۶ المان چهار گرهی دو بعدی کرنش مسطحه است. اتصال سد به فونداسیون صلب در نظر گرفته شده است بنابراین، با توجه به اینکه هر گره به جز گره‌های محل اتصال سازه به زمین دارای دو درجه آزادی است، کل سیستم دارای ۳۰۶ درجه آزادی است. جرم مخصوص بتن ۲۴۴۰ کیلوگرم بر متر مکعب، مدول الاستیسیته بتن ۲۲/۴ گیگا پاسکال و ضریب پواسن ۰/۲ در تحلیل المان محدود در نظر گرفته شده است. پیوندهای پنج مود اول ارتعاش به ترتیب ۰/۳۰۵، ۰/۱۴۷، ۰/۱۱۱، ۰/۰۸۵ و ۰/۰۵۵ ثانیه برای میرایی ۵ درصد برای به دست آمده است. برای انجام تحلیل دینامیکی در قالب تحلیل طیفی، به ترتیب از طیف پاسخ و شتابنگاشت دو زلزله لوما پریتا و نورث ریج استفاده شده است. با توجه به دو بعدی بودن مسئله، حرکت زمین تنها در دو امتداد افقی و قائم تعریف می‌شود. برای به دست آوردن منحنی پوش‌های بیضوی و مستطیلی سازه مورد نظر، در ابتدا تحلیل طیفی متداول صورت می‌گیرد. با استفاده از این پوش‌های بیضوی می‌توان تاثیر هم‌زمانی پاسخ‌های مختلف را ارزیابی کرد. مطابق شکل ۹ المان شماره ۱۷ در محل پاشنه سد و المان شماره ۱۲۰ در محل پنجه سد انتخاب می‌شود. پس از انجام تحلیل طیفی تحت تحریک دو زمین لرزه یاد شده مقادیر تنش‌های اصلی این المان‌ها به شرح جدول ۴ به دست آمده است (مقادیر متوسط‌گیری شده در نقاط گوس).

جدول ۴- تنش‌های المان‌های ۱۷ و ۱۲۰ واقع در پاشنه و پنجه سد

زلزله	نورث ریج		لوما پریتا	
	σ_1 (Mpa)	σ_3 (Mpa)	σ_1 (Mpa)	σ_3 (Mpa)
المان ۱۷	۵۸.۵	۱۸.۴	۴۰.۱	۵.۷۸
المان ۲۱	۵۳.۵	۲۳.۱	۳۰.۲	۱۳.۸

نتایج حاصل از محاسبات طیفی تحت زلزله‌های نورث ریج و لوما پریتا برای المان‌های شماره ۱۷ و ۱۲۰ نشان داده شده در شکل ۹ در پاشنه و پنجه سد به صورت شکل‌های ۱۰ است.

با مشاهده شکل‌های B, D, به دست آمده ملاحظه می‌شود، پوش بیضوی به دست آمده برای زلزله لوما پریتا یک بیضی تقریباً کشیده

- Der Kiureghian, A., and Nakamura, Y. (1993). "CQC modal combination rule for high-frequency modes." *Earthquake Engrg. and Struct. Dyn.*, 22(11), 943-956.
3. Gupta, A. K. (1990). *Response spectrum method in seismic analysis and design of structures*. Blackwell, Cambridge, Mass.
4. Gupta, A. K., and Singh, M. P. (1977). "Design of column sections subjected to three components of earthquake." *Nuclear Engrg. and Des.*, 41(1), 129-133.
5. Menu, C., and Der Kiureghian, A. (1998). "A replacement for the 30%, 40% and SRSS rules for multicomponent seismic analysis." *Earthquake Spectra*, 14(1), 153-163.
6. Penzien, J., and Watabe, M. (1975). "Characteristics of 3-dimensional earthquake ground motions." *Earthquake Engrg. and Struct. Dyn.*, 3(4), 365-373.
7. Singh, M. P., and Chu, S. L. (1976). "Stochastic considerations in seismic analysis of structures." *Earthquake Engrg. and Struct. Dyn.*, 4(3), 295-307.
8. Singh, M. P., and Maldonado, G. O. (1991). "An improved response spectrum method for calculating seismic design response. Part 1: Classically damped structures." *Earthquake Engrg. and Struct. Dyn.*, 20(7), 621-635.
9. Smeby, W., and Der Kiureghian, A. (1985). "Modal combination rules for multicomponent earthquake excitation." *Earthquake Engrg. and Struct. Dyn.*, 13(1), 1-12.
10. Wilson, E. L., Der Kiureghian, A., and Bayo, E. P. (1981). "A replacement for the SRSS method in seismic analysis." *Earthquake Engrg. and Struct. Dyn.*, 9(2), 187-194.
11. Menu C. & Der Kiureghian A. (2000) "Envelopes for seismic response vectors, 1: Theory" *J, Structural Engineering, ASCE.*, 126(4)pp.467-473.
12. Menu C. & Der Kiureghian. A. (2000) "Envelopes for seismic response vectors, 2: Application" *J, Structural Engineering, ASCE.*, 126(4), pp.474-481.
13. MATLAB, "The language of technical computing", Massachusetts: The Math-Works, Inc, 2010.
14. Pacific Earthquake Engineering Research Centre (<http://peer.berkeley.edu/>)
15. N.M., Newmark (1959), *A Method of Computation for Structural Dynamics*, *Journal of the Engineering Mechanics Divisions, ASCE*, 85, pp.67-94

پوش‌های مستطیلی متداول به طور قابل ملاحظه‌ای موجب اقتصادی‌تر شدن طراحی می‌شود.

۴- نتیجه‌گیری

از آنجا که امتداد محورهای اصلی حرکت زمین با توجه به تصادفی بودن ماهیت زلزله از قبل مشخص نیست، می‌توان با استفاده از پوش جامع از قید از پیش معلوم بودن زاویه وقوع زلزله رهایی یافت. در این پوش نیازی به تعریف و محاسبه پارامتر جدیدی نبوده و ماتریس پاسخ با استفاده از پارامترهای موجود در تحلیل طیفی متداول به دست می‌آید. تعداد پاسخ‌های همزمان موجود در مهندسی سازه به دو یا سه پاسخ محدود می‌شود. بنابراین، حجم محاسبات چندان زیاد نبوده و منحنی‌های پوش با گراف‌های دو بعدی و یا سه بعدی براحتی قابل ارائه است. با توجه به ملموس بودن و سازگاری این روش با هر نرم افزاری که بتواند تحلیل مودال را انجام دهد، می‌توان ضمن الحاق این روش به نرم افزارها، به راحتی از پوش‌های بیضوی در طراحی‌های عملی استفاده نمود. همچنین از آنجا که در تعیین پوش‌های بیضوی برای اعمال حرکت زمین در نظر گرفته شده، می‌توان از این پوش‌ها برای طراحی سازه‌هایی که تحت زلزله چند مولفه‌ای قرار دارند بهره گرفت. این پژوهش، با تحلیل سازه‌های گسسته (اسکلتی) و پیوسته دقیق‌تر برآورد کردن نیروهای داخلی را با استفاده از پوش‌های بیضوی در مقایسه با پوش‌های مستطیلی رایج نشان می‌دهد.

۵- مراجع

1. Clough, R. W., and Penzien, J. (1993). *Dynamics of structures*. McGraw-Hill, New York.
2. Der Kiureghian, A. (1981). "A response spectrum method for random vibration analysis of MDF systems." *Earthquake Engrg. and Struct. Dyn.*, 9(5), 419-435.

