

# مدل سازی تیرهای بتن مسلح تحت پیچش با مدل خسارت - خمیری

مرتضی نیکوروش<sup>۱</sup>، ابوالفضل عربزاده<sup>۲\*</sup>، مسعود سلطانی محمدی<sup>۳</sup>

۱- دانشجوی دکتری مهندسی سازه، دانشگاه تربیت مدرس

۲- دانشیار دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه تربیت مدرس

۳- دانشیار دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه تربیت مدرس

arabzade@modares.ac.ir

تاریخ پذیرش: [۱۳۹۴/۱۰/۲۴]

تاریخ دریافت: [۱۳۹۳/۹/۸]

**چکیده** - از بین چهار حالت بارگذاری اصلی یعنی نیروی محوری، نیروی برشی، لنگر خمشی و لنگر پیچشی، فقط پیچش است که یک میدان تنش سه محوری به وجود می آورد. از طرف دیگر، ضعف مقاومت پیچشی می تواند یکپارچگی کل سازه را به مخاطره بیندازد. بنابراین اهمیت بررسی مسائل پیچش در اعضای بتنی از اهمیت بالایی برخوردار است. در این مقاله، تیرهای بتنی مسلح تحت اثر لنگر پیچشی خالص با استفاده از روش اجزای محدود غیرخطی مدل سازی شده است. بدین منظور، رفتار بتن با استفاده از مدل خسارت - خمیری همسانگرد موجود در نرم افزار آباکوس شبیه سازی شده، اما به منظور در نظرگیری عدم قطعیت های موجود در مدل سازی، فرضیات مدل سازی با تحلیل حساسیت مورد ارزیابی قرار گرفته و متغیرهای مدل خسارت - خمیری با توجه به مفهوم فیزیکی هر کدام، کالیبره شده است. انطباق بالای منحنی های پاسخ لنگر پیچشی - زاویه پیچش، الگوهای ترک خوردگی و سازوکارهای خرابی حاصل از مدل اجزای محدود غیرخطی، نشان دهنده فرضیات صحیح مدل سازی است.

**واژگان کلیدی:** بتن مسلح، پیچش، اجزای محدود غیرخطی، مدل رفتاری.

## ۱- مقدمه

به طور کلی دو رویکرد در شبیه سازی اعضای بتنی وجود دارد. رویکرد اول، مدل سازی به روش ترک مجزا بوده که هزینه محاسباتی بالایی داشته و استفاده از آن نیازمند مشخص بودن محل تشکیل ترک است بنابراین در مسائل خاص کاربرد دارد. رویکرد دوم، مبتنی بر رفتار متوسط نمونه بتنی است که مدل های ترک پخشی و خسارت - خمیری در این دسته قرار می گیرند. این روش ها، دارای هزینه محاسباتی کم و دقت بالایی بوده اما استفاده از این روش ها نیازمند به کارگیری مدل های رفتاری مناسب برای مصالح است. پس هدف این پژوهش، تحلیل غیرخطی تیرهای بتنی تحت پیچش با تمرکز روی مدل های رفتاری مصالح و ارائه روشی مدون برای مدل سازی می باشد.

ضرورت بررسی اعضای تحت اثر لنگر پیچشی از دو دیدگاه قابل توجه است؛ اول اینکه در برخی اعضا که پیچش به عنوان عامل موثر اولیه مطرح باشد، ضعف مقاومت پیچشی می تواند یکپارچگی کل سازه را به مخاطره بیندازد چرا که گسیختگی پیچشی، سازوکاری ترد و شکننده محسوب می شود. نکته دوم - از دیدگاه تحلیل غیرخطی سازه ها - بدین صورت مطرح می شود که از بین چهار حالت بارگذاری اصلی یعنی نیروی محوری، نیروی برشی، لنگر خمشی و لنگر پیچشی، فقط پیچش است که یک میدان تنش سه محوری به وجود می آورد. پس مدل های رفتاری به دست آمده برای این مسائل می تواند با کمترین تغییرات برای حالات بارگذاری دیگر نیز به کار رود.

## ۲- پیکربندی مدل اجزای محدود

### ۲-۱- هندسه مدل و مش بندی

مدل‌سازی به روش اجزای محدود غیرخطی (مصالح و هندسی) انجام شده است. مدل‌سازی آرماتورها با استفاده از المان‌های تیر دوگره‌ای مرتبه اول و مدل‌سازی بتن با استفاده از المان‌های آجری انجام شده است که دارای هشت گره بوده و در هر گره دارای سه درجه آزادی انتقالی است.

یکی از فرضیه‌های اساسی مدل‌سازی در مقیاس متوسط، چسبندگی کامل بین آرماتور و بتن در مرزها بوده و اثر تنش‌های چسبندگی با اصلاح مدل‌های رفتاری متوسط مصالح در نظر گرفته می‌شود. این فرضیه با فیزیک پدیده پیچش در تیرهای بتن مسلح منطبق است، چراکه با وجود لغزش‌های جزئی آرماتورها در محل ترک‌ها، سازوکار لغزش کلی آرماتور اتفاق نمی‌افتد. بدین منظور، درجات آزادی گره‌های المان‌های تیر، به درجات آزادی متناظر در المان آجری به‌طور کامل بسته می‌شود.

### ۲-۲- روش حل غیرخطی

حل دستگاه معادلات غیرخطی با استفاده از رویکرد دینامیکی صریح (روش تفاضل محدود مرکزی) انجام شده است. در این روش، زمان بارگذاری به تعداد زیادی گام زمانی تقسیم شده و به جای انجام تکرار برای رسیدن به همگرایی در هر گام، با تخمین خطا در انتهای گام محاسباتی، این خطا در گام بعد اصلاح می‌شود. پس روش صریح به‌طور چشمگیری می‌تواند هزینه محاسباتی را کاهش دهد. در این مقاله برای حل مسائل استاتیکی از این روش استفاده شده است، پس همواره سرعت بارگذاری بسیار کم در نظر گرفته شده تا نسبت انرژی جنبشی به انرژی کل همواره کمتر از ۵ درصد باشد تا شرایط بارگذاری استاتیکی حفظ شود [۱].

## ۳- مدل‌های رفتاری مصالح

### ۳-۱- مدل ساختاری بتن

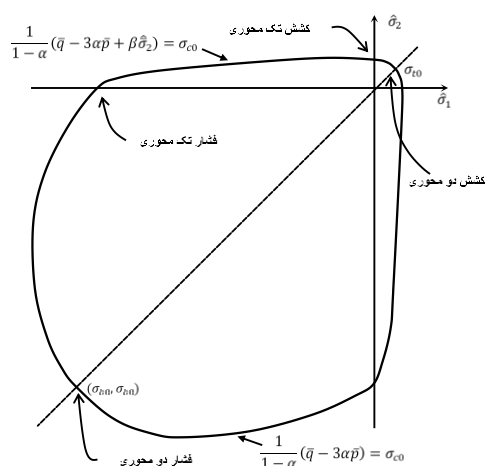
برای مدل‌سازی المان‌های بتنی از مدل خسارت - خمیری همسان‌گرد لوبلینر و همکاران [۲] که به وسیله‌ی لی و فنوس

[۳] توسعه داده شده، استفاده شده است.

در این مدل از سطح تسلیم بارسلونا که به وسیله‌ی لوبلینر و همکاران ارائه شد، استفاده شده است. سطح تسلیم بارسلونا برحسب تنش‌های موثر  $\bar{\sigma}$  (مقدار تنش‌ی که به وسیله‌ی قسمت سالم ماده تحمل می‌شود) مطابق شکل ۱ و به وسیله‌ی رابطه زیر تعریف می‌شود.

$$F = \frac{1}{1-\alpha} (\bar{q} - 3\alpha\bar{p} + \beta(\bar{\varepsilon}^{pl})\langle\bar{\sigma}_{max}\rangle - \gamma\langle-\bar{\sigma}_{max}\rangle - \bar{\sigma}_c(\bar{\varepsilon}_c^{pl})) \quad (1)$$

$$\bar{\sigma} = D_0^{el} : (\varepsilon - \varepsilon^{pl}) \quad (2)$$



شکل (۱) سطح تسلیم بارسلونا در حالت تنش دو محوری.

در روابط فوق،  $\bar{\sigma}_{max}$  بزرگترین تنش موثر اصلی،  $\bar{\varepsilon}_c^{pl}$  کرنش خمیری فشاری و  $\bar{\varepsilon}_t^{pl}$  کرنش خمیری کششی می‌باشد که برحسب متغیرهای خسارت کششی  $d_t$  و فشاری  $d_c$  به شرح زیر محاسبه می‌شود.

$$\bar{\varepsilon}_t^{pl} = \bar{\varepsilon}_t^{ck} - \frac{d_t}{1-d_t} \frac{\sigma_t}{E_0} \quad (3)$$

$$\bar{\varepsilon}_c^{pl} = \bar{\varepsilon}_c^{in} - \frac{d_c}{1-d_c} \frac{\sigma_c}{E_0} \quad (4)$$

در رابطه ۱،  $\bar{p}$  تنش هیدرواستاتیک موثر (نامتغیر اول تانسور تنش موثر)،  $\bar{q}$  تنش موثر معادل مایسز (نامتغیر تانسور تنش انحرافی موثر) و  $\bar{\sigma}$  تنش موثر انحرافی آور است که با روابط زیر تعریف می‌شود:

$$\bar{p} = -\frac{1}{3} \text{trace}(\bar{\sigma}) \quad (5)$$

می‌شود. این ضریب با استفاده از رابطه زیر محاسبه می‌شود [۱].

$$d = 1 - (1 - S_t d_c)(1 - S_c d_t) \quad (۱۳)$$

شاخص‌های خسارت  $d_t$  و  $d_c$  مشخص کننده کاهش تماس ذرات ریزساختار و از بین رفتن پیوندها است و در هر نقطه از منحنی رفتاری، مقداری مشخص به آن اختصاص داده می‌شود (از مشخصات ماده محسوب می‌شود). در این مقاله از فرض ساده لوبلینر [۴] استفاده شده است بدین ترتیب که در هر دو حالت فشار تک محوری و کشش تک محوری، خسارت در بیشینه مقاومت ماده صفر است و با ورود به ناحیه نرم‌شدگی کرنشی، مقدار خسارت برابر است با نسبت مقاومت از دست رفته ماده به نسبت مقاومت نهایی. البته این نکته حائز اهمیت است که تحت تنش‌های فشاری، بتن بعد از تنش‌های حدود ۳۰ درصد مقاومت نهایی، مرحله بازشدگی ترک‌های چسبندگی در ناحیه ITZ را تجربه می‌کند و با رسیدن به تنش ۷۰ درصد مقاومت نهایی، ریزترک‌ها به درون ملات سیمان گسترش یافته و به هم متصل می‌شوند، که باعث کاهش سختی بتن می‌شود. برخی مطالعات، خسارت بتن را در حد نهایی مقاومت فشاری آن حدود ۲۵ درصد تخمین می‌زنند. پژوهش‌های پیشین، نشان می‌دهد که خطای ایجاد شده در اثر استفاده از فرض ساده لوبلینر قابل چشم‌پوشی است [۵].

### ۳-۲- مدل رفتار فشاری بتن

در این پژوهش، منحنی تنش-کرنش فشاری بتن با استفاده از مدل مایکاووا که قادر به پیش‌بینی رفتار بتن در بارگذاری، باربرداری و بارگذاری دوباره است، در نظر گرفته شده است [۶].

$$\sigma_{cc} = \omega K_0 E_{c0} (\varepsilon - \varepsilon_p) \quad (۱۴)$$

$$K_0 = \exp\left(-0.73 \frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} \left(1 - \exp\left(-1.25 \frac{\varepsilon}{\varepsilon_c}\right)\right)\right) \quad (۱۵)$$

$$\varepsilon_p = \beta \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} - \frac{20}{7} \left(1 - \exp\left(-0.35 \frac{\varepsilon}{\varepsilon_c}\right)\right)\right) \varepsilon_c \quad (۱۶)$$

$$E_{c0} = E_0 \frac{f'_c}{\varepsilon_c} \quad (۱۷)$$

$$\bar{q} = \sqrt{\frac{3}{2} (\bar{S} : \bar{S})} \quad (۶)$$

$$\bar{S} = \bar{\sigma} + p \bar{I} \quad (۷)$$

در رابطه ۱،  $\alpha$ ،  $\beta$  و  $\gamma$  متغیرهای مدل است که به شرح زیر کالیبره می‌شوند.

$$\alpha = \frac{(\sigma_{b0}/\sigma_{c0}) - 1}{2(\sigma_{b0}/\sigma_{c0}) - 1}; 0 \leq \alpha \leq 1 \quad (۸)$$

$$\beta = \frac{\bar{\sigma}_c(\bar{\varepsilon}_c^{pl})}{\bar{\sigma}_t(\bar{\varepsilon}_t^{pl})} (1 - \alpha) - (1 + \alpha) \quad (۹)$$

$$\gamma = \frac{3(1 - K_c)}{2K_c - 1} \quad (۱۰)$$

نسبت  $\sigma_{b0}/\sigma_{c0}$  مقاومت فشاری دو محوری بتن به مقاومت فشاری تک محوری آن است. همچنین متغیر  $K_c$  برابر است با نسبت دومین نامتغیر تانسور تنش در نصف‌النهاری کششی به مقدار آن در نصف‌النهاری فشاری در شروع تسلیم [۲].

رفتار تک محوری بتن در این مدل با منحنی تنش-کرنش غیرارتجاعی تعریف می‌شود. کرنش غیرارتجاعی کششی  $\bar{\varepsilon}_t^{ck}$  (کرنش ترک‌خوردگی) با استفاده از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$\bar{\varepsilon}_t^{ck} = \varepsilon_t - \frac{\sigma_t}{E_0} \quad (۱۱)$$

همچنین به منظور تعریف رفتار تک محوری فشاری، کرنش غیرارتجاعی فشاری  $\bar{\varepsilon}_c^{in}$  نیز مشابه کرنش غیرارتجاعی کششی محاسبه می‌شود.

متغیرهای سخت‌شدگی در مدل خسارت-خمیری، کرنش خمیری در فشار  $\bar{\varepsilon}_c^{pl}$  و در کشش  $\bar{\varepsilon}_t^{ck}$  است که وضعیت تکامل سطح تسلیم را مشخص می‌کند.

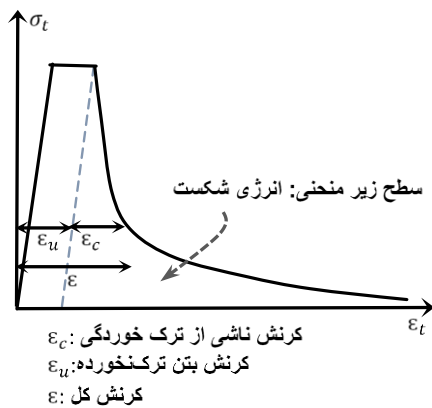
با توجه به تغییرات نرخ کاهش و افزایش حجم بتن در مدت بارگذاری، به کارگیری قانون جریان غیروابسته در مدل‌سازی ضروری است. بنابراین در این پژوهش، از هذلولی دراکر-پراگر تعمیم‌یافته به عنوان تابع پتانسیل پلاستیک که به وسیله‌ی رابطه زیر تعریف می‌شود، استفاده شده است.

$$G(\bar{\sigma}, \psi) = \sqrt{(\varepsilon \sigma_{t0} \tan \psi)^2 + \bar{q}^2} - \bar{p} \tan \psi \quad (۱۲)$$

تفاوت اصلی مدل‌های خسارت-خمیری و مدل‌های مبتنی بر تئوری خمیری کلاسیک، دارا بودن قانونی برای در نظرگیری کاهش سختی سکانتی ماده است. بدین صورت که ماتریس سختی در هر گام محاسباتی، در ضریب کاهش خسارت ضرب

در مقیاس متوسط، منحنی تنش-بازشدگی ترک باید تبدیل به منحنی تنش-کرنش شود که باعث وابستگی مدل به اندازه المان می‌شود. در این پژوهش، از مدل نرم‌شدگی کششی مایکاو و همکاران [۶] مطابق شکل ۲ استفاده شده است که با در نظرگیری وابستگی به اندازه المان به وسیله‌ی رابطه زیر تعریف می‌شود.

$$\int \sigma_t d\varepsilon_t = \int f_t \left( \frac{\varepsilon_{tu}}{\varepsilon_t} \right)^c d\varepsilon_t = \frac{G_f}{L_r} \quad (20)$$



شکل (۲) مدل نرم‌شدگی کششی مایکاو [۶]

همچنین، برای به دست آوردن انرژی شکست بتن، از مدل پیشنهادی آیین‌نامه CEB-FIP MC90 که به شکل زیر بر اساس اندازه بزرگترین سنگدانه بتن  $d_{max}$  تعریف می‌شود استفاده شده است [۱۰].

$$G_f = \alpha_f \left( \frac{f'_c}{10} \right)^{0.7}, \text{ (Mpa)} \quad (21)$$

$$\alpha_f = (1.25d_{max} + 10) \times 10^{-3} \quad (22)$$

### ۳-۵- مدل سخت‌شدگی کششی بتن مسلح

در بتن مسلح، سازوکار تحمل تنش کششی ناشی از انتقال تنش‌های چسبندگی از آرماتور به بتن و بازتوزیع تنش‌ها می‌باشد. به عبارت دیگر تنش کششی بتن در محل ترک همواره صفر است ولی در فاصله بین ترک‌ها، با انتقال تنش‌های چسبندگی از آرماتور به بتن، تنش‌های کششی در بتن ایجاد می‌شود. در مدل‌سازی متوسط مقیاس، تاثیر تنش‌های چسبندگی به وسیله‌ی مدل سخت‌شدگی کششی در نظر گرفته می‌شود.

در روابط بالا،  $E_0$  متغیر مدل است که مقدار آن برابر ۲ است.  $\beta$  ضریب در نظرگیری نرخ کرنش است و برای بارگذاری با نرخ کرنش کم برابر با یک در نظر گرفته می‌شود.  $\omega$  در حالت فشار تک‌محوری برابر با یک و  $\varepsilon_c$  کرنش متناظر با مقاومت نهایی بتن است.

یک پدیده تاثیرگذار در رفتار فشاری بتن، افت مقاومت در اثر ترک خوردگی جانبی بتن است. وکیوو و کالینز [۷] و مایکاو و همکاران [۶] مدل‌هایی ارائه داده‌اند که این اثر را با اصلاح مستقیم منحنی تنش-کرنش فشاری بتن در نظر می‌گیرند. اما پژوهش‌ها نشان می‌دهد در مدل خسارت-خمیری همسانگرد، به دلیل این‌که متغیر خسارت کلی، مطابق رابطه ۱۳، ترکیبی است از خسارت کششی و فشاری، این اثر به طور تلویحی با دقت قابل قبولی در نظر گرفته می‌شود [۸].

### ۳-۳- مقاومت کششی بتن

به دلیل تاثیر زیاد پدیده انقباض در مقاومت کششی بتن و اختلاف اندازه نمونه آزمایشگاهی با عضو بتن مسلح، مقاومت به دست آمده از آزمایش کشش مستقیم را نمی‌توان به عنوان مقاومت کششی بتن به کار رفته در یک سازه در نظر گرفت. پس در این پژوهش از روابط ارائه شده به وسیله‌ی ACI-318 (رابطه ۱۸) و JSCE (رابطه ۱۹) استفاده شده است.

$$f_t = 0.33 \sqrt{f'_c} \text{ (MPa)} \quad (18)$$

$$f_t = 0.2 (f'_c)^{\frac{2}{3}} \text{ (MPa)} \quad (19)$$

### ۳-۴- مدل نرم‌شدگی کششی بتن خالص

با تشکیل اولین ترک در بتن غیرمسلح، پدیده شکست در محل همان ترک اولیه موضعی می‌شود اما بتن ترک‌خورده همچنان مقداری تنش کششی تحمل می‌کند که با بازشدن ترک، مقاومت بتن کاهش می‌یابد. بر طبق تئوری نوار ترک، انرژی آزاد شده در یک نقطه انتگرال‌گیری پس از موضعی شدن ترک‌ها برابر است با انرژی شکست بتن [۹]. به عبارت دیگر سطح زیر منحنی تنش نرمال بازشدگی ترک برابر است با انرژی شکست بتن که به صورت انرژی مصرف شده برای تشکیل و باز شدن ریزترک‌ها در واحد سطح تعریف می‌شود. به منظور مدل‌سازی

خالص (غیر مسلح) از خود نشان می‌دهد. برای در نظر گرفتن این مساله پیشنهاد شده است از مفهوم ناحیه‌بندی استفاده شود. در این روش، عضو بتن مسلح به دو ناحیه بتن مسلح و بتن خالص تقسیم می‌شود که به ناحیه بتن مسلح رفتار سخت‌شدگی کششی و به ناحیه بتن خالص رفتار نرم‌شدگی کششی اختصاص داده می‌شود [۶]. اندازه ناحیه بتن مسلح را می‌توان به طور تقریبی ۷/۵ برابر قطر آرماتور در نظر گرفت [۱۰]. ناحیه‌ای به عنوان بتن مسلح در نظر گرفته می‌شود که مقدار آرماتور آن از حد بحرانی بیشتر باشد. مقدار آرماتور بحرانی یعنی مقدار آرماتوری که باعث می‌شود با تشکیل اولین ترک، آرماتور نیز به حد جاری شدن برسد. با نوشتن معادله تعادل در سطح ترک، درصد آرماتور بحرانی مطابق رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$f_t A_c = f_y A_s \rightarrow \rho_{cr} = \frac{f_t}{f_y} \quad (24)$$

### ۳-۲- مدل‌سازی رفتار آرماتور فولادی

در هنگام استفاده از مدل‌های رفتار متوسط مانند مدل سخت‌شدگی کششی، مدل رفتاری آرماتور نیز باید بر اساس رفتار متوسط آن به کار گرفته شود. با توجه به انتقال تنش‌های چسبندگی از آرماتور به بتن، توزیع تنش در طول آرماتور با توزیع تنش در یک آرماتور تنها متفاوت خواهد بود. بنابراین، هنگامی که آرماتور در محل ترک جاری می‌شود، قسمت‌های دیگر آن که بین دو ترک قرار دارند وضعیت ارتجاعی خواهند داشت. بنابراین متوسط تنش جاری شدن آرماتور، کمتر از تنش جاری شدن موضعی فولاد است [۶]. شیما و همکاران در دانشگاه توکیو بر اساس مطالعات پارامتری، متوسط تنش جاری شدن آرماتور را با رابطه زیر ارائه نموده‌اند:

$$\bar{f}_y = f_y \left( 1 - 0.5 \frac{\rho_{cr}}{\rho} \right) \quad (25)$$

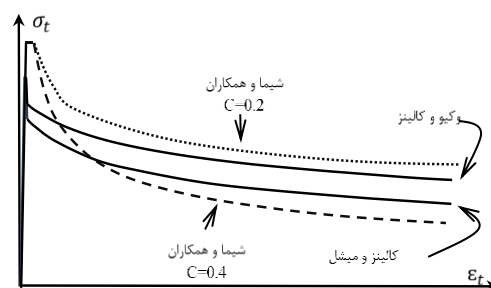
### ۳-۶- ناحیه‌بندی تیر بتن مسلح

در یک عضو بتن مسلح، بتن اطراف آرماتورها تحت تاثیر تنش‌های چسبندگی قرار می‌گیرد و ترک‌ها در این ناحیه پخش می‌شوند. اما قسمت‌هایی از عضو به طور موثر تحت تاثیر تنش‌های چسبندگی قرار نمی‌گیرد و رفتاری شبیه به بتن

با توجه به اهمیت این پدیده در مدل‌سازی اعضای بتن مسلح تحت اثر برش و پیچش، مهم‌ترین مدل‌های ارائه شده در این زمینه مطابق جدول ۱ و شکل ۳ بررسی شده است [۱۱ و ۱۶].

جدول (۱) مدل‌های سخت‌شدگی کششی

توضیحات	مدل ارائه شده	محققین
شبکه فولادی جوش‌شده	$\sigma_t = \frac{f_t}{1 + \sqrt{200\varepsilon_t}}$	وکیوو و کالینز ۱۹۸۶
آرماتور آجدار	$\sigma_t = \frac{f_t}{1 + \sqrt{500\varepsilon_t}}$	کالینز و میشل ۱۹۹۱
شبکه فولادی جوش‌شده	$\sigma_t = f_t \left( \frac{\varepsilon_t u}{\varepsilon_t} \right)^{0.2}$	شیما و همکاران ۱۹۸۷
آرماتور آجدار	$\sigma_t = f_t \left( \frac{\varepsilon_t u}{\varepsilon_t} \right)^{0.4}$	شیما و همکاران ۱۹۸۷



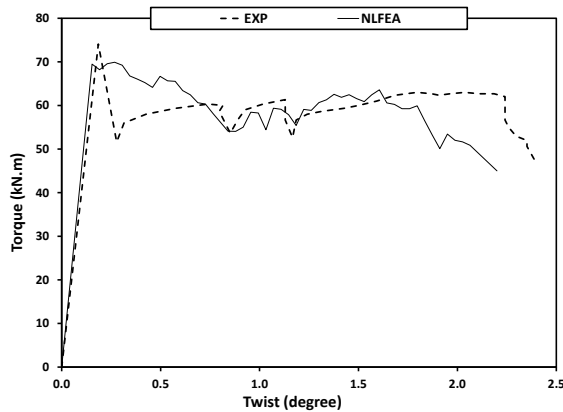
شکل (۳) منحنی مدل‌های سخت‌شدگی کششی.

در صورتی که پوشش بتنی به گونه‌ای باشد که در اثر مولفه شعاعی تنش‌های چسبندگی موسوم به تنش محصورشدگی، ترک‌های شکافتی طولی در عضو ایجاد شود، ظرفیت باربری کششی بتن مسلح کاهش می‌یابد. در این پژوهش، اثر مقدار پوشش بتنی بر رفتار کششی بتن با استفاده از مدل ابریشمی و میشل [۱۲] با اعمال ضریب  $\alpha_3$  به مدل سخت‌شدگی، مطابق روابط ارائه شده براساس نسبت پوشش بتنی به قطر آرماتور  $c/d_b$  مطابق رابطه ۲۳ در نظر گرفته شده است.

$$\alpha_3 = \begin{cases} 1.0 & , & 2.5 < c/d_b \\ 0.8(c/d_b) - 1 & , & 1.25 \leq c/d_b \leq 2.5 \\ 0 & , & c/d_b < 1.25 \end{cases} \quad (23)$$

### ۳-۶- ناحیه‌بندی تیر بتن مسلح

در یک عضو بتن مسلح، بتن اطراف آرماتورها تحت تاثیر تنش‌های چسبندگی قرار می‌گیرد و ترک‌ها در این ناحیه پخش می‌شوند. اما قسمت‌هایی از عضو به طور موثر تحت تاثیر تنش‌های چسبندگی قرار نمی‌گیرد و رفتاری شبیه به بتن



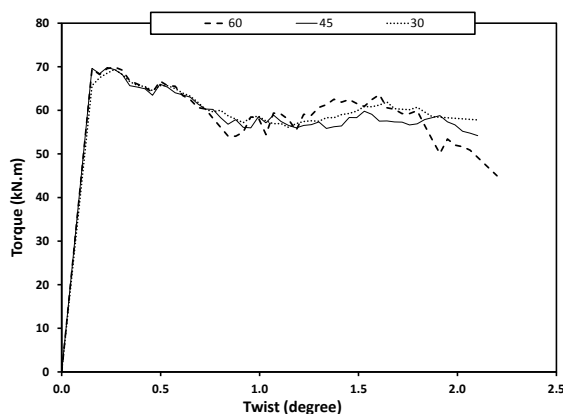
شکل (۶) صحت سنجی نمونه CS1.

### ۵- تحلیل حساسیت

در مدل‌سازی نمونه CS1 برای تعیین متغیرهای مدل خسارت - خمیری، از مقادیر فرضی منطقی بهره گرفته شده است که در این بخش درستی این مقادیر کنترل می‌شود. همچنین وابستگی پاسخ‌ها به اندازه المان و تاثیر مدل‌های رفتاری مختلف بر پاسخ عددی مورد بررسی قرار می‌گیرد.

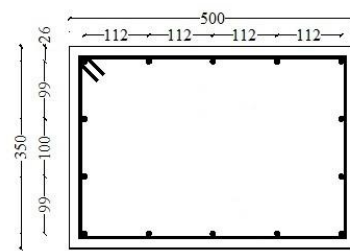
#### ۵-۱- حساسیت به اندازه المان

نتایج تحلیل مطابق شکل ۷ عدم وابستگی به اندازه المان در محدوده ۳۰ تا ۶۰ mm را نشان می‌دهد. یکی از مهم‌ترین دلایل وابسته نبودن نتایج تحلیل به اندازه المان، استفاده از مدل‌های رفتاری مستقل از اندازه المان و همچنین ناحیه‌بندی نمونه است. لازم به یادآوری است که با توجه به مفاهیم همگن‌سازی، اندازه المان کمتر از حدود ۳۰ mm که حدود دو برابر اندازه بزرگترین سنگدانه است، معنی و مفهوم فیزیکی نخواهد داشت.



شکل (۷) حساسیت سنجی به اندازه المان.

۱۰ mm به عنوان آرماتور طولی و برای آرماتور عرضی از میلگردهای آجدار با قطر ۶ mm به فاصله ۱۲۵ mm از یکدیگر استفاده شده است. البته برای جلوگیری از شکست موضعی نمونه در محل اعمال بار و تکیه‌گاه در طولی به اندازه ۳۵ cm در دو انتهای تیر، فاصله خاموت‌ها به ۶۲/۵ mm کاهش یافته است. هندسه مقطع تیر و آرایش آرماتورهای طولی مطابق شکل ۴ است. همچنین مشخصات مصالح استفاده شده در نمونه CS1 مطابق جدول ۲ گزارش شده است.



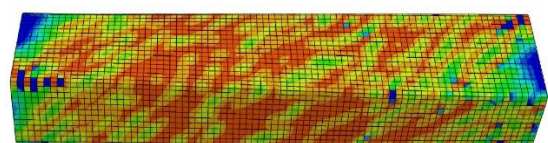
شکل (۴) مقطع عرضی تیر CS1 [۱۳].

در شکل ۵ الگوی آسیب (ترک‌خوردگی) تیر بتن مسلح حاصل از تحلیل عددی نشان داده شده است که تشکیل ترک‌های دورپیچ در مدل عددی تیر بتن مسلح، مشابه الگوی ترک‌خوردگی نمونه آزمایشگاهی می‌باشد.

جدول (۱) مشخصات مصالح نمونه CS1.

مصالح	$f_c$ (Mpa)	$f_y$ (Mpa)	$E$ (Mpa)
بتن	۵۲/۵	...	...
آرماتور ۶mm	...	۴۲۶/۵	۲۱۳۴۴۴
آرماتور ۱۰mm	...	۳۹۸/۲	۲۰۷۰۴۶

پاسخ عددی نمونه به صورت منحنی لنگر پیچشی - زاویه پیچش (دوران) مطابق شکل ۶ با پاسخ آزمایشگاهی آن مقایسه شده است که نشان دهنده انطباق قابل قبول مدل عددی با نتایج آزمایشگاهی است.



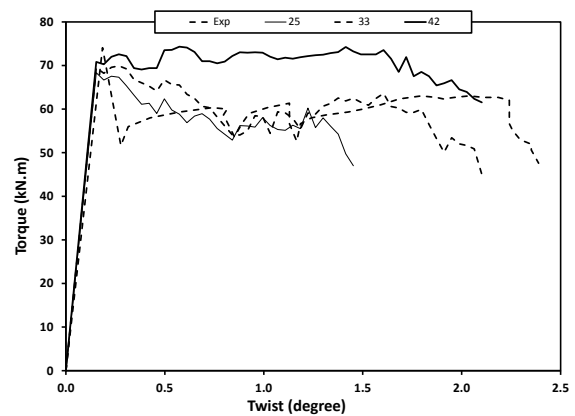
شکل (۵) ترک‌خوردگی (آسیب) تیر بتنی CS1.

## ۲-۵- حساسیت به زاویه اتساع

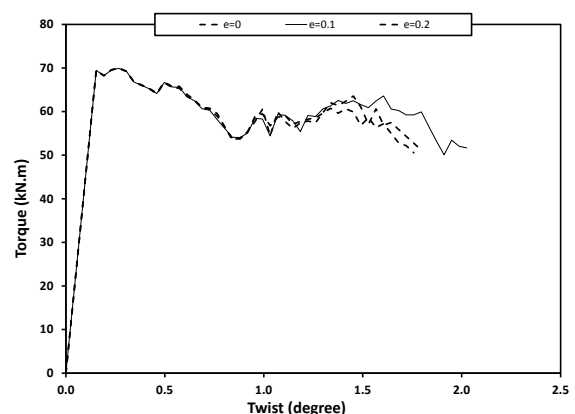
زاویه اتساع برابر است با نسبت نمو کرنش خمیری حجمی به نمو کرنش خمیری انحرافی. بنابراین، مقدار زاویه اتساع نه تنها به مشخصات بتن بلکه به مقدار تنش محصورشدگی در مقطع وابسته است. تحلیل حساسیت مطابق شکل ۸ نشان دهنده تاثیر زیاد تغییرات این متغیر در پاسخها است.

جیانگ و فو برای یک عضو بتن مسلح دورپیچ شده با FRP پیشنهاد دادند اگر سختی FRP بسیار زیاد باشد، مقدار زاویه اتساع برابر  $0.56/3$  درجه و اگر سختی آن ناچیز باشد، این مقدار برابر  $0.27/4$  درجه انتخاب شود [۱۴].

با توجه به مقدار کم محصورشدگی در مقاطع مورد بررسی، مقدار این متغیر بین ۳۰ تا ۳۳ درجه در نظر گرفته شده است.



شکل (۸) حساسیت سنجی به زاویه اتساع.



شکل (۹) حساسیت به متغیر خروج از مرکزیت.

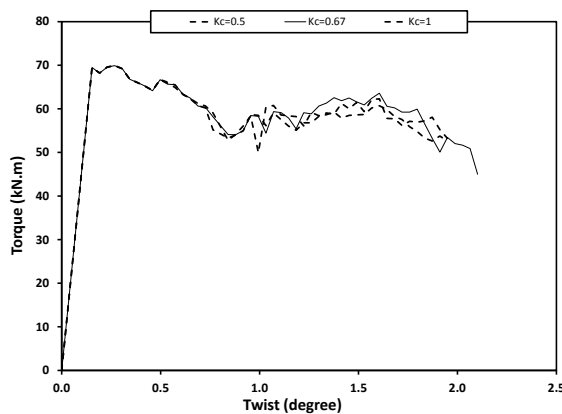
## ۳-۵- حساسیت به پارامتر خروج از مرکزیت

متغیر خروج از مرکزیت، مشخص کننده شکل تابع پتانسیل در فشار هیدرواستاتیکی منفی و نزدیک به صفر است که بر حسب

نوع ماده می تواند مقداری بین صفر تا حدود  $0.3$  داشته باشد. تحلیل حساسیت روی این متغیر مطابق شکل ۹ نشان دهنده عدم حساسیت مدل عددی به این متغیر می باشد. پس در مدل سازی ها از مقدار پیشنهادی  $0.1$  استفاده می شود.

## ۴-۵- حساسیت به متغیر سطح تسلیم (Kc)

این متغیر مشخص کننده نسبت مقاومت برشی معادل بتن تحت تنش دو محوری به مقدار آن تحت تنش سه محوری است و مشخص کننده شکل سطح تسلیم در صفحات انحرافی است. این متغیر می تواند مقداری بین  $0.5$  تا  $1$  اختیار کند که نزدیک شدن به مقدار  $1$  باعث می شود شکل سطح تسلیم در صفحات انحرافی به سمت دایره سوق پیدا کند. تنگ و همکاران بر اساس روابط تجربی، مقدار این متغیر را برای بتن برابر  $0.725$  پیشنهاد داده اند [۱۵]. مطابق شکل ۱۰، تغییر این متغیر تاثیری بر پاسخهای حاصل از تحلیل عددی نخواهد داشت. بنابراین در مدل سازی ها از مقدار  $0.725$  استفاده می شود. لازم به ذکر است که این متغیر در وضعیتی که محصورشدگی بالایی در مقطع وجود داشته باشد تاثیر زیادی بر نتایج خواهد داشت.



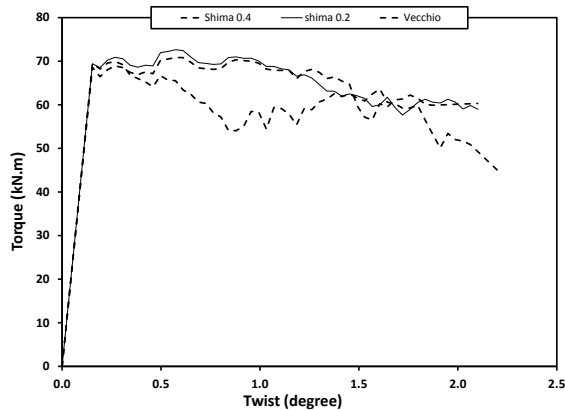
شکل (۱۰) حساسیت سنجی به Kc.

## ۵-۵- حساسیت به نسبت مقاومت فشاری دومحوری به مقاومت تک محوری

یکی از متغیرهای سطح تسلیم، بیشینه مقاومت فشاری دومحوری بتن (در نقطه ای که هر دو تنش اصلی، فشاری و برابر با هم باشند) به مقاومت تک محوری است. با توجه به اینکه در یک تیر تحت اثر پیچش خالص، وضعیت تنش به طور عمده فشار - کشش است، تغییر نسبت مقاومت فشاری

### ۵-۷- تاثیر مدل‌های سخت‌شدگی کششی

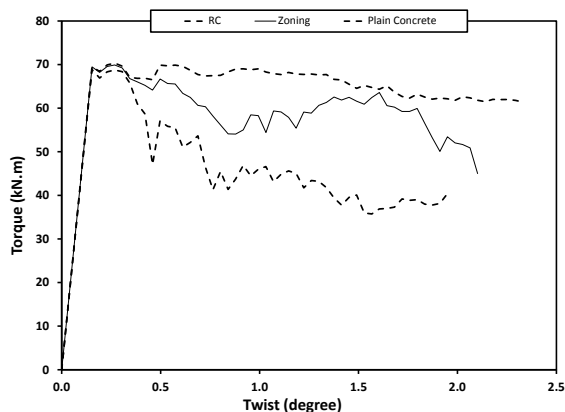
در مدل‌سازی نمونه CS1، به ناحیه بتن مسلح، مدل سخت‌شدگی کششی شیما و همکاران برای آرماتورهای آجدار، اختصاص داده شد. در این بخش، تاثیر استفاده از دیگر مدل‌های موجود (جدول ۱)، مطابق شکل ۱۳ بررسی شده است و مشاهده می‌شود مدل استفاده شده در مرحله راستی آزمایی، قادر به شبیه‌سازی صحیح رفتار نمونه بوده است.



شکل (۱۳) تاثیر مدل سخت‌شدگی کششی بر پاسخ نمونه.

### ۵-۸- تاثیر ناحیه‌بندی

در مدل‌سازی نمونه CS1، مقطع تیر به دو ناحیه بتن مسلح و بتن خالص تقسیم‌بندی شده است. در این بخش با اختصاص رفتار بتن مسلح و یا بتن خالص به کل مقطع، تاثیر اختصاص مدل‌های رفتاری مختلف به نواحی تعریف شده مطابق شکل ۱۴ بررسی شده است، و مشاهده می‌شود که ناحیه‌بندی تاثیر چشمگیری بر پاسخ‌ها دارد و عدم تعریف نواحی با رفتار مناسب، می‌تواند باعث ایجاد خطای غیر قابل قبول در منحنی پاسخ شود.

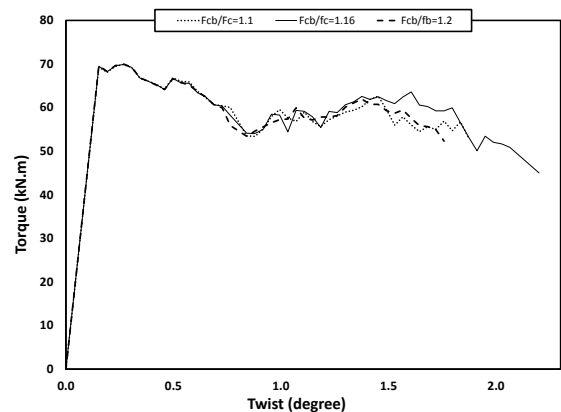


شکل (۱۴) تاثیر ناحیه‌بندی بر پاسخ مدل عددی.

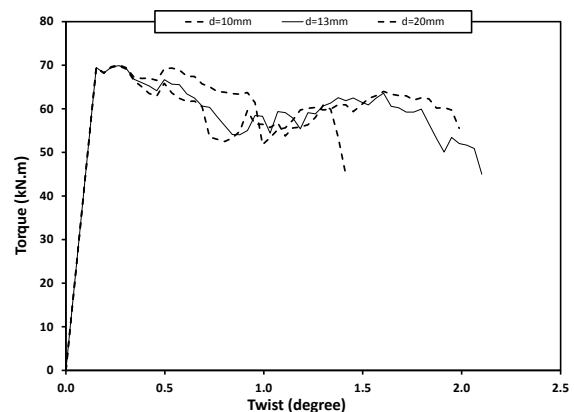
دومحوری بتن به مقاومت فشاری تک‌محوری ( $F_{bc}/F_c$ ) بر پاسخ عددی تاثیر اندکی دارد. نتایج تحلیل حساسیت نیز مطابق شکل ۱۱ این مساله را تایید می‌کند. بنابراین در مدل‌سازی‌ها از مقدار  $1/16$  که به وسیله کوفر و همکاران [۱۶] پیشنهاد شده است، استفاده می‌شود.

### ۵-۶- تاثیر اندازه سنگدانه (انرژی شکست) بر رفتار کلی نمونه

برای مدل‌سازی ناحیه بتن خالص در نمونه CS1 با استفاده از تئوری نوار ترک، مشخص بودن اندازه بزرگترین سنگدانه بتن ضروری است. با توجه به عدم گزارش مقدار دقیق این متغیر در آزمایش‌ها، به دلیل مقاومت بالای بتن نمونه CS1 (در محدوده مقاومت بتن‌های معمولی)، مطابق آیین‌نامه ACI حداکثر اندازه سنگدانه در مدل‌سازی برابر  $13 \text{ mm}$  در نظر گرفته شده است. تاثیر اندازه متفاوت سنگدانه بر رفتار نمونه مطابق شکل ۱۲ بررسی شده است.



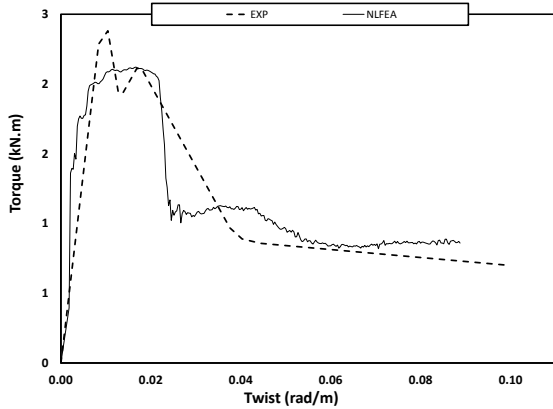
شکل (۱۱) حساسیت سنجی به مقدار  $F_{bc}/F_c$ .



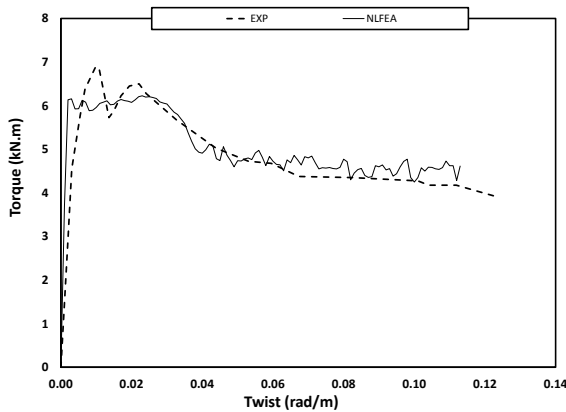
شکل (۱۲) اثر اندازه سنگدانه بر پاسخ کلی نمونه.



در شکل‌های ۱۷ و ۱۸، پاسخ نمونه‌های بدون خاموت Ra-c و Rb-c آزمایش شده به وسیله‌ی کالیبریس [۱۹] با رفتار بتن خالص در کل مقطع نشان داده شده است.



شکل (۱۷) صحت‌سنجی نمونه Ra-C [۱۹].



شکل (۱۸) راستی آزمایشی نمونه Rb-C [۱۹].

رفتار این نمونه‌ها به طور عمده تابع انرژی شکست بتن می‌باشد که بر اساس اندازه بزرگترین سنگدانه که به وسیله‌ی کالیبریس [۱۹] برابر با ۹/۵ mm گزارش شده است، محاسبه می‌شود.

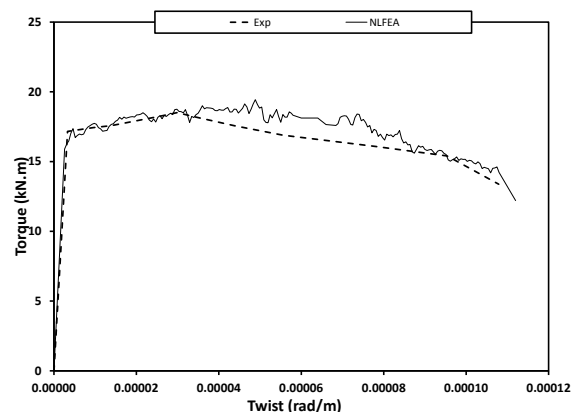
در شکل ۱۹ راستی آزمایشی مدل نمونه Ra-S5.5-75 از کار کالیبریس [۱۹] ارائه شده است. این نمونه، دارای آرماتور طولی و عرضی بوده و با استفاده از مفهوم ناحیه‌بندی مدل‌سازی شده است و در شکل ۲۰ نیز راستی آزمایشی مدل عددی نمونه Ra-S5.5-150 ارائه شده است که با وجود اینکه این نمونه دارای آرماتور طولی و عرضی می‌باشد، به دلیل فواصل زیاد خاموت‌ها رفتاری مشابه بتن غیر مسلح نشان می‌دهد.

## ۶- راستی آزمایشی نهایی مدل عددی

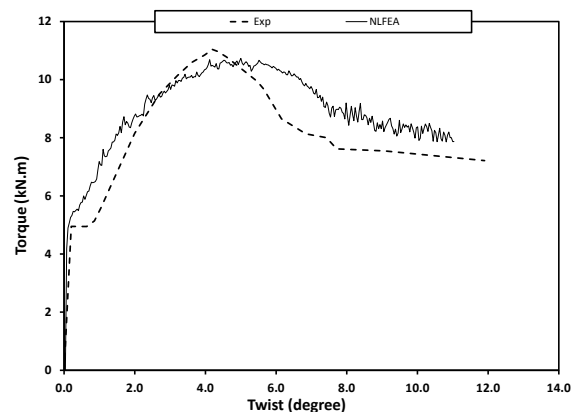
در این بخش نمونه‌هایی از پژوهش‌های مختلف انتخاب شده و پس از مدل‌سازی و تحلیل، نتایج آن با نتایج آزمایشگاهی مقایسه می‌شود. مدل‌سازی این نمونه‌ها با فرضیات مشابه نمونه اول انجام شده است.

مشخصات نمونه‌ها در مراجع مرتبط با هر کدام به طور کامل قابل دسترسی است. بنابراین در این بخش به ارائه نتایج تحلیل و منحنی آزمایشگاهی بسنده می‌شود. شکل‌های ۱۵ و ۱۶ مربوط به نمونه‌های با رفتار بتن مسلح در کل مقطع می‌باشد. در این نمونه‌ها، مدل‌سازی رفتار کششی بتن در کل مقطع با استفاده از مدل سخت‌شدگی کششی شیما و همکاران با ضریب ۰/۴ انجام شده است.

تحلیل حساسیت روی این نمونه‌ها نیز نشان‌دهنده عدم وابستگی پاسخ‌ها به اندازه المان‌ها در محدوده ۳۰-۶۰ میلی‌متر است.



شکل (۱۵) راستی آزمایشی نمونه ref [۱۷].



شکل (۱۶) راستی آزمایشی نمونه N2 [۱۸].

۲- در یک تیر بتن مسلح تحت اثر پیچش، قسمت‌های مرکزی مقطع عضو که به‌طور موثر تحت تاثیر تنش‌های چسبندگی قرار نمی‌گیرند، رفتار بتن خالص از خود نشان می‌دهند و قسمت‌های محیطی نشان‌دهنده رفتار بتن مسلح است. اندازه ناحیه محیطی که تحت اثر تنش‌های چسبندگی قرار می‌گیرد حدود ۶ تا ۷/۵ برابر قطر آرماتور پیشنهاد می‌شود.

۳- مقدار زاویه اتساع در تیرهای تحت اثر پیچش در شرایطی که محصورشدگی کمی در مقطع وجود دارد می‌تواند حدود ۳۰-۳۳ درجه اختیار شود.

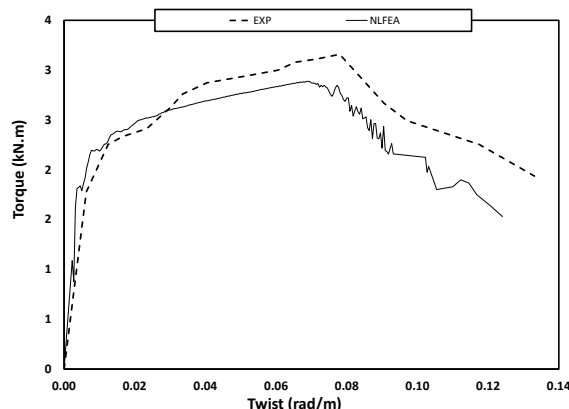
۴- با وجود این‌که پژوهش‌های پیشین حاکی از این واقعیت است که خسارت بتن در نقطه متناظر با بیشینه مقاومت فشاری آن، حدود ۲۵ درصد است اما در تیرهای بتن مسلح تحت اثر پیچش، می‌توان این نقطه را شروع خسارت فشاری در نظر گرفت.

۵- مدل‌های رفتاری متوسط مقیاس، در برخی موارد مانند رفتار کششی بتن خالص، وابسته به اندازه المان است که با در نظرگیری بعد المان در رابطه ساختاری منحنی تنش-کرنش، این مساله برطرف می‌شود.

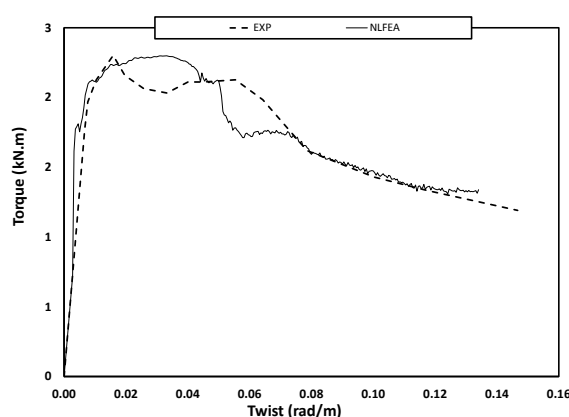
۶- استفاده از روش دینامیکی صریح برای حل غیرخطی دستگاه معادلات حاکم بر مسائل استاتیکی قابل قبول است با این قید که همواره نسبت انرژی جنبشی به انرژی کل کمتر از ۵ درصد باشد.

## ۸- منابع و مراجع

- [1] ABAQUS Theory Manual, version 6.11: Habbitt Karlsson & Sorensen Inc, 2012.
- [2] Lubliner. J., Oliver. J., Oller. S., Oñate. E., "A Plastic-Damage Model for Concrete", International Journal of Solids and Structures, 1989;25:299-329.
- [3] Lee. J., Fenves. G.L., "Plastic-Damage Model for Cyclic Loading of Concrete Structures," Journal of Engineering Mechanics, 1998;124(8):892-900.
- [4] E. Oñate, S. Oller, J. Oliver, J. Lubliner.: "A constitutive model for cracking of concrete based on incremental theory of plasticity", Eng. Comput. 1988;5(Dec):309-319.
- [5] عربزاده. ا، نیکوروش. م، سلطانی محمدی. م، "تاثیر مدل‌های سخت‌شدگی کششی بر پاسخ عددی تیرهای بتن مسلح تحت اثر لنگر خمشی-پیچشی"، چهارمین کنفرانس ملی



شکل (۱۹) راستی آزمایشی نمونه Ra-S5.5-75 [۱۹].



شکل (۲۰) راستی آزمایشی نمونه Ra-S5.5-150 [۱۹].

## ۷- نتیجه‌گیری

رویکردهای مختلفی در مدل‌سازی اعضای بتن مسلح وجود دارد. یکی از رویکردهای مهم و کاربردی، استفاده از مدل‌های مبتنی بر مدل‌سازی در مقیاس متوسط است. مدل‌سازی متوسط مقیاس، مانند مدل خسارت-خمیری دارای هزینه محاسباتی کم و دقت قابل قبولی در شبیه‌سازی اعضای بتن مسلح هستند. با این حال باید توجه داشت که دقت این مدل‌ها کاملاً وابسته به مدل‌های رفتاری در نظر گرفته شده برای مصالح است که باید نشان‌دهنده رفتار متوسط یک نمونه یا المان باشد و نه رفتار موضعی آن ماده. نتایج این پژوهش نیز این واقعیت را تایید می‌نماید. نتایج این پژوهش به شرح زیر است.

۱- استفاده از مدل خسارت-خمیری برای مدل‌سازی تیرهای بتن مسلح تحت اثر پیچش، نیازمند تغییر مدل رفتاری بتن خالص بوده و آثار تنش‌های چسبندگی باید با در نظرگیری مدل سخت‌شدگی کششی مناسب در نظر گرفته شود.

- بتن، تهران، مهرماه ۱۳۹۱.
- [6] Maekawa. K., Pimanmas. A., Okamura. H., "Nonlinear Mechanics of Reinforced Concrete", SPON PRESS (Taylor&Francis),(2003).
- [7] Vecchio. F.J., Collins. M.P., "Compression Response Of Cracked Reinforced Concrete", J. Struct. Eng. (1993),119(12),3590-610.
- [۸] نیکوروش، مرتضی، "تحلیل غیرخطی تیرهای بتن مسلح مقاوم شده با FRP تحت پیچش"، پایان نامه کارشناسی ارشد مهندسی سازه، دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ۱۳۹۱.
- [9] Bazant. Z.P., Oh. B., "Crack Band Theory for Fracture of Concrete", RILEM Mat.Struct. (1983), Vol. 16: 155-77.
- [10] CEB-FIP ModelCode1990, Fédération Internationaledu Béton, Lausanne, Switzerland,(1990).
- [11] Vecchio. F.J., Collins. M.P., "The Modified Compression Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear", ACI Journal. ( March-April 1986), 219-31.
- [12] Abrishami. H., Mitchell. D., "Influence of Splitting Cracks on Tension Stiffening", ACI Structural Journal. ( Nov-Dec 1996), 703-10.
- [13] Al-Mahaidi. R., Hii. A.K.Y., "Experimental Investigation on Torsional Behavior of Solid and Box-Section RC Beams Strengthened with CFRP Using Photogrammetry", J. Compos Constr. 2006,10(4),321-29.
- [14] Jiang. J.F., Wu. Y.F., "Identification of material parameters for Drucker-Prager plasticity model for FRP confined circular concrete columns", Int. J. Solids. Struct.,2012;49:445-56.
- [15] Teng. J.G., Huang. Y.L., Lam. L., Ye. L.P.,"Theoretical model for fiber reinforced polymer-confined concrete", J.compos constr,ASCE 2010;11(2):201-10.
- [16] Kupfer. H., Hilsdorf. H.K., Rusch. H.,"Behavior of concrete under biaxial stresses", ACI Journal. (1969);66:656-66.
- [17] Panchacharam. S., Belarbi. A., "Torsional Behavior of Reinforced Concrete Beams Strengthened with FRP Composites", First fib Congress, Osaka, Japan, (2002).
- [18] Al-Mahaidi. R., Hii. A.K.Y.,"Bond Behaviour of CFRP Reinforcement for Torsional Strengthening of Solid and Box-Section RC Beams", Composites: Part B 38 (2007) 720-31.
- [19] Chalioris. C.E., "Torsional Strengthening of Rectangular and Flanged Beams Using Carbon Fibre Reinforced Polymers - Experimental Study", Constr. Build. Mat. 22 (2008) 21-29.



## Plastic – Damage Modeling of RC Beams under Torsion

M. Nikooravesh<sup>1</sup>, A. Arabzadeh<sup>2\*</sup>, M.Soltani M.<sup>3</sup>

1- Ph.D. Candidate of Structural Eng., Faculty of Civil and Environmental Eng., Tarbiat Modares University.

2- Associate Prof., Structural Eng. Dept., Faculty of Civil and Environmental Eng., Tarbiat Modares University.

3- Associate Prof., Earthquake Eng. Dept., Faculty of Civil and Environmental Eng., Tarbiat Modares University.

Arabzade@modares.ac.ir

### Abstract:

Among four basic load-bearing mechanisms of reinforced concrete structural elements, namely, axial, flexure, shear and torsion, only the latter is truly a three-dimensional problem. Consequently, studies of pure torsion serve to verify three-dimensional modeling as a pre-requisite for general solutions of combined loads. To our best knowledge, however, few studies have been conducted on torsional behavior of concrete beams which most of them are experimental investigations or simplified analytical models based on early and modified version of Compression Field Theory (M-CFT). Previous researchers focused on the torsional behavior of plain and reinforced concrete beams as well as FRP strengthened RC beams. However, the focus of this study is to find a rational set of constitutive laws of materials to simulate a three-dimensional reinforced concrete element. From the viewpoint of constitutive modeling of RC elements, there are two approaches; discrete crack and continuum level models. The major disadvantage that adheres to discrete crack models is the fact that these models focus on a local crack behavior and seeking to detect the crack paths, requiring a high computational cost. By contrast, continuum level models taking advantage of the spatially averaged macroscopic models to predict the structural behavior of the entire member (i.e. columns, beams etc.). In this method, the control volume of simulation is a finite domain between two primary transverse cracks which contains several secondary bond cracks, leading to relatively low computational cost along with acceptable accuracy. Furthermore, there are two major approaches for simulation of RC elements in continuum level; smeared cracks models and the models based on classical theory of plasticity. Smeared cracks models originally have been developed as a solution for 2D problems. Nevertheless, most of plasticity based models originally have been developed for 3D problems. The downside of plasticity based models however, is the uncertainty in calibration of material constant because most of these models are phenomenological models, not a physical consistent rule. Taking advantage of classical theory of plasticity along with damage mechanics, Lubliner et. al. (1989), proposed an isotropic Damage Plasticity Model for simulating the plain concrete. However, variety of researchs have been conducted on reinforced concrete members based on damage plasticity model. This model, includes material parameters such as dilation angle, yield surface factors etc., which should be calibrated for each problem.

The aim of this study is to investigate the effect of each parameter on the numerical response of the beam. Hence, solid RC beams under pure torsion have been simulated using nonlinear finite elements. Concrete material is simulated using isotropic plastic-damage model integrated in ABAQUS software. The constitutive laws of materials is modified using present methods to take into account for anisotropic behaviour of RC elements under torsion. The torque – twist curves, crack patterns and detected failure modes obtained from the proposed nonlinear finite element analysis are in good agreement with experimental results.

**Keywords:** reinforced concrete, torsion, nonlinear finite elements, constitutive law.