

## طرح شکل بهینه‌ی سدهای دوقوسی بتنی با سه روش تقریبی

محمد رضایی پژند، بهروز احمدی ندوشن، خسرو خالقی

۱- استاد دانشگاه فردوسی مشهد سازه

۲- استادیار دانشگاه یزد سازه

۳- دانشجوی کارشناسی ارشد مشهد

mrpajand@yahoo.com

تاریخ پذیرش: ۹۲/۰۵/۲۱

تاریخ دریافت: ۹۱/۱۲/۱۱

**چکیده**- سد قوسی یکی از سازه‌های بتنی پرکاربرد و مفید است. طرح بهینه‌ی شکل این گونه سدها کمک شایانی به بهره‌وری مطلوب از ظرفیت سازه و مصالح می‌کند. این پژوهش یک الگوی هندسی مناسب و روشی کارا برای بهینه‌سازی شکل سدهای قوسی پیشنهاد می‌کند. افزون بر وارد کردن تمامی محدودیت‌های هندسی و رفتاری سازه در رابطه‌سازی، کمترین حجم سد حساب می‌شود. از الگوی سد دوقوسی سهمی گونه برای هندسه‌ی سازه بهره‌جویی خواهد شد. بهینه‌سازی شکل سدهای دوقوسی بتنی با سه روش تقریبی انجام می‌پذیرد. تجربه‌های عددی این مقاله نشان می‌دهد که با وجود به کار بردن متغیرهای طراحی بیشتر، می‌توان با روش پیشنهادی حجم سازه‌ی کمتری نتیجه گرفت و زمان تحلیل را کاهش داد.

**کلید واژگان:** بهینه‌سازی شکل، سد دوقوسی، برنامه‌ریزی درجه دوم پایایی، جهت پذیرفتنی.

### ۱- مقدمه

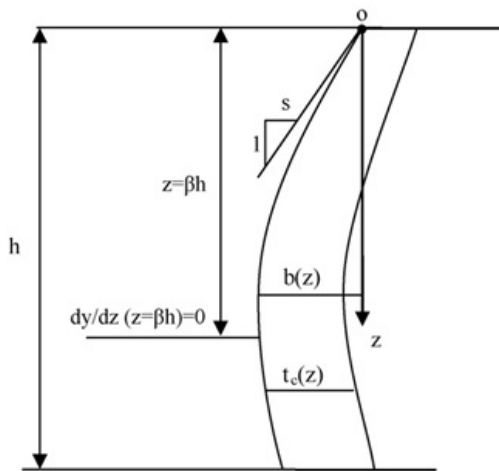
خواسته‌های تحلیل‌گر انجام می‌گرفت [۲]: اولین فردی که طرح بهینه‌ی سدهای قوسی را با برنامه‌ریزی ریاضی پیدا کرد [۳] شارپ بود. بیشترین پژوهش‌ها در این زمینه، به وسیله‌ی بوفانگ و همکارانش در چین و در دهه‌ی ۱۹۷۰ میلادی انجام شد [۴]. بر پایه‌ی پژوهش‌های بوفانگ، یک برنامه‌ی رایانه‌ای تحلیل و بهینه‌سازی شکل سدهای قوسی به نام ADASO توسعه یافت [۵]. در سال‌های اخیر، پژوهش‌های زیادی درباره‌ی تحلیل این سازه‌ها انجام شده است، و روش‌های شبکه عصبی، الگوریتم ژنتیک و سیستم فازی برای بهینه‌کردن سدهای قوسی به کاررفته‌اند [۶-۸]. همچنین، اکبری و همکاران یک روش کاربردی برای یافتن

مهندسان در تحلیل‌های خود به دنبال راهی برای اقتصادی کردن طرح‌های خود می‌باشند. در این راستا، طرحی موفق‌تر است که با هزینه‌های کمتر، تمام شرط‌های خواسته شده را برقرار کند [۱]. درسازه‌های بزرگ، همچون سدهای قوسی بتنی، به دلیل هزینه‌های زیاد ساخت و پیچیدگی تحلیل و طراحی آن‌ها، بهره‌گیری از برنامه‌ریزی ریاضی برای رسیدن به بهترین و اقتصادی‌ترین طرح اهمیت دارد. در گذشته، طراحی سدهای قوسی برپایه‌ی آزمون و خطا صورت می‌گرفت؛ به سخن دیگر، طراحی سد با انتخاب یک شکل نخستین و اصلاح آن بر پایه‌ی شرط‌ها و

شود، به دو متغیر برای طرح بهینه آن نیاز خواهد بود. رابطه‌ی خم بالادست مقطع قائم مرکزی مانند زیر است [۶، ۷].

$$f(z) = b(z) = -sz + \frac{s}{2\beta h} z^2 \quad (1)$$

در این رابطه،  $z$  فاصله از تاج سد،  $h$  ارتفاع کل سد،  $s$  شیب خم در تاج سد و  $\beta$  ضریب ارتفاعی است که در آن شیب خم صفر می‌شود. این عامل‌ها در شکل (۱) به نمایش درآمده‌اند.



شکل ۱ طره‌ی قائم مرکزی

## ۲-۲- ضخامت طره‌ی مرکزی

برای تعیین ضخامت طره‌ی قائم مرکزی، ارتفاع سد به  $n$  بخش تقسیم می‌شود. در این صورت،  $(n+1)$  تراز ارتفاعی به وجود می‌آید و ضخامت طره‌ی قائم مرکزی به وسیله‌ی رابطه‌ی زیر در دسترس قرار می‌گیرد [۸].

$$t_c(z) = \sum_{i=1}^{n+1} L_i(z) \times t_{ci} \quad (2)$$

در این جا،  $t_{ci}$  ضخامت مقطع قائم در تراز  $i$  ام است. همچنین،  $L_i(z)$  تابع درونیاب لاگرانژ است که از رابطه

شکل بهینه‌ی سد ارائه کردند. ایشان از اسپیلاین‌های هرمیتی برای ایجاد بدنه‌ی سد بهره بردند و با در نظر گرفتن بارهای ایستایی و پویایی و با استفاده از برنامه‌ریزی درجه دوم پیاپی شکل سد را بهینه کردند [۹]. اکنون با افزایش تجربه‌ها، توسعه‌ی روش‌های تحلیلی و استفاده از ابزارهای رایانه‌ای بستر کار برای بهینه‌سازی شکل سدهای قوسی مناسب است.

در این مقاله، نخست الگوی هندسی سد دوقوسی تعریف می‌شود. سپس، راه‌کارهای تحلیل سد بررسی خواهد شد و به روش‌های تقریبی برای بهینه‌سازی شکل سدهای قوسی پرداخته می‌شود. همچنین، جدیدترین روش برنامه‌ریزی درجه دوم معرفی خواهد شد. در پایان، با بهینه‌سازی چند شکل سد قوسی، توانایی روش پیشنهادی نشان داده خواهد شد.

## ۲- الگوی هندسی سد دوقوسی

بهینه‌سازی سد دوقوسی به مقدار زیادی به نوع الگو و چگونگی انتخاب متغیرهای طراحی وابسته است [۱۰]. برای یافتن سد دوقوسی بهینه، در ابتدا شکل مقطع قائم مرکزی و سپس، شکل مقطع افقی سد مشخص می‌شود. در این مقاله با تعیین خم سطح بالادست و ضخامت مقطع سازه، شکل سد قوسی پیدا می‌شود [۴].

### ۲-۱- شکل مقطع قائم مرکزی

به‌طور معمول، شکل مقطع قائم مرکزی برای تمامی الگوهای هندسی یکسان است، در حالت کلی، شکل خم بالادست در سدهای یک‌قوسی به صورت خط مستقیم انتخاب می‌شود؛ اما در سدهای دوقوسی شکل مقطع قائم در خم بالادست می‌تواند خم درجه دو یا سه باشد و اگر خم بالا دست طره‌ی قائم مرکزی از تابع درجه دو انتخاب

زیر به دست می‌آید:

$$r_u(z) = \sum_{i=1}^{n+1} L_i(z) \times r_{ui} \quad (6)$$

$$r_d(z) = \sum_{i=1}^{n+1} L_i(z) \times r_{di} \quad (7)$$

$$L_i(z) = \frac{\prod_{k=1, k \neq i}^{n+1} (z - z_k)}{\prod_{k=1}^{n+1} (z_i - z_k)}, k \neq i \quad (3)$$

در رابطه‌ی کنونی،  $z_k$  ارتفاع تراز  $k$  ام است.

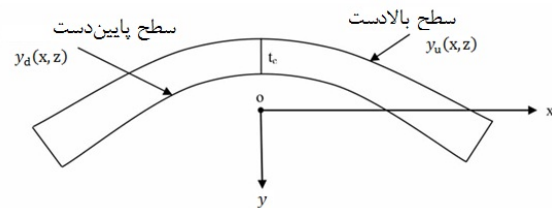
بر پایه‌ی رابطه‌ی (۳)، تابع  $L_i(z)$  یک تابع درونیاب لاگرانژ است. عامل‌های  $r_{ui}$  و  $r_{di}$  به ترتیب، مقدارهای  $r_u$  و  $r_d$  در تراز  $i$  ام ارتفاعی است.

### ۲-۳- شکل مقطع افقی سد قوسی

با معرفی مقطع‌های افقی و قائم، هندسه‌ی سد به‌طور کامل تعریف می‌شود. همان‌گونه که اشاره شد، مقطع‌های قائم شکل‌های یکسانی دارند. بر پایه‌ی الگوی مقطع افقی، متغیرهای طراحی مسئله‌ی بهینه‌سازی سد قوسی تعیین می‌شود. در این پژوهش، برای تعیین شکل مقطع افقی سازه، از الگوی سد دوقوسی سهمی‌گونه استفاده خواهد شد. در این الگوسازی، مقطع‌های افقی از دو گونه سهمی متفاوت تشکیل می‌شود. با بهره‌جویی از شکل (۲)، می‌توان یک رابطه برای سطح بالادست و دیگری برای سطح پایین- دست نوشت [۷، ۶].

$$y_u(x, z) = \frac{1}{2r_u(z)} x^2 + b(z) \quad (4)$$

$$y_d(x, z) = \frac{1}{2r_d(z)} x^2 + b(z) + t_c(z) \quad (5)$$



شکل ۲ مقطع افقی سد دوقوسی سهمی‌گونه

در رابطه‌های کنونی،  $r_u(z)$  و  $r_d(z)$ ، به ترتیب، شعاع قوس سطح بالادست و شعاع قوس سطح پایین دست است که به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

### ۳- مسئله‌ی بهینه‌سازی سد قوسی

می‌توان از برنامه‌ریزی ناخطی برای بهینه‌سازی شکل سازه‌ها بهره گرفت. برای حل مسئله‌ی سد قوسی بتنی رابطه‌های زیر به‌کار می‌رود [۵، ۱].

$$C = f(x) \text{ کمینه شود} \quad (8)$$

$$g_j(X) \leq 0; j = 1, 2, \dots, m \text{ محدودیت‌های نابرابری} \quad (9)$$

$$h_k(X) = 0; k = 1, 2, \dots, l \text{ محدودیت‌های برابری} \quad (10)$$

$$x_i^l \leq x_i \leq x_i^u; i = 1, \dots, p \quad (11)$$

در رابطه‌های (۸) تا (۱۱)،  $X$  بردار متغیرهای طرح،  $C$  تابع هدف،  $g_j(X)$  محدودیت نابرابری،  $h_k(X)$  محدودیت برابری،  $x_i^u$  و  $x_i^l$  به ترتیب، مقدارهای کمینه و بیشینه‌ی متغیرهای طراحی است. شمار محدودیت‌های نابرابری، محدودیت‌های برابری و متغیرهای طراحی به ترتیب، با  $m$ ،  $l$  و  $p$  نشان داده می‌شوند.

### ۴- متغیرهای طراحی بهینه‌سازی

هر طرحی به تعدادی از عامل‌های مستقل، که متغیر نام دارند، بستگی دارد. به ازای هر مقدار از متغیرهای طراحی، یک طرح به‌دست می‌آید. طرحی کارا یا پذیرفتنی است که با کلیه‌ی محدودیت‌های مسئله سازگار باشد و تابع هدف را کمینه کند. باید دانست در مسئله بهینه‌سازی سد قوسی، متغیرهای طراحی عامل‌های تعیین‌کننده‌ی هندسه سازه

برای بهینه‌سازی سد قوسی، محدودیت‌ها در سه دسته‌ی هندسی، تنشی، و پایداری دسته‌بندی می‌شوند.

### ۶-۱- محدودیت‌های هندسی

برای ساخت آسان سازه، مقدارشیب برآمدگی درنماهای بالادست و پایین‌دست نسبت به پنجه‌ی سد باید محدود شود [۷, ۶, ۵]. این محدودیت‌های هندسی به این قرار است:

$$s \leq s_a \quad (14)$$

$$0.5 \leq \beta \leq 1 \quad (15)$$

در رابطه‌های کنونی،  $s$  شیب برآمدگی در تاج سد،  $s_a$  مقدار مجاز شیب برآمدگی در تاج سد که به گونه معمول بین ۰/۳ تا ۰/۵ متغیر است. همچنین،  $\beta$  عامل ارتفاعی است که در آن جا شیب خم بالا دست صفر می‌شود.

### ۶-۲- محدودیت‌های تنشی

سدهای دوقوسی از بتن بدون میل‌گرد ساخته می‌شوند. تحلیل سازه بر پایه‌ی تنش‌های مجاز کششی و فشاری بتن مانند زیر انجام می‌شود [۱۲, ۸, ۴]:

$$\sigma_1 \leq \sigma_{1all} \quad (16)$$

$$\sigma_3 \leq \sigma_{3all} \quad (17)$$

در این جا،  $\sigma_1$  و  $\sigma_3$  تنش‌های اصلی کششی و فشاری است. مقدار مجاز تنش‌های  $\sigma_1$  و  $\sigma_3$ ، به ترتیب، با  $\sigma_{1all}$  و  $\sigma_{3all}$  نشان داده شده است. این تنش‌ها در گره‌های جزء حساب می‌شود.

### ۶-۳- محدودیت‌های پایداری

در سدهای قوسی دوگونه قید پایداری لغزشی وجود دارد. در سدهای کوچک یکی از این قیدها و در سدهای بزرگ

است. این عامل‌ها در بردار متغیر طراحی  $X$  جا می‌گیرند [۸].

$$X = \{s, \beta, t_{c1}, \dots, t_{cn+1}, r_{u1}, \dots, r_{un+1}, r_{d1}, \dots, r_{dn+1}\} \quad (12)$$

آشکار است بردار متغیر طراحی،  $(3n+5)$  عضو دارد و  $n$  شمار تقسیم بندی ارتفاع سد است.

### ۵- تابع هدف

نام معیار شناخت طرح بهینه تابع هدف است. این معیار به صورت رابطه‌ای برحسب متغیرهای طراحی و پاره‌ای از عامل‌های ثابت تعریف می‌شود. در مسأله‌ی بهینه‌سازی سد دوقوسی، تابع هدف شامل هزینه‌ی ساختمان سد است. این هزینه در برگیرنده‌ی هزینه‌ی بتن‌ریزی سازه، هزینه‌ی گودبرداری پی و هزینه‌ی قالب‌بندی است [۱۱, ۵, ۴].

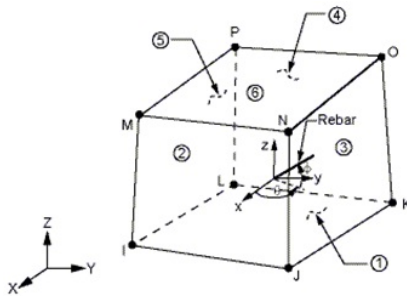
$$f(x) = c_1 v_1(x) + c_2 v_2(x) + c_3 A(X) \quad (13)$$

در این جا،  $f(x)$  هزینه ساخت سد،  $v_1(x)$  حجم بتن سد،  $v_2(x)$  حجم حفاری پی و  $A(X)$  سطح قالب بندی بدنه سد است. ضریب‌های  $c_1$ ،  $c_2$  و  $c_3$ ، به ترتیب، برابر هزینه‌های یکه حجم بتن سد، حفاری پی و قالب بندی است. یادآوری می‌کند، هزینه‌ی حفاری پی و قالب بندی خیلی کمتر از هزینه‌ی بتن سد است. بنابراین، از حجم بدنه‌ی سد به عنوان تابع هدف بهره‌جویی می‌شود.

### ۶- محدودیت‌های بهینه‌سازی

هدف از طراحی بهینه‌ی سازه، کمینه کردن تابع هدف و برقراری همه‌ی محدودیت‌های آن است. این قیدها شامل محدودیت‌های برابری و نابرابری است. در حالت کلی، رابطه‌های وابسته به تحلیل سازه، به صورت محدودیت‌های برابری و قیدهای وابسته به تنش عضوها و تغییر مکان‌های گرهی، به شکل محدودیت‌های نابرابری نوشته می‌شوند.

بتن بهره‌جویی می‌شود. شکل (۳) این جزء را نشان می‌دهد. جزء نام برده، هشت گره و در هر گره سه درجه آزادی دارد. به سخن دیگر، تغییر مکان گرهی در جهت‌های  $x$ ,  $y$  و  $z$  است [۱۶].



شکل ۳ جزء Solid65

## ۸- روش‌های بهینه‌سازی

تاکنون فنون بهینه‌سازی گوناگونی را پژوهش‌گران پیشنهاد کرده‌اند. پاره‌ای از این شیوه‌ها، تنها جنبه‌ی ریاضی مسأله را وارد کار می‌کند. پاره‌ای دیگر، راه‌کارهای کاربردی را مورد توجه قرار می‌دهند. معلوم است، یک روش خوب ترکیبی از هر دو جنبه است. راه‌کارهای فراوانی را می‌توان برای بهینه‌سازی شکل سدهای قوسی به کار گرفت. در این مقاله، از روش‌های تندترین کاهش و دوگونه از برنامه‌ریزی درجه دوم پیاپی بهره‌جویی می‌شود.

### ۸-۱- روش تندترین کاهش

تندترین برای کاهش تابع هدف در هر نقطه، همان جهت خلاف بردار گرادیان است. به سخن دیگر، اگر  $\nabla f > 0$  باشد، با افزودن به مقدار  $X$ ، میزان تابع هدف  $f$  افزایش می‌یابد و چون هدف کاهش  $f$  است، باید از  $X$  کم کرد. از این ویژگی برای یافتن نقطه‌ی تکرار پسین استفاده می‌شود. در ادامه، گام‌های روش تندترین کاهش می‌آیند [۱۷].

**گام یکم:** انتخاب یک پاسخ نخستین از بردار متغیر طراحی

دیگری حاکم می‌شود [۱۴, ۵, ۲]. برای سدهای کوچک محدودیت زیر باید تأمین شود:

$$g(X) = 1 - \frac{\theta}{\theta_{all}} \leq 0 \quad (18)$$

در این جا،  $\theta$  زاویه‌ی بین واکنش تکیه‌گاه‌های قوس و امتداد تکیه‌گاه‌ها و  $\theta_{all}$  کمینه‌ی زاویه‌ی مجاز است. کمینه‌ی زاویه بین تکیه‌گاه‌ها و کناره‌های دره ۳۰ درجه است. همچنین، در سدهای بزرگ محدودیت زیر برای تأمین پایداری لغزشی باید برقرار شود:

$$\phi' \leq \phi_i \leq \phi'' \quad (19)$$

در این رابطه،  $\phi_i$  زاویه مرکزی سد قوسی در ترازهای ارتفاعی گوناگون است. این زاویه به طور معمول،  $90 \leq \phi_i \leq 130$  درجه است.

## ۷- پنداره‌های تحلیل سازه

در این مقاله، برای به دست آوردن شکل نخستین سازه از معیارهای آیین‌نامه‌ی USBR بهره می‌گیرد [۱۴, ۱۰]. همه‌ی تحلیل‌های سازه با استفاده از قابلیت زبان طراحی متغیر گونه‌ی نرم‌افزار ANSYS موسوم به APDL انجام می‌پذیرد. باید افزود، APDL زبانی است که این امکان را برای کاربر فراهم می‌کند تا الگوی خود را برحسب متغیر تعریف کند. با این زبان، می‌توان تغییرهای طراحی را به سادگی و راحتی وارد تحلیل کرد.

برای بهینه‌سازی و ایجاد بدنه‌ی سد قوسی، شبکه‌بندی و تحلیل آن با ANSYS، از جزء Solid65 بهره می‌گیرد [۱۶]. این جزء مکعبی سه‌بعدی است. از آن برای الگوسازی مسأله‌های مکانیک جامدات همگن به‌ویژه تحلیل مسأله‌های

می‌یابد. برای به دست آوردن گام حرکت در هر تکرار از فرآیند بهینه‌سازی، نیاز به حل یک زیربرنامه درجه دوم است. هنگامی یک زیر برنامه درجه دوم پاسخ دارد که دستگاه محدودیت‌های مسأله سازگار باشد. یک زیر برنامه درجه دوم کلی به شکل زیر است [۱۸].

$$\begin{cases} \min(r^k)'d_x + \frac{1}{2}d_x' H^k d_x \\ \nabla h(x^k)'d_x + h(x^k) = 0 \\ \nabla g(x^k)'d_x + g(x^k) \leq 0 \end{cases} \quad (22)$$

در برنامه‌ی کنونی،  $d_x = x^{k+1} - x^k$  بردار جستجو،  $H^k$  ماتریس هسیان و  $r^k$  برابر با گرادیان تابع هدف در  $x^k$  است. بردار متغیر طراحی جدید از رابطه‌ی  $x^{k+1} = x^k + d_x$  به دست می‌آید.

برای این که تکرارهای گام‌های تحلیل به پاسخ بهینه همگرا شود، برای یافتن بردار متغیر طراحی جدید از رابطه-ی  $x^{k+1} = x^k + \alpha d_x$  بهره جویی می‌شود. عامل  $\alpha$  را باید به گونه‌ای انتخاب کرد که رابطه‌ی زیر برقرار شود:

$$\phi(x^k + \alpha d_x) < \phi(x^k) \quad (23)$$

در این رابطه،  $\phi$  تابع تاوان است. در زیر برنامه‌ی درجه دوم برای رسیدن به همگرایی کلی از تابع تاوان استفاده می‌شود. این تابع‌ها گوناگون‌اند و مهمترین آن‌ها تابع تاوان پاول است [۱۹].

برای کارایی بهتر برنامه‌ریزی درجه دوم پیاپی و نیز در نظر گرفتن ویژگی ناخطی محدودیت‌ها، از تابع لاگرانژی برای تابع هدف استفاده خواهد شد. تابع مهم لاگرانژین که در بهینه‌سازی نقش اساسی دارد، این گونه تعریف می‌شود:

$$L(x, u, v) = f(x) + u'h(x) + v'g(x) \quad (24)$$

در این جا  $u$  و  $v$  ضریب‌های لاگرانژ است.

$X^{(1)}$  و مقدار عامل  $k$  برابر یک قرار می‌گیرد. **گام دوم:** گرادیان تابع هدف در نقطه‌ی  $X^{(k)}$  حساب می‌شود. برای جستجو رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$d^{(k)} = -\nabla F(X^k) \quad (20)$$

**گام سوم:** طول گام جستجو، از کمینه کردن تابع یک متغیره‌ی  $F^{(k+1)} = F[X^{(k)} - S_k \nabla F(X^{(k)})]$  به دست می‌آید. به طور معمول، از روش‌های عددی برای محاسبه‌ی  $S_k$  استفاده می‌شود.

**گام چهارم:** پاسخ جدید در مرحله‌ی  $(k+1)$  از رابطه‌ی زیر پیدا می‌شود:

$$X^{(k+1)} = X^{(k)} + S_k d^{(k)} \quad (21)$$

**گام پنجم:** اگر تفاوت و پاسخ‌های پیاپی از تقریب معینی کوچک‌تر باشد، پاسخ مرحله‌ی  $(k+1)$  ام،  $X^{(k+1)}$  همان پاسخ بهینه خواهد بود. در غیر این صورت، محاسبه از گام دو و با افزایش یک به مقدار  $(k)$  تکرار می‌شود.

چون این فن به مقدارمشتق‌های مرتبه یکم تابع هدف نیاز دارد، یکی از روش‌های مرتبه یکم شناخته می‌شود. یادآوری می‌شود، این راه‌کار را نرم افزار انسیس، روش جستجوی مرتبه ی یکم<sup>۱</sup> نامیده است.

## ۸-۲- روش برنامه‌ریزی درجه دوم پیاپی<sup>۲</sup>

مسأله‌ی بهینه‌سازی سد قوسی برنامه‌ریزی غیرخطی دارد. فن برنامه‌ریزی درجه دوم پیاپی یکی از کاراترین روش‌ها برای حل این گونه مسأله است. این فن در یک فرآیند تکراری، طرح نخستین را بهبود می‌بخشد و فرآیند تا هنگامی که معیار معینی برای طرح بهینه برقرار شود، ادامه

1- First Order Search

2- SQP: Sequential Quadratic Programming

می‌شود. رابطه‌های مورد نیاز در برنامه‌ی زیر می‌آید:

$$\begin{cases} \min \frac{1}{2} \|d\|^2 \\ g_j(x+d) + (\nabla g_j(x))' d = -\|d\|^r \end{cases} \quad (26)$$

سپس، با استفاده از رابطه‌ی زیر جهت پذیرفتنی جدید به دست می‌آید:

$$x^{k+1} = x^k + td^k + t^2 \bar{d}^k \quad (27)$$

عامل  $t$ ، نخستین عدد از مجموعه‌ی  $\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots\}$  است که دو رابطه‌ی زیر را برقرار کند:

$$f(x^{k+1}) \leq f(x^k) + \alpha t (\nabla f(x))' d; \alpha \in (0, \frac{1}{2}) \quad (28)$$

$$g_j(x^{k+1}) \leq 0; j = 1, \dots, p \quad (29)$$

این روش بر پایه‌ی شیوه‌ی پانیر و تیتس و حجم محاسبات بالایی دارد.

گونه‌ای دیگر از روش FSQP به وسیله‌ی کاستروا-چن پیشنهاد شده است [۲۳]. تفاوت اصلی این راه‌کار با فن‌های پیشین، در نحوه‌ی محاسبه‌ی جهت  $d^k$  است. در شیوه‌های گذشته برای تعیین جهت  $d^k$  از ترکیب خطی دو جهت  $d_0^k$  و  $d_1^k$  استفاده می‌شد. در این فرآیند، می‌توان جهت  $d^k$  را به‌طور مستقیم از برنامه‌ریزی درجه دوم زیر به دست آورد:

$$\begin{cases} \min \frac{1}{2} d' H d + \gamma \\ (f(x))' d \leq \alpha \gamma \\ g_i(x) + (\nabla g_i(x))' d \leq \omega \gamma \end{cases} \quad (30)$$

در این رابطه،  $\gamma$  یک متغیر ساختگی است که با انجام فرآیند حل به مقدار صفر می‌رسد. عامل‌های  $\omega$  و  $\alpha$  مقدارهای بزرگتر از صفر دارند. پژوهش‌گران مختلف، مقدارهای متفاوتی برای این دو عامل پیشنهاد کردند برای نمونه، ژو دو مقدار ثابت  $\omega = 1$  و  $\alpha = 2$  و لاورنس و تیتس

یاد آوری می‌کند، استفاده از برنامه‌ریزی درجه دوم پیاپی برای حل مسأله‌ی بهینه‌سازی ناخطی سبب بروز چندین مشکل می‌شود [۱۵].

۱- ناسازگاری زیر برنامه‌ی درجه دوم. ۲- انتخاب تابع تاوان مناسب. ۳- بروز پدیده‌ی ماراتوس. در این حالت، تابع تاوان طول گام یک را در نزدیکی پاسخ بهینه نمی‌پذیرد و مانع از همگرایی مرتبه‌ی دوم می‌شود.

### ۸-۳- برنامه‌ریزی درجه دوم پیاپی پذیرفتنی<sup>۱</sup>

روش جهت پذیرفتنی برای حل مسأله‌های بهینه‌سازی دو دسته راه‌کار [۲۱]: ۱- روش جهت پذیرفتنی با همگرایی خطی، ۲- فن جهت پذیرفتنی با همگرایی ابرخطی دارد.

پژوهش‌ها نشان داده‌اند که جهت پذیرفتنی تاپیکس، کاوود و پلاک دارای همگرایی خطی است. پانیر و تیتس با استفاده از زیر برنامه‌ی درجه دوم، به فرآیند جدیدی به برنامه‌ریزی درجه دوم پذیرفتنی دست یافتند [۲۲]. این شیوه به دلیل استفاده از زیر برنامه‌ی درجه دوم همگرایی ابرخطی<sup>۲</sup> دارد. برنامه‌ریزی درجه دوم پیاپی پذیرفتنی یکی از جدیدترین روش‌های برنامه‌ریزی درجه دوم است. که رابطه‌های آن این‌گونه است:

$$\begin{cases} \min (\nabla f(x))' d + \frac{1}{2} d' H d \\ g_i(x) + (\nabla g_i(x))' d \leq 0; j = 1, 2, \dots, p \end{cases} \quad (25)$$

در این برنامه،  $d^k = (1 - \rho)d_0^k + \rho d_1^k$  و  $0 < \rho \leq 1$  است. همچنین،  $d_0^k$  یک جهت کاهشی برای تابع هدف  $f(x)$  است. برای به‌دست آوردن جهت پذیرفتنی در هر مرحله از جهت اصلاحی  $d_1^k$  استفاده می‌شود. افزون بر این، برای اجتناب از اثر ماراتوس، جهت اصلاحی مرتبه‌ی دوم  $\bar{d}$  با حل یک زیر برنامه‌ی درجه دوم دیگر محاسبه

1- FSQP: Feasible Sequential Quadratic Programming  
2- Superlinearly

ی یکم زیر به دست می آید:

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} = \frac{f(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n) - f(x_1, \dots, x_i + \Delta x_i, \dots, x_n)}{\Delta x_i} \quad (32)$$

این فرآیند برای تمامی متغیرهای طراحی تکرار می شود.

### ۱۰- نمونه های عددی

در ادامه ی کار، چند شکل سد با سه روش تقریبی بهینه سازی خواهد شد. همه ی این سدها دوقوسی بتنی است. الگوی هندسی سازه در این مقاله، سد دوقوسی سهمی گونه است. با در نظر گرفتن  $(n=5)$  شمار متغیرهای طراحی ۲۰ و در ۶ تراز ارتفاعی خواهد بود. متغیرهای طراحی به قرار زیراند:

$$X = \{s, \beta, t_{c1}, \dots, t_{c6}, r_{u1}, \dots, r_{u6}, r_{d1}, \dots, r_{d6}\} \quad (33)$$

در این بردار، متغیر  $s$  شیب طره ی قائم مرکزی در تاج،  $\beta$  ضریب ارتفاعی است که در آن شیب طره ی قائم مرکزی صفر است،  $t_{ci}$  ضخامت طره ی قائم مرکزی در تراز  $i$  ام و  $r_{ui}$  و  $r_{di}$  به ترتیب، شعاع رویه ی بالادست و پایین دست سد قوسی در تراز  $i$  ام است.

الگوسازی و تحلیل سد به وسیله ی قابلیت زبان طراحی متغیرگونه ی نرم افزار انسیس انجام می شود. در این فرآیند، بدنه ی سد با جزء Solid65 شبکه بندی می شود. ترکیب بارگذاری سازه، از بارهای فشار آب ایستا و بار مرده ی وزن سد به دست می آید. همچنین، محل برخورد بدنه سد با کناره های دره و پی به صورت گیردار است.

برای فرآیند بهینه سازی با روش تندترین کاهش از قابلیت طراحی بهینه ی نرم افزار انسیس، جستجوی مرتبه یکم استفاده می شود. برای راه کارهای برنامه ریزی درجه دوم پیاپی و نیز برنامه ریزی درجه دوم پیاپی پذیرفتنی، نویسندگان برنامه ای با زبان فرترن نوشته اند. برای بهینه یابی

مقدارهای  $\omega > 0$  و  $\alpha = 1$  را پیشنهاد کردند [۲۴، ۲۰].

ژو راه کار کاستروا- چن را بهبود بخشید [۲۴]. وی برای محاسبه  $d^k$  زیر برنامه درجه دوم زیر را پیشنهاد کرد:

$$\begin{cases} \min \frac{1}{2} d^T H d + \gamma \\ (f(x))^T d \leq \gamma \\ g_i(x) + (\nabla g_i(x))^T d \leq \omega \gamma \end{cases} \quad (31)$$

در این فن، جهت مرتبه دوم  $\bar{d}$  از حل یک دستگاه معادله ی خطی به دست می آید. این شیوه، با حل یک QP در هر تکرار، در مقایسه با روش کاستروا- چن، حجم کار کمتری دارد. همچنین، همگرایی آن ابرخطی است.

### ۹- محاسبه گرادیان تابع ها

یافتن مشتق های تابع هدف و قیدهای مسأله ی بهینه سازی سازه ها نسبت به متغیرهای طراحی، یکی از گام های مورد نیاز روش های برنامه ریزی بر پایه ی گرادیان است. این مشتق ها داده های مهمی برای انتخاب یک جهت جستجو برای رسیدن به طرح بهینه در دسترس قرار می دهد. به این سبب باید حساسیت طرح را نسبت به متغیرهای طراحی حساب کرد. روش های محاسبه گرادیان تابع ها به دو دسته ی تقسیم می شوند:

۱- شیوه های مشتق گیری مستقیم

۲- روش های مبتنی بر حساب تغییرات.

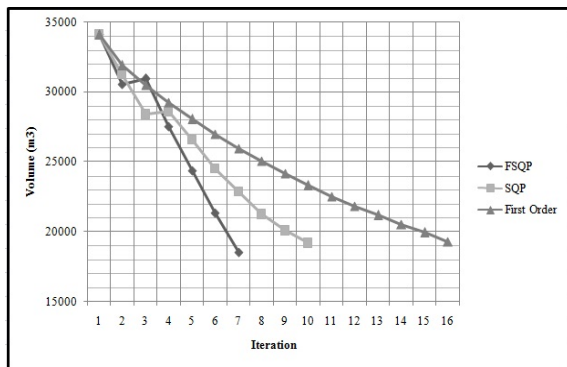
در این مقاله، برای محاسبه ی مشتق ها از روش تفاوت محدود مرتبه یکم استفاده می شود. این راه کار بر پایه ی حساب تغییرات است. در این فن، متغیر طراحی  $i$  ام به اندازه ی مناسب  $\Delta x_i > 0$  تغییر می کند. سپس، با استفاده از بردار متغیر طراحی جدید، سازه تحلیل میشود و مقدارهای جدید تابع هدف و محدودیت ها به دست می آیند. مشتق جزئی تابع  $n$  متغیره ی  $f(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n)$  نسبت به متغیر طراحی  $x_i$  با استفاده از تقریب تفاوت محدود مرتبه-



برنامه‌ریزی درجه دوم پیاپی بیشتر است. کمترین شماره چرخه و زمان تحلیل را روش برنامه‌ریزی درجه دوم پیاپی پذیرفتنی دارد.

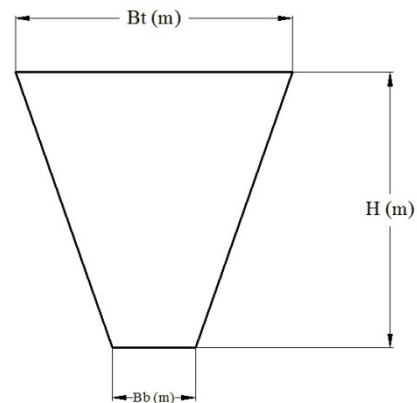
جدول ۲ نتیجه بهینه‌سازی نمونه‌ی یکم

زمان بهینه‌سازی	شمار چرخه	حجم بهینه	روش بهینه‌سازی
۳۱۴	۷	۱۸۵۰۹	FSQP
۳۵۸	۱۰	۱۹۱۸۸	SQP
۷۵۷	۱۶	۱۹۲۹۹	First order



شکل ۵ شمار چرخه‌های بهینه‌سازی در نمونه‌ی یکم

هر سد، ۱۰ نقطه طراحی آغازین از فضای طراحی به‌کار می‌رود. برای هر نقطه‌ی آغازین، فرآیند بهینه‌سازی انجام می‌شود. در کلیه‌ی سدها وزن مخصوص بتن برابر ۲۵۰۰ کیلوگرم بر متر مکعب و ضریب کشسانی بتن  $2/2 \times 10^5$  کیلوگرم بر سانتی متر مربع است. همچنین، ضریب پواسون  $0/2$  به کار می‌رود. شکل (۴) عامل‌های شکل دره برای سه نمونه‌ی عددی را نشان می‌دهد.



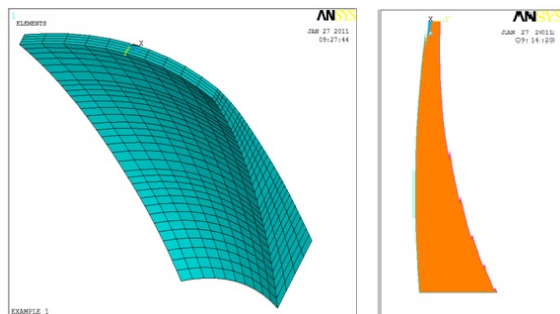
شکل ۴ عامل‌های شکل دره

جدول ۱ مشخصه‌های هندسی نمونه‌های عددی

	$H(m)$	$Bt(m)$	$Bb(m)$
نمونه یکم	۶۰	۳۰	۶۰
نمونه دوم	۸۰	۶۰	۱۸۰
نمونه سوم	۱۰۰	۴۰	۲۴۰

**نمونه‌ی یکم:** در این سد، تنش مجاز کششی ۲۰ کیلوگرم بر سانتی متر مربع، تنش مجاز فشاری ۸۰ کیلوگرم بر سانتی متر مربع است [۱۳]. نتیجه بهینه‌سازی این سد در جدول (۲) آمده است. شکل (۵)، روند کاهش تابع هدف را تا رسیدن به پاسخ بهینه را برای این نمونه عددی نشان می‌دهد و سازه بهینه سد در شکل (۶) به نمایش درمی‌آید. در تمامی جدول‌های این بخش، یکای حجم سد متر مکعب و یکای زمان ثانیه است.

در حل این مسأله، شماره چرخه شیوه‌ی مرتبه یکم از



شکل ۲- شکل بهینه‌ی سد

۱- طره‌ی قائم

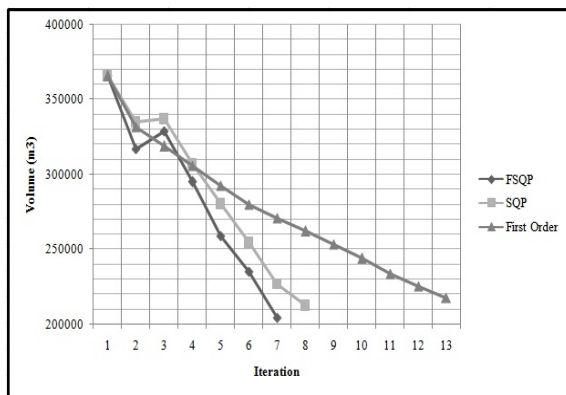
شکل ۶ شکل بهینه‌ی سد

**نمونه‌ی دوم:** سد قوسی سمینوی که با روش بار آزمون طراحی شده است و حجم بتن آن برابر، ۱۳۲۰۰۰ مترمکعب است، با سه فن تقریبی بهینه‌سازی می‌شود. در این مسأله، تنش مجاز کششی ۲۰ کیلوگرم بر سانتی-مترمربع، تنش مجاز فشاری ۸۰ کیلوگرم بر سانتی-مترمربع است [۱۴, ۱۳].

ترتیب، ۵۰ و ۲۰ کیلوگرم بر سانتی متر مربع است [۱۴]. نتیجه‌های فرآیند بهینه‌سازی در جدول (۴) و شکل (۹) درج شده‌اند. همچنین، شکل بهینه‌ی طره‌ی قائم مرکزی و بدنه‌ی سد را شکل (۱۰) نمایش می‌دهد.

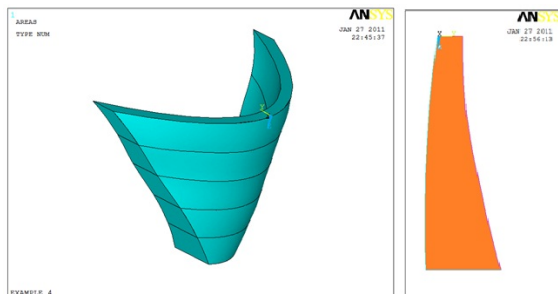
جدول ۴ نتیجه‌های بهینه‌سازی نمونه‌ی سوم

زمان بهینه‌سازی	شمار چرخه	حجم بهینه	روش بهینه‌سازی
۱۶۹	۷	۲۰۴۵۲۰	FSQP
۱۹۵	۸	۲۱۲۴۷۰	SQP
۵۳۰	۱۳	۲۱۷۶۸۲	First order



شکل ۹ شمار چرخه‌های بهینه‌سازی در نمونه‌ی سوم

حجم بهینه‌ی این سد با الگوهای هندسی پنج مرکزی وشعاع انحنای متغیر، به ترتیب، ۲۴۸۵۶۰ و ۲۴۲۷۶۷ مترمکعب به دست آمده است [۲۲]. باید افزود، با افزایش پهنای دهانه دره، نیروهای فشاری بیشتری در قوس‌ها ایجاد می‌شود که نیاز به ضخامت بیشتری در طره‌ی قائم دارد.

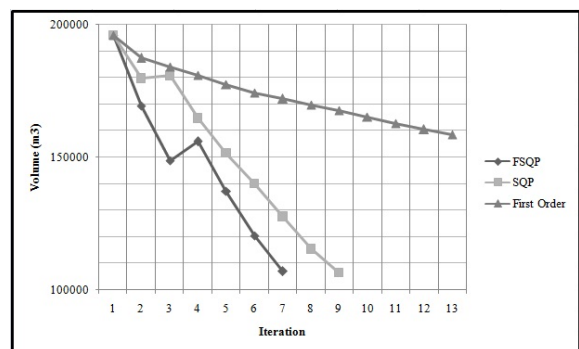


۱- طره‌ی قائم مرکزی ۲- شکل بهینه‌ی سد

نتیجه بهینه‌سازی سد سمینوی در جدول (۳) و شکل (۷) می‌آید. همچنین، شکل (۸) سازه‌ی بهینه را نمایش می‌دهد.

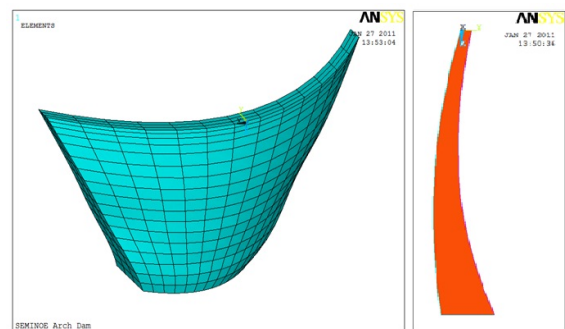
جدول ۳ نتیجه بهینه‌سازی نمونه‌ی دوم

زمان بهینه‌سازی	شمار چرخه	حجم بهینه	روش بهینه‌سازی
۲۱۱	۷	۱۰۶۹۸۰	FSQP
۳۵۸	۹	۱۰۶۳۶۵	SQP
۵۷۷	۱۳	۱۵۸۸۴۰	First order



شکل ۷ شمار چرخه‌های بهینه‌سازی در نمونه‌ی دوم

پژوهش‌گران دیگر طرح بهینه‌ی این سازه را با الگوی هندسی بیضی‌گونه و نیز شعاع انحنای متغیر پیدا کرده‌اند. حجم بهینه‌ی سد با این الگوها، به ترتیب، ۱۱۵۴۱۲ و ۱۰۹۵۰۰ متر مکعب بوده است [۱۳، ۱۴].



۱- طره‌ی قائم مرکزی ۲- شکل بهینه‌ی سد

شکل ۸ سد بهینه‌ی سمینوی

نمونه‌ی سوم: در این سد تنش فشاری و کششی بتن، به

شکل ۱۰ سد بهینه‌ی سوم

## ۱۱- نتیجه گیری

اهمیت سدهای قوسی برای همه‌ی کشورها آشکار است. با وجود این، به دلیل حجم مصالح مصرفی زیاد، این سدها هزینه‌ی ساخت بسیار بالایی دارند. بهینه‌سازی شکل سدهای قوسی افزون بر کاهش مصالح و هزینه‌ها می‌تواند به بهره‌وری مطلوب از توان سازه‌ای کمک کند. در این پژوهش، یک الگوی هندسی ساده و کاربردی برای الگوسازی سد دوقوسی به کار رفت. بهینه‌سازی این گونه سازه‌ها، مسأله‌ای ناخطی با شمارمتغیرهای طراحی زیاد می‌باشند. به‌طور معمول، برای یافتن پاسخ بهینه‌ی سد ها از روش‌های تقریبی بهره می‌جویند.

تجربه‌های عددی این مقاله نشان داد که روش تندترین کاهش، به کندی به سوی نقطه‌ی بهینه پیش می‌رود. در نتیجه، شمارچرخه‌های لازم برای دستیابی به پاسخ بهینه زیاد است. به سبب توانایی محدود و زمان‌بر، راه‌کار نرم افزار انسیس برای بهینه‌سازی سدهای دوقوسی توصیه نمی‌شود.

یکی ازکاراترین روش‌ها برای بهینه‌سازی سدهای دوقوسی، فن برنامه‌ریزی درجه دوم پیاپی است. با وجود توان بالای این راه کار، مشکل‌هایی هم وجود دارد. از آن میان، می‌توان به ناسازگاری زیربرنامه‌ی درجه دوم و احتمال پدیده‌ی ماراتوس اشاره کرد. این عیب‌ها با به‌کارگیری فن برنامه‌ریزی درجه دوم پیاپی پذیرفتنی برطرف می‌شود. استفاده از راه‌کار برنامه‌ریزی درجه دوم پیاپی سبب می‌شود که سرعت فرآیند بهینه‌سازی زیاد شود. همچنین، شمار چرخه‌های مورد نیاز برای رسیدن پاسخ بهینه کاهش یابد.

برپایه‌ی تجربه‌های عددی تحلیل‌ها، آشکار شد که تغییر نقطه‌های آغازین تفاوت زیادی در همگرایی مسأله ایجاد

نمی‌کند. به طور معمول، با زیاد شدن متغیرهای طراحی، تعداد تحلیل‌ها افزایش می‌یابد و مشتق‌گیری از تابع‌های هدف و محدودیت‌ها طولانی‌تر خواهد شد. چون راه‌کار برنامه‌ریزی درجه دوم پیاپی پذیرفتنی سرعت همگرایی خوبی دارد، در نتیجه، این فن برای مسأله بهینه‌سازی با شمار متغیرهای طراحی زیاد مناسب است. باید افزود، قید محدودیت قوس مرکزی، که از قیده‌های پایداری سازه است، در تمام فرآیند بهینه‌سازی و در سه روش به صورت قید نا فعال می‌ماند. ازدیدگاه کمینه بودن تابع هدف و زمان فرآیند بهینه‌سازی، بهترین پاسخ با روش برنامه‌ریزی درجه دوم پیاپی پذیرفتنی به دست می‌آید.

## ۱۲- منابع

- [1] ابوالبشری، محمدحسن، «مبانی بهینه‌سازی سازه‌ها»، دانشگاه فردوسی مشهد، انتشارات دانشگاه، چاپ اول، ۱۳۸۲.
- [2] ابریشمی، جلیل. وهاب رجایی، ناصر، «سدهای بتنی طرح و اجرا»، انتشارات آستان قدس رضوی، ۱۳۸۴.
- [3] Sharpe, R., "The Optimum Design Of Arch Dams", Institution Of Civil Engineers (ICE), paper 72005, pp. 73-98, 1969.
- [4] Bofang, Z., "Shape Optimization of Arch Dams for Static and Dynamic Loads", Journal of Structural Engineering, (118), pp. 1310-1330 1992.
- [5] تجلی، ف. احمدی، م. محرمی، ح. «بهینه‌سازی شکل سدهای بتنی قوسی به منظور بهبود عملکرد در برابر زلزله»، مجله فنی مهندسی مدرس شماره ۳۵، ۱۳۸۸.
- [6] Seyedpoor, S. M. Gholizadeh, S., "Optimum Shape Design of Arch Dams by a Combination of Simultaneous Perturbation Stochastic Approximation and Genetic Algorithm Methods", Advances in Structural Engineering, (11), pp. 501-510. 2008.

- [۱۵] شعبانعلی، محمد رضا، «تحلیل المان محدود به کمک ANSYS»، موسسه علمی فرهنگی نص، چاپ دوم، بهار ۱۳۸۲.
- [16] Moaveni, S., "Finite Element Analysis , Theory And Application With Ansys" ISBN 0-13-785098-0.
- [۱۷] رضایی پزند، م. سرافرازی، س. ر. «مهندسی سیستمها (سامانه‌ها) و بهینه‌سازی»، انتشارات دانشگاه فردوسی مشهد، ۱۳۸۴.
- [18] Boggs, P.T. Tolle, J.W., "Sequential Quadratic Programming for Large-scale Nonlinear Optimization", Journal of Computation and Applied Mathematics, (124), pp.123-137, 2000.
- [19] Powell, M. J. D., "A Fast Algorithm for Nonlinearity Constrained Optimization Calculations", Numerical Analysis, (11), pp. 144-157, 1977.
- [20] Lawrence, C. T. Tits, A. L., "A Computationally Efficient Feasible Sequential Quadratic Programming Algorithm", SIAM J. Optim, **11**, (4), pp 1092-1118, 2001.
- [21] Kostreva, M. M, Chen, X., "A Superlinearly Convergent Method of Feasible Directions", Applied Mathematics and Computation, (116), pp. 231-244, 2000.
- [22] Jian, J. B. Tang, C. M, Hu, Q. J, Zheng, H.Y., "A Feasible Descent SQP Algorithm for General Constrained Optimization Without Strict Complementarity", Journal of Computation and Applied Mathematics, (180), pp.391-412, 2005.
- [23] Zhu, Z., A Simple Feasible SQP Algorithm for Inequality Constrained optimization", Applied Mathematics and Computation, Article in Press, 2006.
- [24] Zhu, Z. Zhang, K., "A New SQP Method Of Feasible Directions for Nonlinear Programming", Applied Mathematics and Computation, (148), pp.121-134, 2004.
- [7] Seyedpoor, S. M. Salajegheh, J. Salajegheh, E., "Shape Optimal Design Of Arch Dams Including Dam-Water-Foundation Rock Interaction Using A Grading Strategy And Approximation Concepts", Applied Mathematical Modelling, (34), pp. 1149-1163. 2010.
- [8] Hamidian, D. Seyedpoor, S. M., "Shape Optimal Design Of Arch Dams Using An Adaptive Neuro-fuzzy Inference System And Improved Particle Swarm Sptimization", Applied Mathematical Modelling, (34), pp.1574-1585. 2010.
- [9] Akbari, J. Ahmadi, M. T. Moharrami, H., "Advances in concrete arch dams shape optimization", Applied Mathematical Modelling, (35), pp.3316-3333. 2011.
- [۱۰] اکبری، ج. احمدی، م. ت. «طراحی یک برنامه‌ی تحلیل سدهای بتنی قوسی شیء-گرا با فرترن ۹۰»، هفتمین کنفرانس بین المللی مهندسی عمران، دانشگاه تربیت مدرس، ۱۳۸۵.
- [11] Shouyi, L. Lujun, D. Lijuan, Z. Zhou, W., "Optimization Design Of Arch Dam Shape With Modified Complex Method", Advances in Engineering Software, (40), pp.804-808. 2009.
- [12] Zhang, X. Li, S. Chen, Y., "Optimization Of geometric Shape Of Xiamen Arch Dam", Advances in Engineering Software, (40), pp. 105-109, 2009.
- [۱۳] حمیدیان، د. سلاجقه، ج. «بهینه سازی شکل سدهای دو قوسی بتنی با استفاده از روش تقریب سازی»، اولین کنگره ملی مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شریف، کد مقاله ۱۳۹۷-۸۳-۱۳۸۳.
- [۱۴] صفاری، ح. «طراحی بهینه سدهای بتنی دو قوسی»، پایان نامه کارشناسی ارشد دانشگاه فردوسی، ۱۳۷۹.

«Research Note»

## Shape Optimization of Arch Dams by three Approximation Methods

M. Rezaiee-Pajand<sup>1\*</sup>, B. Ahmadi-Nedushan<sup>2</sup>, Kh. Khaleghi<sup>3</sup>

1- Professor, Ferdowsi University of Mashhad, Iran

2- Assistant Professor, University of Yazd, Department of Civil Engineering, Iran

3- Graduate Student, Ferdowsi University of Mashhad and University of Yazd, Iran

rezaiee@um.ac.ir

### Abstract:

In large structures, such as arch dams, geometric shape optimization due to the high construction costs is very important. The main goal of this study is proposing a mathematical model and providing three algorithms to find the optimal shape of the dam. Due to efficient behavior, a double-curvature arch dam will be analyzed in this paper. The suggested formulation can include various design constraints, and can choose the lowest value for the dam volume.

Optimization of arch dam depends on the related geometrical restrictions. To have a general procedure, all of these parameters will be included in the authors' model, and the required constraints will be comprised in the solution process. In this optimization approach, for better compliance with the facts, the behavioral constraints are used, as well.

Based on the previous experiences, for selection geometry of the structure, a general parabolic model is utilized and all of parameters defining the structure geometry, as the design variables, are considered. As the objective function, dam volume is defined. It should be mentioned that all practical constraints can be included in this optimization model. A mixture of methods for solving the optimization of the arch dam is available. One of the most efficient algorithms is the sequential quadratic programming (SQP) technique. In this study, three approximation tactics are used.

A variety of the double-curvature arch dams are analyzed. Due to volume limitation of the article, only a few samples will be presented here. Findings clearly demonstrate that the suggested techniques can lead to the optimal structural shape. According to the numerical results, the volume of concrete dam decrease significantly. Moreover, the analysis's times will be considerably short.

**Keywords:** Shape Optimization, Double-curvature Arch Dam, Sequential Quadratic Programming, Feasible Direction.