

# مطالعه اثر انحنای اولیه تصادفی اعضا بر قابلیت اعتماد قاب‌های فولادی

محمدعلی لطف‌اللهی یقین<sup>۱\*</sup>، مسعود نگین<sup>۲</sup>

۱- دانشیار، دانشکده عمران، دانشگاه تبریز

۲- کارشناس ارشد مهندسی عمران-سازه

lotfollahi@tabrizu.ac.ir

تاریخ دریافت: ۱۳۸۷/۰۵/۲۱ تاریخ پذیرش: ۱۳۸۷/۱۱/۲۱

**چکیده-** در این مقاله دو نوع اثر ناکاملی هندسی اولیه در قاب‌های فولادی بر ظرفیت باربری و قابلیت اعتماد این سیستم‌ها مطالعه شده است. ناکاملی هندسی موجود در مختصات گره‌های اتصالی اعضای سازه به یکدیگر و ناکاملی هندسی ناشی از وجود انحنا در راستای اولیه و تئوری اعضای مختلف سازه که در مطالعات گذشته کم‌تر به صورت متغیرهایی تصادفی در تحلیل‌ها وارد شده است. به این منظور با انجام تحلیل استاتیکی و غیرخطی پوس‌اُور و با استفاده از روش‌های مرتبه‌ی اول قابلیت اعتماد و شبیه‌سازی مونت‌کارلو، قابلیت اعتماد سیستم‌های مورد نظر محاسبه می‌شود. علاوه بر این، با به‌کارگیری تحلیل حساسیت به روش مشتق‌گیری مستقیم که در ساختار شیء‌گرای نرم‌افزار OpenSees پیاده‌سازی شده، اهمیت هر یک از متغیرهای تصادفی مذکور از نظر میزان تأثیری که در رفتار سیستم دارند ارزیابی می‌شود. نتایج به‌دست آمده نشان می‌دهند که برخی از ناکاملی‌های هندسی مذکور از اهمیت ویژه‌ای در قابلیت اعتماد این سیستم‌ها برخوردارند که نشان‌دهنده اهمیت تغییرات هرچند کوچک این پارامترها در احتمال خرابی قاب‌های فولادی است.

**کلیدواژه‌گان:** قاب‌های فولادی، ناکاملی‌های هندسی، قابلیت اعتماد، حساسیت، نرم افزار OpenSees

## ۱- مقدمه

مهندسی، این عدم قطعیت‌ها ممکن است به صورت تغییرات و پراکندگی در نیروهای خارجی، شرایط محیطی، شرایط مرزی، پارامترهای هندسی یا مشخصات مصالح ظاهر شوند. در نتیجه واکنش سازه‌ها نیز اساساً دارای رفتاری تصادفی خواهد بود. بنابراین ضروری است در برآورد رفتار واقعی سازه‌ها این عدم قطعیت در پارامترهای سیستم در نظر گرفته شود.

در دو دهه اخیر نظریه‌ی قابلیت اعتماد سازه‌ای<sup>۱</sup>، مقالات و تحقیقات بسیاری را به خود اختصاص داده است. در حقیقت توصیف رفتار سیستم‌های سازه‌ای واقعی به‌طور اجتناب‌ناپذیری وابسته به برخی منابع عدم قطعیت یا پارامترهای تصادفی است. به‌ویژه در مورد سازه‌های

1. Structural Reliability

شده است. علاوه بر این، میزان حساسیت این سیستم‌ها نسبت به پراکندگی‌های موجود در هر یک از متغیرهای تصادفی مسئله و تأثیر آن در رفتار سازه ارزیابی شده است.

## ۲- مدل تحلیلی

مطالعات ما روی قاب فولادی دو طبقه‌ای با یک دهانه انجام شده است. رفتار تنش-کرنش فولاد مصرفی مطابق شکل (۱) با سه پارامتر مدول الاستیسیته ( $E$ )، تنش تسلیم ( $F_y$ ) و ضریب سختی ثانویه ( $\alpha$ ) فولاد مشخص شده است. مشخصات هندسی این قاب در شکل (۲) نشان داده شده است. شماره‌ی گره‌های اتصالی اعضا و هم‌چنین شماره مربوط به هر کدام از تیرها و ستون‌های قاب که در تحلیل‌های سازه‌ای استفاده شده، در شکل مشخص شده است. لازم است ذکر شود که هر یک از اعضای قاب فولادی در نرم‌افزار OpenSees به صورت المانی غیرخطی از نوع تیر-ستون در نظر گرفته شده که در چهار نقطه انتگرال‌گیری می‌شود. انتگرال‌گیری در طول عضو براساس قانون گوس-لاگرانژ انجام شده و فرضیات تیر برنولی برقرار است [۱]. سطح مقطع ستون‌های طبقه‌ی اول و دوم به ترتیب از پروفیل‌های فولادی بال‌پهن W14x53 و W14x43 و سطح مقطع تیرهای طبقه‌ی اول و دوم نیز به ترتیب از پروفیل‌های فولادی بال‌پهن W21x50 و W18x40 انتخاب شده است.

مقدار بار قائم وارد به گره‌های اتصالی اعضا در طبقات اول و دوم، به ترتیب برابر ۱۰۰kN و ۵۰kN در نظر گرفته شده است. نیروهای متمرکز جانبی نیز به صورت خطی در ارتفاع قاب از مقدار صفر در تراز پایه شروع شده و تا مقدار بیشینه‌ی آن برابر ۲۰۰kN در تراز بام تغییر می‌کند.

از طرفی در سال‌های اخیر با توسعه و پیشرفت سریع کامپیوترهای دیجیتالی، تکنیک‌های متنوعی در مسائل مهندسی برای دست یافتن به طراحی بهینه‌ی سازه‌ها به کار رفته است. در این میان روش المان محدود، ابزار موثقی در تحلیل مسائل مهندسی در زمینه‌های مختلف بوده است. ترکیب این روش با شیوه‌های جدید و پیشرفته تحلیل قابلیت اعتماد سازه‌ای، باعث ایجاد روش المان‌های محدود مبتنی بر قابلیت اعتماد<sup>۱</sup> (RFEM) شده است. در این روش در واقع سعی می‌شود که تراز ایمنی تعیین شده برای سازه مورد نظر، برحسب تابع عملکرد مربوط به دست آید. در این زمینه برای نمونه می‌توان به روش‌های بسیار متداول و شناخته شده‌ی تحلیل قابلیت اعتماد سازه‌ها، یعنی روش مرتبه‌ی اول قابلیت اعتماد<sup>۲</sup> (FORM) و یا روش‌های دقیق‌تری مانند روش شبیه‌سازی مونت کارلو<sup>۳</sup> (MC) اشاره کرد.

در این راستا مقاله‌ی حاضر نیز در زمینه تحلیل سازه‌ای سیستم قاب فولادی است که مشخصات مصالح فولادی مصرفی و نیروهای جانبی وارد شده به سازه و هم‌چنین ناکاملی‌های هندسی اولیه، به عنوان متغیرهایی تصادفی در نظر گرفته شده است. لازم است ذکر شود این ناکاملی‌ها به دو شکل، یعنی ناکاملی هندسی موجود در مختصات گره‌های اتصالی اعضا سازه به یک‌دیگر و ناکاملی هندسی ناشی از وجود انحنا در راستای اولیه و تئوریک اعضای مختلف سازه - که در مطالعات گذشته کم‌تر به صورت متغیرهایی تصادفی در تحلیل اعمال شده‌اند مدل‌سازی شده است. برای محاسبه‌ی قابلیت اعتماد سیستم مذکور نیز از آنالیز استاتیکی و غیرخطی پوش‌آور در قالب تحلیل‌های مرتبه‌ی اول قابلیت اعتماد و شبیه‌سازی مونت کارلو استفاده

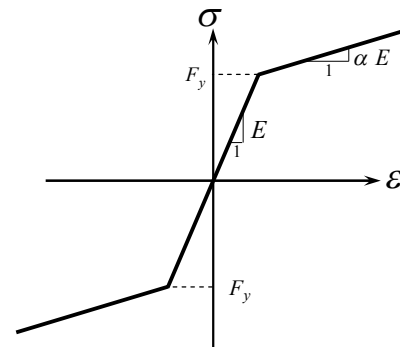
1. Reliability-based Finite Element Method
2. First Order Reliability Method
3. Monte Carlo Simulation Method

گسترش پیدا کرده است. این روش‌ها که بیش‌تر با عنوان روش‌های المان‌های محدود تصادفی<sup>۱</sup> (SFEM) شناخته شده‌اند، با به‌کارگیری تئوری احتمالات و در نظر گرفتن طبیعت تصادفی متغیرهای مسئله در تحلیل‌ها و پیش‌گویی رفتار واقعی سازه‌ها، افت‌های جدیدتری را پیش‌روی مهندسان و محققان قرار داده است. در این میان ترکیب روش‌های المان‌های محدود با الگوریتم‌های پیشرفته‌ی تحلیل قابلیت اعتماد، به پیدایش روش‌های المان‌های محدود تصادفی مبتنی بر قابلیت اعتماد، منجر شده است. به بیان دیگر اصطلاح المان‌های محدود مبتنی بر قابلیت اعتماد به روش‌هایی گفته می‌شود که با ایجاد ارتباط متقابل بین روش‌های پیشرفته‌ی تحلیل قابلیت اعتماد مانند روش‌های مرتبه‌ی اول قابلیت اعتماد یا روش‌های شبیه‌سازی، با روش‌های تحلیل المان‌های محدود، به پیش‌بینی رفتار تصادفی سیستم‌های سازه‌ای واقعی می‌پردازند. لازم است ذکر شود که چون خرابی سازه‌ها بیش‌تر در محدوده‌ی رفتار غیرخطی آن‌ها اتفاق می‌افتد، پس ضروری است رفتار غیرالاستیک مصالح و اثر غیرخطی هندسی مسئله در این تحلیل‌ها در نظر گرفته شود. برای نخستین بار پیوند بین روش تحلیل المان‌های محدود و روش تحلیل قابلیت اعتماد مرتبه‌ی اول (FORM) در سال ۱۹۸۳ توسط دورکیورگیان و تیلور به‌وجود آمده است [۲]. از آن زمان به بعد به‌طور پیوسته روش‌های جدیدتر و پیشرفته‌تری به‌وسیله‌ی محققان مختلف و بیش‌تر خود دورکیورگیان و همکارانش توسعه یافته است [۳].

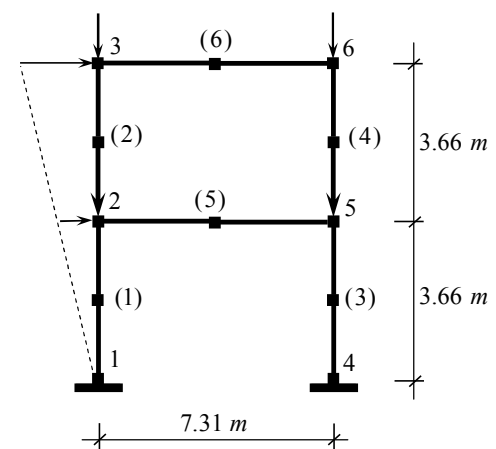
در حالت کلی هدف اصلی انواع مختلف تحلیل‌های قابلیت اعتماد، برآورد احتمال خرابی سیستم‌های سازه‌ای از طریق حل انتگرال زیر است:

$$P_f = \iint_{g(x) \leq 0} \dots \int f_x(x) dx \quad (1)$$

### 1. Stochastic Finite Element Methods



شکل (۱) نمودار تنش-کرنش فولاد مصرفی



شکل (۲) مشخصات هندسی و شماره‌گذاری مربوط به گره‌ها و اعضای قاب فولادی مورد مطالعه

### ۳- روش المان محدود مبتنی بر قابلیت اعتماد

در میان شیوه‌های امروزی تحلیل سازه‌ای، بدون شک روش المان محدود یکی از قوی‌ترین و موفق‌ترین ابزارهای به‌وجود آمده در زمینه‌ی حل مسائل گوناگون مهندسی و از جمله در مهندسی سازه بوده است. با وجود روش مزبور، محدودیت‌هایی در زمینه‌ی اعمال پارامترهای تصادفی مسئله از جمله تغییرات و پراکنندگی موجود در مقاومت‌های مصالح مصرفی یا شکل و ابعاد هندسی سازه‌ها یا ناکاملی‌های موجود در آن‌ها و نیز طبیعت تصادفی بارهایی نظیر بار باد یا زلزله و بارهای زنده دارد. از این‌رو روش‌های جدیدتری برای غلبه بر این محدودیت‌ها

فرض شود  $X$  بردار متغیرهای تصادفی و اصلی مسئله و  $g(X)$  تابع حالت حدی یا تابع خرابی سیستم مورد مطالعه باشد، با استفاده از بسط سری تیلور در نقطه‌ی میانگین متغیرهای تصادفی، تابع خرابی غیرخطی به صورت زیر تقریب زده می‌شود:

$$g(X) \approx g(\mu) + \nabla g(X - \mu) \quad (2)$$

که  $\mu$  و  $\nabla g$  به ترتیب بردار میانگین و بردار ردیفی شیب‌ها تابع خرابی سیستم نسبت به متغیرهای تصادفی اصلی مسئله است. یعنی  $\nabla g = \left[ \frac{\partial g}{\partial x_1} \quad \frac{\partial g}{\partial x_2} \quad \dots \quad \frac{\partial g}{\partial x_n} \right]$  در نتیجه امید ریاضی و واریانس تابع خرابی نیز به ترتیب با استفاده از روابط زیر قابل محاسبه می‌شوند.

$$E[g] = \mu_g \approx g(\mu) \quad (3)$$

$$\text{Var}[g] = \sigma_g^2 \approx \nabla g \cdot \Sigma \cdot \nabla g^T \quad (4)$$

که در آن  $\Sigma$  ماتریس کوواریانس متغیرهای تصادفی است. در نتیجه شاخص قابلیت اعتماد  $\beta$  برای این حالت از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\beta = \frac{g(\mu)}{\sqrt{\nabla g \cdot \Sigma \cdot \nabla g^T}} \quad (5)$$

بنابراین احتمال خرابی متناظر را می‌توان همواره از رابطه‌ی زیر محاسبه کرد [5].

$$P_f = \Phi(-\beta) \quad (6)$$

این روش با وجود سادگی معایب مهمی نیز دارد. برای مثال وقتی تابع خرابی حول نقطه‌ی میانگین متغیرهای تصادفی، خطی‌سازی می‌شود، این روش می‌تواند برحسب انتخاب توابع مختلف، مقادیر متفاوتی را برای شاخص قابلیت اعتماد برای همان مسئله نتیجه بدهد [6]. برای حل

که در آن  $X$  بردار متغیرهای تصادفی و  $g(X)$  تابع خرابی یا تابع حالت حدی سیستم موردنظر است. بنابراین  $g(X) \leq 0$  ناحیه‌ی خرابی را مشخص می‌کند. هم‌چنین  $f_X(x)$  تابع چگالی توأم متغیرهای تصادفی بالا است [4]. نکته‌ی بسیار مهمی که لازم است در این قسمت به آن اشاره شود آن است که در حالت کلی، تابع خرابی نه فقط برحسب متغیرهای اصلی مسئله بلکه ممکن است برحسب کمیت‌های واکنش سیستم مورد مطالعه تعریف شده باشد. این کمیت‌ها شامل کمیت‌هایی مانند کرنش‌ها، تنش‌ها، تغییر مکان‌های گرهی یا عکس‌العمل‌های سازه‌ی موردنظر است که از تحلیل المان محدود انجام شده به دست آمده‌اند. این گفته به این معنا است که در هر مرحله برای ارزیابی تابع خرابی سیستم، لازم است که یک تحلیل المان محدود انجام شود؛ از طرفی در تحلیل المان‌های محدود در هر مرحله نیز باید از مقادیر متغیرهای تصادفی به‌روز شده استفاده شود. در واقع در این روش همواره تقابلی دوطرفه‌ای بین قسمت تحلیل المان‌های محدود و ارزیابی قابلیت اعتماد وجود دارد و به همین دلیل به آن روش المان محدود مبتنی بر قابلیت اعتماد گفته شده است.

### ۳-۱- روش‌های تقریبی

توابع خرابی در عمل معمولاً به صورت غیرخطی ظاهر می‌شوند. در این وضعیت‌ها مسئله به سادگی حالت خطی نیست و محققان اغلب مجبور به استفاده از روش‌های تقریبی می‌شوند. برای این منظور می‌توان از سری تیلور استفاده کرده و تابع غیرخطی خرابی را به عنوان مثال در نقطه‌ی میانگین متغیرهای تصادفی بسط داد. در مباحث تحلیل‌های قابلیت اعتماد، این روش معمولاً روش مرتبه‌ی اول-لنگر دوم (FOSM) نامیده می‌شود. برای این منظور اگر

#### 1. First Order Second Moment

در نتیجه این روش نهایتاً به یک مسئله مینیمم‌سازی ریاضی تقلیل خواهد یافت. یعنی:

$$y^* = \min \{ \|y\| \mid G(y) \leq 0 \} \quad (۹)$$

در این حالت نیز در صورت لزوم می‌توان احتمال خرابی سیستم را از رابطه‌ی تقریبی  $P_f \approx \Phi(-\beta)$  به دست آورد. این روش با عنوان روش مرتبه‌ی اول قابلیت اعتماد (FORM) در مباحث آنالیزهای قابلیت اعتماد شناخته می‌شود [۳].

### ۳-۲- روش شبیه‌سازی مونت کارلو

در روند پیش‌گویی رفتار پدیده‌های فیزیکی یا سیستم‌های سازه‌ای، موقعیت‌هایی وجود دارند که به دلیل طبیعت تصادفی و پیچیدگی فرمول‌بندی مسئله، توصیف رفتار مورد مطالعه را نمی‌توان به صورت ریاضی ارائه کرد، یا اگر مدلی ریاضی بتواند رفتار سیستم مورد نظر را توصیف کند، به دست آوردن راه تحلیلی مستقیم برای مدل ریاضی مربوط ممکن نیست. در چنین حالت‌هایی به علت دشواری فرمول‌بندی ریاضی مسئله، شبیه‌سازی تنها ابزاری است که برای به دست آوردن جواب‌های مورد نظر به کار می‌رود. شبیه‌سازی در واقع روشی ویژه است که با استفاده از آن می‌توان برخی از نتایج عددی مربوط به رفتار فیزیکی مورد مطالعه را بدون انجام آزمایش‌های لازم به دست آورد. در میان روش‌هایی که در شبیه‌سازی مطرح است روش شبیه‌سازی مونت کارلو یکی از متداول‌ترین و پرکاربردترین روش‌ها در حل مسائل پیچیده مهندسی در زمینه‌های مختلف به شمار می‌رود.

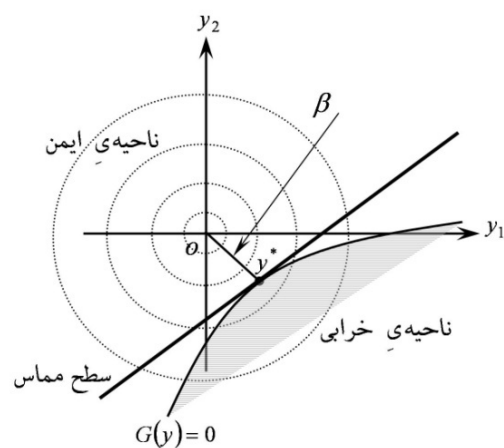
در روش مونت کارلو، در حالت کلی با ایجاد اعدادی تصادفی با توزیع مورد نظر و با انجام تعداد تحلیل تعیین شده برای حالتی که تابع خرابی  $g(X) \leq 0$  باشد، احتمال خرابی سیستم محاسبه می‌شود. این مطلب از نظر ریاضی به

این مشکل هاسوفر و لیند کوتاه‌ترین فاصله بین مبدأ مختصات تا سطح خرابی در دستگاه مختصات نرمال استاندارد را به عنوان شاخص قابلیت اعتماد  $\beta$  تعریف کرده و پیشنهاد کردند که از تقریب خطی تابع خرابی در نقطه‌ی طراحی استفاده شود [۷]. نقطه‌ی طراحی که با  $y^*$  نشان داده می‌شود، روی سطح خرابی قرار گرفته و با کوتاه‌ترین فاصله از مبدأ مختصات، نشان‌دهنده‌ی محتمل‌ترین نقطه‌ی خرابی سیستم مورد نظر است. شکل (۳) این تقریب‌سازی خطی در نقطه‌ی طراحی و فضای نرمال استاندارد را برای حالتی نشان می‌دهد که فقط دو متغیر تصادفی وجود دارد. در این روش متداول است که بردار  $\alpha$  به شکل زیر از نرمالیزه کردن بردار شیب‌های تابع خرابی در نقطه‌ی طراحی محاسبه شود. یعنی:

$$\alpha = -\frac{\nabla G}{\|\nabla G\|} \quad (۷)$$

که در آن  $\nabla G = \left[ \frac{\partial G}{\partial y_1} \quad \frac{\partial G}{\partial y_2} \quad \dots \quad \frac{\partial G}{\partial y_n} \right]$ . در این صورت شاخص قابلیت اعتماد از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$\beta = \alpha \cdot y^* \quad (۸)$$



شکل (۳) تقریب خطی تابع خرابی در روش هاسوفر- لیند

شکل زیر نوشته می‌شود:

$$P_f = \int_{-\infty}^{+\infty} I[g(X) \leq 0] f_X(x) dx \quad (10)$$

که در آن  $I[g(X) \leq 0]$  تابع مشخص سیستم است که مقدار آن برای زمانی که آرگومان مربوط درست باشد، برابر یک و در غیر این صورت برابر صفر در نظر گرفته می‌شود. در عمل، احتمال خرابی با ایجاد تعداد محدودی اعداد تصادفی به دست می‌آید، پس احتمال خرابی محاسبه شده، تنها برآوردی از احتمال خرابی واقعی است. در نتیجه احتمال خرابی در عمل از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود [۸].

$$\bar{P}_f \approx E[P_f] = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I[g(X_i) \leq 0] \quad (11)$$

البته با افزایش تعداد دفعات شبیه‌سازی، این برآورد به مقدار واقعی آن نزدیک‌تر می‌شود. اگرچه این روش در حالت کلی پرهزینه و وقت‌گیر است، با توجه به افزایش سریع ظرفیت محاسباتی رایانه و نیز بهبود الگوریتم‌های تحلیلی در روش‌های شبیه‌سازی، به خاطر ویژگی‌ها و قابلیت‌های خاص آن‌ها، کاربرد گسترده‌ای در حل مسائل مهندسی دارد.

## ۴- مفاهیم اساسی

### ۴-۱- تابع خرابی

در آنالیزهای قابلیت اعتماد، از مفهوم حالت حدی برای تعریف خرابی سیستم استفاده می‌شود. به بیان دیگر حالت حدی مرز بین عملکرد مطلوب و نامطلوب سازه را مشخص می‌سازد. این مرز اغلب به صورت ریاضی با تابع حالت حدی<sup>۱</sup> یا تابع خرابی نشان داده می‌شود. تأکید می‌شود که عبارت خرابی یا شکست در این جا ممکن است

به معنای خرابی کلی سازه یا سیستم مورد نظر نباشد. در واقع چنانچه سازه عملکرد مورد نظر مسئله را نداشته باشد، اصطلاح خرابی به کار برده می‌شود.

در حالت کلی در مباحث آنالیزهای تصادفی دو نوع تابع حالت حدی شامل توابع حالت حدی بهره‌برداری<sup>۲</sup> و توابع حالت حدی استحکام<sup>۳</sup> سازه‌ها متداول است. هر گروه از حالت‌های حدی مذکور باید به‌طور جداگانه در نظر گرفته شود، زیرا برای مثال یک سازه ممکن است بر اثر خیز جانبی کلی یا رانش نسبی طبقات آن خراب شود یا ممکن است تشکیل مفصل پلاستیک و ایجاد سازوکارهای گسیختگی مختلف، باعث شکست کلی یا موضعی آن شوند [۹]. اما از آن‌جاکه در این مقاله ظرفیت باربری نهایی قاب‌های فولادی مورد نظر است، فقط گروه دوم یعنی توابع حالت حدی استحکام استفاده خواهد شد.

امروزه در طراحی‌های پیشرفته مهندسی زلزله تأکید می‌شود که سازه‌های ساختمانی باید در مقابل زلزله‌هایی با شدت متوسط، بدون آسیب‌دیدگی کلی باقی بمانند. همچنین در مقابل زلزله‌هایی با شدت زیاد، سازه‌ها باید از شکل‌پذیری و نرمی کافی برای جذب و مستهلک کردن انرژی برخورددار باشند؛ به طوری که از خرابی و فروریزی ساختمان جلوگیری شود. بدین ترتیب در آنالیزهای قابلیت اعتماد نیز ضروری است که حالت‌های حدی یا در واقع معیارهای آسیب و خرابی سازه‌های مورد بحث به‌طور روشن تعریف شوند. در این میان اگرچه مباحث استهلاک انرژی و آسیب‌های ساختمانی مقوله‌ی بسیار مفصل و پیچیده‌ای است، با وجود این برای مقاصد آنالیزهای قابلیت اعتماد، تعریف حالت‌های حدی برحسب تغییر شکل‌های غیرالاستیک سازه‌ها نظیر بیشینه‌ی رانش نسبی طبقات یا خیز کلی سیستم‌های ساختمانی، در بسیاری از آیین‌نامه‌های

2. Serviceability Limit State Functions  
3. Importance Measures

1. Limit State Function

$$\gamma = \frac{\alpha J_{y,x} \hat{D}}{\|\alpha J_{y,x} \hat{D}\|} \quad (12)$$

که  $\hat{D}$  نشان‌دهنده‌ی ماتریس قطری انحراف معیارهای استاندارد بوده و  $J_{y,x}$  ژاکوبین تبدیل در نقطه‌ی طراحی است. عناصر بردار  $\gamma$  نیز مانند بردار  $\alpha$  مقدار تأثیر یا میزان مشارکت متغیرهای تصادفی اصلی را در واریانس تابع خرابی خطی سازی شده اما در فضای اصلی متغیرهای مذکور نشان می‌دهند. هم‌چنین ثابت می‌شود که چنان‌چه متغیرهای تصادفی مسئله مستقل باشند، بردار  $\gamma$  برابر با بردار  $\alpha$  خواهد شد [۳].

سومین بردار که  $\delta$  نامیده می‌شود به شکل زیر تعریف شده است:

$$\delta = \nabla_{\beta} \hat{D} \quad (13)$$

که  $\hat{D}$  نشان‌دهنده‌ی ماتریس قطری انحراف معیار استاندارد و  $\nabla_{\beta}$  بردار ردیفی شیب‌های شاخص قابلیت اعتماد  $\beta$  نسبت به میانگین متغیرهای تصادفی مسئله با انحراف معیارهای ثابت است. عناصر بدون بُعد این بردار در واقع حساسیت شاخص قابلیت اعتماد  $\beta$  را نسبت به مقدار میانگین متغیرهای تصادفی نشان می‌دهند.

چهارمین و آخرین بردار،  $\eta$  است که از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$\eta = \nabla_{\alpha} \hat{D} \quad (14)$$

در این رابطه  $\nabla_{\alpha}$  بردار ردیفی شیب‌های شاخص قابلیت اعتماد  $\beta$  نسبت به انحراف معیار متغیرهای تصادفی مسئله با میانگین ثابت است. به طوری که ملاحظه می‌شود درحالی‌که عناصر بردار  $\delta$  اهمیت نسبی متغیرهای تصادفی مسئله را نسبت به تغییرات موجود در میانگین آن‌ها نشان می‌دهند، عناصر بردار  $\eta$  نیز اهمیت نسبی آن‌ها را نسبت

مهندسی، کافی و مورد پذیرش است. برخی از مراجع، به عنوان نمونه شرایط حدی استحکام سازه‌های ساختمانی را برای رانش نسبی طبقات و هم‌چنین خیز جانبی کلی در ساختمان، به ترتیب برابر ۲ درصد ارتفاع طبقات متوالی ساختمان و ۲ درصد ارتفاع کلی سازه توصیه کرده‌اند [۱۰].

#### ۴-۲- شاخص‌های اهمیت<sup>۱</sup>

نرم‌افزار OpenSees هم‌چنین می‌تواند در قالب آنالیز مرتبه‌ی اول (FORM) شیب‌های واکنش یا پاسخ سیستم را نسبت به پارامترها یا متغیرهای تصادفی مسئله محاسبه کند. پیامد بسیار مهم این محاسبات، معرفی شاخص‌هایی برای اندازه‌گیری میزان اهمیت متغیرهای تصادفی سیستم مورد مطالعه است که در نتیجه‌ی آن، امکان آرایش این پارامترها برحسب شدت اثری که بر رفتار یا واکنش سیستم و نهایتاً در قابلیت اعتماد آن خواهند داشت، فراهم می‌شود.

برای این منظور، نرم‌افزار OpenSees به‌طور استاندارد چهار بردار اهمیت متغیرهای تصادفی را معرفی می‌کند. اولین بردار،  $\alpha$  نامیده می‌شود که در رابطه‌ی (۷) تعریف شد. هوکاس نشان داده که عناصر این بردار میزان تأثیر متغیرهای تصادفی نرمال استاندارد شده در واریانس تابع خرابی سیستم مورد مطالعه را که در نقطه‌ی طراحی، خطی سازی شده، نشان می‌دهند [۳].

لازم است ذکر شود که بردار  $\alpha$  فقط برای متغیرهای تصادفی غیرهمبسته اعتبار دارد و کاربرد محدودتری دارد؛ پس در سیستم قاب فولادی مورد بحث نیز که متغیرهای تصادفی در آن به صورت همبسته تعریف شده‌اند، از این بردار استفاده نمی‌شود.

دومین بردار یا معیار اهمیت، بردار  $\gamma$  است که به شکل زیر تعریف می‌شود:

#### 1. Strength Limit State Functions

به تغییرات موجود در انحراف معیار متغیرهای تصادفی اصلی مسئله آشکار می‌کند [۳].

بدین ترتیب سه بردار  $\gamma$  و  $\delta$  و  $\eta$  تعریف شد که دیدگاه‌های با ارزش و تعابیر فیزیکی مهمی را در مسائل قابلیت اعتماد مطرح می‌کنند. در ادامه‌ی مطالعه نیز از این شاخص‌ها برای ارزیابی اهمیت متغیرهای تصادفی مسئله استفاده خواهد شد.

## ۵- نتایج عددی

برای بررسی ظرفیت نهایی قاب فولادی بالا از آنالیز استاتیکی غیرخطی پوش‌آور استفاده شده و تمامی پارامترهای مربوط به مصالح و هندسه‌ی سازه و نیز نیروهای جانبی، به صورت متغیرهایی تصادفی در نظر گرفته می‌شوند. مدول الاستیسیته‌ی  $E$  برای هر یک از اعضا به صورت متغیری تصادفی با توزیع لوگ-نرمال با میانگین  $21000 \text{ MPa}$  و ضریب تغییرات  $5\%$  مدلسازی می‌شود به طوری که ضریب همبستگی اعضای مختلف برابر  $0/3$  فرض می‌شود. تنش تسلیم فولاد ( $F_y$ ) هریک از اعضا به صورت متغیری تصادفی با توزیع لوگ-نرمال با میانگین  $240 \text{ MPa}$  و ضریب تغییرات  $10\%$  و با ضریب همبستگی بین اعضای  $0/3$  فرض می‌شود. ضریب سختی ثانویه  $\alpha$  برای هر یک از اعضا به صورت متغیری تصادفی با توزیع لوگ-نرمال و با میانگین و ضریب تغییرات و ضریب همبستگی بین اعضای مختلف به ترتیب برابر  $0/2$  و  $10\%$  و  $0/3$  در نظر گرفته می‌شود.

ناکاملی‌های هندسی اولیه در قاب فولادی مورد بحث به صورت تغییراتی تصادفی اعمال شده در مختصات گرهی در دو جهت افقی و عمودی مدلسازی می‌شوند. لازم است ذکر شود که ناکاملی‌های هندسی اولیه در حالت کلی ممکن است به دو شکل مختلف به وجود آمده باشند. نوع اول

ناکاملی‌های هندسی ایجاد شده در مختصات گره‌های اتصالی اعضای مختلف به یکدیگر است که معمولاً به علت خطا در عملیات ساخت و نصب سازه‌ها به وجود می‌آیند. نوع دوم ناکاملی‌های هندسی، ناکاملی‌های ایجاد شده بر اثر وجود انحنای در راستای اولیه و تئوری اعضای مختلف سازه است. برای مدلسازی ناکاملی هندسی نوع اول، مختصات  $x$  و  $y$  هر یک از گره‌های اتصالی اعضای مختلف قاب فولادی، به صورت متغیرهایی تصادفی غیرهمبسته با توزیع نرمال در نظر گرفته می‌شوند. انحراف معیار مختصات عمودی گره‌ها برابر  $10 \text{ mm}$  فرض شده است. در حالی که انحراف معیار مختصات افقی هر یک از گره‌ها به دلیل احتمال ایجاد خطاهای بیش‌تری در جهت افقی در طبقات بالاتر بر اثر حرکت جانبی سازه، از مقدار  $10 \text{ mm}$  در تراز پایه شروع و تا مقدار  $20 \text{ mm}$  در تراز بام تغییر می‌کند. از طرف دیگر برای مدلسازی ناکاملی‌های نوع دوم یعنی ناکاملی‌های هندسی موجود بر اثر وجود انحنای در راستای اولیه‌ی اعضا - همان‌طور که در شکل (۲) نیز دیده می‌شود- وسط تمامی ستون‌ها و تیرهای قاب، یک گره در نظر گرفته شده است. هر یک از مختصات  $x$  این گره‌ها در ستون‌ها و نیز هر یک از مختصات  $y$  این گره‌ها در تیرهای قاب فولادی به صورت متغیرهایی تصادفی غیرهمبسته با توزیع نرمال با انحراف معیار  $10 \text{ mm}$  در نظر گرفته شده است. هم‌چنین برای مطالعه‌ی اهمیت و اثر احتمالات ناکاملی‌های هندسی و مصالح مصرفی در رفتار قاب‌های فولادی نسبت به سایر پارامترهای تصادفی یا عدم قطعیت‌های سازه‌ای موجود، نیروهای قائم وارد شده به سازه، به صورت مقادیر معین و ثابتی در نظر گرفته شده در حالی که نیروهای جانبی به صورت متغیرهای تصادفی با توزیع لوگ-نرمال و با ضریب تغییراتی برابر  $20\%$  مدلسازی شده است به طوری که ضریب همبستگی بین



در واقع این تابع احتمال خرابی سیستم را برای حالتی که تغییر مکان افقی سازه در تراز بام از ۲ درصد ارتفاع کل سازه بیش تر شود، ارائه می کند. پس در ادامه ی مطالعه، این تابع را به عنوان تابع خرابی سیستم در نظر خواهیم گرفت. رفتار بار-جابجایی غیرخطی سیستم، برحسب تغییر مکان افقی گره شماره ۳ در تراز بام از طریق آنالیز مرتبه اول (FORM) به دست آمده که مانند منحنی نشان داده شده در شکل (۴) است. همان طور که گفته شد در این آنالیز از نقطه ی طراحی یعنی محتمل ترین نقطه ی خرابی به جای نقطه ی میانگین متغیرهای تصادفی استفاده شده است.

مشخصات آماری کمیت های واکنش سیستم مورد مطالعه برای قاب فولادی مذکور که عملکرد آن با تابع خرابی فوق تعریف شده، شامل میانگین و انحراف معیار کمیت های واکنش سیستم - که در این جا به صورت تغییر مکان افقی گره شماره ۳، یعنی خیز جانبی قاب فولادی در تراز بام تعریف شده به ترتیب برابر  $\mu = 567 \text{ mm}$  و  $\sigma = 12/5 \text{ mm}$  از طریق آنالیز FOSM به دست آمده است.

همان طور که اشاره شد، یکی از مهم ترین قابلیت های آنالیز قابلیت اعتماد که در قالب نرم افزار OpenSees پیاده سازی شده، به دست آوردن معیارهایی برای ارزیابی اهمیت هر یک از متغیرهای تصادفی مسئله در رفتار سیستم مورد نظر است. سه بردار  $\gamma$  و  $\delta$  و  $\eta$  مهم ترین این شاخص ها بودند که به همراه سایر نتایج و اطلاعات خروجی آنالیز FORM ایجاد می شوند. مقادیر این شاخص ها برای هر یک از متغیرهای تصادفی قاب فولادی مورد بحث محاسبه شده و جدول (۲) پارامتر تصادفی مهم مسئله را به ترتیب اهمیت آن ها در رفتار سیستم، برحسب مقادیر  $\gamma$  و  $\delta$  و  $\eta$  مربوط نشان می دهد.

همان طور که جدول ۲ نشان می دهد، پارامترهای تصادفی مربوط به تغییرات موجود در نیروهای جانبی وارد شده به

نیروهای جانبی در طبقات اول و دوم قاب فولادی مذکور برابر ۰/۶ فرض می شود. قابلیت اعتماد سیستم با در نظر گرفتن فرض های بالا بر اساس توابع حالت حدی یا توابع خرابی زیر ارزیابی خواهد شد:

$$g_1 = 2\% \times h_0 - u_3 \quad (15)$$

$$g_2 = 2\% \times h - (u_3 - u_2) \quad (16)$$

$$g_3 = 2\% \times h - u_2 \quad (17)$$

در تابع اول  $h_0$  ارتفاع کل قاب است و در این جا برابر ۷/۳۱ متر است  $u_3$  تغییر مکان افقی سازه در گره شماره ۳ یا در تراز بام را نشان می دهد. در توابع دوم و سوم،  $h$  ارتفاع طبقات قاب فولادی است و در این جا برابر ۳/۶۶ متر است و داخل پارانتزها نیز به ترتیب رانش نسبی طبقات قاب را از بالا به پایین نشان می دهند. شاخص قابلیت اعتماد و احتمال خرابی متناظر آن برای هر یک از توابع خرابی بالا با استفاده از آنالیز قابلیت اعتماد مرتبه اول (FORM) و با انجام ۱۰۰۰۰ شبیه سازی مونت کارلو (MC) محاسبه شده است. جدول (۱) خلاصه ی نتایج به دست آمده را برای تمامی حالت های بالا نشان می دهد.

همان طور که ملاحظه می شود، تابع خرابی اول در این سازه، شاخص قابلیت اعتماد کم تری داشته و از وضعیت بحرانی تری نسبت به سایر توابع خرابی برخوردار است.

جدول (۱) شاخص قابلیت اعتماد و احتمال خرابی متناظر برای قاب

فولادی فرضی

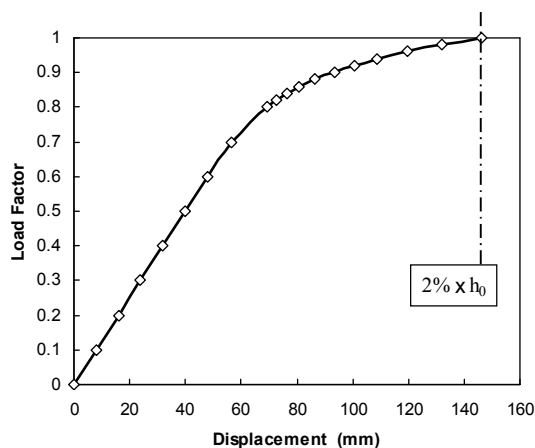
MC		FORM		
$P_f$	$\beta$	$P_f$	$\beta$	
۰/۰۲۱۹	۲/۰۱۶۳	۰/۰۲۰۸۸	۲/۰۳۵۹	$g_1$
۰/۰۲۱۵	۲/۰۲۳۷	۰/۰۲۰۶۹	۲/۰۳۹۶۱	$g_2$
۰/۰۲۱۸	۲/۰۱۷۹	۰/۰۲۰۷۳	۲/۰۳۸۹	$g_3$

سیستم، به دست آورد. این کار از طریق آنالیزهای قابلیت اعتماد مربوط، برای مقادیر مختلف ضریب تغییرات پارامترهای تصادفی یا مقادیر مختلف ناکاملی‌های هندسی اولیه، امکان‌پذیر است. نتایج حاصل در شکل‌های ۵ و ۶ نشان داده شده است. در واقع برای هر یک از نقاط نشان ضرایب تغییرات متغیرهای تصادفی مسئله یا ناکاملی‌های هندسی اولیه، یک آنالیز FORM انجام شده است.

جدول (۲) بیست پارامتر مهم اول قاب فولادی

FORM				
	$\eta$	$\delta$	$\gamma$	
۱	گره ۳	P	گره ۳	P
۲	گره ۲	P	گره ۲	P
۳	عضو ۵	Fy	عضو ۵	Fy
۴	عضو ۱	Fy	عضو ۱	Fy
۵	عضو ۳	Fy	عضو ۳	Fy
۶	عضو ۲	Fy	عضو ۲	Fy
۷	عضو ۴	Fy	عضو ۴	Fy
۸	گره ۵	x	گره ۵	x
۹	عضو ۵	E	عضو ۵	E
۱۰	گره ۴	x	گره ۴	x
۱۱	گره ۶	x	گره ۶	x
۱۲	عضو ۳	E	عضو ۳	E
۱۳	گره ۴	y	گره ۴	y
۱۴	گره ۱	y	گره ۱	y
۱۵	عضو ۱	E	عضو ۱	E
۱۶	عضو ۲	E	عضو ۲	E
۱۷	عضو ۶	Fy	عضو ۶	Fy
۱۸	گره ۲	x	گره ۲	x
۱۹	گره ۳	y	گره ۳	y
۲۰	گره ۶	y	عضو ۲	E

سیستم که در جدول با P مشخص شده و هم‌چنین تغییرات موجود در پارامترهای تصادفی مربوط به مشخصات مصالح سیستم و بیش‌تر تنش تسلیم فولاد از نظر اهمیت، جزء اولین پارامترهای مهم این سیستم است. پارامترهای تصادفی مربوط به ناکاملی‌های هندسی اولیه موجود در قاب فولادی نیز -که به صورت تغییرات اعمال شده در مختصات گره‌های اتصالی اعضا و انحنای اولیه در وسط آن‌ها مدل‌سازی شد- از اهمیت قابل ملاحظه‌ای در قابلیت اعتماد این سیستم برخوردارند و بسیاری از این پارامترها جزء پارامترهای مهم و اولیه‌ی سیستم محسوب می‌شوند. در این میان تغییر مکان‌های افقی گره‌های شماره ۵ و ۴ و ۶ و ۲ و نیز تغییر مکان‌های عمودی گره‌های شماره ۴ و ۱ و ۳ و ۶ در بین این ۲۰ پارامتر مهم سیستم قرار دارند. نکته‌ی قابل توجه دیگر آن است که تغییرات تصادفی مربوط به گره‌های تکیه‌گاهی یعنی تغییر مکان‌های افقی و عمودی گره‌های ۱ و ۴ نیز مهم‌ترین پارامترها هستند. به بیان دیگر ناکاملی‌های هندسی موجود در تکیه‌گاه‌های سیستم، اهمیت زیادی در قابلیت اعتماد آن دارند.

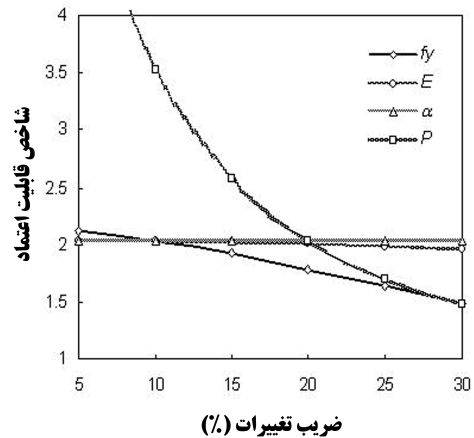


شکل (۴) رفتار بار-جاب‌جایی قاب فولادی در نقطه‌ی طراحی

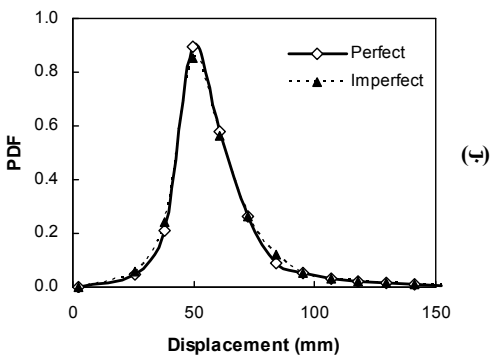
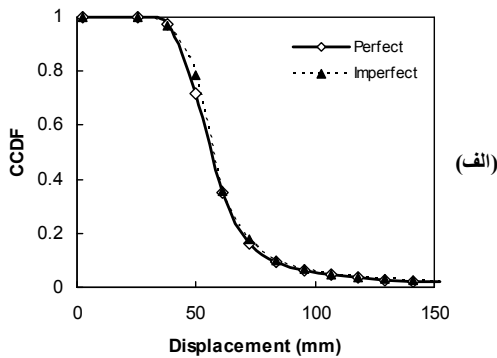
برای بررسی‌های کامل‌تر می‌توان میزان حساسیت قاب فولادی مذکور را نسبت به تغییرات هر یک از پارامترهای تصادفی مسئله، برحسب تأثیر آن‌ها در قابلیت اعتماد

هندسی به صورت انحنای اولیه در راستای اعضاء تأثیر بیش تری در ظرفیت و نهایتاً در قابلیت اعتماد آن دارد.

همچنین برای تکمیل اطلاعات آماری واکنش سیستم، توزیع احتمال خیز جانبی قاب فولادی در تراز بام را که مربوط به تغییر مکان افقی گره ۳ است - می توان از طریق آنالیزهای پی در پی مرتبه اول قابلیت اعتماد FORM یا با انجام مطالعات پارامتری سیستم به دست آورد. در این راستا برای ارزیابی تأثیر جداگانه‌ی متغیرهای تصادفی مربوط به ناکاملی‌های هندسی، قابلیت اعتماد سیستم، یک بار با وجود ناکاملی‌های هندسی و یک بار دیگر بدون وجود این ناکاملی‌ها محاسبه می شود.

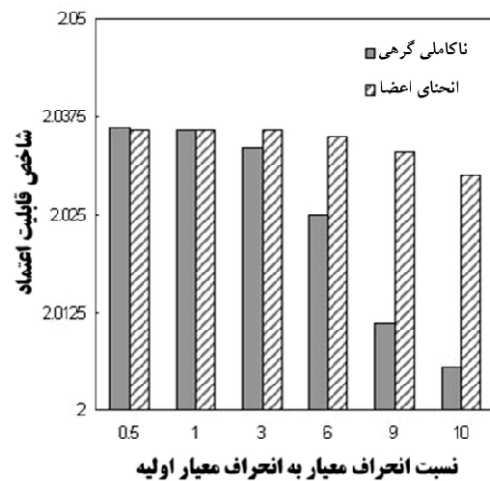


شکل (۵) حساسیت سیستم نسبت به متغیرهای تصادفی مربوط به نیروهای جانبی و مصالح مصرفی



شکل (۷) متمم توزیع تجمعی (الف) و چگالی احتمال (ب) برای تغییر مکان افقی سازه در تراز بام

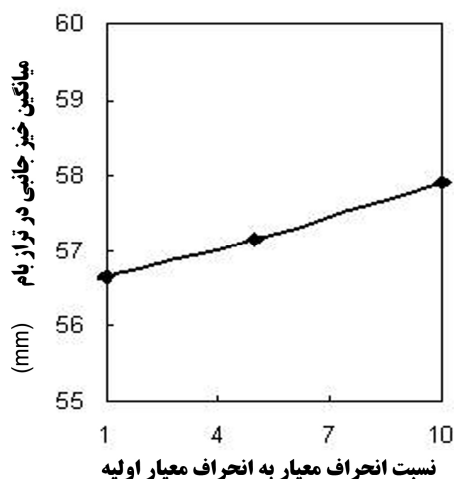
برای این منظور دو حالت زیر در نظر گرفته می شود: (الف) تمامی متغیرهای سیستم، تصادفی در نظر گرفته می شوند. (ب) تمامی متغیرها بجز متغیرهای مربوط به ناکاملی‌های هندسی،



شکل (۶) حساسیت سیستم نسبت به متغیرهای تصادفی مربوط به ناکاملی‌های هندسی

این شکل‌ها نشان می دهند که قاب‌های فولادی نسبت به تغییرات تصادفی موجود در نیروهای جانبی و تنش تسلیم فولاد حساسیت بسیاری دارد و قابلیت اعتماد آن‌ها به صورت غیرخطی با افزایش تغییرات این پارامترها کاهش پیدا می کند. ولی قابلیت اعتماد این قاب‌ها نسبت به تغییرات تصادفی موجود در مدول الاستیسیته و نیز ضریب سختی ثانویه‌ی فولاد حساسیت کم تری دارد و به صورت تقریباً خطی کاهش پیدا می کند. ضمناً ناکاملی‌های هندسی از نوع تغییرات موجود در مختصات گرهی، از ناکاملی‌های

به بیان دیگر، این شکل میانگین و انحراف معیار، خیز جانبی سازه را به ترتیب در ترازهای طبقه‌ی اول و دوم قاب-که از طریق ۱۰۰۰۰ شبیه‌سازی به روش آنالیز مونت‌کارلو به دست آمده- در دو حالت مختلف یعنی برای حالتی که سازه از نظر هندسی به صورت کامل در نظر گرفته شده است و سپس در حضور ناکاملی‌های هندسی اولیه، به طور شماتیک نشان می‌دهد. شکل (۹) تأثیر مقدار ناکاملی‌های هندسی را بر رفتار مورد نظر سیستم مذکور نشان می‌دهد. این شکل در واقع تغییرات میانگین جابه‌جایی جانبی سازه در تراز بام را با افزایش ناکاملی‌های هندسی نشان می‌دهد.



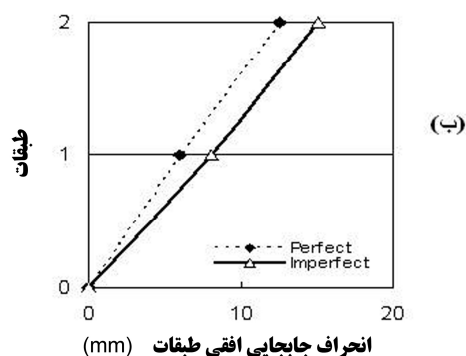
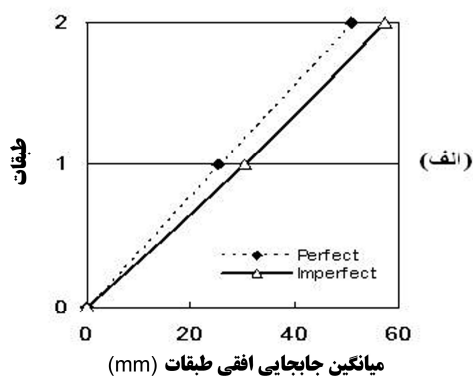
شکل (۹) تأثیر ناکاملی هندسی اولیه در خیز جانبی قاب

## ۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله اثر ناکاملی‌های هندسی اولیه در قاب‌های فولادی، به صورت تغییرات موجود در مختصات گره‌های اتصالی اعضای سازه به یک‌دیگر و ناکاملی هندسی ناشی از وجود انحنای در راستای اولیه‌ی اعضای مختلف سازه-که به صورت متغیرهای تصادفی در آنالیزهای مربوط اعمال شده- در قابلیت اعتماد این سیستم‌ها مطالعه شده است.

تصادفی در نظر گرفته می‌شوند. نتایج حاصل در شکل (۷) به صورت نمودارهای چگالی احتمال PDF و متمم توزیع تجمعی CCDF مربوط، برای تغییر مکان جانبی سازه در تراز بام ترسیم شده است. در واقع برای هر نقطه از منحنی CCDF یک آنالیز قابلیت اعتماد انجام شده است.

این نمودارها اطلاعات کاملی را درباره نحوه‌ی توزیع احتمال تغییر مکان جانبی سازه در تراز بام-که از اهمیت ویژه‌ای در طراحی برخوردار است- ارائه می‌کنند. برای نمونه این تغییر مکان با احتمال ۷۴ درصد همواره بزرگ‌تر از ۵۰mm است؛ یا با احتمال ۶۱ درصد بین دو مقدار ۴۰mm و ۶۰mm قرار خواهد داشت. هم‌چنین این اطلاعات آماری به شکل کامل‌تری شامل میانگین و انحراف معیار جابه‌جایی افقی سازه در ترازهای مختلف قاب در شکل (۸) آورده شده است.



شکل (۸) میانگین (الف) انحراف معیار (ب) خیز افقی سازه در ترازهای مختلف قاب

## ۷- منابع

- [1] Mazzoni S., McKenna F., Fenves G. L., "The OpenSees Command Language Manual", Department of Civil and Environmental Engineering, University of California, Berkeley, 2005.
- [2] Der Kiureghian A., Taylor R. L., "Numerical methods in structural reliability", Proceedings of the ICASP4, Florence, Italy, 1983.
- [3] Haukaas T., "Finite Element Reliability and Sensitivity Methods for Performance-Based Engineering", Ph.D. thesis, University of California, Berkeley, 2003.
- [4] Haukaas T., Der Kiureghian A., "A Computer Program for Nonlinear Finite Element Reliability Analysis", 8th International Conference on Structural Safety and Reliability, California, USA, 2001.
- [5] Sudret B., Der Kiureghian A., "Stochastic Finite Element Methods and Reliability", A State-of-the-Art Report, <http://opensees.berkeley.edu>.
- [6] Nowak A. S., Collins K. R., "Reliability of Structures", McGrawHill, 2000.
- [7] Hasofer A. M., Lind N. C., "Basic Notes on Load Models", The Joint Committee on Structural Safety, 2000.
- [8] Schueremans L., "Structural Reliability in Design and Analysis", State of the Art Report, Katholieke Universiteit Leuven, 2003.
- [9] Jungwon H., Achintya H., "Seismic reliability of non-linear frames with PR connections using systematic RSM", Probabilistic Engineering Mechanics, 17, 2002, pp 177-190.
- [10] Ellingwood B. R., "Earthquake risk assessment of building structures", Reliability Engineering and System Safety, 74, 2001, pp 251-262.

نتایج زیر استخراج می‌شود:

۱- پارامترهای تصادفی مربوط به ناکاملی‌های هندسی موجود در قاب‌های فولادی، از اهمیت قابل‌توجهی در قابلیت اعتماد این سیستم‌ها برخوردار است و بسیاری از این پارامترها جزء پارامترهای مهم و اولیه‌ی این سیستم‌ها بودند. در این میان تغییرات تصادفی موجود در مختصات گره‌های تکیه‌گاهی سازه نیز نقش مهمی دارند.

۲- پارامترهای تصادفی مربوط به ناکاملی‌های هندسی اولیه، از نوع تغییرات موجود در مختصات گرهی سازه تأثیر و اهمیت بیش‌تری نسبت به پارامترهای تصادفی مربوط به ناکاملی‌های هندسی - به‌شکل انحنای اولیه در راستای اعضای آن در ظرفیت باربری نهایی سازه و نیز در قابلیت اعتماد آن- دارند.

۳- پارامترهای تصادفی مربوط به تغییرات موجود در نیروهای جانبی، از نظر اهمیت، جزو اولین پارامترهای مهم سیستم‌های قاب فولادی است. بنابراین با توجه به طبیعت تصادفی ذاتی و تغییرات گسترده و غیرقابل پیش‌بینی موجود در نیروهای جانبی وارد شده-مانند نیروهای زلزله یا نیروی باد- این پارامترها نقش زیادی در ارزیابی قابلیت اعتماد قاب‌های فولادی دارند.

۴- قاب‌های فولادی نسبت به تغییرات موجود در متغیرهای تصادفی تنش تسلیم فولاد و نیروهای جانبی، حساسیت بسیاری داشته و قابلیت اعتماد آن‌ها بلافاصله به‌صورت غیرخطی، با افزایش تغییرات این پارامترها، کاهش پیدا می‌کند. ولی تأثیر پارامترهای تصادفی مربوط به مدول الاستیسیته و ضریب سختی ثانویه‌ی فولاد به‌صورت تقریباً خطی و از حساسیت نسبتاً کم‌تری برخوردار است.