

# ارزیابی عملکرد روش‌های بر مبنای شاخص اعتماد و روش‌های شبیه‌ساز در محاسبه قابلیت اعتماد سازه‌ها

کوثر یزدان نجاد<sup>۱\*</sup>، علی رشیدی<sup>۲</sup>، پرویز عبادی<sup>۳</sup>

- ۱- پژوهشگر گروه مطالعات فنی و عمرانی، مرکز مطالعات و برنامه ریزی شهر تهران  
۲- کارشناس ارشد مهندسی سازه، دانشکده فنی مهندسی، گروه مهندسی عمران، واحد شهرقدس، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران  
۳- استادیار، دانشکده فنی مهندسی، گروه مهندسی عمران، واحد شهرقدس، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

تاریخ پذیرش: [۱۴۰۱/۱۲/۱۵]

تاریخ دریافت: [۱۴۰۱/۰۵/۱۲]

## چکیده

محاسبه احتمال خرابی مسائل سازه‌ای با توابع شرایط حدی خطی معمولاً به سبب مفاهیم ساده و نیاز به محاسبات کم، در سطحی پایین و توسط روش‌های مرتبه اول صورت می‌پذیرد. این روش‌ها تنها برای ارائه تخمینی از احتمال خرابی سازه مناسب بوده و به ویژه زمانی که تابع بیان‌کننده عملکرد سازه خطی باشد، در ارائه پاسخ نهایی دقیق هستند. اما زمانی که تابع حدی غیرخطی باشد، به دلیل مشکلات ذاتی موجود در این روش، از برآورد دقیق سطح ایمنی سازه ناتوان هستند. برای چنین مسائلی لازم است از روش‌های دقیق برآورد احتمال خرابی نظیر روش‌های شبیه‌سازی استفاده نمود. استفاده از مفاهیم موجود در روش‌های مرتبه اول و دوم قابلیت اعتماد در کنار بکارگیری یک الگوریتم بهینه‌ساز، کاهش حجم محاسبات را در پی خواهد داشت اما این عامل سبب می‌شود که فرضیات و ساده‌سازی‌ها، مشتق‌گیری از توابع و برآورد حساسیت احتمال خرابی نیز جزئی از روند طراحی سازه باشد. در بسیاری از مسائل طراحی با تابع حالت حدی غیرخطی و پیچیده و همچنین زمانی که متغیرهای مسئله توابع چگالی غیرنرمال داشته باشند، کارایی روش‌های موجود در این گروه در حل مسائل قابلیت اعتماد کم رانگ خواهد شد [1]. پس در پژوهش حاضر به بررسی عملکرد روش‌های مختلف در برآورد قابلیت اطمینان مسائل مختلف سازه‌ای پرداخته شده است. برای دستیابی به این موارد، سه مسئله مختلف سازه‌ای توسط هفت روش متداول در برآورد احتمال خرابی مورد بررسی قرار داده شده‌اند. اولین مسئله به منظور بررسی درستی نتایج حاصل ارائه شده است. در این مسئله احتمال خرابی یک تیر بتن مسلح توسط روش مونت‌کارلو (MCS) محاسبه شده و با نتیجه حاصل از روش دقیق گرادیانی موجود در مطالعات پیشین مقایسه شد. نتایج حاصل از حل این مسئله بیانگر خطای 0.5 درصد در نتایج بوده که دقت نتایج را بیان می‌دارد. همچنین در ادامه، تحلیل دو مسئله تیر فولادی سه دهانه، سیستم لرزه‌ای دو درجه آزادی با استفاده از هفت روش مونت‌کارلو، شبیه‌سازی زیرمجموعه‌ای (SS)، نمونه‌گیری بااهمیت (IS)، نمونه‌گیری خطی (LS)، شبیه‌سازی وزنی (WSM) و روش‌های مرتبه اول (FORM) و دوم (SORM) قابلیت اعتماد نیز در دستور کار قرار داده شد. نتایج بیانگر این بوده که روش شبیه‌سازی زیرمجموعه‌ای دارای دقت بالایی در حل مسائل غیرخطی و پیچیده بوده و روش شبیه‌سازی وزنی کاهش قابل ملاحظه‌ای در تعداد فراخوانی تابع شرط حدی نشان داده است.

واژگان کلیدی: شاخص قابلیت اعتماد، روش‌های شبیه‌ساز، روش‌های تحلیلی، تابع شرایط حدی، عدم قطعیت.

## ۱- مقدمه

در بیشتر مسائل مهندسی، مشخصات مصالح، ابعاد هندسی، بارگذاری و شرایط مرزی مختلف دارای عدم قطعیت بوده و از توابع احتمالی پیروی می‌کنند. وجود عدم قطعیت در ویژگی پارامترهای ذکر شده ایجاب می‌کند که میزان سطح قابلیت اعتماد و برآورد احتمال خرابی سازه از جمله مهم‌ترین مباحث در تحلیل و رفتارسنجی سازه به شمار رود. بیشتر این مباحث، همواره به شکل‌های مختلف با مسئله سلامت و خرابی مواجه هستند. در تئوری قابلیت اعتماد با در نظر گرفتن مقاومت و بار سازه به عنوان کمیت‌های غیرقطعی و متغیرهای تصادفی، این مفاهیم توسط تابع شرایط حدی  $g(R, Q)$  بیان می‌شوند که در آن  $R$  و  $Q$  به ترتیب بیانگر متغیر تصافی بار و مقاومت در آن سیستم هستند. خرابی هنگامی رخ می‌دهد که رابطه  $g = R - Q < 0$  ارضا شود. مطابق این تعریف و از دیدگاه سازه‌ای هرگاه پاسخ سازه از مقاومت مانند آن بیشتر شود در سیستم خرابی اتفاق می‌افتد [1].

لیکن باید توجه داشت که بدست آوردن پاسخ دقیق رابطه مزبور بسیار دشوار بوده و عملاً امکان محاسبه و تحلیل آن برای بسیاری از مسائل مهندسی ممکن نیست. پس با استفاده از ساده‌سازی و در نظر گرفتن فرضیاتی، چندین روش عددی و شبیه‌سازی برای حل آن ارائه شده است [2].

بطور کلی برای بدست آوردن قابلیت اعتماد و احتمال خرابی یک سیستم لازم است تا این مراحل طی شود: الف) مرزبندی روشن بین ضوابط خرابی و سلامت طرح مورد نظر، یا به عبارتی ارائه یک تعریف دقیق برای خرابی؛ ب) انتخاب یک مدل قطعی که متغیرهای اصلی را به ضابطه خرابی یا ایمنی مربوط سازد؛ ج) تشخیص عدم قطعیت در مدل اصلی؛ د) بدست آوردن توابع توزیع احتمال به همراه ممان‌های آماری متغیرهای اصلی [3].

روش‌های مرتبه اول و دوم قابلیت اعتماد (FORM/SORM) که بر مبنای شاخص قابلیت اعتماد استوار هستند، ساده‌ترین روش‌ها برای محاسبه احتمال خرابی می‌باشند که سطح ایمنی سازه را با در نظر گرفتن فرضیات ساده

کننده و به صورت تقریبی تخمین می‌زنند. احتمال خرابی یک مسئله در این روش‌ها توسط معکوس تابع توزیع تجمعی احتمال در فضای استاندارد نرمال برآورد می‌شود. از طرفی روش شبیه‌سازی مونت کارلو (MCS) نیز قویترین و دقیق‌ترین روش محاسبه احتمال خرابی سازه به شمار می‌رود [3].

روش‌های مرتبه اول و دوم به لحاظ محاسبات بسیار ساده بوده و علاوه بر سادگی دارای این ویژگی هستند که نقطه با بیشترین احتمال وقوع و به عبارتی محتمل‌ترین حالت خرابی در مسائل سازه‌ای را در اختیار طراح قرار می‌دهند. در این روش‌های تقریبی، فاصله نقطه مزبور از مبدا در فضای نرمال استاندارد شاخص قابلیت اعتماد ( $\beta$ ) نامیده می‌شود. با استفاده از این شاخص می‌توان احتمال خرابی تقریبی سازه را نیز تخمین زد. در صورتی که شکل تابع حدی مسئله پیچیده باشد، متغیرهای مسئله زیاد باشند و یا سازه دارای چندین نقطه محتمل شکست موضعی باشد، این روش‌ها در تعیین نقطه طراحی و تخمین احتمال خرابی سازه ناتوان هستند. همچنین برای حل مسائل با متغیرهای غیرنرمال، نیازمند استفاده از نگاشت و انتقال متغیرها به فضای نرمال استاندارد بوده که پیچیدگی مسئله را بیشتر می‌نماید. استفاده از این روش در حل مسائل با توابع حدی ضمنی، علاوه بر مشکلات ذکر شده نیازمند بکارگیری تکنیک‌های سطح پاسخ و یا شبکه عصبی و امثال آن برای حل مسئله قابلیت اعتماد هستند که کارآیی روش‌های مرتبه اول و دوم را در حل مسائل کم‌رنگ می‌نماید. بعلاوه، محاسبات مربوط به روش‌های مرتبه اول و دوم، مبتنی بر متغیرهای استاندارد نرمال بوده که بر پیچیدگی فرآیند محاسبات افزوده و موجب ایجاد خطا در محاسبه احتمال خرابی می‌گردد. مشکل دیگر این روش‌ها عدم دقت کافی در بررسی قیده‌های احتمالاتی با توابع شرایط حدی (LSF) غیرخطی، مشتق ناپذیر و همچنین در مسائل با متغیرهای گسسته می‌باشد که دامنه کاربرد این روش‌ها را نیز در موارد عملی محدود می‌سازد [4].

با استفاده از روش‌های شبیه‌سازی می‌توان تخمین دقیقی از احتمال خرابی سازه را برای توابع صریح و ضمنی بدست آورد. در این روش‌ها نکته کلیدی، تولید نمونه‌هایی از متغیرهای

## ۲- پیشینه مطالعات

در اولین مطالعات پیرامون محاسبات احتمال خرابی سازه-ها، رکویتز و فیسلر الگوریتمی در مورد محاسبه قابلیت اعتماد سازه با ترکیب بارهای مختلف ارائه نمودند. بارهای وارد شده بر سازه در این الگوریتم به صورت یک توالی مستقل تصادفی مدنظر قرار داده شد. ایشان توانستند محدودیت روش هاسوفر و لیند [11] را با بیان یک متدولوژی انتقال نرمال معادلسازی شده دو پارامتری برطرف نمایند [12]. چن و لیند توانستند با تشریح یک الگوریتم سه پارامتری مبتنی بر قالب تئوری قابلیت اعتماد ممان دوم، علاوه بر ثابت نگه داشتن سرعت الگوریتم نسبت به روش FORM، به پاسخ هایی با دقت بیشتر دست یابند [13].

ژائو و اونو استفاده از روش های مبتنی بر ممان را برای محاسبه قابلیت اعتماد سازه ها معرفی کردند. ایشان هنگام معرفی چند مسئله مهندسی، مشکلات موجود در روش FORM را بیان کردند. مشکل روش FORM از نظر ایشان دشواری در لزوم استخراج مشتقات تابع شرایط حدی در نقاط مختلف بوده است. [14]

چاودهری و رائو با ترکیب روش مدل ابعاد بالا HDMR و تابع انتقال سریع فوریه FFT روشی جدید در تحلیل احتمال خرابی سیستم سازه ای بیان نمودند. تابع شرایط حدی در این روش توسط تقریب خطی روش درجه اول مدل ابعاد بالا بدست آمده و توسط تقریب سریع فوریه حل می شود [15]. وی و رحمان یک روش جداسازی تک متغیره را برای محاسبه احتمال خرابی سازه ها پیشنهاد دادند. در این روش ابتدا توسط چند نقطه در هر بعد جدا شده تابع شرایط حدی مورد بررسی قرار داده شده و در نهایت نقطه با بیشترین احتمال خرابی کلی مشخص می شود. ارزیابی پاسخ مسائل مورد بحث در این پژوهش بیانگر دقت پاسخ های بدست آمده از این متد بوده است [16]. یانگ در صدد کنترل پراکندگی های موجود در پاسخ های بدست آمده از روش FORM برآمد. او این پراکندگی پاسخ ها را ناشی از نوسانات موجود در روش حل FORM، در تحلیل برخی توابع بسیار غیرخطی، می دانست. مشکل بیان شده در این مطالعه ابتدا توسط چندین مسئله نشان داده شد و پس

تصادفی به منظور تخمین احتمال خرابی سازه می باشد. تاکنون روش های شبیه سازی متنوعی در برآورد احتمال خرابی یک پدیده ارائه شده است که متد مونت کارلو همانطور که ذکر شد یکی از مهم ترین و پرکاربردترین روش ها در این زمینه است [5]. روش مونت کارلو عبارت است از هنر تقریب زدن امید ریاضی با استفاده از میانگین نمونه ای تابعی از متغیرهای تصادفی شبیه سازی شده. احتمال خرابی یک سیستم با استفاده از این روش، با تقسیم تعداد نقاطی که در ناحیه خرابی قرار می گیرند بر تعداد تمامی نمونه های شبیه سازی شده، بدست می آید. این نمونه ها با استفاده از معکوس تابع توزیع تجمعی احتمال بدست می آیند [6]. با این وجود، مشکل اصلی در استفاده از روش مونت کارلو را می توان حجم بالای محاسبات مربوط به ارزیابی قیده های احتمالاتی دانست. برای حل این مسئله نیز روش های کارآ و قدرتمندی مانند WSM [7]، IS [8]، SS [9] و LS [10] ارائه شده اند.

در حالت کلی می توان اظهار داشت مشکل اصلی روش های متداول محاسبه قابلیت اعتماد و احتمال خرابی در زمینه حل مسائلی است که شامل توابع بسیار غیرخطی و یا حتی مشتق ناپذیر باشند. در چنین حالتی نتایج حاصل از روش های بر مبنای شاخص قابلیت اعتماد ممکن است با بروز خطاهایی در برآورد قابلیت اعتماد همراه باشند. از طرفی، استفاده از روش های مبتنی بر شبیه سازی سبب پیچیده شدن فرآیند آنالیز و افزایش حجم محاسبات بخصوص برای مسائلی مانند آنالیز سازه های پیچیده می شود. بنابراین، در بررسی مسائل قابلیت اعتماد برای سازه های پیچیده، با این چالش اساسی مواجه خواهیم بود: "انتخاب یک روش مؤثر برای برآورد احتمال خرابی که ضمن دقت کافی در ارزیابی سطح ایمنی سازه، دارای هزینه محاسباتی بالایی نباشد". هر کدام از روش های مختلف برآورد احتمال خرابی، در یک شرایط خاص، دارای پاسخ مناسب و کارآیی بسزایی می باشند. با توجه به موارد مطرح شده، هدف اصلی این تحقیق بررسی اثرپذیری روند حل مسئله با استفاده از روش های مختلف برای افزایش دقت، سرعت و کارآیی در محاسبات احتمال خرابی سازه های مختلف می باشد [7-10].

از آن، با استفاده از روش کنترل آشفستگی STM این آشفستگی کنترل شد. [17]. جیرگل و همکاران از روش مونت کارلو مستقیم با احتساب زمان متوسط بین مودهای خرابی MTBF، در محاسبه احتمال خرابی متوالی تابع شرایط حدی مربوط به یک سیستم استفاده نمودند [18].

کینگ لی و همکاران روش نمونه‌های وزن‌دار آپدیت شده در روش مونت کارلو را برای محاسبه میزان شاخص قابلیت اعتماد پایداری خاک شیروانی شیب‌دار ارائه نمودند. مشکل فراخوانی تعداد زیادی تابع شرایط حدی و حل سازه موردنظر در این روش حل شده است [19]. بین شو و همکاران قابلیت اعتماد سازه‌های پیوسته با مصالح چند فاز را مورد بحث قرار دادند. همچنین بهینه‌سازی هندسه این سازه‌ها بر مبنای قابلیت اعتماد نیز از دیگر اهداف این پژوهش بوده است [20]. ژو و همکاران ارزیابی قابلیت اعتماد چند مقیاسی تصادفی با کمک روش اجزای محدود را برای سازه‌های کامپوزیتی لایه‌ای انجام دادند. ایشان در پژوهش خود با در نظر گرفتن مقدار بار اعمال شده به عنوان یکی از متغیرهای تصادفی،

شکل ۱. تابع توزیع مشترک متغیرها (PDF) و تابع شرایط حدی ( $g$ ) و ناحیه خرابی ( $g < 0$ ) [23]

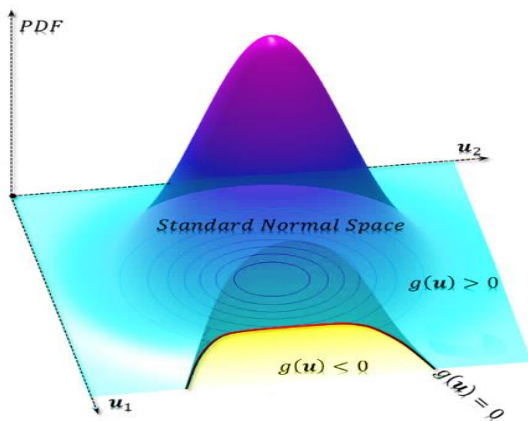


Fig 1. Joint distribution function of variables (PDF) and boundary condition function ( $g$ ) and failure region ( $g < 0$ ) [23]

تأثیر همزمان وجود عدم قطعیت در بار و مصالح کامپوزیتی در مقیاس‌های میکرو و ماکرو را مطالعه نمودند [21]. حال در پژوهش حاضر سعی بر آن است تا کارایی روش‌های موجود در تحلیل مسائل مختلف در زمینه قابلیت اطمینان مورد ارزیابی قرار داده شود.

تمامی روش‌های موجود قابلیت اعتماد، سعی در برآورد انتگرال ارائه شده در رابطه (۱) را دارند که در ادامه به اختصار مورد بحث قرار داده می‌شوند.

### ۳- مواد و روش‌ها

متغیرهای یک مسئله را با بردار  $\mathbf{X} = [x_1, x_2, \dots, x_n]$  نشان می‌دهند که در آن  $n$  نمایانگر تعداد ابعاد یک مسئله می‌باشد. هرکدام از متغیرهای تصادفی یک مسئله قابلیت اعتماد نیز خود دارای یک تابع توزیع خاص هستند که انواع این توابع در منبع [14] برای تولید نمونه ارائه شده‌اند. در این مبحث احتمال خرابی یک مسئله برابر خواهد بود با سطح زیر نمودار توابع توزیع متغیرهای تصادفی، در موقعیتی که تابع شرایط حدی کوچکتر از صفر می‌باشد. پس خواهیم داشت [22]:

$$P_f \equiv P(\{g(\mathbf{X}) \leq 0\}) = \int_{D_f = \{x \in \mathbf{R}^n: g(x) \leq 0\}} f_x(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (1)$$

در رابطه فوق  $P_f$  احتمال خرابی مسئله،  $P(\{g(\mathbf{X}) \leq 0\})$  احتمال قرار گرفتن حالاتی از مسئله در ناحیه خرابی،  $D_f =$

### ۳-۱- روش شبیه‌سازی مونت کارلو (MCS)

روش مونت کارلو دقیق‌ترین روش در برآورد این انتگرال است [24, 25]. در این روش، نمونه‌های تصادفی مطابق با توابع توزیع متغیرهای مسئله در هر بعد تولید شده و در تابع شرایط حدی قرار داده می‌شوند و به این ترتیب تمامی فضای امکان توسط مونت کارلو کاوش می‌شود. پس برای برخی مسائل که در آنها احتمال خرابی مسئله بسیار کوچک می‌باشد، نیاز است تا تعداد نمونه‌های بسیار زیادی (گاهی تا ۵۰ میلیون نمونه) تولید شوند و برای هر نمونه، تابع شرایط حدی باید فراخوانی شود تا بتوان احتمال خرابی مسئله را برآورد نمود. چگونگی برآورد انتگرال احتمال خرابی توسط مونت کارلو در رابطه (۲) ارائه شده است [26].

شکل ۳. برآورد احتمال خرابی با استفاده از روش مونت کارلو (و شاخص قابلیت اعتماد  $\beta$  در روش FORM) [۲۵]

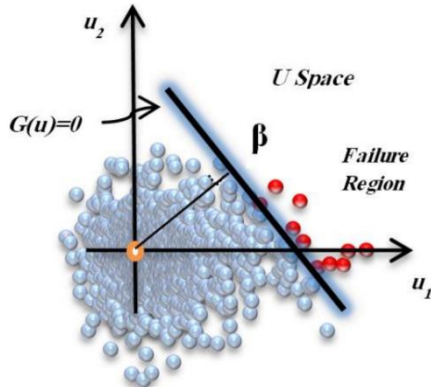


Fig. 3. Failure probability estimation using the Monte Carlo method (and reliability index  $\beta$  in the FORM method) [25]

توضیح مهم اینکه متغیرها را می توان در دوفضای مختلف مورد بررسی قرار داد. اول فضای اصلی است که در آن میانگین و انحراف معیار نمونه ها برابر با مقادیر واقعی خودشان هستند. دوم، فضای استاندارد نرمال می باشد که در آن تمامی توابع توزیع و تابع شرایط حدی به فضایی با توزیع نرمال و میانگین و انحراف معیار ۱ منتقل شده و در فضای جدید، احتمال خرابی مسئله برآورد می شود. متغیرهای مسئله در فضای استاندارد نرمال معمولاً به جای  $x$  توسط  $u$  نشان داده می شوند. در برخی روش ها مانند FORM، LS و SORM نیاز است تا متغیرها به فضای استاندارد نرمال منتقل شوند، اما در روش های MCS، SS، IS و WSM ضرورتی به این انتقال وجود ندارد.

شکل ۴: چگونگی تشخیص ناحیه خرابی و تخمین احتمال خرابی در

MCS [۲۳]

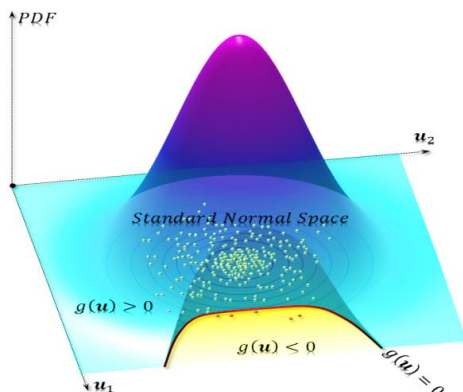


Fig. 4. To detect the failure area and estimate the probability of failure in MCS [23]

$$P_{fMC} = E[I_{g \leq 0}(X) \leq 0] = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N I_{g \leq 0}(x^{(k)}) \quad (2)$$

در رابطه فوق  $P_{fMC}$  بیانگر احتمال خرابی محاسبه شده توسط مونت کارلو بوده و  $E[I_{g \leq 0}(X) \leq 0]$  امید ریاضی تعداد دفعاتی می باشد که نمونه ها در ناحیه خرابی ایجاد شده اند.  $N$  تعداد کل نمونه ها بوده و  $I$  شمارنده تعداد دفعاتی است که نمونه ها در ناحیه خرابی قرار گرفته اند.

متداول ترین روش تولید نمونه در روش شبیه سازی مونت کارلو، بکارگیری روش معکوس تابع توزیع است. براساس روش معکوس تابع توزیع، چنانچه اعداد دنباله احتمالاتی تابع تجمعی احتمالی را با  $v$  نشان دهیم، آنگاه نمونه های متغیر تصادفی  $X$  با تابع چگالی احتمال تجمعی  $F_X(x)$ ، از رابطه زیر تولید می شوند:

$$F_X(x_i) = v_i \rightarrow x_i = F^{-1}(v_i) \quad (3)$$

به صورت خلاصه می توان مراحل تولید نمونه در روش مذکور را به صورت ذیل بیان داشت:

۱. تولید اعداد به صورت تصادفی در بازه  $v=[0,1]$
۲. انتقال مقدار  $v_i$  به معکوس تابع تجمعی احتمال
۳. خواندن مقدار عدد تصادفی تولید شده با استفاده از معکوس تابع تجمعی احتمال در  $v_i$

این مراحل به صورت شماتیک در شکل (۲) آورده شده است. شکل (۳) نیز چگونگی برآورد احتمال خرابی را در روش شبیه سازی مونت کارلو نشان می دهد.

شکل ۲. تولید نمونه در روش شبیه سازی مونت کارلو بر اساس معکوس

تابع تجمعی احتمال [۲۵]

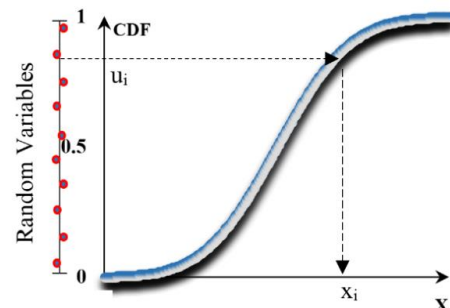


Fig. 2. Sample generation in the Monte Carlo simulation method based on the inverse of the cumulative probability function [25]

احتمال خرابی کلی مسئله در این روش برابر خواهد بود با ضرب احتمالات خرابی بدست آمده در هر انتقال:

$$P_{f_{SS}} = p(F_m|F_{m-1})p(F_{m-1}) = \dots = (۴)$$

$$p(F_1) \prod_{i=2}^m p(F_i|F_{i-1})$$

چگونگی انتقال توابع شرایط حدی زیرمجموعه‌ای در هر تکرار برای رسیدن به تابع اصلی در شکل (۵) بیان شده است.

### ۳-۳- روش نمونه‌گیری بااهمیت (IS)

در روش IS برای کاهش تعداد نمونه‌ها در برآورد احتمال خرابی، ابتدا موقعیت دقیق نقطه MPP توسط هر روش بهینه‌سازی محاسبه می‌شود. سپس میانگین تابع چگالی توزیع متغیرهای تصادفی توسط یک تابع انتقال، به نقطه MPP منتقل شده و احتمال خرابی در این نقطه توسط یک پردازنده مونت-کارلو محلی برآورد شده و توسط یک ترم اصلاحی که با تابع  $h_p(v_i)$  نشان داده می‌شود، محاسبه می‌شود [29]. برای روش IS احتمال گسیختگی به شرح زیر محاسبه می‌شود:

$$P_f = \int_{D_f = \{x \in R^n : g(x) \leq 0\}} \frac{f_X(x)h_X(x)}{h_X(x)} dx \quad (۵)$$

طوری که  $h_X(x)$  یک تابع چگالی نمونه برداری جدید است. معادله بالا می‌تواند به صورت زیر نوشته شود:

$$P_{f_{IS}} = E \left( \frac{I(X) f_X(X)}{h_X(X)} \right) \approx \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \left( \frac{I(X_j) f_X(X_j)}{h_X(X_j)} \right) \quad (۶)$$

مسئله اساسی در روش نمونه‌گیری بااهمیت، انتخاب تابع چگالی نمونه‌گیری بااهمیتی است که نقاط نمونه موردنیاز را کاهش دهد.

ایده اصلی این تکنیک این است که تابع چگالی نمونه‌برداری در نزدیکی محتمل‌ترین نقطه گسیختگی را به دست آوریم. برای نمونه‌برداری بااهمیت، روش‌های مختلف زیادی ارائه شده اند که برای به دست آوردن تابع چگالی نمونه برداری مناسب به نقطه طراحی یا شکل تابع حدی نیاز دارند، در حالی که در مسائل عملی، نقطه طراحی یا شکل تابع حدی حالت حدی مشخص نیستند [30, 31].

چگونگی تولید نمونه در اطراف نقطه با بیشترین احتمال خرابی در روش IS در شکل (۶) ارائه شده است.

روش مونت‌کارلو در حل مسئله به جستجوی تمامی فضای امکان می‌پردازد. پس تعداد زیادی نمونه برای حل یک مسئله باید تولید شود تا با دقت کافی، احتمال خرابی مسئله برآورد گردد [27]. تمامی روش‌های شبیه‌ساز دیگر بر اساس کاهش هزینه محاسباتی و کاهش تعداد دفعات فراخوانی تابع شرایط حدی موردنیاز برای محاسبه احتمال خرابی بیان شده‌اند.

### ۳-۲- روش شبیه‌سازی زیرمجموعه‌ای (SS)

روش شبیه‌ساز زیرمجموعه‌ای (SS)، یکی از قدرتمندترین روش‌های شبیه‌ساز است که به منظور کاهش هزینه محاسباتی مونت‌کارلو در تحلیل مسائل با احتمال خرابی پایین ایجاد شده است. این روش بر مبنای انتقال تابع شرایط حدی به سمت میانگین نمونه‌های تصادفی پایه‌گذاری شده است. ابتدا تابع شرایط حدی اصلی، آنقدر به میانگین متغیرهای تصادفی نزدیک می‌شود تا بتوان با تعداد اندکی نمونه، احتمال خرابی تابع انتقال یافته را محاسبه نمود. سپس در گام بعدی، تابع انتقال یافته، به سمت تابع اصلی حرکت داده می‌شود و بار دیگر احتمال خرابی آن محاسبه می‌شود. اما در این مرحله، میانگین متغیرها، برابر با نقطه با بیشترین احتمال خرابی تابع انتقال یافته، مدنظر قرار داده می‌شود. [2]. نقطه طراحی (DP) و یا نقطه با بیشترین احتمال خرابی (MPP) برابر است با کوتاه‌ترین فاصله تابع شرایط حدی تا مبدا مختصات در فضای استاندارد نرمال. در فضای اصلی نیز نام نقطه طراحی و یا Design Point (DP) به این نقطه اطلاق می‌شود [28].

شکل ۵. جزئیات روش زیرمجموعه‌ای [۲۳]

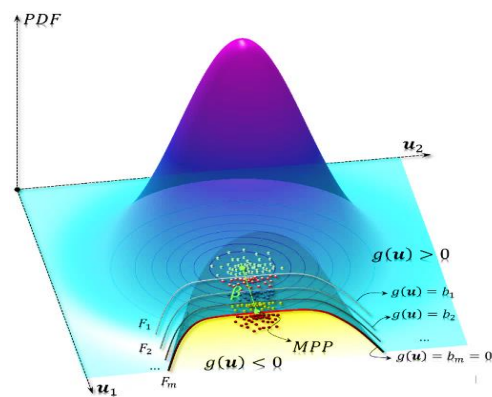


Fig. 5. Details of the subset method [23]



اما لازم به ذکر است که این روش به دلیل وابسته بودن به نقطه MPP، دید یکطرفه داشته و در محاسبه احتمال خرابی برخی مسائل با توابعی با چند نقطه طراحی و یا توابع جزیره ای شکل، با خطا همراه است [30]. توضیح اینکه تابع توزیع نرمال از رابطه زیر قابل محاسبه می‌باشد:

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (9)$$

که در فضای استاندارد نرمال، مقدار میانگین و انحراف معیار به ترتیب برابر با ۰ و ۱ هستند. پس خواهیم داشت:

$$\Phi(x)_{Standard\ Normal} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2} \quad (10)$$

بین مقادیر شاخص قابلیت اعتماد ( $\beta$ ) و احتمال خرابی ( $P_f$ )

رابطه زیر برقرار است:

$$P_f = \Phi(-\beta) \quad (11)$$

### ۳-۵- روش شبیه‌سازی وزنی (WSM)

در روش شبیه‌سازی وزنی، ابتدا نمونه‌های تصادفی در فضای امکان مسئله به سادگی با توزیع یکنواخت تولید می‌شوند. سپس به هر نمونه، بسته به موقعیت قرارگیری آن، یک مقدار وزن اختصاص داده می‌شود. وزن مذکور برابر با ضرب مقدار تابع چگالی احتمال متغیرهای تصادفی برای هر نمونه در تمامی ابعاد مسئله می‌باشد. احتمال خرابی در این روش نیز با تقسیم وزن نمونه‌هایی که در ناحیه خرابی قرار گرفته‌اند وزن کل نمونه‌ها بدست می‌آید [7].

$$P_f = \frac{\sum_{i=1}^n I(i).W(i)}{\sum_{i=1}^n W(i)} \quad (12)$$

$$W(i) = \prod_{j=1}^s PDF(x_{ji}, \mu_j, \sigma_j) \quad (13)$$

شکل ۸ وزن‌دهی به نمونه‌های یکنواخت در روش WSM [۲۳]

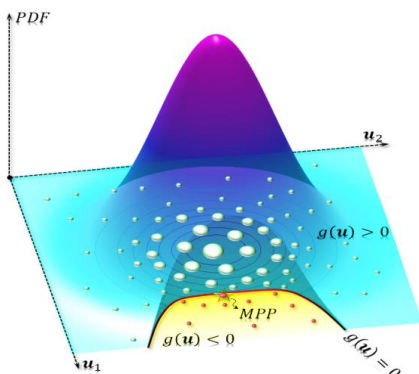


Fig. 8. Weighting of uniform samples in the WSM method [23]

شکل ۶. چگونگی نمونه‌ریزی در اطراف MPP توسط تابع جایگزین در

روش IS [۲۳]

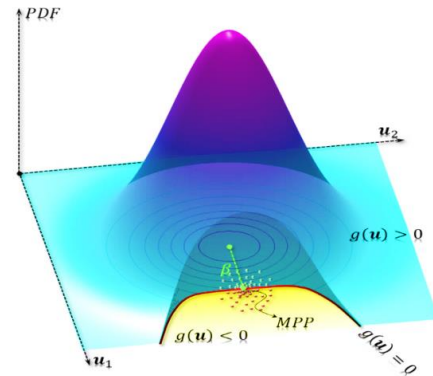


Fig. 6. To sample around the MPP by the replacement [23] function in the IS method

### ۳-۴- روش نمونه‌گیری خطی (LS)

در روش LS، شاخص قابلیت اعتماد کلی مسئله برابر با میانگین شاخص‌های حاصل از تمامی نمونه‌ها مطابق با رابطه (۷) مدنظر قرار می‌گیرد [10].

$$\beta = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \beta_i \quad (7)$$

احتمال خرابی مسئله نیز توسط معکوس تابع توزیع تجمعی استاندارد نرمال برآورد می‌شود.

$$P_f = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n P_{fi} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Phi(-\beta_i) \quad (8)$$

روش LS با ترکیب شبیه‌سازی و استفاده از شاخص قابلیت اطمینان مطابق با شکل (۷)، عملکرد بسیار مناسبی در شناسایی ناحیه خرابی توابع مختلف را دارد. همچنین با تعداد نمونه‌های کمتر نسبت به مونت کارلو، توانایی تحلیل مسائلی با احتمال خرابی بسیار کم ( $P_f < 10^{-4}$ ) را نیز دارد.

شکل ۷. عملکرد روش LS در شناسایی ناحیه خرابی [۲۳]

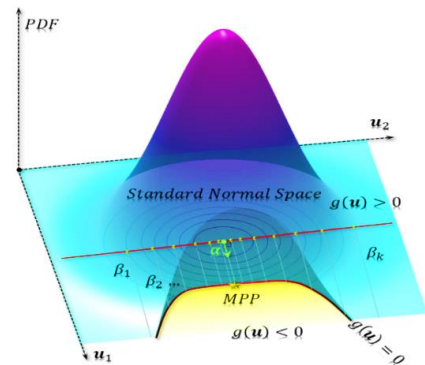


Fig. 7. Performance of the LS method in identifying the failure area [23]

آمد. برای انتقال نقاط به دستگاه مختصات استاندارد نیز از رابطه (۱۶) استفاده می‌شود:

$$z_i^* = \frac{x_i^* - \mu}{\sigma} \quad (16)$$

در این رابطه  $\mu$  برابر میانگین و  $\sigma$  بیانگر انحراف معیار داده‌ها می‌باشند. ماتریس  $\{Z^*\}$  نیز برداری ستونی از مقادیر  $z_i^*$  می‌باشد. برای ایجاد همگرایی، یک ماتریس برداری  $\{G\}$  بر مبنای رابطه (۱۷) بدست می‌آید.

$$\{G\} = \begin{Bmatrix} G_1 \\ G_2 \\ \vdots \\ G_n \end{Bmatrix} \quad (17)$$

که در آن:

$$G_i = -\frac{\partial g}{\partial z_i} |_{d.p} \quad (18)$$

مقدار تقریبی شاخص قابلیت اطمینان  $\beta$  در هر چرخه سعی و خطا توسط رابطه (۱۹) محاسبه می‌شود:

$$\beta = \frac{\{G\}^T \{Z^*\}}{\sqrt{\{G\}^T \{G\}}} \quad (19)$$

که در رابطه فوق ماتریس  $\{Z^*\}$  برداری ستونی از مقادیر  $z_i^*$  می‌باشد. ضریب حساسیت و یا بردار هادی شاخص قابلیت اطمینان در هر سعی و خطا توسط رابطه (۲۰) محاسبه می‌شود:

$$\{\alpha\} = \frac{\{G\}}{\sqrt{\{G\}^T \{G\}}} \quad (20)$$

البته مقادیر اولیه باید برای  $\{\alpha\}$  بر مبنای رابطه  $\sum (\alpha_i)^2 = 1$  حدس زده شود. توصیه می‌شود مقادیر  $\alpha_i$  برای بار مثبت و برای مقاومت منفی در نظر گرفته شود. در ادامه نقاط طراحی جدید از رابطه (۲۱) بدست خواهند آمد:

$$z_i^* = \beta \alpha_i \quad (21)$$

با انتقال نقاط طراحی جدید به دستگاه مختصات اصلی و تکرار مراحل ذکر شده تا همگرایی، شاخص قابلیت اطمینان و نقاط طراحی بدست خواهند آمد. همچنین میزان احتمال خرابی نیز با استفاده از معکوس تابع تجمعی استاندارد نرمال و بدست آوردن احتمال مربوط به هر شاخص مطابق با رابطه (۲۰) به دست می‌آید:

$$P_{fFORM} = \Phi(-\beta) \quad (22)$$

به این ترتیب چگونگی عملکرد روش FORM مطابق با شکل (۹)، به این صورت است که با رسم یک مماس بر تابع شرایط حدی در نقطه MPP، تمامی فضای بعد از خط مماس را به عنوان ناحیه خرابی می‌شناسد [22].

فرآیند نمونه‌ریزی یکنواخت در فضای امکان و وزن‌دهی به نمونه مطابق با توابع توزیع متغیرها، در شکل (۸) ارائه شده است.

تا به این مرحله، چگونگی رویارویی روش‌های شبیه‌سازی در تحلیل یک مسئله به اختصار توضیح داده شد. در ادامه در مورد دو روش تحلیلی FORM و SORM توضیح داده می‌شود که این دو روش بر مبنای شاخص قابلیت اعتماد استوار هستند.

### ۳-۶- روش مرتبه اول قابلیت اعتماد (FORM)

این روش توسط هاسوفر و لیند در منبع [11] پیشنهاد شد. فرضیه اصلی مطالعه ایشان این بوده که شاخص قابلیت اطمینان باید در مواجهه با توابع شرایط حدی غیرخطی برای یک مسئله خاص، با تغییر تابع شرایط حدی، ثابت باقی بماند. این روش بر پایه ایده کرنل و استفاده از شاخص قابلیت اطمینان بنا شد. هاسوفر و لیند، به جای نقطه میانگین در محاسبه شاخص، از نقطه جدیدی به نام نقطه طراحی در دستگاه مختصات استاندارد شده انتقال یافته استفاده نمودند. در این فضای طراحی جدید، فاصله هندسی میان مبدا و تابع شرایط حدی انتقال یافته به عنوان شاخص قابلیت اطمینان تعریف شده است. برای بدست آوردن مختصات نقطه طراحی شامل  $\{z_1^*, z_2^*, \dots, z_n^*\}$  در مرحله سعی و خطا، به حل  $2n + 1$  معادله نیاز است که در آن  $n$  تعداد متغیرهای تصادفی است. این معادلات شامل یک معادله  $\beta$ ،  $n$  معادله  $\alpha_i$  برابر ضرایب حساسیت و  $n$  معادله  $z_i^*$  ها و یا همان نقاط طراحی می‌باشند.

$$\alpha_i = \frac{-\frac{\partial g}{\partial z_i} |_{d.p}}{\sqrt{\sum_{k=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial z_k} |_{d.p}\right)^2}} \quad (14)$$

که در این معادله  $d.p$  ها همان نقاط طراحی می‌باشند. برای مشتق تابع حدی در نقاط طراحی نیز از رابطه (۱۵) استفاده می‌شود:

$$\frac{\partial g}{\partial z_i} = \frac{\partial g}{\partial x_i} * \frac{\partial x_i}{\partial z_i} = \frac{\partial g}{\partial x_i} \sigma_{xi} \quad (15)$$

برای شروع سعی و خطا، انتخاب نقاط میانگین به جای نقاط طراحی، انتخاب مناسبی می‌باشد.  $n - 1$  نقطه به همین صورت انتخاب شده و آخرین نقطه نیز از رابطه  $g = 0$  بدست خواهد



شکل ۹. چگونگی عملکرد روش FORM [23]

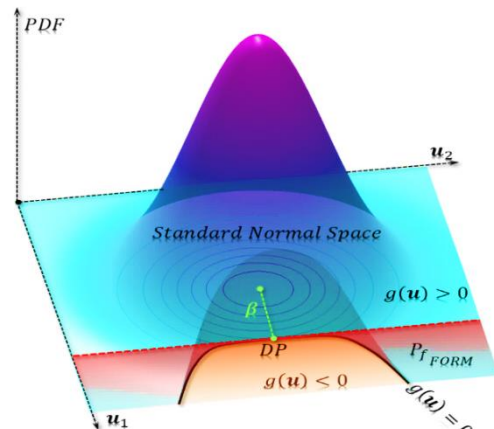


Fig. 9. The function of FORM method [23]

شکل ۱۰. چگونگی عملکرد روش SORM در محاسبه احتمال خراب [23]

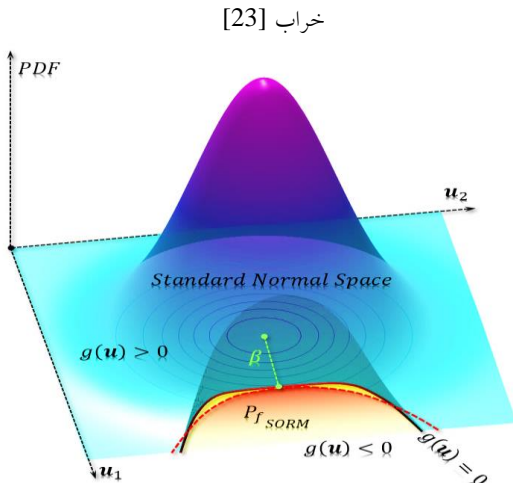


Fig. 10. The function of SORM method in calculating the probability of failure [23]

بنابراین پاسخ روش FORM در رویارویی با مسائلی با تابع شرایط حدی خطی بسیار مناسب خواهد بود و نتیجه بدست آمده از FORM در مسائل خطی، دقیق‌ترین نتیجه خواهد بود. اما در مسائلی با تابع شرایط حدی مقعر، از آنجایی که روش FORM بخشی از نواحی سلامت مسئله را نیز به عنوان ناحیه خرابی اطلاق می‌نماید، پس احتمال خرابی گزارش شده توسط FORM در اینگونه مسائل بزرگتر از مقدار واقعی خواهد بود.

### ۳-۷- روش مرتبه دوم قابلیت اعتماد (SORM)

عملکرد روش SORM نیز کاملاً مانند روش FORM است، با این تفاوت که در روش SORM یک ترم اصلاحی  $\kappa$  مطابق با مشتق تابع شرایط حدی برای در نظر گرفتن انحنای تابع شرایط حدی نیز مورد توجه قرار داده می‌شود. به این ترتیب با ضرب ضریب بدست آمده برای ابعاد مختلف مسئله در مقدار قابلیت اعتماد FORM، انحنای مسئله نیز در نظر گرفته می‌شود و پاسخ حاصل از روش FORM که برای توابع غیرخطی با مقداری خطا همراه بوده است، مطابق با رابطه (۲۳) بهبود داده می‌شود [32]:

$$P_{f_{SORM}} = \Phi(-\beta) \prod_{i=1}^{n-1} (1 + \beta \kappa_i)^{1/2} \quad (23)$$

تقریب غیرخطی جایگزین تابع شرایط حدی در روش SORM در شکل (۱۰) ارائه شده است.

در ادامه چندین مثال برای بررسی کارایی روش‌های ارائه شده مورد بحث قرار داده می‌شوند.

### ۳-۸- روش گرادیان

بر اساس طول گام برابر واحد، بردار امتداد جستجوی روش گرادیان به صورت زیر است [33]:

$$d_k = \frac{\nabla^T g(U_k) U_k}{\nabla^T g(U_k) \nabla g(U_k)} \nabla g(U_k) - U_k \quad (24)$$

در این روش در هر تکرار بایستی تابع شرایط حدی برقرار شود. می‌توان از روش نیوتن در هر تکرار به منظور انتقال نقطه طراحی روی سطح خرابی به صورت زیر استفاده کرد:

$$U_{k+1}^i = U_{k+1}^i - \frac{g(U_{k+1}^i)}{|\nabla g(U_{k+1}^i)|^2} \nabla g(U_{k+1}^i) \quad (25)$$

روش گرادیان و هاسوفر و لیند بر مبنای تندترین شیب فرمول بندی شده اند. اما در روش گرادیان، نیاز به یک حلقه داخلی به برقراری تابع شرایط حدی و انتقال نقطه طراحی روش سطح خرابی در هر تکرار می باشد. رویه تکرار در این روش‌ها، ممکن است مشکلات همگرایی مانند همگرایی همراه با نوسان برای توابع شرایط حدی غیرخطی و پیچیده سازه‌ای داشته باشد. استفاده از طول گام برابر واحد موجب می‌شود تا این روش‌ها نسبت به روش‌های اصلاح شده اولین مرتبه قابلیت اعتماد در مسائل خطی و با انحنای پایین، همگرایی سریع تری داشته باشند. در روش‌های بهبود یافته اولین مرتبه قابلیت اعتماد، طول گام برای دستیابی به نقطه پایدار، کمتر از یک در نظر گرفته

و ارتفاع تیر به ترتیب با  $b$  و  $d$  نشان داده شده‌اند که متغیرهای ثابت مسئله بوده و مقدار آنها به ترتیب برابر با ۱۲ و ۱۹ اینچ می‌باشد. تابع شرایط حدی مسئله یک تابع غیرخطی بوده که در رابطه (۲۶) نشان داده شده است:

$$g(\mathbf{X}) = x_1 x_2 d - 0.59 \frac{(x_1 x_2)^2}{x_3 b} - x_4 \quad (26)$$

شکل ۱۱. تیر بتن مسلح در مسئله اول [۷]

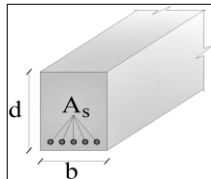


Fig. 11. Reinforced concrete beam in the first problem[۷]

چهار متغیر تصادفی مسئله دارای توزیع نرمال بوده که در نتیجه اعمال این پارامترها، مقدار شاخص قابلیت اعتماد مسئله با استفاده از روش‌های گرادیانی که مقادیر نسبتاً دقیق ارائه می‌نمایند، برابر با ۲/۲۹ بدست آمده است. پارامترهای توزیع متغیرهای تصادفی در جدول (۱) ارائه شده‌اند.

جدول ۱. پارامترهای توزیع مسئله اول [۷]

Variable	Unit	Distribution	Parameters
$A_s \rightarrow x_1$	$mm^2$	Normal	$N(2600,52)$
$F_Y \rightarrow x_2$	$N/m^2$	Normal	$N(299.2,31.4)$
$F_C \rightarrow x_3$	$N/m^2$	Normal	$N(21.21,2.97)$
$Q \rightarrow x_4$	$N/m$	Normal	$N(29.75,3.57)$

Table 1. Distribution parameters of the first problem[7]

از آنجایی که پاسخ بدست آمده از مونت کارلو که توسط پنج میلیون نمونه بدست آمد، مقدار بسیار دقیقی بوده و واریانس آن نیز کوچک می‌باشد، پس این پاسخ به عنوان معیار درستی قرار داده شده و دیگر نتایج، با پاسخ حاصل از مونت کارلو برآورد می‌شوند. تعداد فراخوانی تابع هرچه کمتر باشد سرعت روش بیشتر خواهد بود.

مقیاس اندازه‌گیری متغیرها، مقدار احتمال خرابی بدست آمده از هر روش و نزدیک بودن آن به مقدار دقیق و پایین بودن واریانس پاسخ‌ها در چندین مرتبه تکرار الگوریتم می‌باشد. از سویی روش مونت کارلو دقیق‌ترین روش در برآورد احتمال خرابی مسائل سازه‌ای می‌باشد؛ به شرطی که تعداد نمونه‌های

شده است. به طوری که در رویه انتقال پایدار و روش حداکثر طول گام، عدد کوچک در حدود ۰,۱ برای طول گام در هر تکرار لحاظ شده است. همچنین در روش مغشوش بین صفر و یک در تکرار انتخاب شده است. طول گام در روش‌های تعدیل و گرادیان مزدوج به صورت دینامیکی بین صفر و یک در هر تکرار تنظیم شده است [33].

## ۴- بررسی مسائل

در بخش حاضر سه مسئله سازه‌ای برای ارزیابی کارایی روش‌های بیان شده ارائه می‌شود و پاسخ‌های بدست آمده از هر روش با یکدیگر مقایسه می‌شوند. در مثال اول درستی پاسخ‌های حاصل توسط مقایسه نتایج در محاسبه احتمال خرابی مسئله تیر بتن مسلح تحت لنگر بررسی شده است. مسئله دوم مربوط به تحلیل قابلیت اعتماد یک تیر فولادی سه دهانه است. در مثال سوم یک سیستم لرزه‌ای دو درجه آزادی با تابع عملکرد بسیار پیچیده مورد بحث قرار گرفته است. پارامترهایی که در هر مثال گزارش داده شدند نیز شامل تعداد فراخوانی تابع شرایط حدی (تعداد نمونه‌ها)، مقدار شاخص قابلیت اعتماد، احتمال خرابی و انحراف معیار پاسخ‌های حاصل از هر روش پس از ده مرتبه تحلیل می‌باشند.

### ۴-۱- مسئله اول: راستی آزمایی نتایج توسط تحلیل تیر

#### بتن مسلح تحت لنگر

در این بخش درستی نتایج حاصل از محاسبات احتمال خرابی مورد بررسی قرار داده می‌شود. برای این منظور از مسئله تیر بتنی تحت لنگر استفاده شده است. این مسئله در مرجع [7] مورد بررسی قرار داده شده و شاخص قابلیت اطمینان برای آن برابر با ۲,۲۹ گزارش شده است. مسئله شامل ارزیابی احتمال خرابی و شاخص قابلیت اعتماد یک تیر بتن مسلح تحت بار  $Q$  می‌باشد که در شکل (۱۱) نشان داده شده است. مساحت مقطع میلگردهای طولی توسط  $A_s$  نشان داده شده‌اند. مقاومت فولاد و بتن نیز به ترتیب توسط پارامترهای  $F_Y$  و  $F_C$  نشان داده شده‌اند. بردار  $[A_s, F_Y, F_C, Q]$  شامل متغیرهای تصادفی مسئله هستند که برای متشابه سازی پارامترها به صورت بردار  $\mathbf{X} = [x_1, x_2, x_3, x_4]$  نمایش داده شده‌اند. عرض

قبولی در حل این معادله ارائه نموده‌اند. در روش‌های شبیه‌ساز نیز روش WSM، بهترین نتایج را در بر داشته است.

شکل ۱۳. شاخص قابلیت اعتماد حاصل از تحلیل مثال اول به همراه انحراف معیار پاسخ‌ها

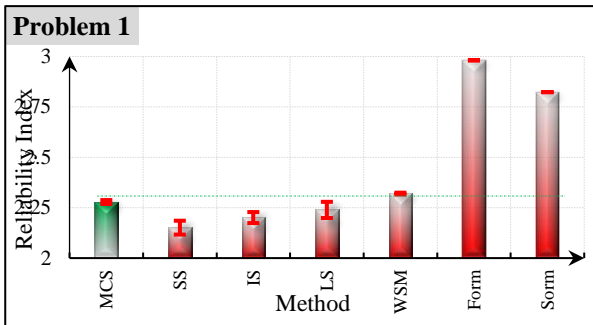


Fig. 13. The reliability index obtained from the analysis of the first example along with the standard deviation of the answers

## ۴-۲- مسئله دوم: آنالیز قابلیت اعتماد تیر فولادی سه دهانه

در این مسئله قابلیت اعتماد یک تیر سه دهانه مطابق با شکل (۱۴) مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. طول هر دهانه ۵ متر بوده و بار گسترده  $w$  روی تیر، مدول الاستیسیته فولاد  $E$  و ممان اینرسی مقطع فولادی  $I$  به عنوان متغیرهای تصادفی در نظر گرفته شده‌اند. سه متغیر ذکر شده به صورت بردار متغیر تصادفی  $\mathbf{X} = [x_1, x_2, x_3]$  نامگذاری شده‌اند.

شکل ۱۴. تیر فولادی سه دهانه در مسئله دوم

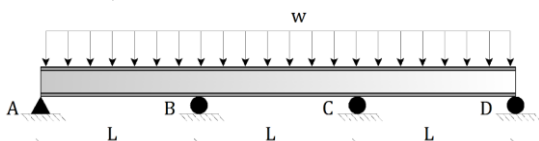


Fig. 14. Three-span steel beam in the second problem

مقدار نشست مجاز این تیر فولادی  $\frac{L}{360}$  می‌باشد که  $L$  برابر با طول هر دهانه به مقدار ۵ متر می‌باشد. با استفاده از تحلیل سازه، مقدار نشست ماکزیمم ایجاد شده در این شرایط تکیه‌گاهی و بارگذاری گسترده به مقدار  $0.0069 \frac{wL^4}{EI}$  می‌باشد. در نتیجه تابع شرایط حدی بصورت معادله بیان شده در رابطه (۲۷) می‌باشد:

$$g(\mathbf{X}) = \frac{L}{360} - 0.0069 \frac{x_1 L^4}{x_2 x_3} \quad (27)$$

بسیار زیادی (به عنوان مثال ۱۰۰,۰۰۰ نمونه) برای محاسبه احتمال خرابی، به کار رود. اما هزینه محاسباتی‌ای که روش مونت‌کارلو در بر دارد ممکن است برای مسائلی با احتمال خرابی خیلی کم، بسیار زیاد باشد و گاهی چند روز به طول بیانجامد. اما در این مطالعه سعی می‌شود تا از پاسخ مونت‌کارلو به عنوان معیار درستی پاسخ استفاده شود و پاسخ‌های بدست آمده از دیگر روش‌ها با آن مقایسه شود [34, 35].

شکل ۱۲. درستی‌آزمایی نتایج مونت‌کارلو در تحلیل مسئله اول

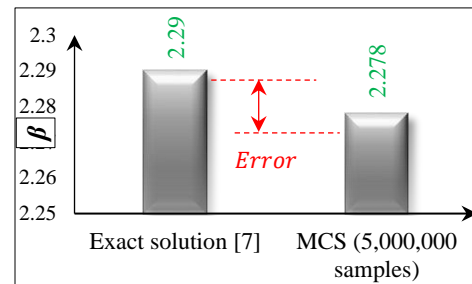


Fig. 12. Validation of Monte Carlo results in the analysis of the first problem

با توجه به نتایج گزارش شده در شکل (۱۲) مشاهده می‌شود که نتیجه بدست آمده از مونت‌کارلو با نتیجه دقیق مسئله بیانگر اختلاف تنها ۰/۵ درصد میان پاسخ‌ها بوده که درستی روند کدنویسی را تبیین می‌نماید. برای حل این مسئله، از پنج میلیون نمونه توسط مونت‌کارلو استفاده شده تا تخمین مناسبی از پاسخ دقیق در دست باشد. همچنین دیگر روش‌های شبیه‌ساز و بر مبنای شاخص قابلیت اعتماد در حل این مسئله بکار گرفته شده‌اند.

جدول ۲. نتایج حاصل از تحلیل مسئله اول توسط روش‌های مختلف

	#gCalls	β	Pf	SD (β)
MCS	5,000,000	2.278	1.14E-02	1.96E-02
SS	1829	2.151	1.57E-02	6.88E-02
IS	5223	2.201	1.39E-02	5.45E-02
LS	1447	2.239	1.26E-02	8.01E-02
WSM	682	2.32	1.17E-02	9.02E-03
FORM	44	2.981	1.44E-03	-
SORM	44	2.823	2.38E-03	-

Table 2. The results of the analysis of the first problem by different methods

با توجه به نتایج گزارش شده در جدول (۲) و شکل (۱۳) مشاهده می‌شود که روش‌های فرم و سرم نتایج بسیار غیرقابل

با نتایج بسیار مناسب و با انحراف معیار پایین بوده است که عملکرد مناسب این روش با تعداد نمونه‌های کمتر نسبت به دیگر روش‌های شبیه‌ساز در این مثال با شفافیت هرچه تمام‌تر مشاهده شده است.

شکل ۱۵. شاخص قابلیت اعتماد حاصل از تحلیل مثال دوم به همراه انحراف معیار پاسخها

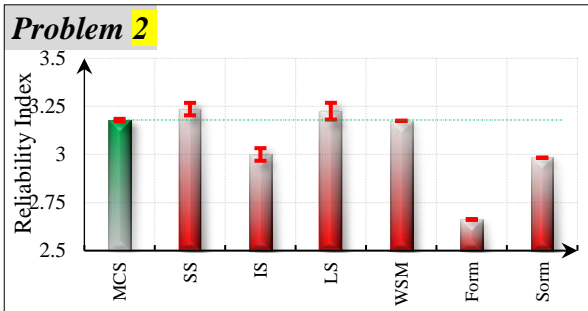


Fig. 15. The reliability index obtained from the analysis of the second example with the standard deviation of the answers

### ۳-۴- مسئله سوم: آنالیز قابلیت اعتماد سیستم لرزه‌ای دارای دو درجه آزادی

مسئله حاضر شامل آنالیز قابلیت اعتماد یک سیستم ارتعاشی دارای دو درجه آزادی است که در شکل (۱۶) نشان داده شده است [37].

شکل ۱۶. سیستم ارتعاشی دو درجه آزادی مسئله سوم

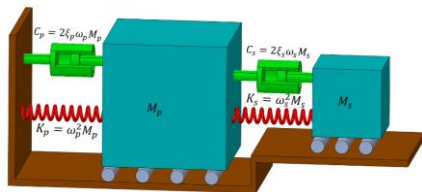


Fig. 16. The vibration system of two degrees of freedom of the third problem

تابع شرایط حدی این مسئله در رابطه (۲۸) ارائه شده است که بطور کل دارای هشت متغیر تصادفی است [33]:

$$g(M_p, M_s, K_p, K_s, \xi_p, \xi_s, F_s, S_0) = F_s - K_s \max_{0 < t < T} |x_s(t)| \quad (28)$$

بخش‌های مختلف این مسئله به شکلی که بسیار ساده و به دور از ابهامات باشد، در مجموعه معادلات (۲۹) الی (۳۱) بیان شده‌اند.

تمامی متغیرهای این مسئله دارای توزیع نرمال بوده و پارامترهای توزیع آنها مطابق با جدول (۳) می‌باشند. در جدول (۴) نیز نتایج حل این مسئله توسط روش‌های مختلف گزارش شده و در مورد آنها بحث می‌شود:

جدول ۳. پارامترهای توزیع مسئله تیر فولادی سه دهانه

Variable	Expression	Distribution & Parameters
$w$ $\rightarrow x_1$ (kN/m)	Line Load	$N(10,0.4)$
$E$ $\rightarrow x_2$ (kN/m <sup>2</sup> )	Modulus of el	$N(2E + 07,5E + 06)$
$I \rightarrow x_3$ (m <sup>4</sup> )	Moment of	$N(8E - 04,1.5E - 4)$

Table 3. Distribution parameters of the three-span steel beam problem

جدول ۴. نتایج حاصل از تحلیل مسئله دوم توسط روش‌های مختلف

	#gCalls	$\beta$	$P_f$	$SD(\beta)$
MCS	5.000.000	3.179	7.39E-04	1.25E-02
SS	3477	3.236	6.06E-04	6.49E-02
IS	4937	3.00	1.35E-03	6.56E-02
LS	1102	3.225	6.30E-04	8.73E-02
WSM	1354	3.175	7.49E-04	2.51E-03
FORM	82	2.662	3.88E-03	-
SORM	107	2.983	1.43E-03	-

Table 4. The results of the analysis of the second problem by different methods

شاخص قابلیت اعتماد دقیق این مسئله با استفاده از روش‌های گرادیانی در مرجع [36] به مقدار  $3/18046$  گزارش شده است. حال در این پژوهش، شاخص مذکور توسط مونت‌کارلو با ۵ میلیون نمونه به میزان  $3/179$  برآورد شده است که با مقدار دقیق به میزان  $0/045$  درصد اختلاف داشته است و می‌توان پاسخ حاصل از مونت‌کارلو را، معیاری برای مقایسه موردتوجه قرار داد. عملکرد دقیق روش WSM به وضوح در حل این مسئله مشهود می‌باشد. مطابق با نتایج ارائه شده در جدول (۴) و شکل (۱۵) دیده شده است که روش‌های شبیه‌ساز SS، IS و LS نتایج مناسبی را در بر داشته‌اند اما واریانس پاسخ‌های حاصل از این روش‌ها زیاد بوده است. روش‌های مرتبه اول و دوم قابلیت اعتماد نیز در حل این مسئله ناتوان بوده و نتایج دور از واقعیت را ارائه داده‌اند. استفاده از روش WSM اما قادر به حل مسئله

شاخص قابلیت اعتماد دقیق این مسئله برابر با ۲/۰۱۶۵۲ بوده که توسط روش‌های گرادیانی در مرجع [38] گزارش شده است. حال در روند کدنویسی در این پژوهش نیز، مقدار ۲/۰۱۶۴ برای شاخص قابلیت اطمینان توسط مونت کارلو گزارش شده است و درستی کدنویسی را تایید می‌نماید. در جدول (۵) نتایج حاصل از تحلیل این مثال با استفاده از روش‌های شبیه‌ساز و روش بر مبنای شاخص قابلیت اعتماد به صورت آماری شامل میانگین و انحراف معیار پاسخ‌هایی که از ده مرتبه تحلیل مثال بدست آمد، بیان شده است.

شکل ۱۷. شاخص قابلیت اعتماد حاصل از تحلیل مثال سوم به همراه انحراف معیار پاسخ‌ها

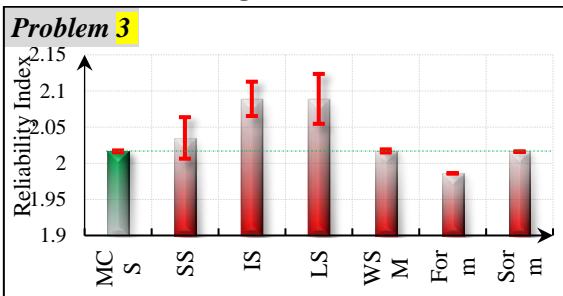


Fig. 17. The reliability index obtained from the analysis of the third example with the standard deviation of the answers

با دقت در نتایج بیان شده در جدول (۵) و شکل (۱۷) دیده می‌شود که پراکندگی پاسخ بدست آمده از روش‌های شبیه ساز SS، IS و LS بسیار زیاد است و ضعف این روش‌ها در محاسبه احتمال خرابی این مثال به وضوح قابل مشاهده است. با توجه به غیرخطی بودن تابع شرایط حدی این مسئله، روش فرم نیز نتایج قابل قبولی را ارائه نداده است. اما روش سرم توانسته نتایج مناسبی برای این مسئله گزارش دهد. روش WSM نیز بار دیگر توانسته نتایج بسیار مناسبی در حل این مثال با کمترین تعداد فراخوانی تابع هدف ارائه دهد.

## ۵- نتیجه گیری

### ۵-۱- تفسیر نتایج

مبحث محاسبات احتمال خرابی مسائل سازه‌ای، امروزه به یکی از مهم‌ترین نقاط توجه پژوهش‌های حاضر بدل شده است. اما نکته‌ای که در میان این پژوهش‌ها نادیده گرفته شده

ترم  $\max_{0 < t < T} |x_s(t)|$  در تابع شرایط حدی برابر است با:

$$\max_{0 < t < T} |x_s(t)| = P(E[x_s^2])^{0.5} \quad (29)$$

که در آن:

$$E[x_s^2] = \frac{\pi S_0}{4\xi_s \omega_s} \left[ \frac{\xi_a \xi_s}{\xi_p \xi_s (4\xi_a^2 + \theta^2) + \gamma \xi_a^2} \times \frac{(\xi_p \omega_p^3 + \xi_s \omega_s^3) \omega_p}{4\xi_a \omega_a^4} \right] \quad (30)$$

دیگر پارامترهای مورد نیاز در حل مسئله حاضر در زیر ارائه شده است:

$$\gamma = \frac{M_s}{M_p}, \quad \omega_p = \sqrt{\frac{K_p}{M_p}}, \quad \omega_s = \sqrt{\frac{K_s}{M_s}}, \quad (31)$$

$$\omega_a = \frac{\omega_p + \omega_s}{2}$$

$$\xi_a = \frac{\xi_p + \xi_s}{2}, \quad \theta = \frac{\omega_p - \omega_s}{\omega_a}, \quad P \cong 3$$

جدول ۵. پارامترهای توزیع مسئله سوم [۳۸]

Variable	Expression	Parameters
$M_p$	Mass of primary system	$\text{LogN}(1,0.1)$
$M_s$	Mass of secondary system	$\text{LogN}(0.01,0.001)$
$K_p$	Stiffness of primary system	$\text{LogN}(1,0.2)$
$K_s$	Stiffness of secondary system	$\text{LogN}(0.01,0.002)$
$\xi_p$	Damping of primary system	$\text{LogN}(0.05,0.02)$
$\xi_s$	Damping of secondary system	$\text{LogN}(0.02,0.01)$
$F_s$	Maximum allowable force	$\text{LogN}(15,1.5)$
$S_0$	White noise	$\text{LogN}(100,10)$

Table 5. Distribution parameters of the third problem [۳۸]

هشت متغیر تصادفی موجود در این مسئله همگی دارای توزیع لوگ نرمال بوده و پارامترهای توزیع هر متغیر در جدول (۵) ارائه شده‌اند.

جدول ۶. نتایج حاصل از تحلیل مسئله سوم توسط روش‌های مختلف

	#gCalls	$\beta$	$P_f$	SD ( $\beta$ )
MCS	5,000,000	2.0164	2.19E-02	2.59E-03
SS	1767	2.035	2.09E-02	5.74E-02
IS	5343	2.089	1.84E-02	4.75E-02
LS	1003	2.089	1.84E-02	6.91E-02
WSM	860	2.017	2.18E-02	4.35E-03
FORM	56	1.986	2.35E-02	-
SORM	56	2.016	2.19E-02	-

Table 6. The results of the analysis of the third problem by different methods

SORM و مونت کارلو نشان دهنده فضای چالش برانگیز این مسئله بوده است.

۳. از نتایج حاصل از حل سیستم لرزه‌ای دو درجه آزادی می‌توان دریافت که فضای محاسباتی این مسئله بسیار پیچیده بوده و ممکن است روند محاسباتی را با مشکل مواجه نماید. از آنجائی که روش SORM از تقریب درجه دوم به منظور اصلاح احتمال خرابی حاصل از FORM استفاده می‌نماید، پس می‌توان دریافت که مسئله مذکور در فضای هاپیر هشت بعدی، دارای تابعی غیرخطی و با انحنا نزدیک به انحنا تابع چندجمله‌ای درجه دوم می‌باشد. به این ترتیب پاسخ حاصل از روش SORM بهترین پاسخ و نزدیک‌ترین پاسخ به مونت-کارلو بوده است. همچنین شایسته است که به دقت بسیار بالای روش WSM در حل این مسئله نیز اشاره شود.

۴. روش LS به علت اینکه تمامی متغیرها را با یک بردار شبیه‌سازی می‌نماید و در یک فضای یک بعدی به برآورد احتمال خرابی می‌پردازد، محدودیتی برای ارائه پاسخ در مسائل قابلیت اعتماد با تعداد متغیرهای زیاد و در فضاهای ابعاد بالا نداشته و بنابراین از مزایای روش LS می‌توان به حل مسائل ابعاد بالا اشاره نمود. در مسائلی که تابع شرایط حدی از مبدا مختصات فاصله زیادی داشته باشد نیز، شاخص قابلیت اعتماد  $\beta$  به ازاء هر نمونه به سادگی قابل محاسبه بوده و کوچک بودن احتمال خرابی مسئله، تاثیری در کاهش عملکرد این روش نخواهد داشت. روش LS در مواجهه با مسائل جزیره‌ای شکل و یا مسائلی با چند نقطه طراحی، همواره با سطحی از خطا همراه است.

۵. دو روش شبیه‌سازی وزنی WSM و شبیه‌سازی زیرمجموعه‌ای SS نیز شامل مزایای بسیار زیاد و دقت بالا با انحراف معیار بسیار کم بوده است. توسط این ویژگی، این فرصت فراهم می‌شود تا شکل‌های مختلف ترکیب WSM و SS با الگوریتم‌های بهینه‌ساز مختلف را مقایسه نمود تا در نهایت روشی انتخاب شود که معقول‌ترین نسبت ایمنی به هزینه را دارا باشد. به شکل معمول، سایر روش‌های محاسبه احتمال خرابی با هر تغییر در تابع توزیع متغیرها، نیازمند انجام یک سری فرآیند مجزا هستند، در حالیکه حتی پس از حصول

است، عدم مقایسه عملکرد مهم‌ترین این روش‌ها به صورت جامع و واضح در برآورد شاخص قابلیت اطمینان و احتمال خرابی می‌باشد. پس در این پژوهش هفت روش بسیار مشهور و پرکاربرد FORM, WSM, LS, SS, MCS, SS, SORM و توسط متلب ایجاد شدند. ۳ مثال مختلف توسط هفت روش مذکور مورد ارزیابی قرار داده شدند. مسئله اول بیشتر به منظور ارزیابی درستی نتایج حاصل از مونت کارلو توسعه داده شد. این مسئله در فضای چهار بعدی بوده که در آن احتمال خرابی یک تیر بتن مسلح تحت لنگر با چهار پارامتر بعنوان متغیر تصادفی محاسبه شد و درستی پاسخ حاصل مورد ارزیابی قرار گرفت. در دومین مسئله، احتمال خرابی یک تیر فولادی سه دهانه مورد ارزیابی قرار گرفت. مسئله سوم در مورد آنالیز قابلیت اعتماد یک سیستم لرزه‌ای با دو درجه آزادی بوده است. در نهایت نتایج کلی از یافته‌های این پژوهش را می‌توان در بندهای زیر برشمرد:

۱. وجود اختلافات بسیار ناچیز میان نتایج حاصل از مونت کارلو و نتیجه پژوهشگران پیشین در تخمین انتگرال احتمال خرابی مربوط به مسائل مورد بحث، بیانگر دقت بالای روش مونت کارلو به همراه بکارگیری ۵ میلیون نمونه بوده است. می‌توان در تحلیل این مسائل، از نتایج حاصل از مونت کارلو به عنوان معیار مناسبی برای مقایسه نتایج استفاده نمود و در مورد آنها بحث نمود.

۲. در حل مسئله تیر فولادی سه دهانه دیده شد که بهترین نتیجه از روش WSM حاصل شده است. به این ترتیب که نتیجه حاصل از WSM تنها به میزان ۱,۳۵ درصد با مونت کارلو در برآورد احتمال خرابی تفاوت داشته است. در این مسئله عملکرد روش‌های LS, SS و IS به ترتیب در درجات پایین تری نسبت به WSM قرار می‌گیرند. همچنین، بدترین نتیجه، حاصل از روش FORM بوده که با مونت کارلو به میزان ۴۲۵ درصد اختلاف داشته است. این امر بیانگر انحنا بسیار زیاد تابع شرایط حدی در فضای هاپیر چهار بعدی می‌باشد. روش SORM نیز در این مسئله با اینکه مقداری بهبود در نتایج ایجاد نموده است، اما باز هم اختلاف ۹۳,۵ درصد میان نتایج



- and convex variables, *Appl. Math. Model.* 70 (2019) 206–220.
- [4] P. Hosseini, S.H. Ghasemi, M. Jalayer, A.S. Nowak, Performance-based reliability analysis of bridge pier subjected to vehicular collision: Extremity and failure, *Eng. Fail. Anal.* 106 (2019) 104176.
- [5] T. Zhang, Robust reliability-based optimization with a moment method for hydraulic pump sealing design, *Struct. Multidiscip. Optim.* 58 (2018) 1737–1750.
- [6] M. Bagheri, M. Miri, N. Shabakhty, Fuzzy time dependent structural reliability analysis using alpha level set optimization method based on genetic algorithm, *J. Intell. Fuzzy Syst.* 32 (2017) 4173–4182.
- [7] M. Rashki, M. Miri, M.A. Moghaddam, A new efficient simulation method to approximate the probability of failure and most probable point, *Struct. Saf.* 39 (2012) 22–29.
- [8] R.E. Melchers, Importance sampling in structural systems, *Struct. Saf.* 6 (1989) 3–10.
- [9] S.-K. Au, J.L. Beck, Estimation of small failure probabilities in high dimensions by subset simulation, *Probabilistic Eng. Mech.* 16 (2001) 263–277.
- [10] P.S. Koutsourelakis, H.J. Pradlwarter, G.I. Schueller, Reliability of structures in high dimensions, part I: Algorithms and applications, *Probabilistic Eng. Mech.* 19 (2004) 409–417. <https://doi.org/10.1016/j.probengmech.2004.05.001>.
- [11] A.M. Hasofer, N.C. Lind, Exact and invariant second-moment code format, *J. Eng. Mech. Div.* 100 (1974) 111–121.
- [12] R. Rackwitz, B. Flessler, Structural reliability under combined random load sequences, *Comput. Struct.* 9 (1978) 489–494.
- [13] X. Chen, N.C. Lind, Fast probability integration by three-parameter normal tail approximation, *Struct. Saf.* 1 (1982) 269–276.
- [14] Y.-G. Zhao, T. Ono, Moment methods for structural reliability, *Struct. Saf.* 23 (2001) 47–75.
- [15] R. Chowdhury, B.N. Rao, Structural failure probability estimation using HDMR and FFT, *Electron J Struct Eng.* 8 (2008) 67–76.
- [16] D. Wei, S. Rahman, A multi-point univariate decomposition method for structural reliability analysis, *Int. J. Press. Vessel. Pip.* 87 (2010) 220–229.
- [17] D. Yang, Chaos control for numerical instability of first order reliability method, *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul.* 15 (2010) 3131–3141.
- [18] M. Jirgl, Z. Bradac, K. Stibor, M. Havlikova, Reliability analysis of systems with a complex structure using Monte Carlo approach, *IFAC Proc.* Vol. 46 (2013) 461–466.
- [19] D.-Q. Li, F.-P. Zhang, Z.-J. Cao, W. Zhou, K.-K. Phoon, C.-B. Zhou, Efficient reliability updating of slope stability by reweighting failure samples generated by Monte Carlo simulation, *Comput. Geotech.* 69 (2015) 588–600.
- [20] B. Xu, L. Zhao, W. Li, J. He, Y.M. Xie, Dynamic response reliability based topological

جواب هم تضمینی برای همگرایی روش‌های معمول تولید نمونه به پاسخ واقعی نخواهیم داشت. پس بطور کل می‌توان ابراز داشت که روش مرتبه اول (FORM) ساده‌ترین روش برآورد ایمنی (با دقتی کم برای توابع غیرخطی) و روش‌های شبیه‌سازی، دقیق‌ترین روش‌ها (با پیچیدگی مفهومی و محاسبات زیاد) هستند.

## ۲-۵- نتیجه‌گیری کلی

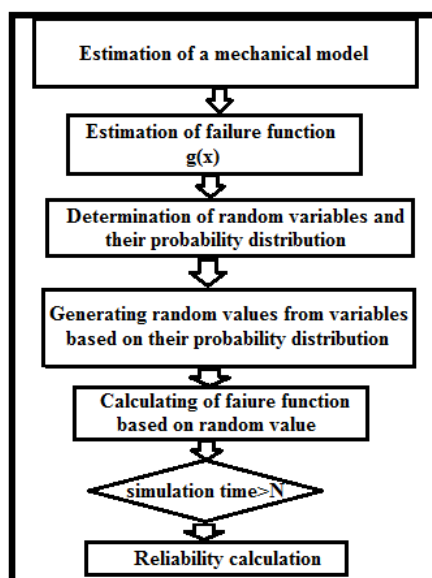
تحلیل قابلیت اعتماد سازه ابزار احتمالاتی کارا برای برآورد احتمال خرابی سازه‌ها در سطح بهره‌برداری هستند. به طور عمده، روش‌های تحلیلی مبنی بر بردار گرادیان، برای مسائل با درجه غیرخطی بالا، مسائل گسسته احتمالاتی، سیستم‌های با چند نقطه حداکثر محتمل، ممکن است برآورد ناصحیح ارائه دهند. روش‌های مبنی بر شبیه‌سازی نه تنها می‌توانند تخمین مناسبی از احتمال خرابی داشته باشند، بلکه برای مسائل قابلیت اعتماد پیچیده نیز توانایی استفاده عمومی تری دارند. روش مونت کارلو، یک روش ساده در تخمین احتمال خرابی می‌باشد که نتایج آن می‌تواند معیاری برای مقایسه سایر روش‌های کاربردی و سنجش درستی برآورد و کارایی باشد. البته روش مونت کارلو برای مسائل پیچیده مهندسی به دلیل تعداد شبیه‌سازی بالا ممکن است غیرقابل کاربرد بوده و لزوم استفاده از سایر روش‌های شبیه‌سازی احساس می‌شود. برای انتخاب بهترین روش شبیه‌سازی می‌توان با توجه به ماهیت مسئله، میزان پیچیدگی مسئله، تعداد متغیرهای طراحی، درجات آزادی و ابعاد مسئله، خطی یا غیرخطی بودن توابع، نسبت ایمنی به هزینه مورد انتظار و... بهترین تصمیم را گرفت.

## منابع

- [1] F. MiarNaeimi, G. Azizyan, M. Rashki, Reliability sensitivity analysis method based on subset simulation hybrid techniques, *Appl. Math. Model.* 75 (2019) 607–626.
- [2] A. Abdollahi, M.A. Moghaddam, S.A.H. Monfared, M. Rashki, Y. Li, Subset simulation method including fitness-based seed selection for reliability analysis, *Eng. Comput.* (2020) 1–17.
- [3] J. Zhang, M. Xiao, L. Gao, A new method for reliability analysis of structures with mixed random

- analysis by introduction of a control parameter and moving limited regions, *Int. J. Mech. Sci.* 126 (2017) 196–202.  
<https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2017.04.003>.
- [31] H.-S. Li, Z.-J. Cao, Matlab codes of Subset Simulation for reliability analysis and structural optimization, *Struct. Multidiscip. Optim.* 54 (2016) 391–410.
- [32] X. Huang, Y. Li, Y. Zhang, X. Zhang, A new direct second-order reliability analysis method, *Appl. Math. Model.* 55 (2018) 68–80.
- [33] B. Keshtegar, O. Kisi, M5 model tree and Monte Carlo simulation for efficient structural reliability analysis, *Appl. Math. Model.* 48 (2017) 899–910.
- [34] Papadrakakis, M. and Nikos Lagaros, D., Reliability-Based Structural Optimization Using Neural Networks and Monte Carlo Simulation, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 191 (2002), 3491-3507.
- [35] Maes, M.A., Breitung, K. and Dupuis, D.J., Asymptotic Importance Sampling, *Structural Safety*, 12(1993), 167-186.
- [36] B.S. Dhillon, Reliability, quality, and safety for engineers, CRC Press, 2004.
- [37] T.M. Aljohani, M.J. Beshir, Matlab code to assess the reliability of the smart power distribution system using monte carlo simulation, *J. Power Energy Eng.* 5 (2017) 30–44.
- [38] B. Keshtegar, S. Chakraborty, A hybrid self-adaptive conjugate first order reliability method for robust structural reliability analysis, *Appl. Math. Model.* 53 (2018) 319–332.
- optimization of continuum structures involving multi-phase materials, *Compos. Struct.* 149 (2016) 134–144.
- [21] X.-Y. Zhou, P.D. Gosling, Z. Ullah, L. Kaczmarczyk, C.J. Pearce, Stochastic multi-scale finite element based reliability analysis for laminated composite structures, *Appl. Math. Model.* 45 (2017) 457–473.
- [22] C. Li, S. Mahadevan, An efficient modularized sample-based method to estimate the first-order Sobol' index, *Reliab. Eng. Syst. Saf.* 153 (2016) 110–121.
- [23] F. Miyarenaimi, G. Azizian, M. Rashki, Optimizing hydraulic structures based on reliability using a new algorithm, 2018. [In Persian]
- [24] A.S. Nowak, K.R. Collins, Reliability of structures, CRC Press, 2012.
- [25] M. Rashki, Hybrid control variates-based simulation method for structural reliability analysis of some problems with low failure probability, *Appl. Math. Model.* 60 (2018) 220–234.
- [26] N. Metropolis, S. Ulam, The monte carlo method, *J. Am. Stat. Assoc.* 44 (1949) 335–341.
- [27] N.S. Hamzehkolaei, M. Miri, M. Rashki, An enhanced simulation-based design method coupled with meta-heuristic search algorithm for accurate reliability-based design optimization, *Eng. Comput.* 32 (2016) 477–495.
- [28] X. Li, Z. Chen, W. Ming, H. Qiu, J. Ma, W. He, An efficient moving optimal radial sampling method for reliability-based design optimization, *Int. J. Performability Eng.* 13 (2017) 864–877. <https://doi.org/10.23940/ijpe.17.06.p8.864877>.
- [29] V. Dubourg, B. Sudret, Meta-model-based importance sampling for reliability sensitivity analysis, *Struct. Saf.* 49 (2014) 27–36.
- [30] M.A. Shayanfar, M.A. Barkhordari, M.A. Roudak, Locating design point in structural reliability

پیوست ۱: فلوجارت محاسبه قابلیت اعتماد به روش شبیه سازی مونت کارلو



Appendix 1: Chart for calculating reliability using Monte Carlo simulation method

# Evaluation of the performance of methods based on reliability and simulation methods in calculating the reliability of structures

Kowsar Yazdannejad<sup>1\*</sup>, Ali Rashidi<sup>2</sup>, Parviz Ebadi<sup>3</sup>

1- Researcher of the Department of Technical and Civil Studies, Tehran Urban Research and Planning Center

2-Master of Structural Engineering, Faculty of Engineering, Department of Civil Engineering, Shahr-e-Qods Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran

3-Assistant Professor, Faculty of Engineering, Department of Civil Engineering, Shahr-e-Qods Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran

## Abstract

Calculating the failure probability of structural problems with linear boundary condition functions is usually done at a low level and by first-order methods due to simple concepts and the need for few calculations. These methods are only suitable for providing an estimate of the probability of structural failure, and especially when the function expressing the performance of the structure is linear, they are accurate in providing the final answer. But when the limit function is nonlinear, due to inherent problems in this method, they are unable to accurately estimate the safety level of the structure. For such problems, it is necessary to use accurate methods of estimating the probability of failure, such as simulation methods. The use of concepts in the first and second order methods of reliability along with the use of an optimization algorithm will reduce the volume of calculations, but this factor causes assumptions and simplifications, derivation of functions and estimating the sensitivity of failure probability is also a part of the structure design process. It can be proven that for many design problems with nonlinear boundary condition function, the answer provided by these methods will not satisfy the probabilistic constraints of the problem, or the answer provided is not the most economical design option. Also, many existing methods in this group are unable to provide answers for problems with low failure probability, especially when the variables of the problem have non-normal density functions. Therefore, the present study has investigated the performance of these methods in dealing with various structural problems, and the strengths and weaknesses of each method are discussed. Three different issues have been studied in this research with seven analytical and simulation method, to achieve this goal. The first problem is to verify the results. In this case, the failure probability of a reinforced concrete beam was calculated by the Monte Carlo Simulation (MCS) and compared with the results obtained from the precise gradient method used in previous studies. The results of this problem showed a 0.5% error in the results, indicating the accuracy of the responses. The existence of very small differences between the results obtained from Monte Carlo and the results of previous researchers in estimating the integral of failure probability related to the discussed problems, indicates the high accuracy of the Monte Carlo method, and it is possible to use the results obtained from Monte Carlo as a suitable criterion in the analysis of these problems. used to compare the results. Also, analysis of two problems including three-span steel beam, two-degree-of-freedom seismic system using seven methods including MCS, SS, IS, LS, WSM, FORM and SORM were also put on the agenda. The results indicate that SS has high accuracy in solving nonlinear and complex problems. WSM has shown a significant decrease in the number of function calls. The LS method has a great performance in calculating the reliability of problems with a low failure probability. Therefore, in general, it can be stated that the first-order method (FORM) is the simplest safety estimation method (with low accuracy for non-linear functions) and simulation methods are the most accurate methods (with conceptual complexity or high calculations).

**Keywords:** Reliability index, Simulation method, Analytical method, LSF, Uncertainty