

# مدل سازی عددی اثر توام اندازه آزمون و نرخ بارگذاری بر مقاومت کششی دینامیکی سنگ

پیام اسدی<sup>۱</sup>، احمدعلی فخمی<sup>۲\*</sup>

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه تربیت مدرس

۲- استاد، دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه تربیت مدرس

a.fakhimi@modares.ac.ir

تاریخ پذیرش: ۹۹/۱۰/۲۳

تاریخ دریافت: ۹۹/۷/۸

## چکیده

نرخ بارگذاری و اندازه آزمون (نمونه) دو عامل تاثیرگذار بر مقاومت کششی مصالح سنگی هستند. مطالعه اثر هم‌زمان این دو عامل برای طراحی بهتر سازه‌های سنگی در معرض بارگذاری دینامیکی ضرورت دارد. با این وجود مطالعات محدودی در این زمینه انجام شده است. در این پژوهش اثر اندازه آزمون بر مقاومت دینامیکی کششی سنگ دارای شکاف با مدل‌سازی عددی آزمایش هاپکینسون با استفاده از روش ترکیبی المان محدود و المان گسسته و با کمک آنالیز ابعادی مورد بررسی قرار گرفته است. آزمون‌های دایره‌ای شکل با قطرهایی در محدوده ۱۲/۵ تا ۵۰ میلی‌متر ایجاد و آزمایش عددی برزلی دینامیکی روی آنها انجام شد یعنی در واقع آزمون‌ها در نرخ‌های بارگذاری متفاوت و در شرایط بارگذاری کششی غیر مستقیم شکسته شدند. نتیجه حاکی از آن است که اثر اندازه در رفتار دینامیکی با اثر اندازه در رفتار استاتیکی متفاوت است و اگرچه در نرخ‌های بارگذاری کم مقاومت با افزایش اندازه آزمون کاهش می‌یابد اما در نرخ‌های بارگذاری زیاد به دلیل وجود آثار اینرسی و نرخ بارگذاری، مقاومت در یک نرخ بارگذاری ثابت ابتدا با افزایش اندازه آزمون افزایش می‌یابد اما در نهایت به مقداری نسبتاً ثابت می‌رسد و مستقل از اندازه آزمون می‌شود.

**واژگان کلیدی:** اثر اندازه، اثر نرخ بارگذاری، آزمایش هاپکینسون، آنالیز ابعادی، بارگذاری دینامیکی، المان گسسته، المان محدود

## ۱- مقدمه و تاریخچه پژوهش

اندازه‌گیری ویژگی‌های مکانیکی سنگ‌ها یکی از مهم‌ترین چالش‌های مهندسی است. به دلیل اینکه انجام آزمایش برجا دشوار و گران‌قیمت است، معمولاً این ویژگی‌ها در مقیاس کوچک در آزمایشگاه اندازه‌گیری و به مقیاس واقعی تعمیم داده می‌شود. بنابراین اختلاف اندازه بین آزمون‌های آزمایشگاهی و کاربرد واقعی اجتناب‌ناپذیر است [1]. این اختلاف اندازه که به

آن اثر اندازه (Size effect) گفته می‌شود، می‌تواند روی ویژگی‌های مکانیکی سنگ‌ها از جمله مقاومت کششی آنها تاثیرگذار باشد.

### ۱-۱- مطالعات انجام شده در زمینه اثر اندازه در رفتار

#### استاتیکی

پژوهش‌های فراوانی در زمینه اثر اندازه در رفتار استاتیکی انجام شده است. بیشتر این پژوهش‌ها نشان داده‌اند که ویژگی‌های

مقاومتی مواد ترد و شبه ترد مانند سنگ در بارگذاری استاتیکی به اندازه آزمون و وابسته است. این پژوهش‌ها در چهار گروه کلی طبقه‌بندی می‌شوند. گروه اول بر مبنای روش‌های احتمالاتی است که در ابتدا توسط ویبال (Weibull) ارائه و بعداً با نام مدل ضعیف‌ترین اتصال (Weakest link model) شناخته شد [2]. گروه دوم بر مبنای روش انرژی شکست (Fracture energy method) هستند [3]. باژانت و همکاران (Bazant et al.) بر اساس این روش، مدلی پیشنهاد دادند که قانون اثر اندازه (Size effect law) نامیده می‌شود و با کمک آن می‌توان مقاومت کششی در آزمایش برزیلی را تخمین زد [4]. گروه سوم بر مبنای روش فراکتال هستند [5]. کارپینتری و همکاران (Carpinteri et al.) با استفاده از بحث چندفراکتاله بودن در ابعاد مختلف، اثر اندازه بر مقاومت مواد ترد و شبه ترد را بررسی کردند و رابطه‌ای را ارائه کردند که به آن قانون مقیاس چندفراکتال گفته می‌شود [6]. گروه چهارم نیز مطالعات آزمایشگاهی هستند. نتیجه این پژوهش‌ها عمدتاً حاکی از کاهش مقاومت با افزایش اندازه آزمون است. [7]

**۱-۲- مطالعات انجام شده در زمینه اثر نرخ بارگذاری**

بررسی‌ها نشان داده‌اند که مقاومت مواد ترد و شبه ترد مانند سنگ، به نرخ بارگذاری وابسته است. این نوع مواد در بارگذاری دینامیکی مانند انفجار، ضربه و زلزله رفتاری متفاوت در مقایسه با بارگذاری استاتیکی از خود نشان می‌دهند و مقاومت آن‌ها با افزایش نرخ بارگذاری به شکل غیرخطی افزایش می‌یابد [8]. لی و همکاران (Li et al.) این افزایش مقاومت را به افزایش محصورشدگی شعاعی آزمون به دلیل آثار اینرسی نسبت داده‌اند [9]. علاوه بر اثر اینرسی، برخی خصوصیات ویسکو الاستیک یا ویسکو پلاستیک مواد ژئوتکنیکی باعث می‌شود آن‌ها نسبت به نرخ بارگذاری حساس باشند [9].

**۱-۳- مطالعات انجام شده در زمینه اثر اندازه در رفتار دینامیکی**

مطالعات انجام شده بر روی اثر همزمان نرخ بارگذاری و اندازه آزمون به دلیل پیچیدگی موضوع و محدود بودن تجهیزات آزمایشگاهی، به شکل محدودی صورت پذیرفته است. به عنوان مثال الفهل و همکاران (Elfahal et al.) به بررسی

عددی و آزمایشگاهی اثر اندازه آزمون بر مقاومت دینامیکی فشاری بتن معمولی و پرمقاومت پرداختند و نشان دادند با افزایش اندازه آزمون، مقاومت فشاری دینامیکی در یک نرخ کرنش ثابت، کاهش می‌یابد [10]. بیندی‌گاناویل و همکاران (Bindiganavile et al.) آزمایش خمش سه‌نقطه‌ای با اعمال ضربه را روی تیرهای بتنی انجام دادند. بررسی آزمایشگاهی آن‌ها نشان داد در حالت دینامیکی مقاومت با افزایش اندازه آزمون سریع‌تر از حالت استاتیکی کاهش می‌یابد و در فشار بیشتر از خمش خود را نشان می‌دهد [11]. هو و همکاران (Hu et al.) آزمایش فشاری دینامیکی را روی آزمون‌های مکعبی بتنی فاقد شکاف انجام دادند. نتیجه بررسی آن‌ها نشان داد با افزایش اندازه آزمون، مقاومت دینامیکی کاهش می‌یابد [12]. وانگ و همکاران (Wang et al.) به مطالعه آزمایشگاهی اثر اندازه آزمون بر مقاومت دینامیکی فشاری آزمون‌های استوانه‌ای بتنی فاقد شکاف پرداختند. نتیجه، افزایش مقاومت با افزایش اندازه آزمون را نشان داد [13]. لی و همکاران (Li et al.) با انجام آزمایش‌ها پکینسون به بررسی اثر اندازه آزمون بر مقاومت فشاری آزمون‌های استوانه‌ای بتنی فاقد شکاف پرداختند که نتیجه حاکی از بی‌تاثیر بودن اندازه آزمون بر مقاومت دینامیکی بود [14]. جین و همکاران (Jin et al.) با مدل‌سازی عددی دوبعدی آزمون‌های مستطیلی دارای شکاف در محیط اجزا محدود، اثر اندازه آزمون بر مقاومت کششی دینامیکی آزمون‌های بتنی را بررسی کردند. نتیجه این بررسی، نرخ کرنش ۱ واحد بر ثانیه را به‌عنوان نرخ کرنش بحرانی معرفی می‌کند و نشان می‌دهد که در نرخ کرنش کمتر از ۱ واحد بر ثانیه با افزایش اندازه آزمون، مقاومت کاهش پیدا می‌کند و در نرخ کرنش زیادتر از ۱ واحد بر ثانیه با افزایش اندازه آزمون، مقاومت ثابت باقی می‌ماند [15]. عمده این پژوهش‌ها نشان داده‌اند که اثر اندازه در رفتار دینامیکی وجود دارد و سازوکار آن به مراتب پیچیده‌تر از اثر اندازه در رفتار استاتیکی است. با این حال نتیجه بررسی پژوهشگران مختلف دارای تفاوت است و نتیجه واحدی حاصل نشده است. از سوی دیگر بیشتر پژوهش‌های انجام شده به اثر اندازه آزمون بر مقاومت فشاری مواد پرداخته‌اند و اثر اندازه بر مقاومت کششی دینامیکی مواد، کمتر بررسی شده است. جنس ماده بررسی شده

موج‌های تصادف ( $\epsilon_I$ )، و انعکاسی ( $\epsilon_R$ ) توسط کرنش‌سنج‌های نصب شده روی میله تصادف و کرنش ناشی از موج انتقالی ( $\epsilon_T$ ) توسط کرنش‌سنج روی میله انتقال ثبت می‌شوند [17].

شکل ۲. کرنش‌های میله‌ها در دو طرف آزمون

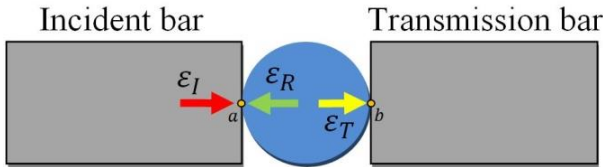


Fig. 2. Strains of the bars at the two sides of the specimen

بر اساس معادلات موج یک‌بعدی و با توجه به شکل (۲)، کرنش‌های تصادف ( $\epsilon_I$ )، انعکاسی ( $\epsilon_R$ ) و انتقالی ( $\epsilon_T$ ) از روابط زیر قابل محاسبه هستند:

$$\epsilon_I = \frac{-1}{c} \dot{u}_I \quad (1)$$

$$\epsilon_R = \frac{1}{c} \dot{u}_R \quad (2)$$

$$\epsilon_T = \frac{-1}{c} \dot{u}_T \quad (3)$$

در روابط (۱، ۲ و ۳)  $c$  سرعت موج در میله آزمایش و  $\dot{u}_I$ ،  $\dot{u}_R$  و  $\dot{u}_T$  به ترتیب سرعت ذرات میله در اثر اعمال موج‌های تصادف، انعکاسی و انتقالی هستند.

شکل ۳. آزمون برزلی در آزمایش هاپکینسون

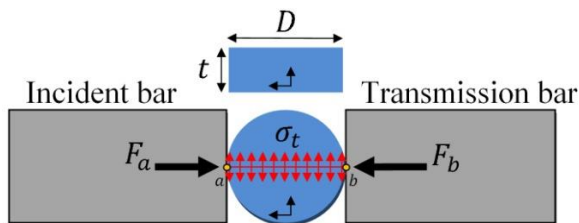


Fig. 3. Brazilian specimen in the Hopkinson test

مقاومت کششی آزمون برزلی از رابطه (۴) قابل محاسبه است.

$$\sigma_t = \frac{2P_{max}}{\pi Dt} \quad (4)$$

در رابطه (۴)،  $P_{max}$  بیشینه نیروی ایجاد شده در دو سر آزمون است.  $D$  و  $t$  با توجه به شکل (۳) به ترتیب قطر و ضخامت آزمون هستند. همچنین در آزمایش هاپکینسون طبق رابطه (۵) نیروی دو سر آزمون با توجه به موج کرنش انتقالی قابل محاسبه است.

$$P = F_a = F_b = E_{\text{میله}} A_{\text{میله}} \epsilon_T \quad (5)$$

نیز عمدتاً از بتن بوده و آزمون‌های سنگی به شکل محدودی مورد بررسی قرار گرفته‌اند. همچنین تقریباً تمام پژوهش‌های انجام شده روی آزمون‌های بدون شکاف انجام شده‌اند و اثر اندازه در رفتار دینامیکی از منظر مکانیک شکستی کمتر مورد توجه بوده است. در این پژوهش با استفاده از نرم‌افزار سه‌بعدی CA3 [16] آزمایش هاپکینسون مدل‌سازی شده و اثر اندازه آزمون بر مقاومت کششی دینامیکی آزمون‌های سنگی دارای شکاف بررسی شده است. نتایج دینامیکی با نتایج استاتیکی مقایسه و با استفاده از آنالیز ابعادی تحلیل و بررسی شده است.

## ۲- معرفی دستگاه آزمایش هاپکینسون

دستگاه آزمایش هاپکینسون در شکل (۱) نشان داده شده است.

شکل ۱. تصویر شماتیک دستگاه آزمایش هاپکینسون

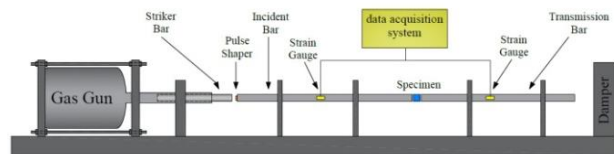


Fig. 1. Schematic view of the Hopkinson bar apparatus

در شروع آزمایش میله مهاجم توسط یک تفنگ گازی شلیک می‌شود. در اثر برخورد میله مهاجم به میله تصادف (Incident bar) موج تنش فشاری در طول آن انتشار می‌یابد. از آنجا که امپدانس مکانیکی آزمون کمتر از میله‌ها است، قسمتی از موج تنش اولیه به صورت یک موج تنش کششی به میله تصادف باز می‌گردد که به آن موج انعکاسی گفته می‌شود. بخش دیگری از موج تصادف وارد آزمون شده و موجب تغییر شکل آن می‌شود و در ادامه، این قسمت از موج وارد میله انتقال (Transmission bar) شده و در طول آن منتشر می‌شود که به آن موج انتقالی گفته می‌شود.

## ۲-۱- تئوری آزمایش هاپکینسون

فرض اساسی در آزمایش هاپکینسون این است که امواج منتشر شده در طول میله‌های آزمایش، الاستیک و یک‌بعدی هستند. به همین دلیل از اصول تئوری انتشار موج یک‌بعدی برای اندازه‌گیری تغییر شکل آزمون مورد آزمایش استفاده می‌شود. سه موج انتشار یافته در طول میله‌ها هرکدام به تنهایی باعث کرنش به خصوصی در میله‌ها می‌شوند. کرنش‌های ناشی از

کرنش سنج‌ها با فاصله از آزمون مورد آزمایش نصب می‌شوند. به همین دلیل برای داشتن سه موج مذکور در نقاط  $a$  و  $b$ ، با توجه به سرعت انتشار موج در میله‌ها ( $C = 4970 \frac{m}{s}$ ) و همچنین فاصله بین کرنش‌سنج‌ها تا نقاط متناظر بر اساس شکل (۵)، این امواج باید نسبت به زمان در نمودار کرنش-زمان جابه‌جا شوند. جزئیات این انتقال در جدول (۱) ذکر شده است.

جدول ۱. جابه‌جایی امواج نسبت به زمان

wave	Distance (mm)	Time shifting ( $\mu s$ )
Incident wave	+930	+187.15
Reflected wave	-930	-187.15
Transmitted wave	-605	-120.74

Table 1. Time shifting of the waves

### ۳- مدل سازی عددی

#### ۳-۱- معرفی نرم‌افزار و مدل میکرومکانیکی

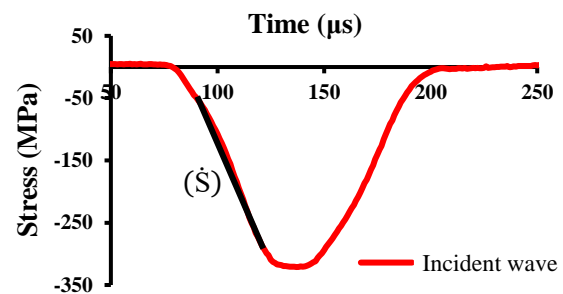
در این پژوهش از نرم‌افزار CA3 [16] که یک نرم‌افزار سه‌بعدی ترکیبی از روش المان محدود - المان گسسته برای مدل‌سازی مصالح ژئوتکنیکی می‌باشد، استفاده شده است. در این نرم‌افزار، آزمون سنگی بررسی شده با المان‌های توپی شکل و در محیط المان گسسته مدل می‌شود [19]. توپ‌ها توسط فنرهای نرمال و برشی با ثابت‌های  $K_N$  و  $K_S$  که ویژگی‌های الاستیک مدل را فراهم می‌کنند با یکدیگر در تعامل هستند و برای مقاومت در برابر نیروهای خارجی از قیدهای نرمال و برشی  $n_b$  و  $s_b$  استفاده می‌شود. همچنین توپ‌ها در صورت عدم حضور قیدهای نرمال و برشی با ضریب اصطکاک کولمب  $\mu$  روی هم می‌لغزند. در این مدل، ذرات تا زمانی که مقدار نیروی نرمال و برشی از مقدار مقاومت قیدهای نرمال و برشی کمتر باشد به هم متصل می‌مانند. در غیر این صورت این قیود شکسته و ذرات دیگر نیروی کششی تحمل نخواهند کرد و تنها در صورت وجود نیروی فشاری بین دو ذره، ذرات در برابر یک نیروی برشی متناسب با ضریب اصطکاک مقاومت می‌کنند. به طور خلاصه برای تعامل توپ‌ها در نرم‌افزار CA3، ۵ پارامتر میکرومکانیکی ( $K_N$ ,  $K_S$ ,  $n_b$ ,  $s_b$  و  $\mu$ ) لازم است [16]. اگرچه حضور این ۵ پارامتر می‌تواند مقاومت سنگ و شکست آن در بارگذاری استاتیکی را به خوبی مدل کند اما در

در رابطه (۵)،  $A_{\text{میله}}$  سطح مقطع هر یک از میله‌ها و  $E_{\text{میله}}$  مدول الاستیسیته میله‌ها است. از ترکیب دو رابطه‌ی (۴ و ۵)، رابطه (۶) به دست می‌آید که مقاومت کششی دینامیکی آزمون سنگی در آزمایش هاپکینسون است.

$$\sigma_t = \frac{2P_{max}}{\pi Dt} = \frac{2E_{\text{میله}} A_{\text{میله}}}{\pi Dt} \varepsilon_{Tmax} \quad (6)$$

در رابطه (۶)،  $\varepsilon_{Tmax}$  بیشینه مقدار کرنش ناشی از موج انتقالی است. از آنجایی که روش‌های ارائه شده توسط پژوهشگران مختلف [18] برای محاسبه نرخ تنش و کرنش در این آزمایش تقریبی هستند و با توجه به اینکه نرخ کرنش در مرکز آزمون برزلی محاسبه می‌شود و در این پژوهش در مرکز آزمون شکاف وجود دارد، نرخ کرنش به دست آمده نمی‌تواند دقیق باشد. در نتیجه به جای اینکه بررسی اثر اندازه در رفتار دینامیکی بر مبنای نرخ کرنش در مرکز آزمون انجام شود، همچنانکه که خواهد آمد بر مبنای نرخ بارگذاری خارجی در میله تصادف ( $\dot{S}$ ) صورت می‌گیرد. نرخ بارگذاری خارجی در میله تصادف ( $\dot{S}$ )، شیب نمودار تنش-زمان موج اولیه‌ای است که به مدل عددی اعمال می‌شود و در شکل (۴) نشان داده شده است.

شکل ۴. تصویر شماتیک موج اولیه و نرخ بارگذاری خارجی

Fig. 4. Schematic view of incident wave and loading rate ( $\dot{S}$ )

#### ۲-۲- تعادل دینامیکی آزمون در مدل عددی

برقراری تعادل دینامیکی در آزمون، یک مسئله اساسی در آزمایش هاپکینسون است. در این پژوهش بر اساس شکل‌های (۲ و ۳) برای برقراری تعادل دینامیکی ( $F_a = F_b$ ) باید مجموع کرنش‌های موج تصادف و انعکاسی در نقطه  $a$  با کرنش موج انتقالی در نقطه  $b$  برابر شود [17].

$$(\varepsilon_I + \varepsilon_R)_a = (\varepsilon_T)_b \quad (7)$$

به علت مخدوش بودن داده‌ها در نزدیکی دو انتهای میله‌ها و همچنین تداخل امواج تصادف و انعکاسی در این محدوده،

آزمایش‌های استاندارد اندازه‌گیری و در جدول (۲) ارائه شده است.

جدول ۲. مشخصات ماکرومکانیکی آزمون‌های گچی مورد مطالعه

Poisson's ratio	Elastic modulus (GPa)	Tensile strength (MPa)	Compressive strength (MPa)
0.25	8.5	4	43.1

**Table 2.** The macro-mechanical properties of gypsum specimen

### ۳-۳- کالیبراسیون ماده استفاده شده در مدل عددی

آزمون عددی با مدل المان‌گسسته، با استفاده از ویژگی‌های میکرومکانیکی ( $K_n$ ,  $K_s$ ,  $n_b$ ,  $s_b$  و  $\mu$ ) تعریف می‌شود. این ویژگی‌های میکرومکانیکی باید به گونه‌ای انتخاب شوند تا خصوصیات ماکرومکانیکی مدل عددی و آزمون آزمایشگاهی با هم هماهنگ شوند. این فرآیند کالیبراسیون نام دارد و در این پژوهش با کمک روش ارائه شده توسط فخمی و همکاران انجام شده است [22]. ویژگی‌های میکرومکانیکی آزمون عددی ساخته شده در جدول (۳) ارائه شده است. فشارتشکیل ( $\sigma_0$ ) یکی دیگر از پارامترهای دخیل در سیستم است که شاخصی برای میزان همپوشانی توپ‌ها در مدل المان‌گسسته در نرم‌افزار CA3 است و همپوشانی ایجاد شده توسط آن به رفتار واقعی تر مدل عددی می‌انجامد. [22]

جدول ۳. ویژگی‌های میکرومکانیکی آزمون عددی شبیه سازی شده

R	Radius of spherical particles (mm)	0.5-0.7
Kn	Normal spring stiffness (MN/m)	9.2
Ks	Shear spring stiffness (MN/m)	1.84
nb	Normal bond (N)	4
sb	Shear bond (N)	10
$\mu$	Coefficient of friction at contact points	0.5
$\rho$	Density (Kg/m <sup>3</sup> )	2500
$\sigma_0$	Genesis pressure (GPa)	2.0

**Table 3.** The micro-mechanical parameters for the numerical model

پس از معرفی پارامترهای میکرومکانیکی جدول (۳) به برنامه کامپیوتری و شبیه‌سازی آزمایش‌های فشاری تک محوره و کششی، ویژگی‌های ماکرومکانیکی آزمون عددی اندازه‌گیری و در جدول (۴) با مقادیر آزمایشگاهی مقایسه شده است. مشاهده می‌شود مدل عددی با دقت بالایی کالیبره شده است.

بارگذاری دینامیکی قادر نیست اضافه مقاومت مشاهده شده در آزمایش‌های فیزیکی را تولید کند [20]. فخمی و همکاران برای اینکه بتوانند اثر نرخ بارگذاری را در مدل عددی آزمایش‌هاپکینسون ایجاد کنند مدل جدیدی بر مبنای تغییر در قیده‌های نرمال و برشی ارائه کردند [20]. طبق این مدل قیده‌های نرمال و برشی در هر گام محاسباتی، با حاصل ضرب مقدار قیده‌های نرمال و یا برشی استاتیکی در تابعی خاص جایگزین می‌شوند. تابع مذکور به علت خطی نبودن افزایش مقاومت دینامیکی نسبت به نرخ بارگذاری، نمایی تعریف شده است. پارامترهای به‌کار رفته در آن، سرعت نسبی بین دو ذره در محل تماس آن‌ها در هر گام محاسباتی و ضرایبی ثابت هستند که توسط کاربر معرفی می‌شوند:

$$n_b := n_b \times e^{(\beta_n \times V_{nr})} \quad (8)$$

$$s_b := s_b \times e^{(\beta_s \times V_{sr})} \quad (9)$$

در روابط (۸) و (۹)،  $V_{nr}$  و  $V_{sr}$  به ترتیب سرعت نسبی نرمال و برشی بین توپ‌ها در محل تماس آنهاست و  $\beta_n$  و  $\beta_s$  به ترتیب ثابت‌های نرمال و برشی با واحد  $\frac{s}{m}$  هستند. علامت  $=$  در روابط (۸) و (۹) به این معناست که در تحلیل دینامیکی، مقادیر استاتیکی قیده‌های نرمال و برشی در سمت راست معادله با مقادیر دینامیکی مربوطه در سمت چپ جایگزین می‌شوند. نتیجه بررسی فخمی و همکاران نشان داد با استفاده از ثابت‌های  $\beta_s = \beta_n = 40 - 100 \frac{s}{m}$  در حالت فشاری تک‌محوره، این مدل علاوه بر بازتولید اضافه مقاومت دینامیکی در آزمون عددی، توانسته نتایج هماهنگی بر نمودارهای آزمایش فیزیکی تولید کند [20]. همچنین فخمی و همکاران نشان دادند این مدل اصلاحی در حالت کششی برزلی نیز می‌تواند اضافه مقاومت لازم را تولید کند [21]. بر همین مبنای در این پژوهش نیز از پارامتر  $\beta = \beta_s = \beta_n = 80 \frac{s}{m}$  استفاده شده است.

### ۳-۲- ماده استفاده شده

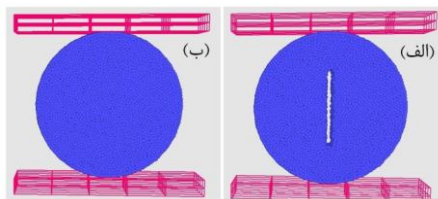
آزمون عددی این پژوهش بر مبنای ویژگی‌های مکانیکی آزمون گچی ساخته شده از یک نوع گچ دندانه‌شکی با نام تجاری سنوراک (Snow rock) کالیبره و شبیه‌سازی شده است. ویژگی‌های مکانیکی آزمون گچی ساخته شده با انجام

تغییرات نیرو، جابه‌جایی و تنش در نظر گرفته شده است. این المان‌ها با رنگ قرمز در شکل (۵) نشان داده شده‌اند. موج اولیه در انتهای آزاد میله تصادف به صورت پالس تنش با نرخ بارگذاری خارجی مشخص اعمال می‌شود و به همین دلیل مدل عددی به شرایط واقعی نزدیک است.

### ۳-۵- مدل سازی آزمایش کششی برزیلی

برای مقایسه نتایج دینامیکی با نتایج استاتیکی در این پژوهش، مدل‌های عددی آزمایش کششی برزیلی استاتیکی نیز ساخته شد (شکل ۶). به این منظور دو صفحه برای بارگذاری آزمون در راستای عمود بر محور آزمون ساخته شد. رفتار صفحات الاستیک در نظر گرفته شد و پارامترهای فولاد برای آن تعریف شد. برای برقراری ارتباط بین بخش المان‌گسسته و المان‌محدود از دیواره استفاده شد. جابه‌جایی صفحه پایینی به منظور اعمال نیرو بسته شد و تغییرات نیروی اعمالی در طول تحلیل ذخیره شد.

شکل ۶. مدل عددی آزمایش برزیلی در نرم افزار CA3 (الف) آزمون دارای شکاف (ب) آزمون فاقد شکاف



**Fig. 6.** Numerical modelling of Brazilian test in CA3  
a) specimen with notch b) specimen without notch

### ۴- بررسی نتایج

#### ۴-۱- تشریح آنالیز ابعادی

در این پژوهش برای بررسی اثر اندازه، از آنالیز ابعادی استفاده شده است که بر اساس آن مقاومت دینامیکی آزمون برزیلی دارای شکاف، تابع ۹ پارامتر است. این ۹ پارامتر عبارتند از طول شکاف ( $a$ )، قطر آزمون ( $D$ )، ضخامت آزمون ( $t$ )، نرخ بارگذاری خارجی در میله تصادف ( $\dot{S}$ )، ضریب چقرمگی شکست ( $K_{IC}$ )، مقاومت اسمی آزمون ( $\sigma_t$ )، مدول الاستیسیتهی آزمون ( $E$ )، دانسیتهی آزمون ( $\rho$ ) و ضریب پواسون آزمون ( $\nu$ ). با فرض ناچیز بودن اثر ضریب پواسون و ثابت بودن ضخامت آزمون، این دو پارامتر از آنالیز ابعادی حذف می‌شوند و به این ترتیب تعداد پارامترهای موثر در آنالیز ابعادی از ۹ به ۷ کاهش می‌یابد. همچنین بُعدهای موثر در آنالیز

جدول ۴. مقایسه ویژگی‌های ماکرومکانیکی آزمون عددی ساخته شده در نرم‌افزار CA3 و آزمون آزمایشگاهی

Parameters	Numerical simulation	Experimental
Uniaxial compressive strength (MPa)	42.9	43.1
Tensile strength (MPa)	4.1	4
Elastic modulus (GPa)	8.6	8.5
Poisson's ratio	0.3	0.25

**Table 4.** Comparison of the physical properties of gypsum specimen and bonded particle model

### ۳-۴- مدل سازی آزمایش هاپکینسون

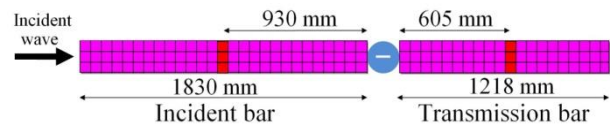
بیشتر برنامه‌های عددی، در مدل‌سازی آزمایش هاپکینسون شرایط مرزی مانند موج تنش را مستقیم به خود آزمون مورد مطالعه وارد می‌کنند [23] و میله‌های تصادف و انتقال در آن‌ها به‌طور کامل مدل‌سازی نمی‌شوند [24]. یکی از مزایای نرم‌افزار CA3 در مدل‌سازی آزمایش هاپکینسون، مدل‌سازی میله‌ها با طول واقعی آن‌هاست که نتایج واقع‌گرایانه‌تری در پی دارد. در این پژوهش برای میله‌های مدل شده به روش المان‌محدود رفتار الاستیک خطی در نظر گرفته شده است. ابعاد و پارامترهای مکانیکی میله‌ها، مطابق با دستگاه فیزیکی آزمایش هاپکینسون استفاده شده در پژوهش فخریمی و همکاران در نظر گرفته شد [20]. مشخصات دستگاه آزمایش هاپکینسون در جدول (۵) ارائه شده‌است.

جدول ۵. مشخصات دستگاه آزمایش هاپکینسون

Density of the bars (kg/m <sup>3</sup> )	8100
Elastic modulus of the bars (GPa)	200
Poisson's ratio of the bars	0.3
Wave velocity along the bars (m/s)	4970
Incident bar length (mm)	1830
Transmission bar length (mm)	1218
Diameter of bars (mm)	12.7

**Table 5.** The characteristics of the SHPB apparatus

شکل ۵. مدل عددی آزمایش هاپکینسون در نرم افزار CA3



**Fig. 5.** Numerical modelling of Hopkinson test in CA3

در مدل‌سازی این پژوهش تمام قسمت‌های دستگاه به جز میله‌ی مهاجم دقیقاً مدل‌سازی شده‌اند. همچنین در محل تماس آزمون و میله‌ها دیواره (wall) تعریف شده است تا ارتباط دو محیط المان‌محدود و المان‌گسسته به هم را برقرار سازد. در داخل میله‌ها در محل کرنش‌سنج‌ها المان‌هایی برای ذخیره

توسط اتکینسون و همکاران برای آزمون دارای شکاف با مقدار  $0.23 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{m}}$  به دست آمده است [25]. این مقدار عددی با مقدار آزمایشگاهی اندازه‌گیری شده توسط طالبش و همکاران از آزمون‌های ساخته شده با همین نوع گچ دندانپزشکی هماهنگی دارد [26]. از سوی دیگر برای آزمون‌های فاقد شکاف، اندازه آزمون تاثیر ناچیزی روی مقاومت دارد زیرا در این حالت به علت عدم حضور شکاف، اثر اندازه مکانیک شکستی نمی‌تواند بروز نماید.

#### ۴-۲-۲-۴- آنالیز ابعادی نتیجه اثر اندازه در رفتار استاتیکی

در حالت استاتیکی، نرخ بارگذاری خارجی ( $\dot{S}$ ) صفر فرض می‌شود. این مسئله منجر به حذف پارامتر بدون بعد  $\frac{SD\sqrt{\rho}}{Ez^3}$  از آنالیز ابعادی می‌شود. همچنین حذف نرخ بارگذاری خارجی ( $\dot{S}$ ) منجر به حذف پارامتر مدول الاستیسیته ( $E$ ) و پارامتر بدون بعد  $\frac{E\sqrt{a}}{K_{IC}}$  می‌شود. در نتیجه مقاومت بدون بعد آزمون برزلی دارای شکاف در حالت استاتیکی تنها تابعی از  $\frac{a}{D}$  است.

$$\frac{\sigma_t \sqrt{a}}{K_{IC}} = f \left[ \frac{a}{D} \right] \quad (11)$$

با توجه به اینکه نسبت  $\frac{a}{D}$  در این پژوهش همواره ثابت و برابر  $0.5$  در نظر گرفته شده است، به منظور بررسی اثر اندازه به جای نسبت  $\frac{a}{D}$  از نسبت  $\frac{D}{t}$  استفاده شده است. نتیجه این بررسی در شکل (۸) نشان داده شده است.

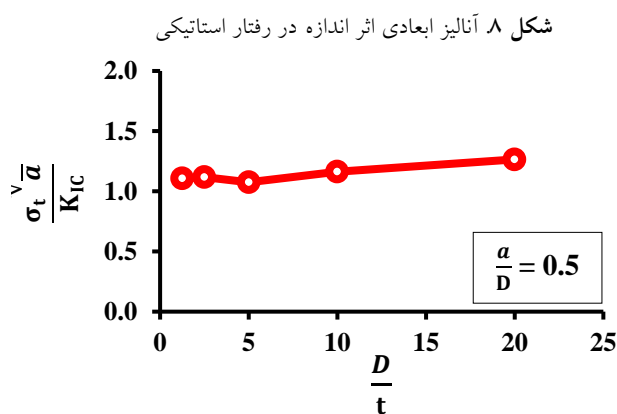


Fig. 8. Dimensional analysis of the static size effect

ابعادی، طول ( $L$ )، جرم ( $M$ ) و زمان ( $T$ ) است. در نتیجه در این آنالیز ابعادی ۴ پارامتر بدون بعد وجود دارد و مقاومت دینامیکی بدون بعد آزمون برزلی دارای شکاف، تابعی از ۳ پارامتر بدون بعد زیر است.

$$\frac{\sigma_t \sqrt{a}}{K_{IC}} = f \left[ \frac{a}{D}, \frac{E\sqrt{a}}{K_{IC}}, \frac{SD\sqrt{\rho}}{Ez^3} \right] \quad (10)$$

#### ۴-۲-۴- بررسی نتایج استاتیکی

##### ۴-۲-۴-۱- بررسی اثر اندازه در رفتار استاتیکی

برای بررسی اثر اندازه در رفتار استاتیکی، آزمون‌های عددی دارای شکاف و فاقد شکاف در ۵ اندازه مختلف ساخته شد و در آزمایش برزلی قرار گرفتند. مشخصات آزمون‌های ساخته شده در جدول (۶) ارائه شده است.

جدول ۶. مشخصات آزمون‌های عددی ساخته شده برای آزمایش برزلی

قطر آزمون (mm)	طول شکاف (mm)	ضخامت آزمون (mm)	بازشدگی شکاف (mm)
12.5	6.25	10	2.4
25	12.5	10	2.4
50	25	10	2.4
100	50	10	2.4
200	100	10	2.4

Table 6. Properties of numerical specimens prepared for Brazilian test

شکل ۷. اثر اندازه آزمون بر مقاومت کششی استاتیکی

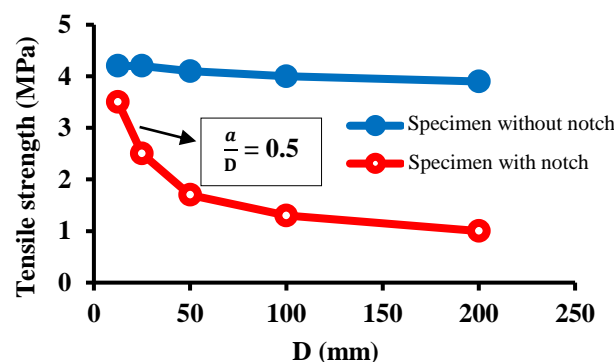


Fig. 7. Specimen size effect on static tensile strength

نتیجه بررسی اثر اندازه در رفتار استاتیکی در شکل (۷) ارائه شده است. از شکل (۷) مشاهده می‌شود در حالت دارای شکاف، مقاومت اسمی محاسبه شده با استفاده از رابطه (۴)، با افزایش اندازه آزمون کاهش می‌یابد که با نتایج سایر پژوهشگران همخوانی دارد [6, 7]. همچنین مقدار عددی ضریب چقرمگی شکست ( $K_{IC}$ ) با استفاده از روش ارائه شده

#### ۴-۲-۳- مقایسه نتایج اثر اندازه در رفتار استاتیکی این پژوهش با قانون اثر اندازه باژانت و همکاران

مطالعات گوناگونی روی اثر اندازه در رفتار استاتیکی انجام شده است. در این بین، قانون ارائه شده توسط باژانت و همکاران که بر مبنای روش انرژی شکست هست، بیشتر از سایرین مورد توجه قرار گرفته است. بر اساس این قانون می توان مقاومت کششی آزمونه های دارای شکاف را در آزمایش برزیلی از رابطه (۱۲) تخمین زد [4]:

$$\sigma_{Nu} = \frac{Bf_t}{\sqrt{1 + \frac{D}{\lambda_0 D_{max}}}} \quad (12)$$

در رابطه (۱۲)،  $\sigma_{Nu}$  مقاومت کششی اسمی آزمونه،  $f_t$  مقاومت کششی ذاتی ماده،  $D$  قطر آزمونه،  $D_{max}$  قطر بزرگترین دانه ماده و  $B$  و  $\lambda_0$  پارامترهای بدون بعد هستند. با توجه به اینکه شیب منحنی در شکل (۸) تقریباً صفر است، می توان نتیجه گرفت که مقاومت با  $(\frac{1}{\sqrt{a}})$  و به دلیل ثابت بودن نسبت  $(\frac{a}{D})$ ، با  $(\frac{1}{\sqrt{D}})$  متناسب است. این مسئله در رابطه (۱۲) نیز مشاهده می شود. به این ترتیب نتایج این پژوهش با قانون اثر اندازه باژانت همخوانی دارد.

#### ۴-۳- نتایج دینامیکی

##### ۴-۳-۱- بررسی تعادل دینامیکی آزمونه ها

در این پژوهش پیش از بررسی نتایج دینامیکی، تعادل دینامیکی آزمونه ها مورد بررسی قرار گرفت. نتایج محاسبات عددی نشان می دهد که افزایش اندازه آزمونه منجر به برهم خوردن تعادل دینامیکی می شود. دلیل این موضوع آن است که افزایش اندازه آزمونه، باعث تاخیر در رسیدن موج به انتهای دیگر آزمونه می شود و در نتیجه اختلاف نیروی های دینامیک اعمالی در دو سر آزمونه افزایش می یابد. همچنین وجود شکاف در آزمونه منجر به تضعیف آزمونه شده و تعادل دینامیکی را بر هم می زند. با توجه به اینکه وجود شکاف اجتناب ناپذیر است، برای داشتن آزمونه هایی با تعادل دینامیکی مطلوب، اثر اندازه در رفتار دینامیکی در بازه محدودتری از آنچه در بحث استاتیکی بیان شد مورد بررسی قرار گرفت و قطر آزمونه ها بین ۱۲/۵ تا ۵۰ میلی متر انتخاب شد.

#### ۴-۳-۲- بررسی اثر نرخ بارگذاری خارجی

برای بررسی اثر نرخ بارگذاری خارجی بر مقاومت دینامیکی آزمونه برزیلی دارای شکاف، مقاومت دینامیکی آزمونه های با قطر ۲۵ میلی متر، نسبت  $\frac{a}{D}$  برابر با ۰/۵ و با به کار گیری پارامتر  $\beta$  برابر با ۸۰ ثانیه بر متر در نرخ های بارگذاری خارجی ( $\dot{S}$ ) متفاوت مورد بررسی قرار گرفت. برای تغییر نرخ بارگذاری خارجی در این پژوهش بر اساس شکل (۴) با ثابت نگه داشتن زمان بارگذاری، پیک موج تنش اولیه تغییر داده شد تا مقدار نرخ بارگذاری خارجی ( $\dot{S}$ ) تغییر کند. نتیجه این بررسی در شکل (۹) ارائه و با نتایج آزمایشگاهی سایر پژوهشگران مقایسه شده است. مشاهده می شود با افزایش نرخ بارگذاری خارجی، مقاومت دینامیکی آزمونه برزیلی دارای شکاف به شکل غیرخطی افزایش می یابد که این نتیجه با نتایج آزمایشگاهی سایر پژوهشگران همخوانی دارد [27, 28, 29, 30, 31, 32].

به علاوه نتیجه شکل (۹) نشان می دهد، مدل اصلاحی ارائه شده توسط فخمی و همکاران به خوبی توانسته اضافه مقاومت ناشی از اثر نرخ بارگذاری را تولید کند [20].

شکل ۹. مقایسه نتایج آزمایشگاهی ارائه شده توسط سایر پژوهشگران با نتایج عددی این پژوهش در ارتباط با اثر نرخ خارجی ( $\dot{S}$ ) بر مقاومت دینامیکی. واحد نرخ بارگذاری خارجی ( $\dot{S}$ )،  $(\frac{GPa}{s})$  است. محور عمودی نسبت مقاومت دینامیکی به استاتیکی است.

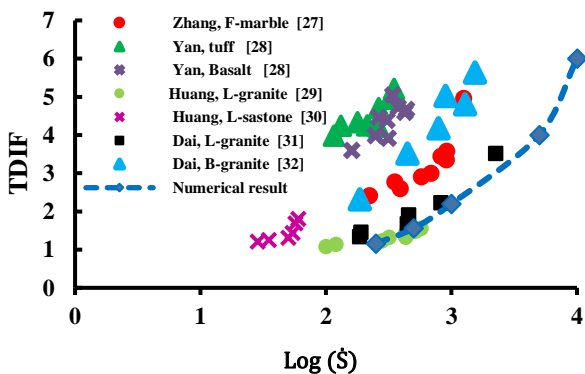


Fig. 9. Comparison of published experimental data with the numerical results of this study showing the dimensionless dynamic strength versus the stress rate. The dimension of ( $\dot{S}$ ) is  $(\frac{GPa}{s})$ .

#### ۴-۳-۳- آنالیز ابعادی اثر اندازه در رفتار دینامیکی

بر اساس آنالیز ابعادی ارائه شده در این پژوهش، مقاومت دینامیکی بدون بعد آزمونه دارای شکاف تابع سه پارامتر بدون



### ۴-۳-۴- بررسی اثر اندازه آزمون و نرخ بارگذاری بدون بعد بر مقاومت دینامیکی

از آنجایی که در بیشتر پژوهش‌ها ماده مورد بررسی تغییر نمی‌کند و مدول الاستیسیته ( $E$ ) و دانسیته ( $\rho$ ) آن ثابت باقی می‌ماند، بررسی اثر اندازه در رفتار دینامیکی تنها بر مبنای حالت اول در جدول (۷) که در آن با تغییر قطر آزمون ( $D$ ) مقدار نرخ بارگذاری خارجی در میله تصادف ( $\dot{S}$ ) به طور متناسب تغییر پیدا می‌کند، صورت پذیرفت. نتیجه بررسی در شکل (۱۱) ارائه شده است و نشان می‌دهد اثر اندازه در رفتار دینامیکی با اثر اندازه در رفتار استاتیکی تفاوت داشته و برخلاف اثر اندازه در رفتار استاتیکی که در آن با افزایش اندازه آزمون مقاومت کاهش می‌یابد، در حالت دینامیکی و با فرض ثابت، مقاومت با افزایش اندازه، تقریباً ثابت باقی می‌ماند.

شکل ۱۱. اثر اندازه در رفتار دینامیکی بر مبنای آنالیز ابعادی حالت اول جدول (۷)

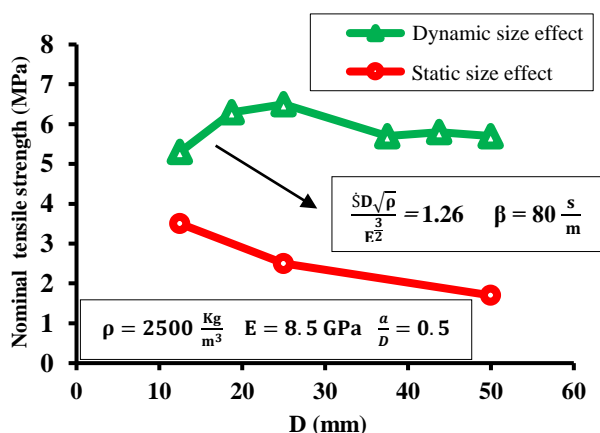


Fig. 11. Dynamic size effect based on case 1 in table 7

همچنین برای بررسی تغییر مقاومت دینامیکی در اثر تغییر اندازه آزمون و نرخ بارگذاری بدون بعد، پارامتر  $\frac{\dot{S}D\sqrt{\rho}}{E^2}$  تغییر داده شد. به این منظور موج اولیه‌ای که به مدل اعمال می‌شود، تغییر داده شد و با تغییر موج اولیه مقدار نرخ بارگذاری خارجی ( $\dot{S}$ ) و در نتیجه مقدار  $\frac{\dot{S}D\sqrt{\rho}}{E^2}$  تغییر کرد. نتیجه بررسی در شکل (۱۲) ارائه شده است و نشان می‌دهد در نرخ‌های

بعد  $\frac{a}{D}$  و  $\frac{E\sqrt{a}}{K_{IC}}$ ،  $\frac{\dot{S}D\sqrt{\rho}}{E^2}$  است. در این حالت برای بررسی اثر اندازه در رفتار دینامیکی، نمودار  $\frac{\sigma_t\sqrt{a}}{K_{IC}}$  بر حسب  $\frac{E\sqrt{a}}{K_{IC}}$  رسم شد. اما برای اینکه فقط اثر همین دو پارامتر بررسی شود، لازم است تا دو پارامتر  $\frac{\dot{S}D\sqrt{\rho}}{E^2}$  و  $\frac{a}{D}$  ثابت باقی بمانند. نسبت  $\frac{a}{D}$  در این پژوهش همواره ثابت است اما با تغییر اندازه آزمون، ناگزیر مقدار  $\frac{\dot{S}D\sqrt{\rho}}{E^2}$  تغییر خواهد کرد. برای ثابت نگه داشتن  $\frac{\dot{S}D\sqrt{\rho}}{E^2}$  سه حالت می‌توان در نظر گرفت. این سه حالت در جدول (۷) ارائه شده اند.

جدول ۷. حالت‌های به کار رفته برای ثابت نگه‌داشتن پارامتر  $\frac{\dot{S}D\sqrt{\rho}}{E^2}$

حالت اول	با تغییر قطر آزمون مقدار ( $\dot{S}$ ) به طور متناسب تغییر کند.
حالت دوم	با تغییر قطر آزمون مقدار ( $\rho$ ) به طور متناسب تغییر کند.
حالت سوم	با تغییر قطر آزمون مقدار ( $E$ ) به طور متناسب تغییر کند.

Table 7. Techniques used to keep  $\frac{\dot{S}D\sqrt{\rho}}{E^2}$  constant

نمودار آنالیز ابعادی برای سه حالت اشاره شده در جدول (۷)، در شکل (۱۰) نشان داده شده است.

شکل ۱۰. آنالیز ابعادی اثر اندازه در رفتار دینامیکی بر مبنای حالت‌های جدول (۷)

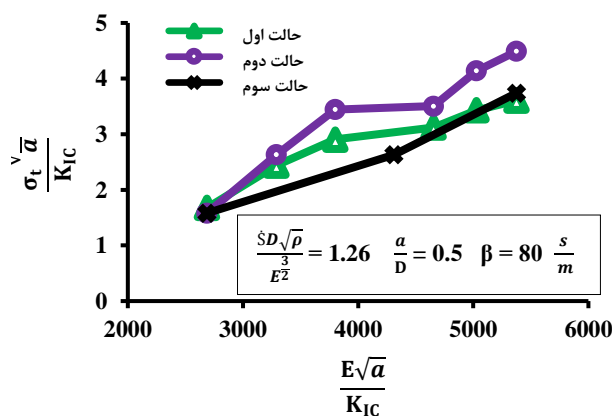


Fig. 10. Dimensional analysis of the dynamic size effect based on the information in table 7

مشاهده می‌شود در هر سه حالت منحنی‌ها روند مشابهی داشته و تقریباً با هم هماهنگ هستند. این هماهنگی نشان می‌دهد آنالیز ابعادی به درستی صورت پذیرفته و همه پارامترهای مهم در مقاومت دینامیکی آزمون برزلی دارای شکاف وارد آنالیز ابعادی شده‌اند.

## ۵- بحث در نتایج

اگرچه مطالعات انجام شده در زمینه اثر اندازه بر مقاومت دینامیکی سنگ از منظر مکانیک شکستی، بسیار محدود است، اما نتایج این پژوهش با نتایج ارائه شده توسط جین و همکاران قابل مقایسه است. جین و همکاران (Jin et al.) با مدل سازی دوبعدی آزمایش کشش مستقیم، اثر اندازه بر مقاومت کششی آزمون های بتنی مستطیلی دارای شکاف را بررسی کردند.

شکل ۱۴. ارتباط بین اندازه آزمون و مقاومت کششی دینامیکی آزمون بتنی در نرخ های بارگذاری متفاوت بر مبنای نتایج جین و همکاران [15]

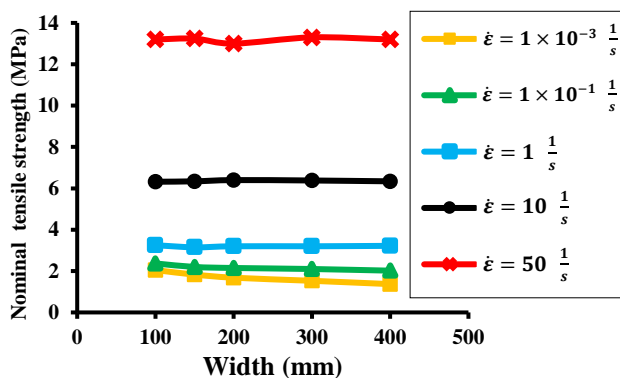


Fig. 14. Relationship between dynamic tensile strength and structural size of concrete having different strain rates [15].

نتیجه بررسی آن ها برای نرخ های کرنش گوناگون در شکل (۱۴) ارائه شده است و نشان می دهد یک نرخ کرنش بحرانی مشخص وجود دارد که به ازای نرخ زیادتر از آن، با افزایش اندازه آزمون مقاومت ثابت باقی می ماند و به ازای نرخ کرنش کمتر از آن با افزایش اندازه آزمون مقاومت کاهش می یابد [15]. در این پژوهش و از شکل (۱۳) مشاهده می شود، اگرچه در نرخ بارگذاری کم با افزایش اندازه آزمون مقاومت کاهش می یابد اما این روند کاهشی با افزایش نرخ بارگذاری به مرور به روند افزایشی تبدیل می شود که با نتایج جین و همکاران (Jin et al.) تفاوت دارد. در پژوهش حاضر و در نرخ بارگذاری زیاد، با افزایش اندازه آزمون، مقاومت ابتدا با شیب قابل توجهی افزایش می یابد اما به مرور شیب منحنی کاهش یافته و تغییرات مقاومت با افزایش اندازه آزمون کم می شود. شیب قابل توجه ابتدای منحنی و افزایش مقاومت به دلیل افزایش آثار نرخ بارگذاری و اینرسی است. از سوی دیگر با افزایش اندازه آزمون، آثار اینرسی و جرم موثر درگیر در رفتار

بارگذاری بدون بعد زیاد، مقاومت با افزایش اندازه آزمون ثابت باقی می ماند اما با کاهش نرخ بارگذاری مقاومت روند کاهشی گرفته و به اثر اندازه در رفتار استاتیکی نزدیک می شود. همچنین از شکل (۱۲) مشاهده می شود که برای آزمون با اندازه ثابت، با افزایش نرخ بارگذاری مقاومت کششی افزایش می یابد. شکل ۱۲. اثر نرخ بارگذاری بدون بعد بر اثر اندازه در رفتار دینامیکی بر مبنای آنالیز ابعادی حالت اول جدول (۷)

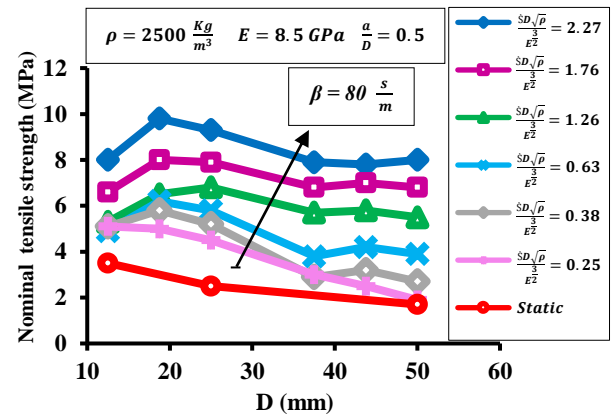


Fig. 12. Effect of dimensionless loading rate and specimen size on material strength

## ۴-۳-۵- بررسی اثر اندازه آزمون و نرخ بارگذاری بر مقاومت دینامیکی

برای بررسی تغییر مقاومت دینامیکی در اثر تغییر اندازه آزمون و نرخ بارگذاری، بدون در نظر گرفتن آنالیز ابعادی، مقدار نرخ بارگذاری خارجی در میله تصادف ( $\dot{S}$ ) تغییر داده شد. بررسی در شکل (۱۳) ارائه شده است و نشان می دهد به دلیل وجود آثار اینرسی و نرخ بارگذاری، بسته به نرخ بارگذاری، با افزایش اندازه آزمون مقاومت می تواند کاهش یابد، ثابت بماند و یا افزایش یابد.

شکل ۱۳. اثر نرخ بارگذاری بر اثر اندازه در رفتار دینامیکی

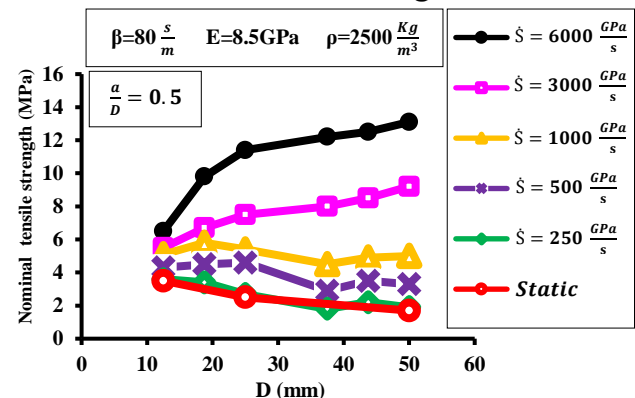


Fig. 13. Effect of loading rate and specimen size on material strength

۱. اثر اندازه در رفتار دینامیکی به دلیل وجود اثر اینرسی و اثر نرخ بارگذاری با اثر اندازه در رفتار استاتیکی متفاوت است و در حالت دینامیکی بسته به نرخ بارگذاری اعمالی، با افزایش ابعاد آزمون مقاومت می‌تواند کاهش یابد، ثابت بماند و یا افزایش یابد.

۲. در آزمون با ابعاد کوچک، اثر اندازه در رفتار دینامیکی و استاتیکی چشمگیر است. این موضوع در حالت استاتیکی با قانون اثر اندازه مکانیک شکستی باژانت همخوانی دارد.

۳. با افزایش بیشتر اندازه آزمون، تاثیر اندازه بر مقاومت دینامیکی آزمون سنگی دارای شکاف به دلیل اینکه آثار اینرسی و جرم موثر درگیر در رفتار دینامیکی اطراف نوک شکاف به حد اشباع می‌رسند و همچنین آثار نرخ بارگذاری نیز به یک وضعیت پایدار می‌رسد، کاهش می‌یابد.

۴. روش المان‌های گسسته قادر به مدل‌سازی اثر اندازه مکانیک شکستی در حالت استاتیکی است.

### منابع

- [1]. Palmström A., Singh R. 2001 The deformation modulus of rock masses comparisons between in situ tests and indirect estimates, *Tunnelling and Underground Space Technology*, vol. 16 (3), pp. 115-131.
- [2]. Weibull W. 1939 A statistical theory of the strength of materials, *Proceeding of Royal Swedish Academy of Engineering Science*, Stockholm, Sweden, pp. 1-45.
- [3]. Griffith A. A. 1924 The Theory of Rupture, In *proceeding of 1st International Congress of Applied Mechanics*, Delf, Netherlands.
- [4]. Bazant Z. P., Kazemi M. T., Hasegawa T. 1991 Size effect in brazilian splitcylinder tests: measurements and fracture analysis, *ACI Material Journal*, vol.88, pp.325-332.
- [5]. Carpinteri A. 1994 Fractal nature of material microstructure and size effects on apparent mechanical properties, *Mechanics of Materials*, vol. 18, pp. 89-101.
- [6]. Carpinteri A., Ferro G. 1994 Size effects on tensile fracture properties: a unified explanation based on disorder and fractality of concrete microstructure, *Materials and Structures*, vol. 27(10), pp. 563-571.
- [7]. Kadlec V., Modry S. 2002 Size effect of test specimens on tensile splitting strength of

دینامیکی اطراف نوک شکاف به حد اشباع می‌رسند و به علت زیادتر شدن فاصله نوک شکاف از محل اعمال ضربه به آزمون، آثار نرخ بارگذاری نیز به یک وضعیت پایدار می‌رسد و در نتیجه مقاومت با افزایش زیاد اندازه آزمون تقریباً ثابت می‌شود. یعنی برای آزمون‌های با اندازه بزرگ، نتایج این پژوهش و مرجع [15] همخوانی دارد. به عبارت دیگر به دلیل اینکه در این پژوهش اندازه‌های انتخاب شده کوچک‌تر از اندازه‌های انتخاب شده در مرجع [15] است، افزایش مقاومت با افزایش اندازه آزمون در ابتدای منحنی‌ها به شکل محسوس‌تری قابل مشاهده است. برخی از تفاوت‌های پژوهش حاضر و مرجع [15] مربوط به چگونگی مدل‌سازی است. در پژوهش جین و همکاران آزمون‌ها مستطیلی، به‌صورت دوبعدی، در کشش مستقیم و در محیط المان محدود مدل‌سازی شده‌اند اما در این پژوهش آزمون‌های برزلی به صورت سه بعدی و در محیط المان گسسته مدل‌سازی شده‌اند. به‌علاوه در پژوهش جین و همکاران در دو طرف آزمون مستطیلی شکاف ایجاد شده است اما شکاف ایجاد شده در این پژوهش، یک شکاف سراسری در مرکز آزمون برزلی است. همچنین در پژوهش جین و همکاران، اثر اندازه آزمون بر مبنای نرخ کرنش بررسی شده است و این نرخ کرنش به دلیل وجود شکاف در آزمون نمی‌تواند چندان دقیق باشد اما در پژوهش حاضر اثر اندازه بر مبنای نرخ بارگذاری خارجی مورد بررسی قرار گرفته و دقیق‌تر است. به دلیل وجود این تفاوت‌ها، نتیجه دو پژوهش کمی متفاوت است.

### ۶- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، با استفاده از نرم‌افزار سه‌بعدی CA3 که یک نرم‌افزار ترکیبی المان محدود - المان گسسته می‌باشد، آزمایش‌ها پکینسون مدل‌سازی و اثر اندازه آزمون و نرخ بارگذاری بر مقاومت کششی دینامیکی سنگ دارای شکاف بررسی شد. نتایج حاصل با نتایج استاتیکی مقایسه و با کمک آنالیز ابعادی تحلیل شدند. اهم نتایج حاصل به این شرح است:

- Rock Failure Under High Strain Rate Loading. *Int J Civ Eng.* 1-15.
- [22]. Fakhimi A., Villegas T. 2007 Application of dimensional analysis in calibration of a discrete element model for rock deformation and fracture. *Rock Mech Rock Eng* 40: 193–211.
- [23]. Li X., Zou Y., Zhou Z. 2014 Numerical Simulation of the Rock SHPB Test with a Special Shape Striker Based on the Discrete Element Method, *Rock Mech. Rock Eng.*, vol. 47, no. 5, pp. 1693–1709.
- [24]. Rougier E., et al. 2011 The Combined Finite-Discrete Element Method applied to the Study of Rock Fracturing Behavior in 3D.
- [25]. Atkinson C., Smelser R. E., Sanchez, J. 1982 Combined mode fracture via the cracked Brazilian disk test. *International Journal of Fracture*, Vol.18, pp. 279-291.
- [26]. Alitalash M., Naeimabadi M., Yazdani M. 2018 Investigation of crack growth in rock-like brittle material *Moades Civil Engineering Journal*, 18(4), pp. 143-155. (In Persian)
- [27]. Zhang QB, Zhao J. 2013 Determination of mechanical properties and full-field strain measurements of rock material under dynamic loads. *Int J Rock Mech Min* 60:423–439.
- [28]. Yan F, Feng XT, Chen R, Xia K, Jin C. 2012 Dynamic tensile failure of the rock interface between tuff and basalt. *Rock Mech Rock Eng* 45(3):341–348.
- Zhang, Q., 2014. Mechanical Behaviour of Rock Materials under Dynamic Loading. *Ecole Polytechnique Federale de Lausanne.*
- Zhang, Q., 2014. Mechanical Behaviour of Rock Materials under Dynamic Loading. *Ecole Polytechnique Federale de Lausanne.*
- [29]. Huang S, Chen R, Xia KW. 2010 Quantification of dynamic tensile parameters of rocks using a modified Kolsky tension bar apparatus. *J Rock Mech Geotech Eng* 2:162–168.
- [30]. Huang S, Xia K, Yan F, Feng X. 2010 An experimental study of the rate dependence of tensile strength softening of Longyou sandstone. *Rock Mech Rock Eng* 43(6):677–683.
- [31]. Dai F, Xia K, Tang L. 2010 Rate dependence of the flexural tensile strength of Laurentian granite. *Int J Rock Mech Min* 47(3):469–475.
- [32]. Dai F, Huang S, Xia K, Tan Z. 2010 Some fundamental issues in dynamic compression and tension tests of rocks using split Hopkinson pressure bar. *Rock Mech Rock Eng* 43(6):657–666.
- concrete: general relation, *Journal of Materials and structures*, vol.35, pp.28-34.
- [8]. Li Q. M., Meng H. 2003 About the dynamic strength enhancement of concrete-like materials in a split Hopkinson pressure bar test, *Int. J. Solids Struct.*, vol. 40, no. 2, pp. 343-36.
- [9]. Li X. B., Lok T. S., Zhao J., Zhao P. J. 2000 Oscillation elimination in the Hopkinson bar apparatus and resultant complete dynamic stress-strain curves for rocks, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, vol. 37, no. 7, pp. 1055–1060.
- [10]. Elfahal MM., Krauthammer T. 2005 Dynamic size effect in normal-and high-strength concrete cylinders, *ACI Mater J*, 02(2):77.
- [11]. Bindiganavile V., Banthia N. 2006 Size effects and the dynamic response of plain concrete, *J Mater Civ Eng*, 18(4): 485–91.
- [12]. Hu WH., Zou R., Peng G., Zou S. 2015 Energy absorption characteristics and size effect of concrete under different strain rates, *J Yangtze River Sci Res Inst*, 32(5):1326.
- [13]. Wang X., Zhang S., Wang C., Song R., Shang C., Fang X. 2018 Experimental investigation of the size effect of layered roller compacted concrete (RCC) under high-strain-rate loading. *Constr Build Mater*, 165: pp. 45–57.
- [14]. Li M., Hao H., Shi Y., Hao Y. 2018 Specimen shape and size effects on the concrete compressive strength under static and dynamic tests. *Constr Build Mater*, 161: pp.84-93.
- [15]. Jin L., Yu W., Du X., Yang W. 2019 Dynamic Size Effect of Concrete under Tension: A Numerical Study. *International Journal of Impact Engineering*. 132. 103318.
- [16]. Fakhimi A. 2009 A hybrid discrete–finite element model for numerical simulation of geomaterials. *Comput Geotech* 36:386–395.
- [17]. Davies R. M. 1948 A Critical Study of the Hopkinson Pressure Bar, *Philos. Trans. R. Soc. A Math. Phys. Eng. Sci.*, vol. 240, no. 821, pp. 375–457.
- [18]. Xia K., Yao W. 2015 Dynamic rock tests using split Hopkinson (Kolsky) bar system – A review, *J. Rock Mech. Geotech.Eng.*, vol.7 no.1, pp. 27–59.
- [19]. Cundall P. A., Strack ODL. 1979 A discrete numerical model for granular assemblies. *Geotechnique* 29:47–65.
- [20]. Fakhimi A., Azhdari P., Kimberley J. 2018 Physical and numerical evaluation of rock strength in Split Hopkinson Pressure Bar testing. *Comput Geotech* 102:1-11.
- [21]. Majedi M.R., Afrazi M., & Fakhimi, A. 2020 A Micromechanical Model for Simulation of

# Numerical modeling of the coupled effect of specimen size and loading rate on the dynamic tensile strength of rock

P. Asadi<sup>1</sup>, A. Fakhimi<sup>2\*</sup>

1- M.Sc. Student, Department of Civil and Environmental Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran, payam\_asadi@modares.ac.ir

2\*- Professor, Department of Civil and Environmental Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

a.fakhimi@modares.ac.ir

## Abstract

The loading rate and specimen size are two main influential factors which control the tensile and compressive strengths of Quasi-brittle materials such as concrete, ceramic and rock. Most of the studies in the past have been focused on the size effect in the static loading situations i.e. in situations in which the effect of the loading rate and inertia can be ignored. In particular, fracture mechanics size effect has received substantial attention both with respect to the physical testing and the numerical modeling. On the other hand, combined effect of the specimen size and loading rate on the rock strength has received little attention in the literature. Understanding the dynamic size effect of Quasi-brittle materials such as rock is essential for better analysis and design of rock structures. This is particularly the case when rock is subjected to the blasting loads or when it is prone to the strain bursting. Studies on the failure of rock under the coupled effect of specimen size and loading rate are far from sufficient. Due to the limitations of the laboratory test devices, limited research efforts have been conducted on the size effect of materials under dynamic loading. In this study, a 3D hybrid finite-discrete element code called CA3 was used to simulate the Split Hopkinson Pressure Bar test. The Incident and Transmitted bars were modeled by the finite element method while the Brazilian specimen was simulated using a Bonded Particle Model (BPM). The bars were assumed to behave elastically while the simulated specimen could develop micro and macro cracks which eventually could end up to complete disintegration and failure. Brazilian specimens with different sizes were numerically modeled. The specimen contained a vertical notch so that fracture mechanics size effect under high strain loading rate could be studied. The specimens were subjected to different loading rate by adjusting the incoming wave in the incident bar. A micromechanical model in which the contact bond strength was allowed to vary in proportion to the relative velocity at the contact point of the involved particles was employed to capture the loading rate effect. The effect of specimen size on the dynamic tensile strength of rock was explored and compared with the static size effect. The results were analyzed and discussed using the dimensional analysis approach. The numerical results suggest that the dynamic size effect on tensile strength of rock is different from the static size effect. While for small loading rates, the rock strength decreases as the specimen size increases, this is not the case when high loading rates are involved. For high loading rates, with the increase in the specimen size, the tensile strength initially increases. However, with further increase in the specimen size and the increase in the distance between the notch tips and the impact points, it appears that the inertia and loading rate effects reach to a stable situation, i.e. with further increase in the specimen size, the material strength remains relatively constant. This interesting observation is discussed and compared with the published data in the literature.

**Keywords:** Size effect, Loading rate effect, Split Hopkinson Pressure Bar, Dimensional analysis, Dynamic loading, Discrete element, Finite element