

# مقایسه‌ی روش‌های مختلف شناسایی سیستم برای استخراج پارامترهای مودال از ارتعاشات ثبت‌شده روی پل گیشا

امیر گلستانه<sup>۱</sup>؛ امیرحسین ناظمی\*<sup>۲</sup>؛ محمدرضا شاکری<sup>۳</sup>؛ مهدی افشار<sup>۴</sup>

- ۱- کارشناس فنی آیسنس، دانش آموخته کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک دانشگاه علم و صنعت
- ۲- مدیر فنی آیسنس، دانش آموخته کارشناسی ارشد مهندسی عمران-زلزله دانشگاه تهران
- ۳- کارشناس فنی آیسنس، دانش آموخته کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی شریف
- ۴- مدیر عامل آیسنس، دانش آموخته کارشناسی ارشد مهندسی عمران-زلزله دانشگاه تهران

Nazemi@alumni.ut.ac.ir

تاریخ پذیرش: [۹۹/۶/۲۷]

تاریخ دریافت: [۹۹/۴/۴]

## چکیده

کسب برخی اطلاعات از وضعیت پل‌ها بر مبنای پارامترهای مودال استخراج شده از داده‌های ارتعاشی با استفاده فرایند شناسایی سیستم، یکی از روش‌های متداول پایش سازه‌ای است. این در حالی است که حتی وجود عدم قطعیت‌هایی اندک در پارامترهای مودال بدست آمده می‌تواند منجر به انحرافی بزرگ در فرایندهای مختلف پایش سازه‌ای از جمله به روزرسانی مدل عددی و تشخیص آسیب شود. در همین راستا در این مقاله تلاش شده است تا از یک سو تاثیر روش پردازش داده و از سوی دیگر اثر نوع داده‌برداری شامل ارتعاش آزاد و ارتعاش محیطی، روی پارامترهای مودال استخراج شده بررسی شود. به همین منظور روش‌های شناسایی زیرفضای تصادفی، الگوریتم تحقق سیستم ویژه، تجزیه حوزه فرکانس و تجزیه مود تحلیلی برای استخراج پارامترهای مودال به کار گرفته شدند. داده‌های ارتعاشی نیز در شش نقطه روی یکی از شاه تیرهای پل گیشا تنها با استفاده از سه سنسور لرزه‌سنج، از طریق جابه‌جا نمودن آنها در سه چینش جداگانه اندازه‌گیری شدند. در نتیجه، استخراج شکل مودها مستلزم ترکیب داده‌های ثبت شده در چینش‌های مختلف اندازه‌گیری بود. پردازش داده‌های ارتعاش محیطی، منجر به استخراج پارامترهای سه مود اول خمشی قائم شد که نتایج بدست آمده از روش‌های مختلف در مقایسه با یکدیگر از سازگاری نسبی برخوردار بودند. از داده‌های ارتعاش آزاد نیز پارامترهای دو مود خمشی اول قائم با استفاده از روش‌های مختلف بدست آمدند. همچنین، بررسی نتایج بدست آمده نشان داد که با توجه به ناپایا بودن شرایط داده‌برداری از پل گیشا، به کارگیری رویکرد ترکیب داده‌ها پس از فرایند شناسایی سیستم نسبت به رویکرد ترکیب داده‌ها پیش از فرایند شناسایی سیستم برای استخراج پارامترهای مودال مناسب‌تر بوده است.

**واژه‌های کلیدی:** پایش سازه‌ای، شناسایی سیستم، پردازش سیگنال، پارامترهای مودال، پل گیشا

## ۱- مقدمه

کسب اطلاعات از وضعیت پل‌ها با هدف کاستن از هزینه‌های تعمیر و نگهداری و در نهایت افزودن طول عمر پل‌ها به کمک پروژه‌های پایش سازه‌ای در سال‌های اخیر مورد توجه قرار گرفته است. یکی از فرایندهای رایج در پروژه‌های پایش سازه‌ای، استخراج پارامترهای مودال پل‌ها است که با اعمال روش‌های شناسایی سیستم روی داده‌های ارتعاشی ثبت شده از آن‌ها انجام می‌شود. شناسایی سیستم فرایندی است که در آن از طریق یافتن رابطه بین ورودی‌ها و خروجی‌های ثبت شده از یک سیستم، مشخصات آن سیستم تخمین زده می‌شوند. در اینجا، مقصود از سیستم و مشخصات آن سیستم به ترتیب یک سازه‌ی عمرانی (پل) و پارامترهای مودال آن سازه (پل) است. با توجه به آنکه نتیجه سایر فرایندهایی که پس از شناسایی سیستم در صورت لزوم انجام می‌شوند (مانند به روزرسانی مدل المان محدود و تشخیص آسیب) تحت تاثیر مقادیر بدست آمده برای فرکانس‌های طبیعی و شکل مودها هستند، عدم قطعیت‌هایی هرچند اندک در پارامترهای مودال استخراج شده می‌تواند موجب بروز عدم قطعیت‌هایی قابل توجه در اطلاعات کسب شده از وضعیت پل شود. این امر که در نهایت منجر به کاهش ارزش اطلاعات بدست آمده از یک پروژه‌ی پایش سازه‌ای خواهد شد، اهمیت پرداختن به چالش‌های فرایند شناسایی سیستم را برجسته می‌نماید. از جمله مواردی که موجب بروز عدم قطعیت در خروجی‌های شناسایی سیستم می‌شوند می‌توان به کم بودن تعداد سنسورها نسبت به تعداد نقاط مورد نظر برای اندازه‌گیری پاسخ‌های ارتعاشی؛ نوع آزمایش شامل آزمایش ارتعاش محیطی، آزمایش ارتعاش آزاد، آزمایش ارتعاش در حال کاربری و آزمایش ارتعاش اجباری؛ و عدم قطعیت‌های ذاتی هر یک از روش‌های شناسایی سیستم اشاره نمود. در مقاله پیش‌رو کوشیده شده تا ابعدی از هر سه چالش مذکور روی داده‌های ثبت شده از یک شاه‌تیر از پل گیشا مطالعه شود.

در این مطالعه به منظور مقایسه نتایج رویکردهای مختلف شناسایی سیستم روی داده‌های ارتعاش محیطی و آزاد اندازه‌گیری شده از پل گیشا، از چهار روش به شرح زیر استفاده

شده‌است.

در دو دهه اخیر روش شناسایی زیرفضای تصادفی<sup>۱</sup> (SSI) به عنوان یکی از قدرتمندترین روش‌های شناسایی سیستم در زمینه آنالیز مودال گسترش داده شده‌است. این روش که به صورت پارامتری و در حوزه زمان است، ابتدا در سال ۱۹۹۱ توسط اوورشی و مور ارائه شد [1]. روش زیرفضای تصادفی مشخصات مودال سیستم را با استفاده از ماتریس فضای حالت برای هر یک از آزمایش‌های ارتعاش در حال کاربری<sup>۲</sup>، ارتعاش محیطی<sup>۳</sup> و ارتعاش اجباری<sup>۴</sup> بدست می‌آورد. از مهم‌ترین ویژگی‌های این روش می‌توان به مقاوم بودن در برابر نویز، عدم وجود الگوریتم تکرار شونده در روش و در نتیجه سرعت بالا (بر خلاف روش‌های پارامتری دیگر) و دقت قابل توجه آن اشاره نمود. در سال ۱۹۹۹ پیترز و همکاران [2] با تاکید بر اطلاعات سنسور مرجع، بهبود چشمگیری در سرعت و دقت این روش ایجاد کردند. گسترش و بهبود این روش امروزه نیز ادامه داشته و در پژوهش‌های جدید، عدم قطعیت انتشار یافته نیز در این روش قابل محاسبه شده است [3].

الگوریتم تحقق سیستم‌ویژه<sup>۵</sup> (ERA) روشی پارامتری در حوزه زمان است و برای داده‌برداری انجام شده در شرایط ارتعاش آزاد استفاده می‌شود. این روش برای اولین بار توسط جوانگ و همکاران در سال ۱۹۸۵ ارائه شد [4]. الگوریتم تحقق سیستم‌ویژه نیز با استفاده از معادلات فضای حالت به شناسایی سیستم می‌پردازد و تفاوت اصلی آن با زیرفضای تصادفی نوع ورودی و در نتیجه شرایط اولیه معادلات حالت است. با ترکیب این روش همراه با تکنیک تحریک طبیعی، روشی نسبتاً قدرتمند ایجاد می‌شود که قابل استفاده روی داده‌های آزمایش ارتعاش محیطی نیز هست [5]. البته خود روش نیز امروزه با گسترش بیشتر و خودکار شدن، برای سازه‌های عمرانی کاربرد دارد [6].

- 1 Stochastic Subspace Identification
- 2 Operational vibration
- 3 Ambient induced vibration
- 4 Forced vibration
- 5 Eigensystem Realization Algorithm

در تعداد سنسورهای استفاده شده، معمولاً نمی‌توان از همه نقاط مورد نظر از سازه در یک نوبت واحد داده‌برداری نمود. در نتیجه، اندازه‌گیری‌ها باید در چینش‌های متعدد انجام شده و به شکلی این چینش‌ها به یکدیگر مربوط شوند. رویکرد سنتی برای رفع این مشکل، تحلیل داده‌ها در چینش‌های مختلف به صورت جداگانه و در انتها ترکیب آن‌ها در قالب یک شکل مود کلی است [14]. امروزه نیز در بیشتر پژوهش‌ها به دلیل اعمال آسان و همچنین مقاوم بودن در برابر تغییرات جزئی، از این روش استفاده می‌شود [15]. در رویکرد دیگر داده‌های چینش‌های مختلف پیش از آغاز فرایند شناسایی سیستم با یکدیگر ترکیب می‌شوند. با این کار، تنها یک بار مشخصات دینامیکی سیستم استخراج می‌شود و نیازی به یافتن مودهای مشترک بین چینش‌های مختلف نیست [16].

روند این مقاله در ارائه مباحث با توضیح مختصر چگونگی عملکرد روش‌های شناسایی و همچنین رویکردهای ترکیب چینش‌ها آغاز می‌شود. در ادامه سازه بررسی، و همچنین شرایط داده‌برداری از آن مورد بحث قرار می‌گیرد. مدل عددی این سازه در همین بخش معرفی می‌شود. سپس نتایج مربوط به فرکانس‌های طبیعی و شکل مودهای استخراج شده با استفاده از روش‌ها و رویکردهای مطرح شده در این مقاله ارائه و با یکدیگر مقایسه می‌شوند. در گام آخر با جمع‌بندی نتایج ارائه شده به لزوم استفاده از روش‌های متنوع به منظور لحاظ کردن عدم قطعیت اشاره می‌شود.

شاخصه‌های ممتاز این پژوهش عبارتند از استخراج پارامترهای مودال از داده‌های میدانی با توجه به نوع آزمایش، شامل تست‌های ارتعاشات آزاد و محیطی و همچنین در نظر گرفتن رویکردهای پیش و پس ترکیب چینش‌ها در شناسایی پارامترها.

## ۲- استخراج پارامترهای مودال با استفاده از شناسایی سیستم

برای استخراج مناسب پارامترهای مودال، دو راه کلی پیشنهاد می‌شود؛ نخست استفاده از بهترین و پیشرفته‌ترین روش‌های

روش تجزیه حوزه فرکانس<sup>۱</sup> (FDD) توسط برینکر و همکاران معرفی شده است [7, 8]. این روش به دلیل کارایی راحت و قدرتمند بودن به طور گسترده در سازه‌های مختلف که در آن‌ها عوامل محیطی عامل تحریک سازه هستند، برای استخراج پارامترهای مودال استفاده شده است. روش FDD در دسته روش‌های ناپارامتری حوزه فرکانس جای می‌گیرد. از مزیت‌های این روش می‌توان به سرعت بالا در اجرا و همچنین حساسیت نسبتاً پایین به نویز اشاره نمود. شایان ذکر است که با استفاده از این روش، نسبت میرایی قابل شناسایی نیست. به همین منظور، گید و همکاران در پژوهشی که در سال ۲۰۰۵ منتشر کردند [9]، روش بهبود یافته تجزیه مود فرکانسی<sup>۲</sup> (EFDD) را ارائه دادند. روش EFDD علاوه بر مزیت‌هایی که روش FDD در شناسایی مشخصات مودال دارد، توانایی استخراج نسبت میرایی را نیز دارد.

روش تجزیه مود تحلیلی-هیلبرت<sup>۳</sup> (AMD-Hilbert) توسط چن و ونگ در سال ۲۰۱۲ معرفی شده است [10]. آن‌ها به چالش‌هایی که تا پیش از این در روش‌های شناسایی سیستم مبتنی بر پردازش سیگنال مطرح بودند، پرداخته و در مواجهه با این چالش‌ها روش AMD-Hilbert را پیشنهاد داده‌اند. آن‌ها در مقاله دیگری [11]، روش تجزیه مود تحلیلی-هیلبرت را برای تجزیه سیگنال‌های ناپایا و غیرخطی نیز توسعه دادند. از جمله مقاله‌هایی که در آن‌ها از این روش برای شناسایی مودال سازه‌های تحت تحریک محیطی استفاده شده است، می‌توان به مقاله‌های [12, 13] اشاره نمود. ون و همکاران [13]، یک روش مبتنی بر ترکیب تجزیه مود تحلیلی و روش کاهش تصادفی<sup>۴</sup> (RDT)، برای تعیین خواص مودال سازه‌های با مودهای نزدیک به هم از داده‌های ارتعاشی محیطی ارائه داده‌اند.

شایان ذکر است، داده‌های ارتعاش محیطی و ارتعاش آزاد شاه‌تیر مورد نظر از پل گیشا با استفاده از تنها سه سنسور لرزه‌سنج در سه چینش متفاوت ثبت شدند. به دلیل محدودیت

1 Frequency Domain Decomposition

2 Enhanced Frequency Domain Decomposition

3 Analytical Mode Decomposition-Hilbert

4 Random Decrement Technique

به دلیل فرض نویز سفید پایدار برای ورودی از معادلات حذف شده‌اند.

به صورت ریاضی اثبات می‌شود ضرایب ماتریسی فوق با مشخصات مودال سیستم روابطی به صورت زیر دارند:

$$\tilde{\lambda}_i = \frac{\log(\lambda_i)}{\tau}$$

$$\xi_i = \frac{-\text{Re}(\tilde{\lambda}_i)}{|\tilde{\lambda}_i|} \quad (2)$$

$$f_i = \frac{|\tilde{\lambda}_i|}{2\pi}$$

$$\varphi_i = \mathbf{C} \phi_i$$

که در آن  $\lambda_i$  و  $\phi_i$  و  $\tau$  به ترتیب مقدار و بردار ویژه ماتریس  $\mathbf{A}$  و نرخ نمونه برداری بوده و  $\tilde{\lambda}_i$  قطب سیستم زمان پیوسته و همچنین  $f_i$ ،  $\xi_i$  و  $\varphi_i$  به ترتیب فرکانس طبیعی، نسبت میرایی و شکل مود برای مود  $i$ ام سیستم هستند.

روش شناسایی زیرفضای تصادفی متناسب با روش محاسبه ماتریس‌های  $\mathbf{A}$  و  $\mathbf{C}$  از داده‌های ارتعاشی ثبت شده، خود شامل تعدادی روش‌های جانبی می‌شود که در این پژوهش از روش مبتنی بر کوواریانس بدون وزندهی، بهره برده شده است. در این روش با تشکیل ماتریس تپلیتز<sup>۱</sup> از ارتعاشات ثبت شده و تجزیه مقدار تکین آن، ماتریسی به نام مشاهده پذیری یافته می‌شود که شامل ماتریس‌های  $\mathbf{A}$  و  $\mathbf{C}$  است.

همان‌گونه که از روابط (۲) مشخص است تعداد مودهای تشخیص داده شده مستقیماً به ابعاد در نظر گرفته شده برای ماتریس  $\mathbf{A}$  (تعداد مقادیر ویژه) مرتبط است. از آنجا که معمولاً تعداد مودهای سیستم مشخص نیست، تعداد مقادیر مختلفی (مرتبه‌های مختلفی از مدل) تا مرتبه‌های بالا برای سیستم فرض می‌شود. این اقدام منجر به تشکیل مودهای جعلی نیز می‌شود. با تعریف معیارهایی برای ارزیابی مودهای یافته شده اقدام به حذف این مودهای جعلی می‌شود. با رسم فرکانس مودهای یافته شده در مرتبه‌های مختلف، دیاگرامی

موجود و دوم بالا بردن تعداد روش‌ها برای درستی آزمایشی نتایج. در همین راستا، در این پژوهش از نرم‌افزار ISENSE [17] که با استفاده از به‌روزترین روش‌های ارائه شده در کتب و مراجع علمی، اقدام به جمع‌آوری این روش‌ها در قالب یک نرم‌افزار جامع کرده، استفاده شده‌است. این نرم‌افزار شامل روش‌های مختلف پارامتری و ناپارامتری، در هر دو حوزه فرکانس و حوزه زمان، می‌شود. همچنین مراحل پیش‌پردازش سیگنال‌های ورودی نیز در این نرم‌افزار قابل اعمال است. در ادامه توضیحات بیشتری در مورد مبانی هر یک از روش‌های مورد استفاده ارائه می‌شود.

## ۲-۱- روش شناسایی زیرفضای تصادفی

روش‌های پارامتری به دلیل برازش مدل ریاضی بر داده‌ها، معمولاً از دقت بیشتری نسبت به روش‌های ناپارامتری برخوردار هستند که از این بین روش شناسایی زیرفضای تصادفی، روشی پیشرفته و دارای کاربردهای صنعتی متعدد است. این روش بر مبنای مدل فضای حالت و روابط آن با معادله دینامیکی سیستم، عمل می‌کند. در حقیقت رفتار و معادله دینامیکی سیستم مطالعه شده با معادلات فضای حالت شبیه‌سازی می‌شود و با انجام این کار، پارامترهایی در مدل شکل می‌گیرند که با پارامترهای دینامیکی سیستم روابط مشخص ریاضی دارند. لازم به ذکر است که روابط بیان شده در این بخش برگرفته از مرجع [1] هستند.

این مدل در شرایط عدم دسترسی به ورودی‌های سیستم به صورت رابطه (۱) نوشته می‌شود:

$$x_{k+1} = \mathbf{A} x_k + w_k$$

$$y_k = \mathbf{C} x_k + v_k \quad (1)$$

که در آن  $x_k$  و  $y_k$  به ترتیب بردار حالت زمان گسسته و خروجی نمونه‌برداری شده،  $\mathbf{A}$  ماتریس حالت،  $\mathbf{C}$  ماتریس خروجی،  $w_k$  نویز فرایند و  $v_k$  نویز اندازه‌گیری هستند. نویز فرایند توسط اغتشاشات و خطای موجود در مدلسازی و نویز اندازه‌گیری توسط خطای اندازه‌گیری سنسورها ایجاد می‌شود. البته این معادله در اصل شامل بردار ورودی ( $u_k$ ) در هر دو معادله و ضرایب ماتریسی  $\mathbf{B}$  و  $\mathbf{D}$  نیز می‌شود، اما در اینجا

⋮ ⋮

که به ماتریس‌های تشکیل شده در روابط  $y_k$ ، ماتریس‌های مارکوف<sup>۱</sup> گفته می‌شود. اثبات می‌شود با استفاده از همبستگی سیگنال‌ها این ماتریس‌ها قابل تشکیل هستند. با تشکیل ماتریس هنکل<sup>۲</sup> (که شامل از کنار هم قرار دادن این ماتریس‌ها در کنار هم ساخته می‌شود)، و اعمال تجزیه مقدار تکین، ماتریس‌های  $A$  و  $C$  یافته می‌شوند. سپس با معادلاتی مشابه روش قبل، مشخصات مودال قابل استخراج هستند.

### ۳-۲- روش تجزیه حوزه فرکانس

روش تجزیه حوزه فرکانس، توسعه یافته روش حوزه فرکانس پایه‌ای<sup>۳</sup> (BFD) یا همان تکنیک جستار قله<sup>۴</sup> است [7, 8]. این روش به عنوان یکی از روش‌های قدرتمند برای آنالیز مودال بر روی داده‌های ارتعاش در حال کاربری و ارتعاش محیطی در سازه‌ها شناخته می‌شود. فرض ورودی نویز سفید و همچنین وجود میرایی کم در سازه از پیش شرط‌های استفاده از روش FDD است. در این روش با اعمال تکنیک تجزیه مقادیر تکین روی چگالی طیف توانی<sup>۵</sup> (PSD) داده‌های اندازه‌گیری شده، امکان تشخیص مودهای بسیار نزدیک به هم فراهم آورده می‌شود. روش FDD پارامترهای مودال را مستقیماً از محاسبات پردازش سیگنال تخمین می‌زند که در ادامه روابط آن به طور مختصر آورده شده است [9]. درک این نکته که هر پاسخ می‌تواند در مختصات مودال بیان شود، ساده‌ترین راه برای بیان ایده اصلی در روش FDD است، بدین صورت که:

$$y(t) = \Phi p(t) \quad (6)$$

که در آن  $\Phi$ ، ماتریس مودال و  $p(t)$  بردار مختصات مودال است. از معادله (۶)، ماتریس همبستگی پاسخ‌ها می‌تواند محاسبه شود:

$$R_{yy}(\tau) = E[y(t+\tau) y(t)^T] \\ = \Phi R_{pp}(\tau) \Phi^T \quad (7)$$

به نام دیگرام پایداری تشکیل می‌شود که می‌توان از آن برای تشخیص مودهای فیزیکی استفاده کرد. در پژوهش‌های جدید [18] و همچنین نرم‌افزار استفاده شده در این پژوهش، با بهره‌گیری از الگوریتم‌های دسته‌بندی یادگیری ماشین، کل این فرایند و نتایج نهایی گزارش شده به صورت خودکار ارائه می‌شوند.

### ۲-۲- روش الگوریتم تحقق سیستم ویژه

روش الگوریتم تحقق سیستم ویژه نیز از نظر روابط ریاضی شباهت قابل توجهی به روش زیرفضای تصادفی دارد. این روش نیز بر مبنای معادلات فضای حالت عمل می‌کند. تفاوت عمده این دو روش در نوع ورودی‌های مفروض به سیستم است. در زیرفضای تصادفی ورودی‌ها نویز سفید پایدار فرض شده و از روابط کنار گذاشته می‌شوند اما در الگوریتم تحقق ویژه، ورودی به سیستم ضربه است و تاثیر این نوع ورودی بر معادله فضای حالت اعمال می‌شود. روابط اشاره شده در این بخش از مرجع [6] برگرفته شده‌اند.

معادله فضا زمان مثل قبل، اما این دفعه با حضور عبارات ورودی در نظر گرفته می‌شود. از آنجا که ورودی این روش ضربه فرض شده است باید شرایط اولیه‌ای به صورت زیر به آن معادله اعمال شود (اگر  $k > 0$ ):

$$\begin{aligned} u_0 &= 1 & x_0 &= 0 \\ u_k &= 0 & D &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

زیروند متغیرهای فوق نشانگر زمان در فضای زمان گسسته هستند. با اعمال این شرایط رابطه (۱) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= A x_k + B u_0 \\ y_k &= C x_k \end{aligned} \quad (4)$$

حال در صورت نوشتن این معادلات برای زمان‌های مختلف، خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} x_0 &= 0 & y_0 &= 0 \\ x_1 &= A x_0 + B = B & y_1 &= C B \\ x_2 &= A x_1 = A B & y_2 &= C A B \\ x_3 &= A x_2 = A^2 B & y_3 &= C A^2 B \end{aligned} \quad (5)$$

1 Markov parameters

2 Hankel matrix

3 Basic Frequency Domain

4 Peak-picking

5 Power Spectral Density

شده از یک سیستم دینامیکی به معنای فرکانس طبیعی و برای سیگنال دینامیکی غیرپایا به معنای فرکانس و دامنه لحظه‌ای است. در این پژوهش از آنجا که فرض خطی و نامتغیر با زمان، برای شاه‌تیر موردنظر از پل گیشا در نظر گرفته شده است، بنابراین پاسخ سازه، سیگنالی پایا است که فرکانس طبیعی، مشخصه یافته‌شده از آن خواهد بود. از آنجا که اغلب سیگنال‌های برگرفته شده از سازه‌های دینامیکی از پیش شرط تک مولفه بودن پیروی نمی‌کنند، برای اینکه بتوان از روش آنالیز طیفی هیلبرت به شناسایی پارامترهای مودال سازه تحت بررسی پرداخت، لازم است که از روش‌های تجزیه سیگنال کمک گرفت. روش تجزیه مود تحلیلی یک روش تجزیه سیگنال براساس هیلبرت است. در ادامه به ارائه‌ای مختصر از بخش اصلی تئوری آن برای سیگنال‌های پایا اکتفا شده است [10].

با فرض اینکه  $y(t)$ ، داده اندازه‌گیری شده باشد و شامل تعداد  $n$  مولفه فرکانسی غالب  $(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)$  در نظر گرفته شود، در این صورت داده اندازه‌گیری شده می‌تواند به صورت  $n$  زیرسیگنال  $x_r^{(d)}(t)$  ( $r = 1, 2, \dots, n$ ) تجزیه شود، که طیف فوریه آن به صورت  $Y(\omega)$  خواهد بود و تعداد  $n$  بازه فرکانسی متقابل به صورت  $(|\omega| < \omega_{b1})$ ،  $(\omega_{b1} < |\omega| < \omega_{b2})$ ،  $\dots$ ،  $(\omega_{b(n-1)} < |\omega| < \omega_{bn})$  را شامل می‌شود. تجزیه سیگنال  $y(t)$  به صورت رابطه (۱۲) در نظر گرفته می‌شود:

$$y(t) = \sum_{r=1}^n x_r^{(d)}(t) \quad (12)$$

که در آن  $\omega_{bi} \in (\omega_i, \omega_{i+1})$ ، فرکانس تنصیف<sup>۳</sup> و به تعداد  $n-1$  هستند. هر زیرسیگنال دارای پهنای باند باریک در حوزه فرکانس است و می‌تواند به صورت زیر تعیین شود:

$$\begin{aligned} x_1^{(d)}(t) &= s_1(t), \\ x_r^{(d)}(t) &= s_r(t) - s_{r-1}(t), \dots, \end{aligned} \quad (13)$$

$$x_n^{(d)}(t) = y(t) - s_{n-1}(t)$$

$$s_r(t) = \sin(\omega_{br}t) H[y(t) \cos(\omega_{br}t)] - \cos(\omega_{br}t) H[y(t) \sin(\omega_{br}t)] \quad (14)$$

ماتریس طیف چگالی توانی می‌تواند از معادله (۷) با گرفتن تبدیل فوریه بدست آید:

$$G_{YY}(\omega) = \Phi G_{PP}(\omega) \Phi^H \quad (8)$$

که در آن  $G_{YY}(\omega)$  ماتریس طیف توانی پاسخ‌ها و  $G_{PP}(\omega)$  ماتریس طیف توانی مختصات مودال هستند. اگر مختصات مودال غیر همبسته باشند، ماتریس چگالی طیف توانی مختصات مودال قطری خواهد بود و بنابراین، اگر شکل مودها متعامد باشند، می‌توان اینطور نتیجه‌گیری کرد که معادله (۸) تجزیه مقدار تکین (SVD) از ماتریس طیف پاسخ است. بنابراین، FDD مبتنی بر گرفتن SVD از ماتریس چگالی طیفی است:

$$G_{YY}(\omega) = U \Sigma V^H \quad (9)$$

که در آن  $U$  و  $V$  ماتریس بردارهای تکین چپ و راست هستند و  $\Sigma$  ماتریس قطری مقادیر تکین (مرتب شده بر اساس نزولی) است. برای یک ماتریس هرمیتی<sup>۱</sup> و مثبت معین<sup>۲</sup>، مانند چگالی طیفی توانی، رابطه‌ی  $U = V$  برقرار است، بنابراین رابطه (۹) به صورت زیر می‌تواند بازنویسی شود:

$$G_{YY}(\omega) = U \Sigma U^H \quad (10)$$

همان‌گونه که به نظر می‌رسد، ترسیم مقادیر تکین ماتریس چگالی طیفی، نمایشی از چگالی‌های طیفی که روی هم قرار گرفته را ارائه می‌دهد. مودهای ارتعاشی در جایی اتفاق می‌افتند که اولین مقدار تکین دارای قله باشد. بنابراین با فرض اینکه فرکانس  $f_0$ ، فرکانس مربوط به یکی از مودهای ارتعاشی باشد، شکل مود متناظر آن در اولین بردار تکین متناظر آن  $u_1$  در  $U$  بدست می‌دهد:

$$\varphi = u_1(f_0) \quad (11)$$

## ۲-۴- روش تجزیه مود تحلیلی-هیلبرت

برای یک سیگنال تک‌مولفه با پهنای باند باریک می‌توان با استفاده از آنالیز طیفی هیلبرت به استخراج مشخصات سیگنال پرداخت. این مشخصات برای یک سیگنال پایا اندازه‌گیری

1 Hermitian

2 Positive definite

3 Bisecting frequency

هنگامی که ترکیب چینش‌ها پیش از فرایند شناسایی سیستم انجام می‌شود، از روابطی استفاده می‌شود که دارای پیچیدگی بوده و در بطن روش‌ها هستند و در نتیجه تشریح آن‌ها در این پژوهش نمی‌گنجد. هنگام کاربست این رویکرد در روش زیرفضای تصادفی، نام روش با پسوندی به صورت بازمقیاس تخمین کلی پیشین<sup>۱</sup> (PreGER)، همراه می‌شود. در روش زیرفضای تصادفی هنگامی که گام‌های اولیه فرایند روی داده‌ها انجام شد، از ترکیب ماتریس‌های مشاهده پذیری با یکدیگر و بدست آوردن یک ماتریس مشاهده پذیری کلی این ترکیب انجام می‌شود. ادامه مراحل برای استخراج مشخصات مودال مشابه قبل و تنها برای یک بار صورت می‌پذیرد.

### ۳- سازه و شرایط داده‌برداری

پل فولادی گیشا (نصر)، به طول ۶۲۰ متر و دارای چهار خط عبور، متشکل از المان‌های کاملاً مدولار که در سال ۱۳۵۷ از بلژیک تهیه شده بودند، در سال ۱۳۶۰ در تهران نصب و مورد بهره‌برداری قرار گرفت (شکل ۱).

شکل ۱. پل گیشا



Fig. 1. Gisha bridge

این پل که به منظور بهره‌برداری موقت طراحی و ساخته شده‌بود؛ به دلایل مختلفی از قبیل فرسودگی زیاد، مقاوم‌نبودن در برابر زلزله، کیفیت بسیار پایین بهره‌برداری مانند از بین رفتن کامل روکش پل و نا ایمن بودن گاردریل‌ها و در نتیجه هزینه‌های زیاد تعمیر و نگهداری شامل پوشش سطحی و اتصالات، در نهایت در سال ۱۳۹۸ جمع‌آوری شد. پل گیشا دارای دهانه‌های متعدد بوده که در آنها از شاه‌تیرهایی به طول ۲۴ متر استفاده شده است.

که در آن  $s_0(t) = 0$  و  $H[.]$  تبدیل هیلبرت تابع داخل براکت است. رابطه (۱۴) با استفاده از خاصیت ضرب هیلبرت [19] بدست آمده است و هر زیرسیگنال طی فرایند تکرارشونده با استفاده از معادله‌های (۱۳ و ۱۴) حاصل می‌شود. هر سیگنال تجزیه شده از معادله‌های (۱۳ و ۱۴)، دارای یک باند باریک فرکانسی متناظر با یکی از مدهای ارتعاشی است. برای تعیین پارامترهای مودال سازه کافی است از آنالیز طیفی هیلبرت روی هر یک از سیگنال‌های تجزیه شده بهره گرفت. به همین سبب، به این روش، تجزیه مود تحلیلی - هیلبرت گفته می‌شود.

### ۲-۵- روش‌های ترکیب چینش‌ها

برای ترکیب داده‌های ارتعاشی بدست آمده از چینش‌های مختلف، دو رویکرد کلی: ترکیب پیش از شناسایی سیستم و ترکیب پس از شناسایی سیستم وجود دارد.

ترکیب چینش‌ها پس از استخراج پارامترهای مودال به صورت جداگانه، با دو روش زیر انجام می‌شود. روش مبتنی بر کمینه مربعات محلی و روش مبتنی بر کمینه مربعات سراسری [20]. این رویکرد به روش‌ها، پسوند بازمقیاس تخمین جداگانه پسین<sup>۱</sup> (PoSER) اضافه می‌کند.

روش اول در این رویکرد، با استفاده از کمینه مقدار مربعات و استفاده از یک سنسور مرجع که در تمامی چینش‌ها ثابت است، یک شکل مود کلی برای سیستم تخمین می‌زند. اگرچه این روش در بین پژوهش‌ها بسیار متداول است، اما از پشتوانه ریاضی نسبتاً ضعیفی برخوردار است. یکی از ضعف‌های این روش الزام در تعیین یکی از چینش‌ها به عنوان چینش مرجع است. این انتخاب باعث تغییر نسبی شکل مدهای تخمین زده شده است و همچنین میزان دخالت کاربر در روش را افزایش می‌دهد.

در روش دوم اما، تعدادی از چالش‌های موجود در روش اول با ارائه یک روش تکرار شونده برطرف شده است. در این الگوریتم دیگر نیاز به انتخاب یک چینش به عنوان چینش مرجع نیست و پشتوانه ریاضی روش (تابع هدف مورد نظر) قوی‌تر است.

شکل ۳. اتصالات عرضی حذف‌شده میان شاه‌تیرها



Fig. 3. Removed lateral connections between girders

شکل ۴. سنسورهای لرزه‌سنج مولکولی-الکترونیکی در هنگام داده‌برداری ارتعاشی



Fig. 4. Molecular-electronic seismometer sensors while gathering vibration data

در هریک از چینش‌ها ابتدا داده‌برداری در شرایط ارتعاش محیطی انجام شد. برای هر یک از چینش‌ها مدت زمان داده-برداری ارتعاش محیطی به طور متوسط ۱۵ دقیقه بود. اگرچه داده‌برداری از پل پس از مسدود نمودن آن برای جمع‌آوری انجام شد و از سوی دیگر تلاش شد تا همه عوامل ارتعاش روی پل و کارگاه‌های زیر آن در هنگام آزمایش‌ها متوقف شوند تا تحریک‌های وارد به پل، نزدیک‌ترین شکل خود به ارتعاشات نوین سفید را داشته باشند، اما بازهم نمی‌توان گفت که سیگنال‌های ثبت شده خالی از سویه‌های یک فرایند ناپایا هستند. پس از اتمام داده‌برداری در این شرایط، آزمایش ارتعاش آزاد روی شاه‌تیر انجام شد. برای انجام این آزمایش ضرباتی روی شاه‌تیر اعمال و پاسخ‌های ارتعاش آزاد پس از ضربه تا هنگام از میرا شدن اثر آن برای هر یک از چینش‌ها به صورت جداگانه ثبت شد.

در نخستین گام از فرایند شناسایی سیستم، برای حذف دریافت (تغییرات در میانگین) و پرش‌های ناگهانی سیگنال، از فیلتر مناسب استفاده می‌شود. با توجه به فرکانس نمونه‌برداری

در خلال بستن این پل به منظور جمع‌آوری آن، به ابتکار و پیشنهاد معاونت وقت فنی و عمرانی شهرداری تهران در تیرماه ۱۳۹۸ امکان داده‌برداری از این پل فراهم شد. پاسخ‌های ارتعاشی یک شاه‌تیر در دهانه‌ی بین پایه‌های F9 و F10 به طول ۲۴ متر از این پل در دو حالت ارتعاش محیطی و ارتعاش آزاد ثبت شدند. موقعیت پایه‌های F9 و F10 از پل گیشا در شکل (۲) به نمایش در آمده است.

شکل ۲. موقعیت پایه‌های F9 و F10 در نماهای الف). بالا و ب). جانب

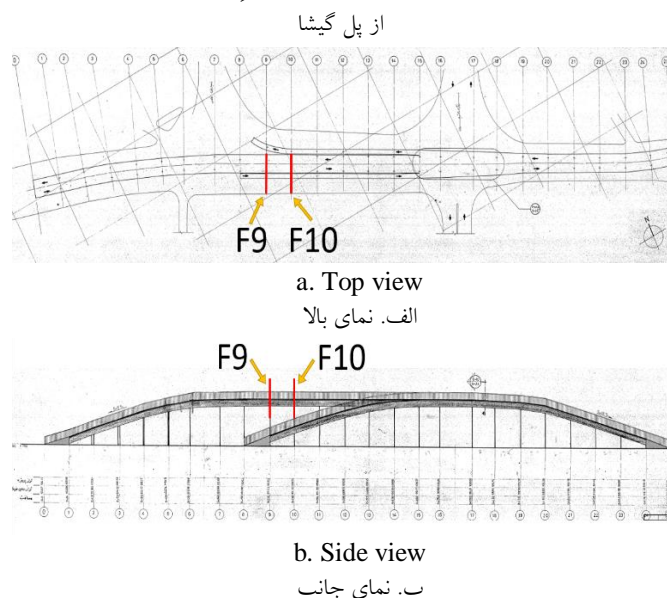


Fig. 2. Location of F9 and F10 piers: a. top view, b. side view

شایان ذکر است که در هنگام داده‌برداری اتصال عرضی بین شاه‌تیرها باز شده که همین موضوع امکان تحلیل شاه‌تیرها به صورت جداگانه را فراهم آورده است، همان‌گونه که در شکل (۳)، مشخص شده است.

سه عدد سنسور لرزه‌سنج مولکولی-الکترونیکی برای ثبت پاسخ‌های ارتعاشی به کار برده شدند، که در شکل (۴) قابل مشاهده هستند. کمیت مورد اندازه‌گیری این سنسورها سرعت بوده و در مقایسه با شتاب‌سنج، از قیمت کمتر و همچنین حساسیت بالاتری نسبت به تغییرات برخوردار هستند. با توجه به آنکه اندازه‌گیری در شش نقطه از شاه‌تیر مودنظر بود، سنسورها در سه چینش مختلف مطابق با شکل (۵)، قرار گرفتند. یکی از سنسورها به عنوان سنسور مرجع در محل خود ثابت نگه‌داشته‌شد و سایر سنسورها در طول شاه‌تیر جابه‌جا شدند. هم‌چنین فرکانس نمونه برداری بر روی عدد ۲۰۰ هرتز تنظیم گردید.



فرکانس‌های طبیعی این مدل عددی و همچنین نمایشی از شکل مودهای آن در جدول (۲) آمده است.

جدول ۲. فرکانس‌های طبیعی مدل عددی (Hz) و نمایش شکل مودهای آن


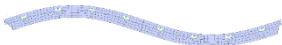

	Natural frequency	Mode shape
First mode	5.060	
Second mode	18.170	
Third mode	35.460	

Table 2. Natural frequencies of the numerical model (Hz) and display of mode shapes

#### ۴- نتایج

مشخصات بدست آمده از فرایند شناسایی سیستم در دو بخش فرکانس‌های طبیعی و شکل مودها به صورت جداگانه ارائه می‌شوند و به صورت کلی می‌توان گفت از سازگاری منطقی با پارامترهای مودال مدل عددی برخوردارند. بدیهی است تفاوت قابل قبول مشاهده شده، ناشی از برخی از فرضیات مدل‌سازی عددی است که پس از فرایند به روزرسانی مدل المان محدود بهبود می‌یابد. از سوی دیگر، می‌توان یک سازگاری کلی بین نتایج بدست آمده از روش‌های مختلف شناسایی سیستم روی داده‌های ارتعاش محیطی و آزاد مشاهده نمود که بیانگر درستی روند شناسایی سیستم در این پژوهش است.

#### ۴-۱- فرکانس‌های طبیعی

از داده‌های ارتعاش محیطی این شاه‌تیر پل گیشا، سه مود خمشی قائم اول بدست آمده است که نتایج فرکانس‌های شناسایی شده با روش‌های تشریح شده در بخش دوم، در جدول (۳) ارائه شده است. به جز روش زیرفضای تصادفی که با هر دو رویکرد ترکیب پیش و پس از شناسایی سیستم بررسی شده، نتایج سایر روش‌ها تنها در شرایط ترکیب پس از شناسایی سیستم گزارش شده است. همان‌گونه که در جدول (۳)، مشاهده می‌شود به صورت کلی سازگاری مقادیر بدست

۲۰۰ هرتز می‌توان بازه فرکانسی بررسی شده را نیز با اضافه کردن خاصیت پایین‌گذر محدود کرد. بدین منظور یک فیلتر پایین‌گذر باترورث با فرکانس قطع ۸۰ هرتز و با مرتبه ۱۰۰، برای پیش‌پردازش داده‌ها، اعمال شد.

شکل ۵. شماتیک شاه‌تیر و چینش سنسورها

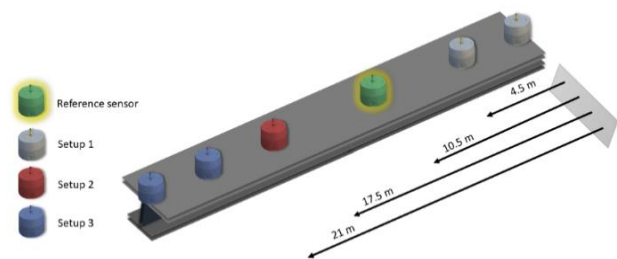


Fig. 5. Girder schematic and sensors setup

افزون براین، تلاش شده است که براساس مستندات، مدل (المان محدود) دقیقی از شاه‌تیر تحت بررسی در نرم افزار SAP ایجاد شود. مدل‌سازی دقیق قبل از داده برداری می‌تواند دیدگاه نسبت به رفتار دینامیکی سازه را بهبود بخشد که این خود در چینش سنسورها و حتی تنظیمات داده برداری نیز اهمیت می‌یابد. هدف دیگر و البته مهم‌تر مقایسه میان نتایج حاصل از مدل و واقعیت است، که علاوه بر اینکه تا حدی می‌تواند بر فرضیات مدل‌سازی صحت‌گذاری کند، بر اهمیت به‌کارگیری فرایند به‌روز رسانی مدل سازه در مراحل بعدی پیش‌سازهای نیز تاکید می‌کند. در مدل‌سازی این شاه‌تیر از المان پوسته<sup>۱</sup> استفاده شده است و جنس آن فولاد ST52 در نظر گرفته شده است. برای این فولاد مشخصات فیزیکی و مکانیکی به صورت جدول (۱) است.

جدول ۱. خواص فیزیکی و مکانیکی فولاد ST52

Density	7846.4 ( $kg/m^3$ )
Elasticity modulus	200.1 ( $Gpa$ )
Poisson's ratio	0.3
Coefficient of thermal expansion	1.17e-5 ( $1/C^o$ )
Yield strength	344.7 ( $Mpa$ )
Ultimate strength	448.2 ( $Mpa$ )

Table 1. Physical and mechanical properties of ST52 steel

جدول ۴. فرکانس‌های طبیعی از آزمایش ارتعاش آزاد (Hz)

Sys. Id. Method	First mode	Second mode
ERA	5.011	17.610
AMD-Hilbert	5.013	17.599

Table 4. Identified natural frequencies from the free vibration (Hz)

می‌توان گفت که مقادیر فرکانس‌های طبیعی بدست آمده از روش تجزیه مود تحلیلی-هیلبرت روی داده‌های ارتعاش آزاد، برخلاف داده‌های ارتعاش محیطی؛ سازگاری مناسبی با دیگر روش به کار برده شده، یعنی تحقق سیستم ویژه دارد.

در آخر باید اشاره کرد که مقادیر فرکانس‌های طبیعی حاصل از داده‌های تجربی با فرکانس‌های مدل عددی دارای مقداری اختلاف است که این اختلاف در مودهای بالاتر افزایش می‌یابد. اختلاف پدید آمده و افزایش آن در مودهای بالاتر را می‌توان متوجه پارامترها و فرضیات در نظر گرفته شده در مدلسازی دانست، چنانکه در مقالاتی از این دست [21, 22] روند مشخصی برای افزایش یا کاهش اختلاف در مودهای بالاتر مشاهده نشده است. در ادامه می‌توان با بهره‌گیری از فرایند بروزرسانی مدل المان محدود این اختلافات را کمینه کرد.

#### ۴-۲- شکل مودها

نتایج شکل مودها برای همه داده‌ها و همه روش‌ها به ازای هر یک از مودها در یک گراف واحد در شکل‌های (۶، ۷ و ۸) ترسیم شده‌اند. برای مقایسه شکل مودها از معیار اطمینان مودی (MAC) استفاده شده است. شکل مودهای بدست آمده از دو روش زیرفضای تصادفی پس‌ترکیب و تجزیه حوزه فرکانسی، مانند روند مشاهده شده در فرکانس‌های طبیعی بدست آمده از داده‌های ارتعاشی محیطی، با یکدیگر سازگار هستند در نتیجه می‌توان گفت که انتخاب این دو روش برای اعلام نتایج نهایی برای پارامترهای مودال در آزمایش محیطی مناسب به نظر می‌رسد. لازم به ذکر است که شکل مودهای بدست آمده از روش تجزیه مود تحلیلی-هیلبرت روی داده‌های ارتعاش محیطی، برخلاف فرکانس‌های

آمده بین روش‌های مختلف با افزایش شماره مود، کاهش می‌یابد. ناسازگارترین نتایج فرکانسی در مقایسه با سایر روش‌ها در روش تجزیه مود تحلیلی-هیلبرت بوده است. بیشترین سازگاری بین روش‌های مختلف مربوط به روش‌های شناسایی زیرفضای تصادفی-پس ترکیب و تجزیه حوزه فرکانس است. اختلاف مقادیر فرکانس بدست آمده از این دو روش در مودهای اول و دوم به  $0/03$  هرتز و در مود سوم به  $0/02$  هرتز محدود بوده است که نشانگر سازگاری بسیار مناسب بین این روش‌ها است.

جدول ۳. فرکانس‌های طبیعی از آزمایش ارتعاش محیطی (Hz)

Merging method	Sys. Id. Method	First mode	Second mode	Third mode
Post-merging	AMD-Hilbert	4.952	17.572	32.774
Post-merging	FDD	5.004	17.537	31.779
Post-merging	SSI	5.030	17.564	31.794
Pre-merging	SSI	5.009	17.596	32.475

Table 3. Identified natural frequencies from the ambient vibration (Hz)

از آنالیز داده‌ها در شرایط ارتعاش آزاد، تنها دو مود اول خمشی، چه با استفاده از روش تحقق سیستم ویژه و چه با استفاده از روش تجزیه مود تحلیلی-هیلبرت شناسایی شدند، که در جدول (۴) مقادیر فرکانس طبیعی آنها گزارش شده است. علت این ضعف نسبی در تعداد مودهای یافته شده را می‌توان به کوتاه بودن سیگنال ثبت شده و همچنین مطلوب نبودن شرایط داده‌برداری در حالت ارتعاش آزاد نسبت به ارتعاش محیطی نسبت داد. همچنین لازم به ذکر است در شرایط تست ارتعاش آزاد، مودهای اول به میزان بیشتری تحریک شده و در پاسخ به صورت غالب‌تری نمایان می‌شوند. ضعیف بودن مودهای بالاتر در پاسخ ارتعاشی، احتمال شناسایی آنها را کمتر می‌کند. شایان ذکر است که فرکانس‌های طبیعی دو مود اول بدست آمده از هر دو روش روی داده‌های ارتعاش آزاد سازگاری بسیار مناسبی داشته‌اند.

در مورد تاثیر رویکرد ترکیب داده، اگرچه مود اول بدست آمده از روش SSI-PreGER با سایر روش‌ها و مدل عددی سازگاری بالایی دارد، اما این سازگاری در مودهای دوم و سوم مناسب نیست.

تا جایی که این ناسازگاری برای رویکرد مذکور، در مود سوم چه از نظر فرکانس و چه از نظر شکل مود، نمود بیشتری دارد. این موضوع با مطالعات قبلی پژوهشگران در مورد این روش در شرایط داده‌برداری نامطلوب (عدم وجود شرایط پایایی به صورت کامل) نیز همخوانی دارد [23]. به عبارتی مشاهده می‌شود چالش‌های ایجاد شده در هنگام داده‌برداری مانند شرایط ناپایایی داده‌ها، عملکرد رویکرد ترکیب داده‌ها پیش از فرایند شناسایی سیستم را روی مود اول تحت تاثیر قرار ندهد، اما در مودهای بعدی باعث ناسازگاری نسبی آن با سایر روش‌ها شده است. در نتیجه می‌توان بیان داشت که رویکرد ترکیب داده‌ها پیش از فرایند شناسایی سیستم در مورد شکل مودها نیز مانند فرکانس طبیعی، مناسب نبوده است.

## ۵- جمع‌بندی

در مقاله پیش‌رو مشاهده شد که پارامترهای مودال استخراج شده نه تنها به دلیل نوع روش شناسایی سیستم که به دلایلی چون نوع داده‌برداری (چیدمان سنسورها، تعداد سنسورها، نوع سنسورها) و نوع ارتعاش ثبت شده (ارتعاش محیطی، ارتعاش آزاد) به مقدار اندکی متفاوت بوده‌اند.

به صورت کلی سازگاری بین مقادیر بدست آمده از روش‌های مختلف برای فرکانس‌های طبیعی در مودهای بالاتر کاهش یافته است. ترکیب داده‌های چینش‌های مختلف پس از شناسایی سیستم، نشان‌دهنده عملکرد بهتری نسبت به ترکیب داده‌ها پیش از شناسایی سیستم بوده است. همچنین پارامترهای استخراج شده از داده‌های ارتعاش آزاد در هر دو مود دارای کیفیتی مشابه با پارامترهای استخراج شده از داده‌های ارتعاش محیطی در مودهای متناظر بوده‌اند، به طوری که بیشینه اختلاف بین روش‌های به کار گرفته شده در ارتعاش محیطی و ارتعاش آزاد برای مود اول برابر  $0/02$  هرتز و در مود دوم برابر  $0/07$  هرتز بوده است.

این تفاوت‌ها در مقادیر مودال بدست آمده به عنوان عدم-قطعیت فرایند شناسایی سیستم تلقی شد. با توجه به آنکه

طبیعی بدست آمده از آن؛ دارای سازگاری مناسبی با سایر روش‌ها بوده است. شکل مودهای بدست آمده از داده‌های ارتعاش آزاد، مشابه با روند مشاهده شده از فرکانس طبیعی، با یکدیگر سازگاری خوبی دارند که این امر بیانگر عدم قطعیت پایین نتایج آزمایش ارتعاش آزاد است.

شکل ۶. مقایسه شکل مود اول بر اساس معیار MAC

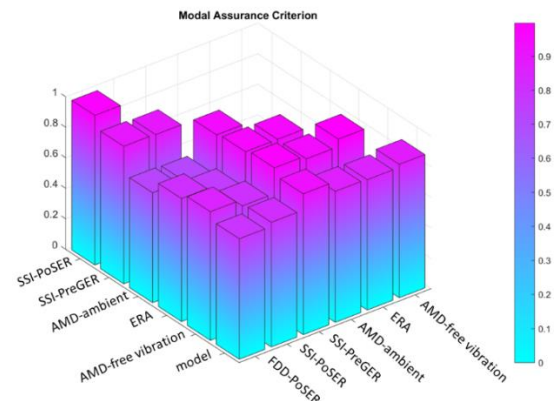


Fig. 6. Comparison of first mode shape, based on MAC criterion

شکل ۷. مقایسه شکل مود دوم بر اساس معیار MAC

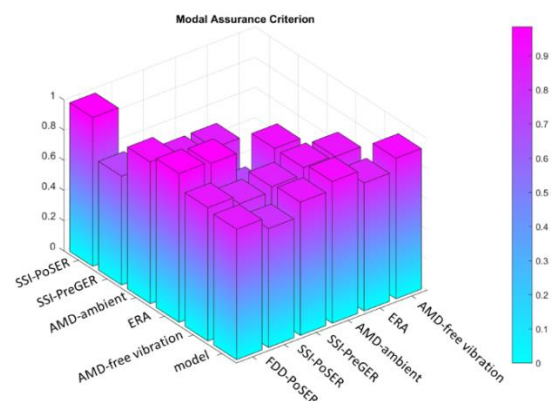


Fig. 7. Comparison of second mode shape, based on MAC criterion

شکل ۸. مقایسه شکل مود سوم بر اساس معیار MAC

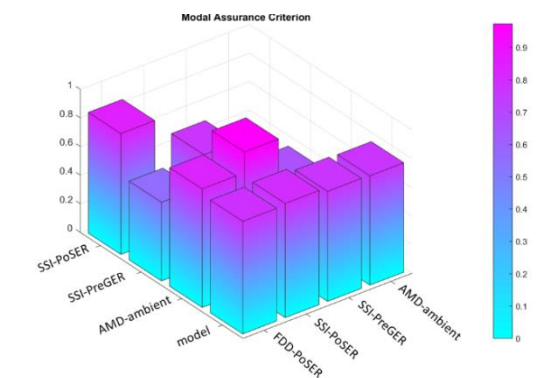


Fig. 8. Comparison of third Mode shape, based on MAC criterion

عمرانی شهرداری تهران (آقای مهندس سید مصطفی میرپور) اجرایی شد. همچنین از سایر افراد دیگری که در برداشت داده از پل گیشا نقش داشته‌اند تقدیر می‌شود.

شایان ذکر است کلیه‌ی هزینه‌ها و فرایندهای این پروژه شامل گردآوری داده، پردازش داده و تفسیر نتایج توسط شرکت آیسنس (ایمن‌سازه‌نگرسیند) تامین و انجام شده‌است. هم‌چنین در این پروژه، برای استخراج مشخصات مودال از نرم‌افزار شناسایی سیستم آیسنس استفاده شده‌است. در پایان از آقای دکتر ابوذر دولتی، خانم مهندس نسترن بهزادپور، آقای مهندس رضا زمانیان و دیگر همکاران شرکت آیسنس که در این پروژه پژوهشی مشارکت داشتند، نیز تشکر می‌شود.

## ۷- تعارض منافع

نویسندگان اعلام می‌کنند هیچ نوع تعارض منافی وجود ندارد.

## References

## ۸- مراجع

- [1] Van Overschee P, De Moor BL. Subspace identification for linear systems: Theory—Implementation—Applications. Springer Science & Business Media; 2012 Dec 6.
- [2] Peeters B, De Roeck G. Reference-based stochastic subspace identification for output-only modal analysis. Mechanical systems and signal processing. 1999 Nov 1;13(6):855-78.
- [3] Reynders E, Maes K, Lombaert G, De Roeck G. Uncertainty quantification in operational modal analysis with stochastic subspace identification: validation and applications. Mechanical Systems and Signal Processing. 2016 Jan 1; 66:13-30.
- [4] Juang JN, Pappa RS. An eigensystem realization algorithm for modal parameter identification and model reduction. Journal of guidance, control, and dynamics. 1985 Sep;8(5):620-7.
- [5] Caicedo JM. Practical guidelines for the natural excitation technique (NExT) and the eigensystem realization algorithm (ERA) for modal identification using ambient vibration. Experimental Techniques. 2011 Jul 1;35(4):52-8.
- [6] Yang XM, Yi TH, Qu CX, Li HN, Liu H. Automated eigensystem realization algorithm for operational modal identification of bridge structures. Journal of Aerospace Engineering. 2019 Mar 1;32(2):04018148.
- [7] Brincker R, Zhang L, Andersen P. Modal identification from ambient responses using frequency domain decomposition. In Proc. of the 18<sup>th</sup> International Modal Analysis Conference (IMAC), San Antonio, Texas 2000 Feb.

عدم قطعیت، بخش جدایی‌ناپذیر همه فرایندهایی است که در آنها پارامتری تخمین زده می‌شود. لازم است تاکید شود که وجود چنین عدم قطعیت‌هایی، کارآمدی فرایند شناسایی سیستم را زیر سوال نمی‌برد و در فرایند شناسایی سیستم هر سازه‌ای، بررسی و تخمین عدم قطعیت‌ها با توجه به موارد اثرگذار در آن، امری ضروری بنظر می‌رسد. در رویکرد معمول در تئوری تخمین، می‌توان عدم قطعیت را به دو بخش بایاس و واریانس تفکیک نمود. از آنجا که در عمل، دسترسی به مقادیر دقیق و واقعی پارامترهای مودال یک سازه ناممکن است، واضح است که نمی‌توان بایاس مشخصات مودال استخراج شده را با استفاده از تنها یک روش بدست آورد. در نتیجه، برای اینکه بتوان عدم قطعیت ناشی از بایاس در مشخصات مودال استخراج شده را تعیین نمود، پیشنهاد می‌شود در فرایند شناسایی سیستم از چندین روش شناسایی استفاده شد. همچنین به منظور تخمین واریانس مشخصات مودال استخراج شده، لازم است تا از روش‌هایی استفاده شود که مقادیر واریانس آنها به صورت مستقیم توسط خود آن روش ارائه می‌شود، البته این مسئله خارج از موضوع بحث این مقاله بوده است. شایان ذکر است که اثرگذاری هر یک از این دو مورد (بایاس و واریانس) در مشخصات مودال استخراج شده، به منظور استفاده در فرایندهای پس از شناسایی سیستم، مانند به روز رسانی مدل عددی، باید بررسی شوند. چرا که لازم است، مقادیر مجاز این عدم قطعیت‌ها برای رسیدن به خروجی مطلوب از یک پروژه‌ی پایش سازه‌ای تعیین شد.

## ۶- سپاس‌گزاری

ایده داده‌برداری از پل گیشا پیش از جمع‌آوری آن به ابتکار مدیرکل هماهنگی مناطق معاونت فنی و عمرانی شهرداری تهران (آقای دکتر امیرعلی بزمونه) پیشنهاد، و با پشتیبانی معاون فنی و عمرانی شهرداری تهران (آقای مهندس صفا صبوری دیلمی)، همراهی مجری طرح نگهداشت و مقاوم‌سازی پل و ابنیه فنی شهرداری تهران (آقای مهندس مهدی پورشاسب)، پیگیری‌های مدیر گروه مقاوم‌سازی و پایش سلامت سازمان مشاور فنی و مهندسی شهر تهران (آقای مهندس محمد رشوند) و حضور مدیر پروژه جمع‌آوری و دمونتاز پل گیشا از سازمان مهندسی و عمران معاونت فنی و

## علائم و نمادهای اختصاری

$x_k$  بردار حالت زمان گسسته

$y_k$  بردار خروجی ارتعاشی سازه

$A$  ماتریس حالت

$C$  ماتریس تاثیر خروجی

$B$  ماتریس تاثیر ورودی

$D$  ماتریس انتقال مستقیم

$w_k$  بردار نویز فرایند

$v_k$  بردار نویز اندازه‌گیری

$\lambda_i$  مقدار ویژه ماتریس  $A$

$\phi_i$  بردار ویژه ماتریس  $A$

$\tau$  نرخ نمونه برداری

$f_i$  فرکانس طبیعی

$\xi_i$  نسبت میرایی

$\varphi_i$  شکل مود

$y(t)$ : بردار پاسخ زمانی

$\Phi$ : ماتریس مودال

$p(t)$ : بردار مختصات مودال

$R_{yy}(\tau)$ : ماتریس همبستگی پاسخ‌ها

$R_{pp}(\tau)$ : ماتریس همبستگی مختصات مودال

$G_{yy}(\omega)$ : ماتریس طیف توانی پاسخ‌ها

$G_{pp}(\omega)$ : ماتریس طیف توانی مختصات مودال

$U$ : ماتریس بردارهای تکین چپ

$V$ : ماتریس بردارهای تکین راست

$\Sigma$ : ماتریس قطری مقدار تکین

$u_1$ : اولین بردار تکین در ماتریس تکین چپ

$r: \omega_r$ : آمین فرکانس‌های غالب در پاسخ زمانی

$G_{pp}(\omega)$ : ماتریس طیف توانی مختصات مودال

$U$ : ماتریس بردارهای تکین چپ

$V$ : ماتریس بردارهای تکین راست

$\Sigma$ : ماتریس قطری مقدار تکین

$u_1$ : اولین بردار تکین در ماتریس تکین چپ

[8] Brincker R, Zhang L, Andersen P. Modal identification of output-only systems using frequency domain decomposition. *Smart materials and structures*. 2001 Jun;10(3):441.

[9] Gade S, Møller NB, Herlufsen H, Konstantin-Hansen H. Frequency domain techniques for operational modal analysis. In 1st IOMAC Conference 2005 Apr 26.

[10] Chen G, Wang Z. A signal decomposition theorem with Hilbert transform and its application to narrowband time series with closely spaced frequency components. *Mechanical systems and signal processing*. 2012 Apr 1;28:258-79.

[11] Wang ZC, Chen GD. Analytical mode decomposition of time series with decaying amplitudes and overlapping instantaneous frequencies. *Smart materials and structures*. 2013 Jul 25;22(9):095003.

[12] Wang Z, Chen G. Analytical mode decomposition with Hilbert transform for modal parameter identification of buildings under ambient vibration. *Engineering Structures*. 2014 Feb 1;59:173-84.

[13] Wen Q, Hua XG, Chen ZQ, Niu HW, Wang XY. AMD-based random decrement technique for modal identification of structures with close modes. *Journal of Aerospace Engineering*. 2018 Sep 1;31(5):04018057.

[14] Mevel L, Basseville M, Benveniste A, Goursat M. Merging sensor data from multiple measurement setups for non-stationary subspace-based modal analysis. *Journal of Sound and Vibration*. 2002 Jan 24;249(4):719-41.

[15] Regni M, Arezzo D, Carbonari S, Gara F, Zonta D. Effect of environmental conditions on the modal response of a 10-story reinforced concrete tower. *Shock and Vibration*. 2018;2018.

[16] Döhler M, Reynders E, Magalhaes F, Mevel L, De Roeck G, Cunha A. Pre- and post-identification merging for multi-setup OMA with covariance-driven SSI. In *Dynamics of Bridges, Volume 5 2011* (pp. 57-70). Springer, New York, NY.

[17] <http://isenseco.com/capability/system-identification/>

[18] Sun M, Makki Alamdari M, Kalhori H. Automated operational modal analysis of a cable-stayed bridge. *Journal of Bridge Engineering*. 2017 Dec 1;22(12):05017012.

[19] Bedrosian E. A product theorem for Hilbert transforms.

[20] Au S. *Operational Modal Analysis*. Singapore: Springer Nature; 2017.

[21]. Skolnik D, Lei Y, Yu E, Wallace JW. Identification, model updating, and response prediction of an instrumented 15-story steel-frame building. *Earthquake Spectra*. 2006 Aug;22(3):781-802.

[22]. Qin S, Kang J, Wang Q. Operational modal analysis based on subspace algorithm with an improved stabilization diagram method. *Shock and Vibration*. 2016 Jan 1;2016.

[23] Nguyen T, Chan TH, Thambiratnam DP. Effects of wireless sensor network uncertainties on output-only modal analysis employing merged data of multiple tests. *Advances in Structural Engineering*. 2014

$H[.]$ : عملگر تبدیل هیلبرت	$\omega_r$ : $\Gamma$ آمین فرکانس‌های غالب در پاسخ زمانی
$X(\omega)$ : طیف فوریه پاسخ زمانی	$x_r^{(d)}(t)$ : $\Gamma$ آمین زیرسیگنال بدست آمده از تجزیه‌ی پاسخ
$\omega_{bi}$ : فرکانس تنصیف	زمانی
$s_r(t)$ : $\Gamma$ آمین سیگنال واسطه در فرایند تجزیه مود تحلیلی	$X(\omega)$ : طیف فوریه پاسخ زمانی
$H[.]$ : عملگر تبدیل هیلبرت	$\omega_{bi}$ : فرکانس تنصیف
	$s_r(t)$ : $\Gamma$ آمین سیگنال واسطه در فرایند تجزیه مود تحلیلی

# A comparison of different system identification methods for modal parameter extraction using vibration responses measured from Gisha bridge

Amir Golestaneh<sup>1</sup>, Amir Hossein Nazemi<sup>\*2</sup>, Mohammad Sajad Shakeri<sup>3</sup>, Mahdi Afshar<sup>4</sup>

1. Technical Expert at ISENSE, Mechanical engineering (MSc), Iran University of Science & Technology
2. CTO at ISENSE, Earthquake engineering (MSc), University of Tehran
3. Technical Expert at ISENSE, Mechanical engineering (MSc), Sharif University of Technology
4. CEO at ISENSE, Earthquake engineering (MSc), University of Tehran

\*Nazemi@alumni.ut.ac.ir

## Abstract

In structural monitoring, modal parameters extracted from vibration data are commonly used to gain some information about the condition of bridges. However, even small amount of uncertainty in extracted modal parameters has a considerable erroneous impact on different processes of structural monitoring, including structural model updating and damage detection. Accordingly, in this research effects of different data processing methods and types of vibration tests such as ambient vibration and free vibration, on extracted modal parameters, have been studied. In this regard, four methods including Covariance based Stochastic Subspace Identification (Cov-SSI), Eigensystem Realization Algorithm (ERA), Frequency Domain Decomposition (FDD), and Analytical Mode Decomposition - Hilbert (AMD-Hilbert) have been used to estimate modal parameters. SSI and ERA are parametric methods in time domain in which mathematical bases are similar. FDD and AMD-Hilbert are non-parametric methods which work in frequency and time-frequency domain, respectively. SSI and FDD methods were used for ambient vibration test data and ERA was used for free vibration test records, while AMD-Hilbert method was applied for both free and ambient vibration data. In this article, vibration data of six points were measured from a girder of Gisha Bridge using three Molecular-electronic seismometer sensors, roved in three different setups. One sensor was chosen as reference and its position was fixed among different setups. Data of this sensor were later used for merging different setups results. Therefore, to extract modal parameters multi-setup merging approaches were inevitably used. The measurements were done in vertical direction which leads to identifying vertical bending modes. Ambient vibration responses were measured while the bridge was excited by wind and traffic under the bridge. Free vibration responses were measured after making an impact on the girder. Two approaches were considered for merging. In the first approach setups were analyzed separately and their final results were combined together and in the second one, merging was done before the process of system identification which eliminates any need to analyze multiple times. A numerical model was also simulated to compare with the field results. Filtering of the recorded data was done before beginning of the system identification process to remove the drift and sudden changes in the signals. Data processing on ambient vibration responses resulted in the first three vertical bending modes which are compatible among all methods, to some extent. In addition, the first two vertical bending modes were identified from free vibration data. Similarity of the mode shapes between different methods were assessed using MAC criterion. Compatible results between these two types of test and numerical model, verifies the results. It is seen that FDD and SSI methods obtained more stable and reliable modal parameters among different setups. Results indicate more modes were identified for ambient vibration data compared to free vibration data. Since, in free response of the structure the first modes are more dominant, lower number of modes could be identified. Considering the non-stationary condition of the conducted vibration tests, the results indicate that the post-processing multi-setup merging approach works better than the pre-processing multi-setup merging approach.

**Keywords:** Structural monitoring, system identification, signal processing, modal parameters, Gisha bridge