

# تأثیر انتخاب خصوصیات مفصل پلاستیک در رفتار غیرخطی قاب‌های بتن مسلح

علیرضا مرتضایی<sup>۱</sup>، سید مهدی زهرائی<sup>۲\*</sup>

۱- دانشجوی دکتری سازه، دانشکده‌ی مهندسی عمران، دانشگاه سمنان، سمنان

۲- دانشیار، قطب علمی مهندسی و مدیریت زیرساخت‌ها، دانشکده‌ی عمران دانشگاه تهران، تهران

mzahrai@ut.ac.ir

(دریافت مقاله: مهر ۱۳۸۶، دریافت پذیرش: شهریور ۱۳۸۸)

**چکیده**- مهندسین سازه معمولاً به دلیل سادگی از تحلیل استاتیکی غیرخطی یا تحلیل بارافزون<sup>۱</sup> استفاده می‌کنند. مدلسازی برای چنین تحلیلی نیازمند تعیین خصوصیات غیرخطی هر جزء سازه‌ای است که از طریق مقاومت و ظرفیت تغییرشکل آن عضو ارزیابی شده و به فرضیات مدلسازی وابسته است. تحلیل بارافزون به دو صورت "خصوصیات مفصل پلاستیک تعریف شده توسط کاربر"<sup>۲</sup> یا "خصوصیات مفصل پلاستیک پیش فرض"<sup>۳</sup> انجام می‌شود که در برخی از برنامه‌هایی که براساس دستورالعمل FEMA است، موجود اند. چنین دستورالعمل‌هایی خصوصیات مفصل را برای محدوده‌ی وسیعی ارائه می‌دهند، اما نرم‌افزارهای کامپیوتری مقادیر متوسطی را در نظر می‌گیرند. این مقاله به بررسی تفاوت‌های ممکن در نتایج تحلیل بارافزون ناشی از خصوصیات پیش فرض و تعریف شده توسط کاربر مؤلفه‌های غیرخطی می‌پردازد. ساختمان‌های ۴ و ۸ طبقه که نماینده‌ی ساختمان‌های کوتاه و میان مرتبه‌اند برای این مطالعه در نظر گرفته شدند. طول مفصل پلاستیک و فاصله‌ی آرماتورهای عرضی، به عنوان پارامترهای مؤثر در خصوصیات مفاصل تعریف شده توسط کاربر فرض شدند. بر اساس مشاهدات به دست آمده، طول مفصل پلاستیک و فاصله‌ی آرماتورهای عرضی تأثیری بر ظرفیت برش پایه ندارد در حالی که این پارامترها تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر ظرفیت تغییرشکل قاب‌ها دارند. مقایسه‌ی نتایج نشان می‌دهد که با افزایش مقدار آرماتورهای عرضی، ظرفیت تغییرمکانی افزایش می‌یابد. نتایج به وضوح نشان می‌دهد که برای انعکاس رفتار غیرخطی سازگار با خصوصیات اعضا، مدل مفصل تعریف شده توسط کاربر بهتر از مدل مفصل پیش فرض است.

**کلید واژگان:** تحلیل استاتیکی غیرخطی، خصوصیات مفصل غیرخطی، طول مفصل پلاستیک، تحلیل بارافزون، درصد فولاد عرضی.

1.push-over analysis  
2.user-defined nonlinear hinge properties  
3.default-hinge properties

## ۱- مقدمه

تحت اثر فعالیت های لرزه ای زمین، ساختمان ها خسارات گسترده ای می بینند و در بعضی از مواقع به طور کلی منهدم می شوند. نتایج به وضوح در زلزله های اخیر در ایران، ترکیه و تایوان مشاهده شده اند. به منظور دستیابی به یک پاسخ رضایت بخش از سازه، تاکنون سه روش کنترل شناخته شده که کاربردی و مؤثر است. این روش ها شامل جداسازی سازه ای<sup>۱</sup>، جذب انرژی در مفاصل پلاستیک و استفاده از وسایل مکانیکی برای کنترل ارتعاشات سازه است.

از آن جا که رفتار غیرالاستیک در بیش تر سازه هایی که تحت تأثیر نیروهای ناشی از زلزله قرار می گیرند، حاکم است، استفاده از تحلیل غیرخطی برای حصول رفتار سازه تحت اثر زلزله ضروری است. به دلیل سادگی، معمولاً مهندسين سازه از تحلیل استاتیکی غیرخطی یا تحلیل بارافزون که در دستورالعمل FEMA [۱] آورده شده، استفاده می کنند. در صورتی که تحلیل بارافزون، به دقت مورد استفاده قرارگیرد، اطلاعات مفیدی حاصل می شود که توسط تحلیل های استاتیکی و دینامیکی خطی حاصل نمی شوند.

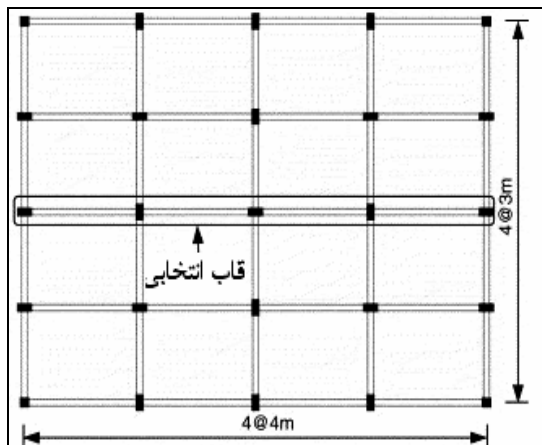
در به کارگیری تحلیل بارافزون، مدل سازی یکی از گام های مهم برای در نظر گرفتن رفتار غیرخطی سازه و اعضا است. چنین مدلی نیازمند تعیین خصوصیات غیرخطی هر مؤلفه در سازه است که به وسیله ظرفیت های مقاومت و تغییرشکل ارزیابی می شوند. ظرفیت تغییرشکل نهایی یک مؤلفه، بستگی به انحنای نهایی و طول مفصل پلاستیک دارد. استفاده از معیارهای مختلف برای انحنای نهایی و طول مفصل پلاستیک مختلف، ممکن است منجر به ظرفیت های تغییرشکلی مختلف شود. روابط مختلفی

1. structural isolation

برای طول مفصل پلاستیک در کارهای تحقیقاتی محققین ارائه شده است [۲-۴].

اغلب در استفاده های کاربردی به دلیل راحتی و سادگی، خصوصیات پیش فرض موجود در دستورالعمل FEMA [۱] ترجیح داده می شود. از این خصوصیات پیش فرض در برنامه های تحلیل دینامیکی و استاتیکی خطی و غیرخطی معروف اعم از SAP2000, DRAIN-2DX, DAREN-3DX, PERFORM-2D [۵-۸] استفاده می شود. برخی از برنامه ها (مثل SAP2000) این خصوصیات پیش فرض را به کار گرفته و در بین مهندسين سازه و محققین رایج است. اگر چه تفاوت های قابل ملاحظه ای در مدل سازی سازه های فولادی وجود ندارد، اما استفاده از این خصوصیات پیش فرض برای سازه های بتن مسلح نیازمند توجه ویژه ای است. دستورالعمل FEMA براساس برخی فرضیات مرتبط با ساختمان های بتن مسلح رایج در ایالات متحده تهیه شده است. در حالی که این دستورالعمل ها خصوصیات مفاصل را برای محدوده وسیعی از جزئیات ارائه می دهند، برنامه SAP2000 مقادیر متوسط را به کار می گیرد. هم چنین، تفاوت هایی نیز در تکنیک های ساخت و جزئیات در کشورهای دیگر وجود دارد. اگر کاربر با توانایی و فرضیات اساسی برنامه آشنا باشد، آن گاه می تواند برای دوری از حجم گسترده ای مطالب و کار از مزایای آن استفاده کند. در برخی حالات به سبب سادگی، خصوصیات مفصل پیش فرض بدون هیچ گونه ملاحظه ای استفاده می شوند.

در این مقاله، تفاوت های ممکن در نتایج تحلیل بارافزون ناشی از خصوصیات مؤلفه ی غیرخطی پیش فرض و تعریف شده توسط کاربر بررسی می شوند. دو سازه ی بتن مسلح با خصوصیات مختلف مفاصل استفاده



شکل ۱. پلان ساختمان‌های ۴ و ۸ طبقه

ساختمان ۴ طبقه دارای ۱۲٫۸ متر ارتفاع است. ابعاد ستونها، مقدار و چیدمان آرماتورهای طولی در شکل ۲ نمایش داده شده است. تمامی تیرها به ابعاد  $400\text{mm} \times 300\text{mm}$  بوده که مقادیر آرماتورهای بالایی و پایینی به  $\text{cm}^2$  در شکل ۲ نشان داده شده است. بار مرده و مقدار بار زنده مؤثر (۲۰ درصد کل بار زنده) روی قاب، به ترتیب برای ۱۷۹٫۶ تن و ۳۱ تن است. دوره‌ی تناوب اولین مد ۰٫۶۶۵ ثانیه است. خصوصیات مودال سه مد اول در جدول ۱ ارائه شده است. لازم به یادآوری است که اشکال مدی در طبقه‌ی بام به عدد یک نرمال شده‌اند.

S3	S4	S3	S4	S3
S3	S4	S3	S4	S3
S1	S2	S1	S2	S1
S1	S2	S1	S2	S1

(الف) نام‌گذاری ستونها

می‌شوند. از آنجایی که هیچ اثر پیچشی در سازه‌های انتخاب شده وجود ندارد، مدل‌سازی دوبعدی به‌کار رفته است. برنامه SAP2000 [۸] برای تحلیل بارافزون استفاده شده است.

## ۲- معرفی سازه‌ها

دو سازه بتن مسلح متوسط و کوتاه مرتبه برای مطالعه در نظر گرفته شدند. این سازه‌ها متشکل از قاب‌های بتن مسلح با شکل‌پذیری متوسط و بدون دیوارهای برشی بودند که در یک ناحیه با لرزه‌خیزی بسیار زیاد واقع شده‌اند. از آنجایی که بیشتر ساختمان‌های جدید موجود، براساس آیین‌نامه‌ی طرح ساختمان‌ها در برابر زلزله (استاندارد ۲۸۰۰ ویرایش دوم) [۹] طراحی و ساخته شده‌اند، ساختمان‌های ۴ و ۸ طبقه نیز با در نظر گرفتن هر دو سری بارهای ثقلی و لرزه‌ای براساس این استاندارد طراحی شدند (بیشینه‌ی شتاب مبنای طرح  $g 0.35$  و خاک تیپ III در نظر گرفته شد). مقاومت فشاری بتن  $\text{MPa} 20$  و مقاومت تسلیم هر دو آرماتور طولی و عرضی، برابر  $\text{MPa} 300$  فرض شد. برای آرماتورهای عرضی در نواحی مفصل پلاستیک، سه فاصله با مقادیر ۱۰۰ میلی‌متر، ۱۵۰ میلی‌متر و ۲۰۰ میلی‌متر که نماینده‌ی فاصله در ساختمان‌های متداول است در نظر گرفته شد.

هر دو ساختمان ۴ و ۸ طبقه دارای ابعاد  $16\text{m} \times 12\text{m}$  در پلان است (شکل ۱). ارتفاع کف تا کف طبقات  $3.2\text{m}$  است. همان‌طوری که در شکل ۱ نمایش داده شده، قاب داخلی نماینده‌ی مدل‌های دوبعدی این ساختمان‌ها است و ابعاد تیرها و ستون‌های مورد استفاده در این ساختمان‌ها براساس ابعاد رایج در ساختمان‌های موجود است.

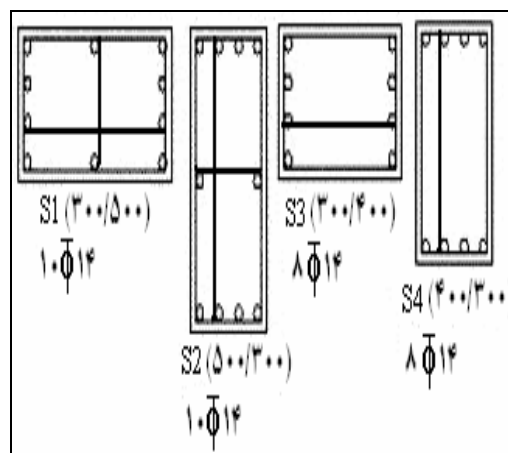
ترتیب ۳۶۸ تن و ۶۱٫۳ تن است. دوره‌ی تناوب اولین مد برابر ۰٫۸۹۴ ثانیه است. خصوصیات مودال سه مد اول در جدول ۲ ارائه شده است.

جدول ۱ مشخصات دینامیکی قاب ۴ طبقه

شماره مد	۱	۲	۳
دوره‌ی تناوب (ثانیه)	۰٫۶۶۵	۰٫۱۹۵	۰٫۱۲۷
میزان مشارکت جرمی	۰٫۸۱۹	۰٫۱۱۷	۰٫۰۳۶
طبقات	دامنه‌ی مدهای نرمالیزه		
۴	۱	۱	۱
۳	۰٫۸۵۳	۰٫۰۰۱	-۱٫۰۱۷
۲	۰٫۵۵۳	-۰٫۸۴۲	۰٫۱۵۹
۱	۰٫۲۲۴	-۰٫۵۸	۰٫۷۸۸

جدول ۲ مشخصات دینامیکی قاب ۸ طبقه

شماره مد	۱	۲	۳
دوره‌ی تناوب (ثانیه)	۰٫۸۹۴	۰٫۳۲۳	۰٫۱۹۲
میزان مشارکت جرمی	۰٫۷۷۵	۰٫۱۲۶	۰٫۰۴۴
طبقات	دامنه‌ی مدهای نرمالیزه		
۸	۱	۱	۱
۷	۰٫۹۳۶	۰٫۵۷۵	-۰٫۰۴۲
۶	۰٫۷۹۶	-۰٫۱۷۲	-۰٫۹۲۵
۵	۰٫۶۳۴	-۰٫۶۵۶	-۰٫۴۹۷
۴	۰٫۴۳۶	-۰٫۸۲۰	۰٫۴۷۰
۳	۰٫۲۷۳	-۰٫۶۶۰	۰٫۷۷۷
۲	۰٫۱۰۹	-۰٫۳۰۱	۰٫۴۶۲
۱	۰٫۰۹۵	-۰٫۲۲۵	۰٫۳۳۶

(ب) مقدار فولاد طولی تیرها ( $\text{cm}^2$ )

(ج) ابعاد ستون‌ها، چیدمان و مقدار آرماتورهای طولی

شکل ۲ خصوصیات قاب ۴ طبقه

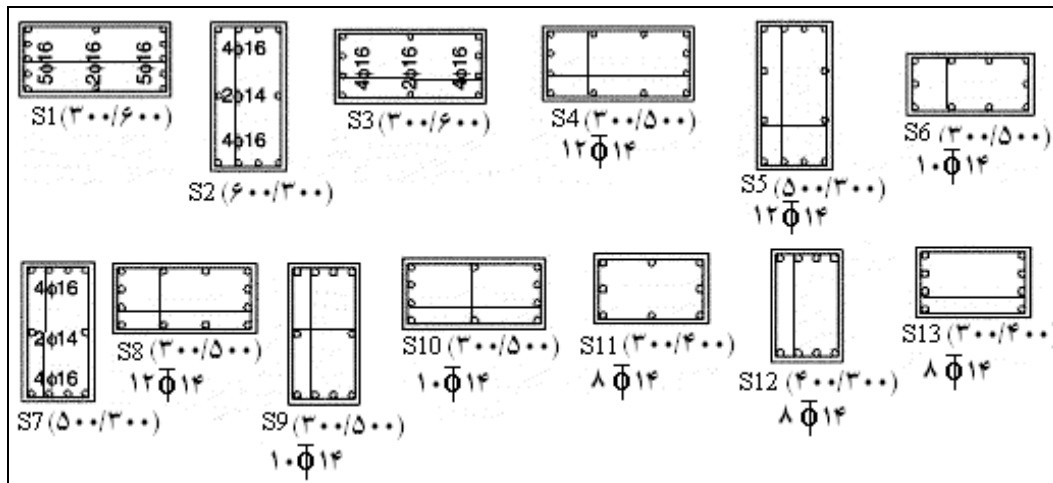
ساختمان ۸ طبقه دارای ۲۵٫۶ متر ارتفاع بوده که ابعاد ستون‌ها، مقدار و چیدمان آرماتورهای طولی در شکل ۳ نمایش داده شده است. همه‌ی تیرها به ابعاد  $300\text{mm} \times 450\text{mm}$  بوده و مقادیر آرماتورهای بالایی و پایینی به  $\text{cm}^2$  در شکل ۳ نشان داده شده است. بار مرده و مقدار بار زنده مؤثر (۲۰ درصد کل بار زنده) روی قاب به

۳/۷۵	۳/۷۵	۳/۷۵	۳/۷۵	۳/۷۵	۳/۷۵	۳/۷۵	۳/۷۵	۳/۷۵
۳/۲۵	۳/۲۵	۲/۵	۳/۲۵	۳/۲۵	۲/۵	۳/۲۵	۳/۲۵	۳/۲۵
۹/۷۵	۶/۲۵	۶/۲۵	۸/۲۵	۸/۲۵	۶/۲۵	۶/۲۵	۹/۷۵	۹/۷۵
۳/۲۵	۳/۲۵	۳/۲۵	۳/۲۵	۳/۲۵	۳/۲۵	۳/۲۵	۳/۲۵	۳/۲۵
۱۱/۲۵	۶/۲۵	۷/۲۵	۸/۲۵	۸/۲۵	۷/۲۵	۷/۲۵	۱۱/۲۵	۱۱/۲۵
۴/۷۵	۳/۲۵	۳/۲۵	۴/۷۵	۴/۷۵	۳/۲۵	۳/۲۵	۴/۷۵	۴/۷۵
۱۴/۲۵	۸/۲۵	۸/۲۵	۱۱/۲۵	۱۱/۲۵	۸/۲۵	۸/۲۵	۱۴/۲۵	۱۴/۲۵
۷/۷۵	۴/۲۵	۴/۲۵	۶/۲۵	۶/۲۵	۴/۲۵	۴/۲۵	۷/۷۵	۷/۷۵
۱۲/۷۵	۸/۲۵	۸/۲۵	۱۱/۲۵	۱۱/۲۵	۸/۲۵	۸/۲۵	۱۲/۷۵	۱۲/۷۵
۶/۲۵	۴/۲۵	۴/۲۵	۶/۲۵	۶/۲۵	۴/۲۵	۴/۲۵	۶/۲۵	۶/۲۵
۱۴/۲۵	۹/۷۵	۹/۷۵	۱۲/۷۵	۱۲/۷۵	۹/۷۵	۹/۷۵	۱۴/۲۵	۱۴/۲۵
۶/۷۵	۷/۲۵	۷/۲۵	۶/۲۵	۶/۷۵	۷/۲۵	۷/۲۵	۶/۷۵	۶/۷۵
۱۵/۲۵	۹/۲۵	۹/۲۵	۱۳/۷۵	۱۳/۷۵	۹/۲۵	۹/۲۵	۱۵/۲۵	۱۵/۲۵
۱۰/۷۵	۵/۷۵	۵/۷۵	۷/۷۵	۷/۷۵	۵/۷۵	۵/۷۵	۱۰/۷۵	۱۰/۷۵

(ب) مقدار فولاد طولی تیرها (cm<sup>2</sup>)

S11	S12	S13	S12	S11
S11	S12	S11	S12	S11
S6	S9	S10	S9	S6
S6	S7	S8	S7	S6
S4	S5	S4	S5	S4
S4	S5	S4	S5	S4
S1	S2	S3	S2	S1
S1	S2	S3	S2	S1

(الف) نام گذاری ستون‌ها



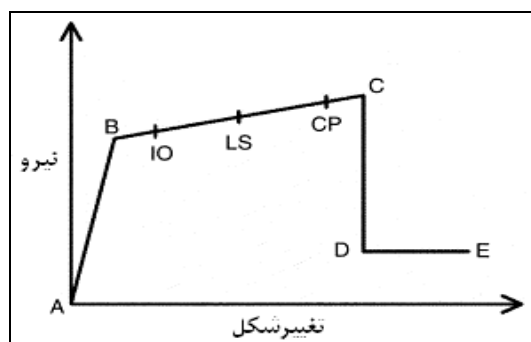
(ج) ابعاد ستون‌ها، چیدمان و مقدار آرماتورهای طولی

شکل ۳ خصوصیات قاب ۸ طبقه

### ۳- نحوه‌ی مدل سازی و تحلیل

نسخه‌ی ۸ غیرخطی برنامه‌ی SAP2000 استفاده شده است. نحوه‌ی مدل سازی و جزئیات آن در ادامه آمده است.

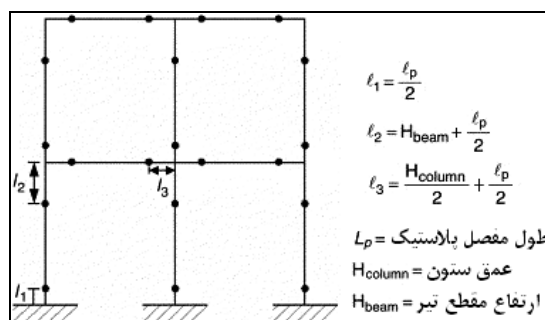
تحلیل‌ها با استفاده از برنامه‌ی SAP2000 [۸] که یک برنامه‌ی تحلیل سازه‌ای عمومی برای تحلیل دینامیکی و استاتیکی سازه‌ها است، انجام شد. در این مقاله، از



شکل ۵ منحنی نیرو- تغییر شکل یک مفصل پلاستیک

تعریف خصوصیات مفصل تعریف شده توسط کاربر نیازمند تحلیل لنگر- انحنای برای هر عضو است. مدل اصلاح شده اسکات و پارک<sup>۱</sup> [۱۰] برای بتن محصور و مدل تنش- کرنش فولاد با سخت شوندهی کرنشی<sup>۲</sup> (یعنی مدل ماندرا<sup>۳</sup> [۱۱]) برای فولاد در تحلیل های لنگر- انحنای به کار برده می شود. نقاط C و B روی شکل ۵ مربوط به انحنای متناظر تسلیم و نهایی است. از آنجایی که شکل پذیری تغییر شکلی مدنظر نیست، لذا تمرکز بر روی نقطه ی B نخواهد بود. در این مقاله، انحنای نهایی براساس کوچک ترین مقدار انحنایی که از گزینه های زیر به دست می آید، محاسبه می شود: (۱) لنگر کاهش یافته معادل با ۸۰ درصد لنگر نهایی، که از تحلیل لنگر- انحنای حاصل می شود؛ (۲) دورترین تار فشاری بتن به بیشینه ی کرنش فشاری بتن، که به کمک رابطه پریستلی و همکاران<sup>۴</sup> [۳] و در معادله ی ۱ آورده شده، محاسبه می شود، برسد؛ (۳) فولاد طولی به کرنش کششی برابر ۵۰ درصد ظرفیت کرنش نهایی برسد. بیشینه ی کرنش نهایی فشاری بتن که توسط پریستلی و همکاران [۳] پیشنهاد شد به صورت زیر است:

یک مدل دو بعدی از هر سازه به منظور تحلیل استاتیکی غیرخطی در برنامه ی SAP2000 ایجاد گردید. اعضای تیر و ستون به صورت اعضای قابی غیرخطی، مدل شده و مفاصل پلاستیک به دو انتهای آنها اختصاص داده شد. محل قرارگیری مفاصل در شکل ۴ نمایش داده شده است.



شکل ۴ محل قرارگیری مفاصل در تیرها و ستونها

برنامه ی SAP2000 خصوصیات مفصل پلاستیک را براساس دستورالعمل FEMA به کار می برد. همان طوری- که در شکل ۵ نمایش داده شده، ۵ نقطه با نام های A, B, C, D, E رفتار نیرو- تغییر شکل یک مفصل پلاستیک را تعریف می کند. مقادیر اختصاصی هر یک از این نقاط به نوع المان، خصوصیات مواد، مقدار فولاد طولی و عرضی و سطح بارمحوری بر روی المان بستگی دارد.

برنامه ی SAP2000 از خصوصیات پیش فرض استفاده کرده و مفاصل PMM را برای ستون ها و مفاصل M3 را برای تیرها پیشنهاد می کند. هنگامی که یک سازه با خصوصیات مقطع، مقدار فولاد و بارهای وارد بر آن مدل می شود، مفاصل پیش فرض به اعضا اختصاص داده می شوند (PMM برای ستون ها و M3 برای تیرها) و نیازی به محاسبات اضافی برای هر عضو نیست.

1. Kent and Park
2. strain hardening
3. Mander
4. Priestley et al

بعد از محاسبه‌ی ظرفیت دوران نهایی یک عضو، معیارهای پذیرش که در شکل ۵ با عناوین IO و CP LS نشان داده شده‌اند تعریف می‌شوند. LO و CP LS به ترتیب نماینده‌ی سطوح قابلیت استفاده بی‌وقه<sup>۱</sup>، ایمنی جانی<sup>۲</sup> و آستانه فروریزش<sup>۳</sup> است. در این مقاله این نقاط منطبق با ۱۰ درصد، ۶۰ درصد و ۹۰ درصد ظرفیت تغییرشکل مفصل پلاستیک است.

در ساختمان‌های بتن مسلح موجود مخصوصاً با بتن کم‌مقاومت و مقدار فولاد عرضی ناکافی، شکست برشی اعضا باید مدنظر قرارگیرد. برای این منظور، مفاصل برشی برای تیرها و ستونها تعریف می‌شوند. به دلیل شکست ترد بتن در برش، هیچ نوع شکل‌پذیری برای این نوع مفاصل در نظر گرفته نمی‌شود. خصوصیات مفصل برشی طوری تعریف می‌شود که زمانی که نیروی برشی در عضو به مقاومت خود رسید، عضو به سرعت گسیخته شود. مقاومت برشی هر عضو ( $V_r$ ) بر طبق رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

$$V_r = V_c + V_s \quad (4)$$

که  $V_c$  و  $V_s$  مقاومت‌های برشی بتن و فولاد برشی بوده که به ترتیب از معادلات ۵ و ۶ به دست می‌آیند:

$$V_c = 0.12b_w d \sqrt{f_c} \left( 1 + \frac{N}{12A_c} \right) \quad (5)$$

$$V_s = \frac{A_{sh} f_{yh} d}{s} \quad (6)$$

که  $b$  عرض مقطع،  $d$  عمق مؤثر،  $f_c$  مقاومت فشاری بتن غیرمحصور،  $N$  بار محوری روی مقطع،  $A_c$  مساحت بتن و  $A_{sh}$ ،  $s$  به ترتیب مساحت، مقاومت تسلیم و فاصله آرماتورهای عرضی است.

$$\epsilon_{cu} = 0.004 + \frac{1.4 \rho_s f_{yh} \epsilon_{su}}{f_{cc}} \quad (1)$$

که  $\epsilon_{cu}$  کرنش فشاری نهایی بتن،  $\epsilon_{su}$  کرنش فولاد در تنش کششی بیشینه،  $\rho_s$  نسبت حجمی فولاد محصورکننده،  $f_{yh}$  مقاومت تسلیم آرماتورهای عرضی و  $f_{cc}$  بیشینه مقاومت فشاری بتن محصور است. برای هر ستون، تحلیل‌های لنگر - انحنا با در نظر گرفتن خصوصیات مقطع و بارهای محوری ثابت بر روی اعضا انجام می‌شود. مقدار نیروی محوری بر تیرها، برابر صفر و بر ستونها، ثابت و برابر حاصل جمع بار مرده و ۲۰ درصد بار زنده فرض شد.

ورودی مورد نیاز SAP2000، به‌جای رابطه‌ی لنگر - دوران، رابطه‌ی لنگر - انحنا است. طول مفصل پلاستیک برای تعیین مقادیر دوران نهایی از انحنای نهایی به‌کار می‌رود. مقادیر مختلفی برای تعیین طول مفصل پلاستیک به‌وسیله‌ی محققین [۲-۴] پیشنهاد شده است. برای خصوصیات مفصل پلاستیک تعریف‌شده توسط کاربر، دو رابطه برای تعیین مقدار طول مفصل پلاستیک در نظر گرفته شد (معادلات ۲ و ۳):  $H/5$  ساده‌ترین شکل طول مفصل پلاستیک (پارک و پالی [۲]) و معادلی ۳ که به‌وسیله پرستلی و همکاران [۳] پیشنهاد شد، در برخی از آیین‌نامه‌ها استفاده شده است [۱۲]:

$$L_p = 0.5H \quad (2)$$

$$L_p = 0.08L + 0.022 f_{ye} d_{bl} \geq 0.044 f_{ye} d_{bl} \quad (3)$$

در معادلات فوق،  $L_p$  طول مفصل پلاستیک،  $H$  عمق مقطع،  $L$  فاصله از مقطع بحرانی مفصل پلاستیک تا نقطه عطف و  $F_{ye}$  و  $d_{bl}$  به ترتیب مقاومت تسلیم مورد انتظار و قطر آرماتورهای طولی است.

1. immediate occupancy
2. life safety
3. collapse prevention

## ۴- تحلیل بارافزون

پنج حالت در تحلیل های بارافزون هر قاب در نظر گرفته می شود. همان طوری که در جدول ۳ نشان داده شده، حالت A شامل خصوصیات مفصل پلاستیک پیش فرض برنامه ی SAP2000 و چهار حالت دیگر، خصوصیات مفصل پلاستیک تعریف شده توسط کاربر بوده که شامل تغییرات طول مفصل پلاستیک و فاصله آرماتورهای عرضی است. این چهار حالت شامل (الف) گزینه ی B2: محاسبه ی  $L_p$  بر اساس معادله ی ۲ و فاصله آرماتورهای عرضی،  $S=100$  mm؛ (ب) گزینه ی B3: محاسبه ی  $L_p$  بر اساس معادله ی ۳ و  $S=100$  mm؛ (ج) گزینه ی C3:  $S=150$  mm و محاسبه ی  $L_p$  بر اساس معادله ی ۳؛ (د) گزینه ی D3:  $S=200$  mm و محاسبه ی  $L_p$  بر اساس معادله ی ۳. از آنجایی که نحوه ی مدل کردن سازه بر اساس آیین نامه در حالات B2 و B3 رعایت شده (آرماتورهای عرضی با فاصله ی ۱۰۰ میلی متر)، یک خاموت سنجا فک (تک ساق) در داخل مقطع ستون و در راستای پهن تر به کار گرفته شد. برای گزینه های دیگر هیچ آرماتور عرضی اضافی در نظر گرفته نشد. در ادامه ی این مقاله، عنوان محصورشدگی مناسب و محصورشدگی ضعیف به ترتیب برای فواصل آرماتور  $S=100$  mm و  $S=200$  mm به کار خواهد رفت.

جدول ۳ حالت های تحلیل بارافزون

مفصل پیش فرض (گزینه ی A)			
S=200 (mm)	S=150 (mm)	S=100 (mm)	مفاصل تعریف شده توسط کاربر
		گزینه ی B2	محاسبه ی $L_p$ بر اساس معادله ی ۲
گزینه ی D3	گزینه ی C3	گزینه ی B3	محاسبه ی $L_p$ بر اساس معادله ی ۳

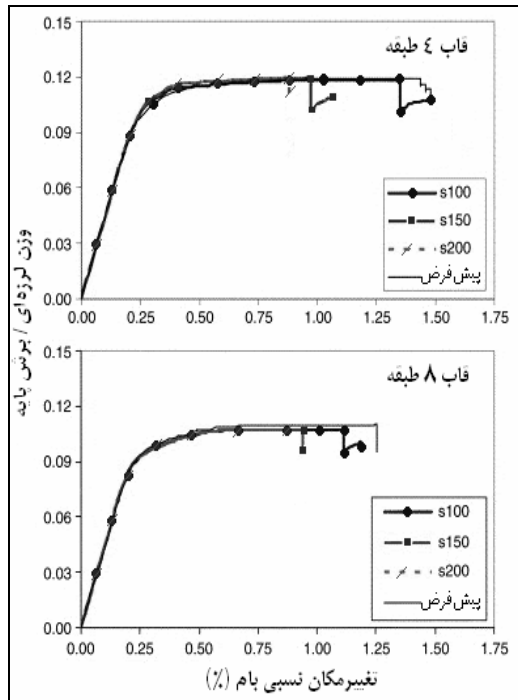
قاب ها تحت اثر همزمان بارهای ثقلی و جانبی قرار گرفتند. در همه ی حالات، بارهای جانبی به صورت مونوتونیک (افزاینده

یکنوا) و گام به گام به سازه وارد شدند. بارهای جانبی وارده، متناسب با جرم و مقدار مدشکل اول در هر طبقه بودند. اثرات  $P-\Delta$  در محاسبات منظور شد. در تحلیل بارافزون، رفتار سازه به وسیله ی یک منحنی ظرفیت مشخص شد که نشان دهنده ی رابطه ی بین نیروی برش پایه و تغییر مکان سقف است. نتایج تحلیل بارافزون (منحنی ظرفیت، سازه کارهای مفصل پلاستیک) بررسی می شوند.

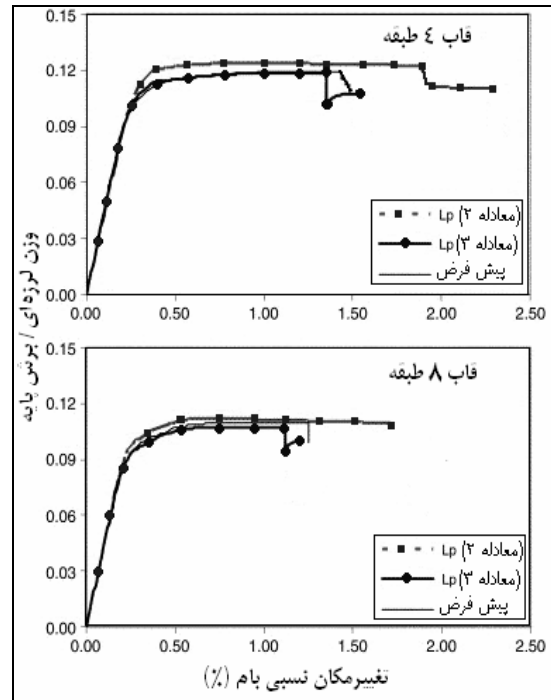
### ۴-۱- منحنی ظرفیت

هیچ نوع شکست برشی در تحلیل های بارافزون حالات مختلف مشاهده نشد که این عامل اساساً به دلیل مقاومت فشاری بتن فرض شده است که مقاومت لازم را در مقابل شکست های برشی تأمین می کند. حتی در حالت فاصله آرماتورهای عرضی ۲۰۰ میلی متر، مقاومت برشی اعضا برای تحمل نیروهای برشی وارده کافی بوده، پس رفتار سازه رفتاری خمشی است. معمولاً شکست های برشی در ساختمان هایی اتفاق می افتد که بتن مقاومت کمی داشته و فاصله ی آرماتورهای عرضی زیاد باشد. منحنی های ظرفیت قاب های ۴ و ۸ طبقه برای مقادیر مختلفی از طول مفصل پلاستیک و فاصله آرماتورهای عرضی در اشکال ۶ و ۷ نشان داده می شود. روند کلی منحنی های ظرفیت در هر دو قاب مشابه بود. ظرفیت برش پایه بستگی به تعریف خصوصیات مفصل ندارد. تغییرات در ظرفیت برش پایه به سبب موقعیت مفصل پلاستیک کم تر از ۵ درصد است. با وجود این، طول مفصل پلاستیک و فاصله ی آرماتورهای عرضی آثار قابل ملاحظه ای بر ظرفیت تغییر مکانی قاب ها دارند. مقایسه بین ظرفیت های تغییر مکانی نشان می دهد که این مقادیر به فاصله ی آرماتورهای عرضی و طول مفصل پلاستیک فرض شده وابسته هستند.





شکل ۷ منحنی‌های ظرفیت قابهای ۴ و ۸ طبقه برای فواصل مختلف آرماتورهای عرضی



شکل ۶ منحنی‌های ظرفیت قاب‌های ۴ و ۸ طبقه برای فرض‌های مختلف مفاصل پلاستیک

از شکل مشخص است که افزایش در مقدار آرماتورهای عرضی، ظرفیت تغییرمکانی را بهبود می‌بخشد. در صورتی که فاصله آرماتورهای عرضی کاهش یابد این آرماتورها مؤثرتر خواهند بود. برای مثال، کاهش فاصله از ۲۰۰ میلی‌متر به ۱۰۰ میلی‌متر سبب افزایش ۴۳ درصدی در ظرفیت تغییرمکان می‌شود. در حالی که کاهش فاصله از ۲۰۰ میلی‌متر به ۱۵۰ میلی‌متر تنها سبب افزایش ۱۵ درصدی برای قاب ۴ طبقه می‌شود. این مقادیر برای قاب ۸ طبقه به ترتیب ۲۸ درصد و ۱۲ درصد است.

آیین‌نامه FEMA خصوصیات مفصل غیرخطی را در محدوده وسیعی برای تیرها و ستون‌های بتن مسلح ارائه می‌دهد. برنامه‌ی SAP2000 سعی دارد محدوده متعارف و رایجی را برای خصوصیات مفصل پیش فرض ارائه دهد. البته، کاربر ممکن است خصوصیات سازگار با المان را

شکل ۶، منحنی ظرفیت قابهای ۴ و ۸ طبقه را برای تأثیر  $L_p$  فرض شده نشان می‌دهد. این شکل نشان می‌دهد که اگر برای محاسبه  $L_p$  معادله ۲ به جای معادله ۳ استفاده شود، تفاوتی در حدود ۳۵ درصد در ظرفیت‌های تغییرمکانی قاب‌ها وجود می‌آید. همچنین منحنی مربوط به خصوصیات مفصل پیش فرض نیز نمایش داده شده است. ظرفیت‌های حالات A B3 تقریباً شبیه است، با این وجود، لازم به یادآوری است که ظرفیت تغییرمکانی حالت مفصل پلاستیک تعریف شده توسط کاربر (حالت B3) برای حالت‌های با محصورشدگی مناسب است. آثار حاصل از تغییر فاصله آرماتورهای عرضی در شکل ۷ برای قاب‌های ۴ و ۸ طبقه نشان داده شده است.

پیش فرض) و B3 (مفاصل برای  $S=100mm$  و  $L_p$  براساس معادله ی ۳) مقایسه شدند. اگر چه در این مقاله ذکر نشده اما الگوهای تشکیل مفصل تقریباً برای آرماتورهای عرضی با فواصل ۱۰۰ میلی متر، ۱۵۰ میلی متر و ۲۰۰ میلی متر مشابه بودند.

الگوهای تشکیل مفصل قاب های ۴ و ۸ طبقه برای هر دو حالت A و B3 در مرحله تسلیم مشابه است. شکل گیری مفصل پلاستیک از انتهای تیرها در طبقات پایین آغاز شد، آنگاه در طبقات بالا پخش شد و با تسلیم ستون های پایه پایان یافت. با وجود این، تفاوت های عمده ای در الگوهای تشکیل مفصل در حالت نهایی وجود دارد. اگر چه محل های تشکیل مفصل به نظر یکسان بود اما خسارت یا شکست قابل ملاحظه ای در تیرها برای مدل با مفاصل پیش فرض اتفاق افتاد، در حالی که برای مدل با مفاصل تعریف شده توسط کاربر، ستون های پایه خسارت یا شکست زیادی را تجربه کردند. جدول ۴، تعداد مفاصل در سطوح مختلف خسارت را خلاصه کرده است. الگوی تشکیل مفصل در مدل با مفاصل پیش فرض برای یک سازوکار تیر شکل پذیر مناسب است که در آن ستون ها از تیرها قوی تراند.

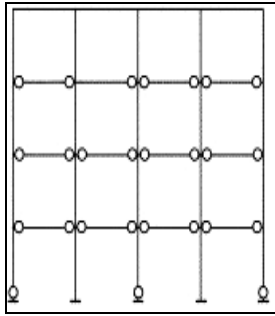
تعریف کند، اما معمولاً رایج است از آن چه در نظر گرفته استفاده شود. اگر چه به نظر می رسد مدل با خصوصیات مفصل پیش فرض که برای حالت شکل پذیری مناسب، ظرفیت تغییر مکانی مناسبی را مهیا می کند، اما در مقایسه با حالت شکل پذیری ضعیف، ظرفیت تغییر مکانی تقریباً بالا است (شکل ۷).

#### ۴-۲- سازوکار مفصل پلاستیک

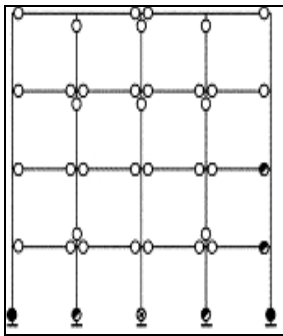
برای کسب اطلاعاتی راجع به سازوکار شکست سازه (یعنی پاسخ ستون ضعیف تیر قوی و طبقات نرم و...) الگوهای مفصل پلاستیک قاب های ۴ و ۸ طبقه در سطوح مختلف تغییر مکان های بام مقایسه شدند. سازوکار شکل گیری مفصل پلاستیک در نقاط تغییر مکانی منطبق با تغییر مکان های نهایی و تسلیم به دست آمده اند. نقطه ی تسلیم منطبق با تغییر مکان نقطه ای روی منحنی ظرفیت است که سیستم شروع به نرم شدن می کند. نقطه ی نهایی تغییر مکان نقطه ای، در ۲۰ درصد اولیه کاهش در ظرفیت بار جانبی است. از آن جا که منحنی های ظرفیت برای فواصل مختلف، در شکل مشابه بودند، الگوهای مفصل پلاستیک حالات A (مفاصل

جدول ۴ خلاصه ای از تعداد مفاصل پلاستیک برای تحلیل بارافزون در سطوح مختلف خسارت

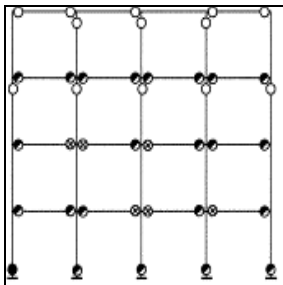
جمع	>E	D-E	C-D	CP-C	LS-CP	IO-LS	B-IO	A-B	سطوح خسارت مفصل	
۶۹	۰	۰	۰	۰	۰	۹	۱۸	۴۲	تسلیم	۴ طبقه
۶۹	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۲۵	۴۳		
۶۹	۱	۰	۰	۲	۴	۲۸	۶	۲۸	تعلیم شده توسط کاربر	
۶۹	۰	۶	۱	۰	۱۹	۵	۹	۲۹	پیش فرض	
۱۱۹	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۳۶	۸۳	تسلیم	۷ طبقه
۱۱۹	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۳۴	۸۵		
۱۱۹	۱	۰	۱	۱	۳	۴۹	۷	۵۷	تعلیم شده توسط کاربر	
۱۱۹	۰	۴	۰	۰	۳۰	۶	۲۲	۵۷	پیش فرض	



(ب) مدل مفصل پیش فرض در مرحله تسلیم



(ج) مدل مفصل تعریف شده توسط کاربر در مرحله نهایی

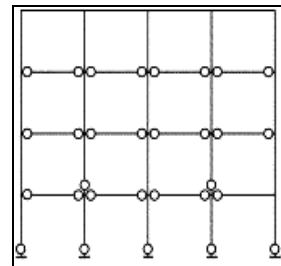


(د) مدل مفصل پیش فرض در مرحله نهایی

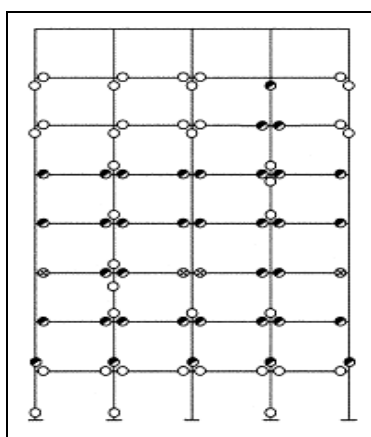
منهدم شده	نزدیک انهدام	تسلیم قابل ملاحظه	تسلیم	سطح خسارت
⊗	●	⊙	○	نشانه

شکل ۸ الگوهای تشکیل مفصل پلاستیک برای قاب ۴ طبقه در مراحل تسلیم و نهایی

مدل مفصل پیش فرض، بدون توجه به سطح بار محوری ستون‌ها و راستای قرارگیری ضعیف یا قوی آن‌ها، ظرفیت تغییرشکل مشابهی را برای همه‌ی ستون‌ها در نظر می‌گیرد. ستون‌های خارجی و میانی طبقات پایین در قاب‌ها خصوصیات سطح مقطعی مشابهی دارند. در چنین حالتی، انتظار می‌رود به دلیل سطح نیروی محوری بالاتر، ستون‌های میانی سطح خسارت بیشتری نسبت به ستون‌های جانبی داشته باشند. اگرچه مدل‌های تعریف شده توسط کاربر انطباق خوبی با این انتظارات دارد اما مدل‌های پیش فرض سازگار با این انتظارات نیست (شکل‌های ۸ و ۹). از چپ به راست، ستون‌های محور دوم و چهارم قاب‌ها، نیروی جانبی را به وسیله محور ضعیف خود تحمل کردند. بنابراین، این ستون‌ها دارای مقاومت کم‌تر و ظرفیت تغییرشکل بیشتری نسبت به ستون‌های مجاور بودند. چنین رفتاری در مدل‌های مفصل تعریف شده توسط کاربر قابل مشاهده بود اما در مدل‌های مفصل پیش فرض این حالت مشاهده نشد. قاب‌های ۴ و ۸ طبقه مقدار قابل توجهی ستون تسلیم شده در طبقات بالایی دارند (شکل ۸ و ۹). بررسی دقیق این نقاط نشان می‌دهد که تسلیم ستون‌ها در محلی اتفاق افتاده که بعد ستون یا مقدار آرماتورهای طولی ستون تغییر کرده است.

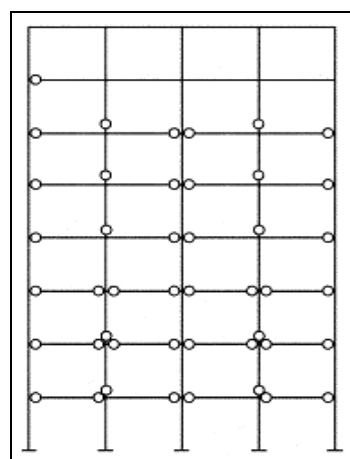


(الف) مدل مفصل تعریف شده توسط کاربر در مرحله تسلیم

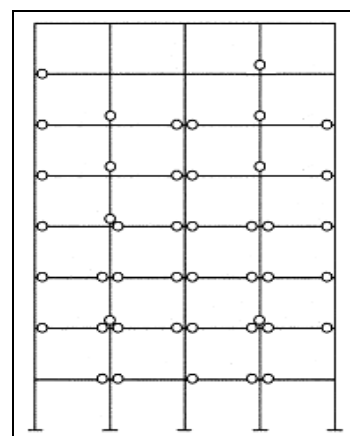


(د) مدل مفصل پیش فرض در مرحله ی نهایی

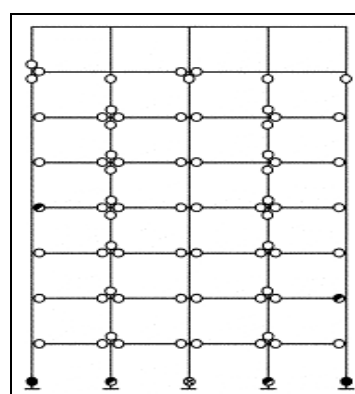
شکل ۹ الگوهای تشکیل مفصل پلاستیک برای قاب ۸ طبقه در مراحل تسلیم و نهایی



(الف) مدل مفصل تعریف شده توسط کاربر در مرحله ی تسلیم



(ب) مدل مفصل پیش فرض در مرحله ی تسلیم



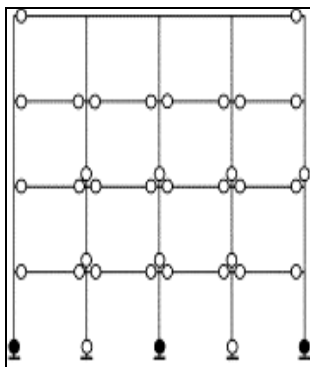
(ج) مدل مفصل تعریف شده توسط کاربر در مرحله ی نهایی

برای شناخت بیشتر الگوهای تشکیل مفصل، تحلیل های غیرخطی تاریخچه ی زمانی قاب های ۴ و ۸ طبقه انجام شد. مدل های قاب های با مفصل پیش فرض و تعریف شده توسط کاربر تحت اثر زلزله ی ال سنتر و ۱۹۴۰ قرار گرفتند. شکل ۱۰، سازوکار تشکیل مفصل یک قاب ۴ طبقه را در سطح تغییر مکان مشابه برای تحلیل های بارافزون و تاریخچه ی زمانی نشان می دهد. مقایسه ی الگوی تشکیل مفصل پلاستیک برای تحلیل های بارافزون و تاریخچه ی زمانی قاب ۴ طبقه نشان می دهد که به جز خسارات قابل ملاحظه ای که در ستون های پایه در اثر تحلیل های تاریخچه زمانی به وجود می آید، نتایج هر دو مدل با مفاصل پیش فرض و تعریف شده توسط کاربر در تعیین محل قرارگیری مفصل تقریباً مشابه هستند. در حالی که ستون های پایه برای حالت تحلیل بارافزون در مرحله ی تسلیم قرار دارند، در تحلیل های تاریخچه ی زمانی، خسارت قابل ملاحظه ای به آنها وارد شد. الگوهای تشکیل مفصل برای قاب های ۴ و ۸

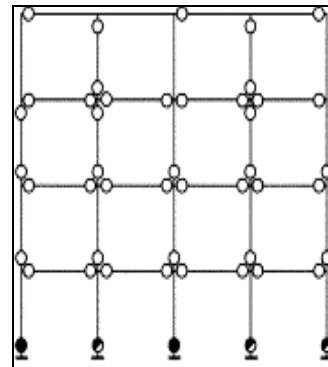
و سطح خسارات مفاصل به طور قابل قبولی موفق بوده است. با این تفاوت که تحلیل‌های تاریخچه‌ی زمانی، مفاصل بیشتری در ستونها تشکیل می‌دهند. علاوه بر آن، تحلیل‌های تاریخچه‌ی زمانی، شکل‌گیری مفاصل پلاستیک بیشتری را در طبقات بالا نتیجه می‌دهد که در تحلیل‌های بارافزون به طور مناسبی تخمین زده نمی‌شود.

طبقه با مفاصل تعریف شده توسط کاربر برای تحلیل - های تاریخچه زمانی در سطوح تغییر مکان نهایی، در شکل ۱۱ نمایش داده شده است. تغییر مکان قاب ۴ طبقه ۱۶۹ میلی‌متر بود در حالی که برای قاب ۸ طبقه این مقدار ۲۵۸ میلی‌متر بود.

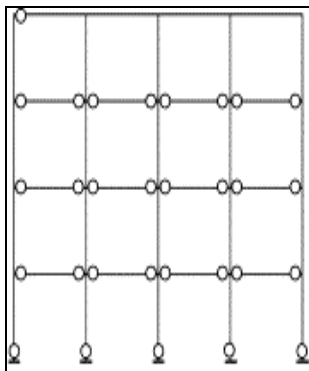
مقایسه‌ی شکل‌های ۱۰ و ۱۱ و شکل‌های ۸ و ۹ نشان می‌دهد که تحلیل‌های بارافزون در تعیین موقعیت



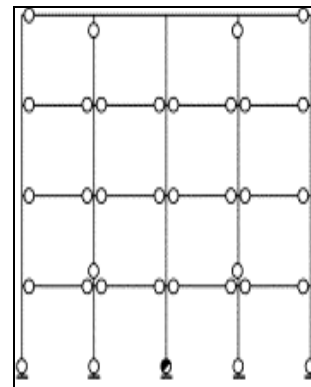
(ب) مدل مفصل پیش فرض تحت اثر زلزله‌ی ال‌سنتر و ۱۹۴۰ در تغییر مکان ۶۵ میلی‌متر



(الف) مدل مفصل تعریف شده توسط کاربر تحت اثر زلزله‌ی ال‌سنتر و ۱۹۴۰ در تغییر مکان ۸۷ میلی‌متر

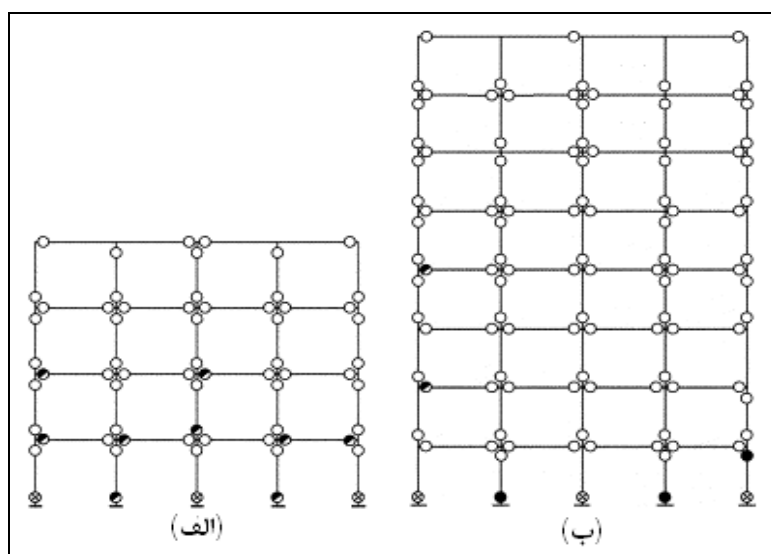


(د) مدل مفصل پیش فرض در تغییر مکان ۶۵ میلی‌متر (تحلیل پوش‌آور)



(ج) مدل مفصل تعریف شده توسط کاربر در تغییر مکان ۸۷ میلی‌متر (تحلیل پوش‌آور)

شکل ۱۰ مقایسه‌ی سازوکار تشکیل مفصل پلاستیک قاب ۴ طبقه برای تحلیل‌های استاتیکی و دینامیکی غیرخطی



شکل ۱۱ سازوکار تشکیل مفصل قاب های ۴ و ۸ طبقه با مفاصل تعریف شده توسط کاربر تحت زلزله ای ال سنتر و

تحلیل های بارافزون در این مقاله در نظر گرفته شدند. اعضای تیر و ستون به عنوان اعضای قاب غیرخطی با اختصاص مفاصل پلاستیک در دو انتهای تیرها و ستونها مدل شدند. برای بررسی تفاوت های ممکن در نتایج تحلیل های بارافزون، قاب ها با خصوصیات مفصل پیش فرض و تعریف شده توسط کاربر مدل شدند. نتایج زیر بر اساس تحلیل قاب های بالا به دست آمد:

۱- ظرفیت برش پایه ی مدل ها با مفاصل پیش فرض و با مفاصل تعریف شده توسط کاربر برای طول مفاصل پلاستیک و فاصله آرماتورهای عرضی مختلف مشابه بوده و تغییرات در ظرفیت برش پایه کم تر از ۵ درصد است.

۲- طول مفصل پلاستیک ( $L_p$ ) آثار قابل ملاحظه ای بر ظرفیت تغییرمکانی قاب ها دارد. مقایسه ی نتایج نشان می دهد که در ظرفیت های تغییرمکانی به سبب  $L_p$  تغییراتی در حدود ۳۵ درصد وجود دارد.

۳- ظرفیت تغییرمکانی وابسته به آرماتورهای عرضی در نواحی مفصل پلاستیک است. مقایسه ی نتایج به

برنامه ی SAP2000 خصوصیات مفصل پیش فرض را براساس آیین نامه ی FEMA در نظر می گیرد تا به واسطه آن تحلیل های غیرخطی، ممکن و کاربردی باشد. در صورتی که این خصوصیات با دقت مورد استفاده ی قرار گیرد، مدل سازی به طور قابل ملاحظه ای آسان خواهد شد. استفاده ی نادرست از خصوصیات مفصل پیش فرض منجر به تعیین ظرفیت های بالای تغییرمکان می شود. براساس نتایج حاصل از این مقاله، تحلیل بارافزون مدل مفصل پیش فرض سازوکار تشکیل شده برای ساختمان را، ساز- و کار تیر شکل پذیر تعیین کرد در صورتی که بر اساس تحلیل بارافزون مدل مفصل تعریف شده توسط کاربر و تحلیل تاریخیچه ی زمانی هر دو مدل سازوکار تیر قوی و ستون ضعیف ارائه شد.

## ۵- نتیجه گیری

قاب های داخلی ساختمان های ۴ و ۸ طبقه به عنوان نماینده ساختمان های بتن آرمه کوتاه و میان مرتبه برای

این مطالعه برای بررسی تفاوت‌های ممکن بین تحلیل‌های بارافزون مدل مفصل پیش‌فرض و مدل مفصل تعریف‌شده توسط کاربر انجام شد. مشاهدات به وضوح نشان داد که مدل مفصل تعریف‌شده توسط کاربر در تعیین رفتار غیرخطی سازگار با خصوصیات اعضا، بهتر از مدل مفصل پیش‌فرض می‌باشد. با وجود این در صورتی که به دلیل سادگی، مدل مفصل پیش‌فرض ترجیح داده شود، کاربر باید از آن چه در برنامه می‌گذرد آگاه بوده و آگاهانه از استفاده نادرست خصوصیات مدل مفصل پیش‌فرض پرهیز کند.

## ۶- منابع

- [1] Federal Emergency Management Agency, FEMA356. Prestandard and commentary for seismic rehabilitation of buildings. Washington (DC); 2000.
- [2] Park R., Paulay T.; *Reinforced concrete structures*, John Wiley & Sons, New York,
- [3] Priestley M.J.N., Seible F., Calvi G.M.S., *Seismic design and retrofit of bridges*, John Wiley & Sons, New York, 1996.
- [4] Fardis M.N., Biskinis D.E.. "Deformation of RC members, as controlled by flexure or shear", *In: Proceedings of the international symposium honoring Shunsuke Otani on performance-based engineering for earthquake resistant reinforced concrete structures*. 2003.
- [5] Prakash V., Powell G.H., Campbell S. Drain-2DX base program description and user guide version 1.10. Structural engineering mechanics and materials report no. UCB/SEMM-93-18. Berkeley: University of California; November 1993.
- [6] Prakash V., Powell G.H., Campbell S. Drain-3DX base program description and user guide, and element description

وضوح نشان می‌دهد که افزایش در مقدار آرماتورهای عرضی، ظرفیت تغییرمکانی را افزایش می‌دهد. برای فواصل آرماتورهای عرضی کم‌تر، این افزایش بیش‌تر بوده و موثرتر است. برای مثال، کاهش فاصله از ۲۰۰ میلی‌متر به ۱۰۰ میلی‌متر سبب افزایش ۴۳ درصدی ظرفیت تغییرمکانی می‌شود، درحالی‌که کاهش فاصله از ۲۰۰ میلی‌متر به ۱۵۰ میلی‌متر سبب افزایش تنها ۱۵ درصد برای قاب ۴ طبقه می‌شود.

۴- مقایسه‌ی الگوهای تشکیل مفصل پلاستیک نشان می‌دهد که هر دو مدل با مفاصل پیش‌فرض (حالت A) و مفاصل تعریف‌شده توسط کاربر (حالت B3) تشکیل مفاصل پلاستیک را در حد تسلیم به خوبی تخمین می‌زند. با وجود این، تفاوت‌های قابل ملاحظه‌ای در الگوهای شکل‌گیری مفصل پلاستیک در حد نهایی وجود دارد. اگرچه موقعیت مفاصل در مدل با مفاصل پیش‌فرض صحیح به نظر می‌رسد، در این مدل سازوکار تیر شکل‌پذیر که در آن ستون‌ها قوی‌تر از تیرها است، حاکم بوده و خسارت یا شکست در تیرها اتفاق می‌افتد.

۵- نتایج تحلیل تاریخچه‌ی زمانی نشان می‌دهد که تحلیل بارافزون در تعیین الگوهای تشکیل مفصل برای ساختمان‌های کوتاه و میان مرتبه به طور قابل قبولی عمل کرده است. به‌جز آن‌که تشکیل مفاصل پلاستیک در سطوح بالاتر، توسط تحلیل بارافزون، به طور مناسبی تخمین زده نمی‌شود.

۶- راستای قرارگیری و سطح بار محوری ستون‌ها به طور مناسبی توسط خصوصیات مفصل پیش‌فرض در نظر گرفته نمی‌شود. براساس مشاهدات در الگوهای تشکیل مفصل، واضح است که مدل مفصل تعریف‌شده توسط کاربر در مقایسه با مدل با مفاصل پیش‌فرض در تعیین سازوکار تشکیل مفصل موفق‌تر بوده است.

- [11] Mander J.B.; *Seismic design of bridge piers*. Research report 84-2. New Zealand: Department of Civil Engineering, University of Canterbury; February 1984.
- [12] Applied Technology Council, ATC-32. Improved seismic design criteria for california bridges: Provisional recommendations. Redwood City (CA); 1996.
- [13] Lew H.S., Kunnath S.K.; "Evaluation of nonlinear static procedures for seismic design of buildings", In: 33rd joint meeting of the UJNR panel on wind and seismic effects. 2001.
- version 1.10. Structural engineering mechanics and materials report no. UCB/SEMM-94-07 and 94-08. Berkeley: University of California; August, 1994.
- [7] RAM International. Perform-2D. West Carlsbad, CA 92008 at <http://www.ramint.com>.
- [8] CSI, SAP2000 V-8. Integrated finite element analysis and design of structures basic analysis reference manual, Computers and Structures Inc, Berkeley (CA, USA) (2002).
- [۹] آیین‌نامه‌ی طرح ساختمان‌ها در برابر زلزله، استاندارد ۲۸۰۰ (ویرایش دوم)، مرکز تحقیقات ساختمان و مسکن، ۱۳۷۸.
- [10] Scott BD., Park R., Priestley MJN; "Stress-strain behavior of concrete confined by overlapping hoops at low and high strain rates", *ACI Structural Journal* Vol.76, No. 1, 1982, pp. 13-27.