

بررسی عددی اثر زبری بر ضریب ظرفیت باربری N_γ به روش اجزای

محدود مرز پایین

سمیه صفیاری^۱، علیرضا باقریه^{۲*}

۱- دانش آموخته کارشناسی ارشد ژئوتکنیک، دانشگاه ملایر

۲- استادیار گروه مهندسی عمران، دانشکده عمران و معماری، دانشگاه ملایر

*bagheri@malayeru.ac.ir

چکیده

به علت پیچیده بودن تعیین مقدار دقیق N_γ ، پژوهشگران مختلف مقادیر متفاوتی را برای این ضریب با استفاده از روش‌های گوناگون پیشنهاد داده‌اند. با توجه به تأثیرگذار بودن زبری پی بر مقدار این ضریب، بررسی آثار زبری بر مقادیر N_γ امری ضروری است. در این پژوهش مقادیر ضریب ظرفیت باربری N_γ برای پی‌های سطحی با در نظر گرفتن اثر زبری پی و به روش آنالیز حدی اجزای محدود مرز پایین مورد بررسی قرار گرفته است. بدین منظور یک برنامه کامپیوتری در محیط MATLAB نوشته شده است که با استفاده از روش آنالیز حدی مرز پایین و به کمک ابزار اجزای محدود و برنامه‌ریزی خطی، ضریب ظرفیت باربری N_γ را در حالت‌های پی صاف و زبر تعیین می‌نماید. مقادیر محاسبه شده N_γ توسط برنامه تدوین شده، با نتایج دیگر پژوهشگران مقایسه شده است. به دلیل اینکه روش بکار گرفته شده در حد پایین قضایای حدی قرار دارد، نتایج به دست آمده دارای شاخص اطمینان مناسب بوده و برآوردی ایمن از ظرفیت باربری ارائه می‌کند.

واژگان کلیدی: زبری پی سطحی، اجزاء محدود، مرز پایین، آنالیز حدی، ضریب ظرفیت باربری N_γ

۱- مقدمه

یا زبر تعریف کرد. در حالت زبر، فرض بر این است که سطح مشترک پی و خاک زیرین دارای مقاومت برشی و اصطکاک است، اما در حالت صاف این سطح مشترک دارای مقاومت برشی نیست و در نتیجه میزان تنش برشی در این حالت را می‌توان برابر با صفر در نظر گرفت. به طور معمول از فرمول شناخته شده ترزاقی [1]، که در معادله (۱) نشان داده شده است برای تعیین ظرفیت باربری پی‌های سطحی استفاده می‌شود. در تحلیل‌هایی مانند تحلیل ترزاقی، فرض بر این بوده است که پی دارای سطحی کاملاً زبر است.

تعیین ظرفیت باربری پی‌های سطحی به عنوان یکی از مفاهیم اصلی مهندسی ژئوتکنیک همواره مورد نیاز و توجه بوده است. در طول سالیان طولانی پژوهشگران روابط و روش‌های مختلفی برای محاسبه ظرفیت باربری پی‌ها ارائه کرده‌اند. در محاسبه ظرفیت باربری پی‌های سطحی، نحوه تعریف سطح مشترک پی با خاک زیرین دارای اهمیت بوده و روی نتایج تأثیر قابل توجهی دارد. در حالت کلی می‌توان سطح مشترک بین پی و خاک زیرین را به شکل حالت صاف

$$q_f = cN_c + qN_q + 0.5\gamma BN_\gamma \quad (1)$$

در معادله ترزاقی [1]، ضرایب ظرفیت باربری N_c ، N_q و N_γ به ترتیب تأثیر چسبندگی c ، سربار q و وزن مخصوص خاک را نشان می‌دهند که معمولاً با استفاده از اصل جمع آثار قوا تأثیر توأم آن‌ها در نظر گرفته می‌شود. ضرایب ظرفیت باربری تابعی از زاویه اصطکاک داخلی خاک هستند که پژوهشگران مقادیر مختلفی را مبتنی بر روش‌های گوناگون پیشنهاد داده‌اند. ضرایب N_c و N_q ارائه شده دارای مقادیر نزدیک به هم هستند، در حالی که با وجود مطالعات فراوانی که تاکنون انجام شده است مقدار دقیق N_γ در حالت پی صاف و زبر همچنان مجهول است و مقادیر ارائه شده در روش‌های مختلف دارای اختلاف زیادی هستند. با توجه به این موضوع بررسی مقادیر N_γ در مطالعه ظرفیت باربری پی‌های صاف و زبر دارای اهمیت است. برای مقادیر به دست آمده N_γ ، از روش تعادل حدی می‌توان حل‌های ترزاقی [1]، در حالت پی زبر و حل میرهوف [2] در حالت پی زبر و صاف را نام برد. برای روش خطوط مشخصه حل‌های هانسن و کریستنسن [3]، بوکر [4]، بولتون و لائو [5]، کومار [6]، کاسکان و کاسابلانکا [7]، ارائه شده است. در روش آنالیز حدی مرز بالا با فرض مکانیسم شکست مطالعات چن [8]، میخالوفسکی [9] و سویرا [10]، را می‌توان نام برد. همچنین برای روش آنالیز حدی المان محدود در مرز پایین و بالا می‌توان به مطالعات اکریچون و همکاران [11]، جیاج و همکاران [12] و کومار و خاطری [13]، اشاره کرد. برای روش‌های المان محدود و تفاضل محدود به ترتیب می‌توان مطالعات گریفیت [14] و فردمن و بارد [15] را مثال زد. سابقه کاربرد روش آنالیز حدی المان محدود مرز پایین، به عنوان یکی از روش‌های مبتنی بر تئوری پلاستیسیته در حل مسائل ظرفیت باربری نسبت به روش‌های دیگر بسیار کمتر است. روش آنالیز حدی در ترکیب با المان محدود و با ابزار بهینه‌سازی مناسب می‌تواند به عنوان روشی بسیار کارآمد و قدرتمند در حل مسائل پایداری و گسیختگی مورد استفاده

قرار گیرد. روش آنالیز حدی اجزای محدود بر اساس مطالعات پژوهشگران مختلف شکل گرفت که می‌توان مراجع [16-17] را نام برد. اسلون [18] در سال ۱۹۸۸ با استفاده از الگوریتمی جدید که برای حل دستگاه‌های برنامه‌ریزی خطی ارائه شده بود، توانست یک روش جدید عددی را برای حل مسائل مرز پایین آنالیز حدی با استفاده از المان محدود و برنامه‌ریزی خطی پیشنهاد دهد. در روش تحلیل اجزای محدود کران پایین با ماکزیمم کردن نیروی گسیختگی، دستگاهی از معادلات شامل قیدهای خطی بر روی متغیرهای تنش به وجود می‌آید که برای حل آن از روش برنامه‌ریزی خطی استفاده می‌شود. در این روش خاک به وسیله مجموعه-ای از المان‌های مثلثی خطی که هر گره دارای ۳ متغیر تنش است، المان‌بندی می‌شود و برای اعمال اثر گسیختگی، به تنش‌ها در مرز مشترک بین المان‌ها، اجازه داده می‌شود که از نظر استاتیکی ناپیوسته شوند. در این پژوهش برنامه‌ای تهیه شده است که بر اساس توسعه الگوریتم اسلون [18] قادر می‌باشد برای شرایط پی صاف و زبر ضرایب ظرفیت باربری را به روش اجزای محدود کردن پایین، با تعریف هندسه مدل و المان بندی مناسب به دست آورد. این برنامه با عنوان Geotechnical Lower Bound Finite Element (GeoLBFE) در محیط برنامه‌نویسی MATLAB تهیه شده است.

۲- روش تحقیق

۲-۱- تعریف مسئله و المان بندی

برای بررسی اثر زبری و صافی در پی‌های سطحی، یک پی نواری به عرض B قرار گرفته بر روی خاک همگن با زاویه اصطکاک داخلی ϕ ، چسبندگی c و وزن مخصوص γ تعریف شده است. محدوده مدل‌سازی خاک زیر پی در هر جهت پانزده برابر عرض پی در نظر گرفته شده است تا مرزها بر روی نتایج بی‌تأثیر باشند. هندسه مدل تعریف شده برای مسئله بر اساس المان‌های ۳ گرهی مثلثی، به صورت شکل (۱) و المان‌بندی آن به صورت شکل (۲) است.

۲-۲- فرمول بندی مسئله

الگوریتم ارائه شده توسط اسلون [18] و توسعه آن برای مسئله زبری به طور خلاصه در این بخش ارائه شده است. در روش مرز پایین آنالیز حدی المان محدود باید به شبکه المان‌ها شرایط تعادل، شرایط مرزی، شرایط ناپیوستگی استاتیکی مجاز تنش‌ها در لبه مشترک بین المان‌ها و شرایط تسلیم اعمال شود. با اعمال این شرایط معادله‌هایی با عنوان قیدهای برابری و نابرابری به دست می‌آیند. این معادله‌ها به همراه تابع هدف مسئله به عنوان ورودی مسئله بهینه‌سازی خطی و تشکیل جواب نهایی، مورد استفاده قرار می‌گیرند.

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = \gamma \quad (3)$$

$$[A_{equil}] \{\sigma\} = \{b_{equil}\} \quad (4)$$

که در آن A_{equil} ماتریس قیدها برابر است با:

$$[A_{eq}] = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} \eta_1 & 0 & \zeta_1 & \eta_2 & 0 & \zeta_2 & \eta_3 & 0 & \zeta_3 \\ 0 & \zeta_1 & \eta_1 & 0 & \zeta_2 & \eta_2 & 0 & \zeta_3 & \eta_3 \end{bmatrix} \quad (5)$$

σ ، بردار تنش‌های گره‌ای مجهول و b_{equil} برابر هستند با

معادله (۶).

$$\sigma^T = \{\sigma_{x1}, \sigma_{y1}, \tau_{xy1}, \sigma_{x2}, \sigma_{y2}, \tau_{xy2}, \sigma_{x3}, \sigma_{y3}, \tau_{xy3}\}$$

$$\bar{b}_{equil} = \{0, \gamma\} \quad (6)$$

A مساحت المان و مقادیر η ، ζ بر طبق معادلات (۷) و (۸)

بسط داده می‌شوند.

$$\eta_i = y_j - y_k \quad (7)$$

$$\zeta_i = x_k - x_j \quad (8)$$

شکل ۳- المان مثلثی سه گرهی در آنالیز المان محدود مرز پایین

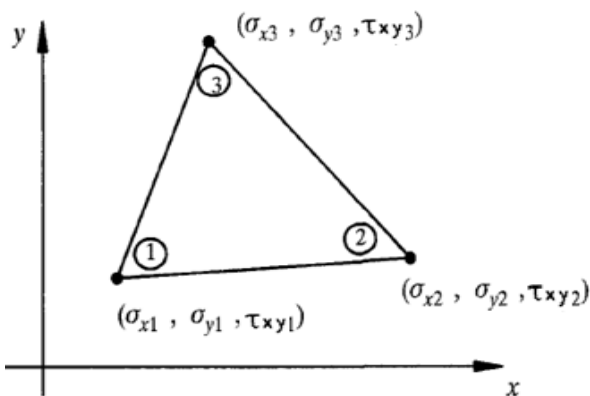


Fig. 3. Three-noded triangular element in the lower bound finite element analysis

شکل ۱. هندسه مدل و شرایط مرزی

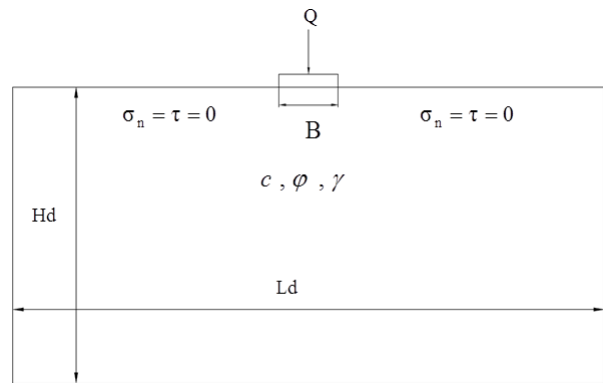


Fig. 1. Modeling geometry and boundary conditions

شکل ۲- المان بندی دامنه مساله

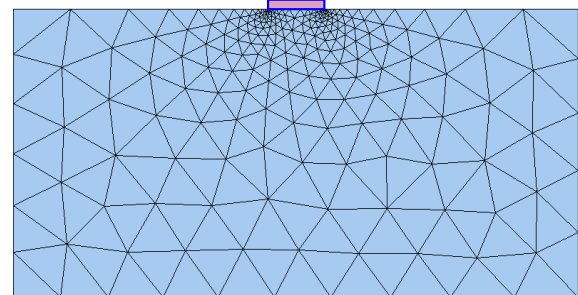


Fig. 2. Finite element discretization of domain

۲-۲-۱- قیدهای معادلات تعادل

تنش‌ها در هر المان، باید معادلات تعادل (۲ و ۳) را ارضا کنند. با اعمال معادلات (۲ و ۳) برای هر المان، دو قید برابری به صورت معادله (۴) به دست می‌آید. یک المان خطی مثلثی به همراه تنش‌های آن در شکل (۳) نشان داده شده است.

$$[A_{disc}] = \begin{bmatrix} T & -T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & T & -T \end{bmatrix}$$

$$[T] = \begin{bmatrix} \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & -\sin 2\theta \\ -\frac{1}{2} \sin 2\theta & \frac{1}{2} \sin 2\theta & \cos 2\theta \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\sigma^T = \{\sigma_{x1}, \sigma_{y1}, \tau_{xy1}, \sigma_{x2}, \sigma_{y2}, \tau_{xy2}, \sigma_{x3}, \sigma_{y3}, \tau_{xy3}, \sigma_{x4}, \sigma_{y4}, \tau_{xy4}\}$$

$$b_{disc}^T = \{0, 0, 0, 0\} \quad (17)$$

شکل ۴. اعمال شرایط مرزی تنش

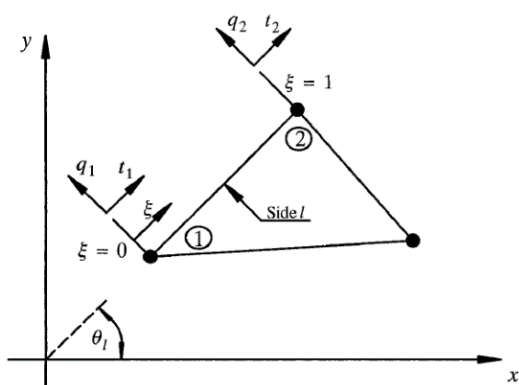


Fig. 4. Imposition of stress boundary condition

شکل ۵. ناپیوستگی تنش در مرز مشترک المان‌ها

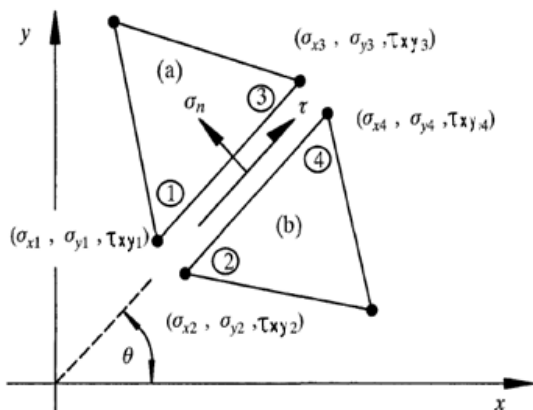


Fig. 5. Stress discontinuity in the interface of elements

۲-۲-۴- شرایط تسلیم

با فرض استفاده از معیار تسلیم مور کولمب، این معیار با یک p ضلعی منتظم در حالت کرنش صفحه‌ای مانند شکل (۶) تقریب زده می‌شود.

۲-۲-۲- شرایط مرزی

شرایط مرزی تنش در هر لبه المان که در شکل (۴) نشان داده شده است، می‌تواند بر اساس معادلات زیر تعریف شود.

$$\begin{aligned} \sigma_{n1} &= q_1 & \sigma_{n2} &= q_2 \\ \tau_1 &= t_1 & \tau_2 &= t_2 \end{aligned} \quad (9)$$

معادله قیدهای برابری شرایط مرزی، به صورت معادله (۱۰) است.

$$[A_{bound}] \sigma = b_{bound} \quad (10)$$

مقادیر A_{bound} ، σ و b_{bound} برابر هستند با:

$$[A_{bound}] = \begin{bmatrix} T & 0 \\ 0 & T \end{bmatrix}$$

$$[T] = \begin{bmatrix} \sin^2 \theta_l & \cos^2 \theta_l & -\sin 2\theta_l \\ -\frac{1}{2} \sin 2\theta_l & \frac{1}{2} \sin 2\theta_l & \cos 2\theta_l \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\sigma^T = \{\sigma_{x1}, \sigma_{y1}, \tau_{xy1}, \sigma_{x2}, \sigma_{y2}, \tau_{xy2}\} \quad (12)$$

$$b_{bound}^T = \{q_1, t_1, q_2, t_2\} \quad (13)$$

q_1 و q_2 تنش‌های عمودی مرزی و t_1 و t_2 تنش‌های برشی مرزی در گره‌های ۱ و ۲ است.

۲-۲-۳- قیدهای ناپیوستگی مجاز استاتیکی

در این فرمولاسیون به تنش‌ها در مرز مشترک بین المان‌ها اجازه داده می‌شود که از نظر استاتیکی ناپیوسته شوند. مطابق شکل (۵) رابطه زیر می‌تواند بین المان‌های (a) و (b) برقرار باشد:

$$\sigma_n^a = \sigma_n^b \quad \tau^a = \tau^b \quad (14)$$

معادله‌های قیدها برای شرایط ناپیوستگی استاتیکی تنش‌ها به صورت زیر است:

$$[A_{disc}] \sigma = b_{disc} \quad (15)$$

که مقادیر A_{disc} ، σ و b_{disc} برابر است با:

صفر قرار گیرد و از اصطکاک بین پی و خاک صرف نظر شود.

$$\tau = 0 \quad (23)$$

در حالت زیر فرض بر این است که سطح مشترک پی و خاک زیرین دارای مقاومت برشی و اصطکاک است و تنش برشی نقاط برابر با صفر قرار نمی‌گیرد. برای دست یابی به حل موفق مسئله بهینه‌سازی و جلوگیری از خطاهای محاسباتی، لازم است که مقادیر بسیار کوچکی برای چسبندگی فرض شود.

۳- تشکیل مسئله بهینه‌سازی خطی

مسئله بهینه‌سازی برای حد پایین آنالیز حدی دارای تابع هدفی از نوع بیشینه‌سازی است که به صورت رابطه (۲۴) نشان داده می‌شود. برای حل مسئله بهینه‌سازی خطی از جعبه ابزار برنامه ریزی خطی در MATLAB استفاده شده است.

$$\text{Maximize} : \quad \bar{C}^T \sigma$$

$$\text{Subject to} : [A_1] \sigma = \{b_1\}$$

$$[A_2] \sigma \leq \{b_2\} \quad (24)$$

۴- نتایج

برای مقادیر پی کاملاً صاف و کاملاً زبر مقادیر N_p به دست آمده از حل نرم‌افزار با مقادیر دیگر پژوهشگران برای زاویه اصطکاک‌های مختلف در جدول‌های (۱ و ۲) مورد مقایسه قرار داده شده است. به منظور مقایسه بهتر نتایج شکل‌های (۷ و ۸) نمودارهای مقایسه‌ای نتایج را نشان می‌دهد. به دلیل حد پایین بودن حل نرم‌افزار مقادیر به دست آمده با حل‌های جیاج و همکاران [12] و خاطری و کومار [13]، هماهنگی بیشتری دارد. برای زوایای اصطکاک کمتر از ۳۰ درجه روش‌های مختلف تفاوت زیادی با هم ندارند ولی از این مقدار به بعد روش‌های مختلف نتایج متفاوتی به دست می‌دهند.

قیدهای نابرابری تسلیم به صورت زیر است:

$$[A_{yield}] \sigma \leq b_{yield} \quad (18)$$

A_{yield} ماتریس ضرایب قیدهای نابرابری و همچنین بردارهای σ و b_{yield} برابر هستند با:

$$[A_{yield}] = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ A_k & B_k & C_k \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ A_p & B_p & C_p \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\sigma^T = \{\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}\} \quad (20)$$

$$b_{yield}^T = \{D_1, D_2, \dots, D_p\} \quad (21)$$

شکل ۶. تقریب خطی معیار تسلیم مور کولمب [18]

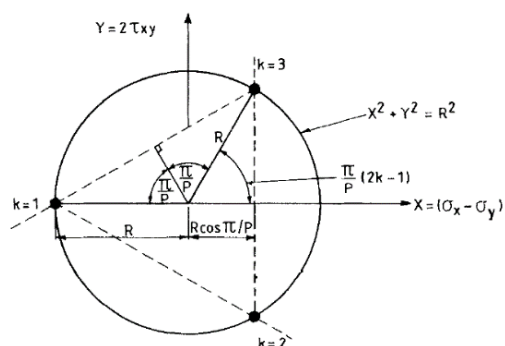


Fig. 6. Linearized Mohr-Coulomb yield criterion [18]

۲-۶-۲- اعمال شرایط صاف و زبر بودن پی

در روش المان محدود مرز پایین شرایط اعمال صاف یا زبر بودن پی به نحوه اعمال تنش برشی در ناحیه زیر پی وابسته است. برای اعمال شرایط پی کاملاً صاف لازم است که تنش برشی در تمامی نقاط زیر پی مانند رابطه (۲۳) برابر با

جدول ۱. مقایسه مقادیر N_{γ} پیشنهاد شده توسط پژوهشگران مختلف برای پی زبر

	Φ (degrees)							
	5	10	15	20	25	30	35	40
Terzaghi[1] ^a	0.50	1.20	2.50	5	9.70	19.70	42.4	100.40
Meyerhof [2] ^a	0.07	0.36	1.12	2.87	6.77	15.7	37.2	93.7
Hansen & Christensen[3] ^b	-	-	1.2	2.9	7	15	35	85
Booker[4] ^b	-	0.46	1.15	2.89	6.63	15	35.8	83.80
Chen [8] ^c	0.38	1.16	2.30	5.20	11.40	25	57	141
Griffiths[14] ^f	-	-	2	4	8.24	17.41	-	-
Bolton et al[5] ^b	0.62	1.71	3.17	5.97	11.60	23.60	51	121
Michalowski [9] ^c	0.18	0.70	1.93	4.46	9.76	21.39	48.68	118.82
Frydman & Burd [15] ^g	-	-	-	-	-	21.7	54.2	147
Soubra[10] ^c	-	-	1.95	4.49	9.81	21.5	49	120
Ukritchon et al-LB[11] ^d	0.11	0.41	1.13	2.67	5.95	13.2	29.3	69.9
Ukritchon et al-UB[11] ^e	0.12	0.47	1.31	3.27	7.52	17.40	42.40	111.10
Kumar[6] ^b	0.23	0.69	1.60	3.43	7.18	15.57	35.16	85.73
Hjjaj et al-LB ^d [12]	0.11	0.43	1.17	2.82	6.43	14.56	33.95	83.32
Hjjaj et al-UB ^e [12]	0.11	0.45	1.23	2.96	6.73	15.23	35.64	88.39
Kumar & Khateri[13] ^d	0.11	0.40	1.09	2.65	6.02	13.65	31.90	77.88
Casnane & Casablanca[7] ^b	-	-	1.26	2.98	6.75	15.25	35.67	87.03
Current LB	-	0.34	1.01	2.28	5.60	13.05	31.07	73.58

a: Limit equilibrium method

b :Method of characteristic lines

c: Upper bound solution by assuming a failure mechanism

d: Lower bound finite element method

e: Upper bound finite element method

g: Finite difference analysis

Table 1. The values of N_{γ} proposed by different researchers for rough footing

جدول ۲. مقایسه مقادیر N_{γ} پیشنهاد شده توسط پژوهشگران مختلف برای پی صاف

	Φ (degrees)							
	5	10	15	20	25	30	35	40
Meyerhof [2] ^a	0.03	0.18	0.56	1.43	3.38	7.83	18.57	5
Hansen & Christensen[3] ^b	-	-	0.7	1.60	3.5	7.5	18	42.70
Booker[4] ^b	-	0.28	0.66	1.54	3.41	7.36	17.90	42.30
Chen [8] ^c	0.1	0.5	1.2	2.70	5.90	12.70	28.6	71.60
Griffiths[14] ^f	-	-	-	2.40	4.70	10	21	-
Bolton et al[5] ^b	0.09	0.29	0.71	1.60	3.51	7.74	17.80	44
Michalowski [9] ^c	0.12	0.42	1.05	2.33	5.02	10.91	24.74	60.21
Frydman & Burd [15] ^g	-	-	-	-	-	8.70	20.70	54.20
Ukritchon et al-LB[11] ^d	0.08	0.27	0.68	1.52	3.33	7.18	15.70	38.5
Ukritchon et al-UB[11] ^e	0.09	0.30	0.75	1.73	3.94	8.54	21.20	54.20
Hjjaj et al-LB ^d [12]	0.08	0.28	0.70	1.57	3.45	7.62	17.46	42.76
Hjjaj et al-UB ^e [12]	0.09	0.29	0.73	1.66	3.65	8.07	18.51	45.42
Kumar & Khateri[13] ^d	0.08	0.27	0.67	1.51	3.31	7.26	16.53	39.91
Casnane & Casablanca[7] ^b	-	-	0.75	1.61	3.49	7.68	17.68	43.83
Current LB	0.07	0.26	0.64	1.39	3.69	8.50	19.13	39.45

Limit equilibrium method

b :Method of characteristic lines

c: Upper bound solution by assuming a failure mechanism

d: Lower bound finite element method

e: Upper bound finite element method

g: Finite difference analysis

Table 2. The values of N_{γ} proposed by different researchers for smooth footing

زیرین پی بیشتر از حالت صاف است. با افزایش تعداد اضلاع خطی سازی معیار مور کولمب، می‌توان در حالت کلی دقت نتایج را افزایش داد و با صرف زمان بیشتر برای حل نرم‌افزار مقادیر دقیق‌تری به دست آورد. در این پژوهش تعداد اضلاع خطی سازی معیار مور کولمب برابر با ۲۴ در نظر گرفته شده است. همچنین ریزتر شدن شبکه المان‌ها هم می‌تواند بر دقت نتایج تأثیرگذار باشد و مقادیر با دقت بیشتری ارائه کند.

۵- نتیجه‌گیری

در این پژوهش ضریب N_{γ} در معادله ظرفیت باربری در حالت پی صاف و زیر به روش اجزای محدود مرز پایین محاسبه شد و مقادیر آن به ازای مقادیر مختلف زاویه اصطکاک، توسط نرم‌افزار تدوین شده تعیین شد. همان‌گونه که انتظار می‌رفت مقادیر به دست آمده در حالت زیر بیشتر از حالت صاف است؛ بنابراین عدم در نظرگیری وضعیت زیر کف پی در محاسبه ظرفیت باربری، فرضی محافظه کارانه خواهد بود. که ممکن است از نظر اقتصادی ابعاد پی را بنا به ملاحظات ظرفیت باربری بیش از حد لازم پیشنهاد دهد. استفاده از روش اجزای محدود حد پایین که در مسائلی مانند ظرفیت باربری، مرز پایین پاسخ‌ها را به دست می‌دهد روشی مطمئن خواهد بود. چرا که مقدار ظرفیت باربری واقعی، به شرط تأمین قیود حالت حد پایین هیچ‌گاه از مقادیر به دست آمده توسط این روش کمتر نخواهد بود. مقادیر N_{γ} حاصل از این پژوهش با مقادیر به دست آمده از سایر روش‌ها مقایسه شد و مقایسه‌ها حاکی از این است که نتایج به دست آمده هماهنگی خوبی با نتایج سایر پژوهشگران دارد؛ بنابراین از جداول و منحنی‌های ارائه شده در این مقاله می‌توان با اطمینان برای به دست آوردن N_{γ} در حالت‌های پی زیر و یا صاف استفاده کرد.

References

- 1- Terzaghi, K. 1943. Theoretical soil mechanics, Wiley, New Yourk.
- 2- Meyerhof, G. G. 1963. Some recent research on the bearing capacity of

به طور کلی استفاده از این روش به دلیل حد پایین بودن مقادیری با شاخص اطمینان مناسب‌تری به دست می‌دهد. مقایسه مقادیر نمودارهای روش‌های مختلف با مقادیر ارائه شده توسط نرم‌افزار تدوین شده نشان دهنده رضایت بخش بودن و هماهنگی مناسب نمودار با دیگر روش‌ها است.

شکل ۷- مقایسه مقادیر N_{γ} برای پی زیر

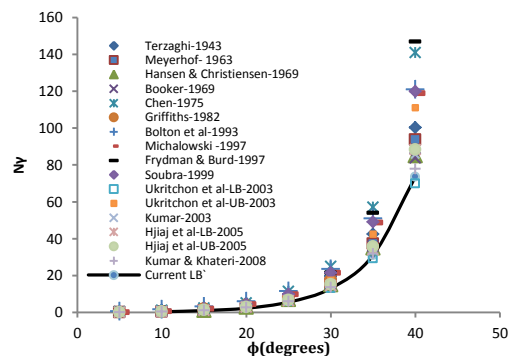


Fig. 7. Comparison of N_{γ} values proposed for rough footing

شکل ۸. مقایسه N_{γ} برای پی صاف

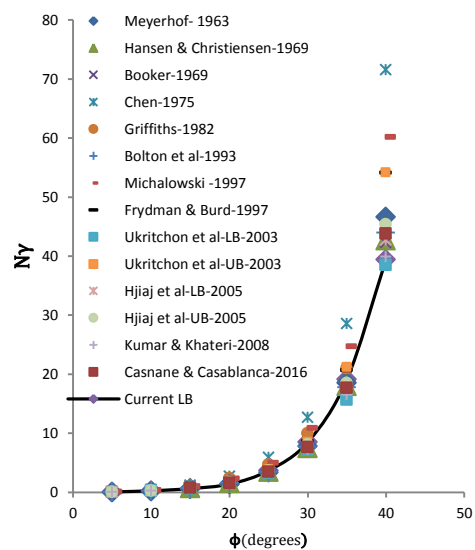


Fig. 8. Comparison of N_{γ} value for smooth footing

نتایج این پژوهش به نتایج پژوهشگرانی که از روش مرز پایین به دست آمده بسیار نزدیک است. در حالت کلی ظرفیت باربری به دست آمده در حالت فرض زیر بودن سطح

- 12- Hji aj, M., Lyamin, A. V., & Sloan, S. W. 2005. Numerical limit analysis solutions for the bearing capacity factor $N\gamma$. *International Journal of Solids and Structures*, 42(5), 1681-1704
- 13- Kumar, J., & Khatri, V. N. 2008. Effect of footing roughness on lower bound $N\gamma$ values. *International Journal of Geomechanics*, 8(3), 176-187.
- 14- Griffiths, D. V. 1982. Computation of bearing capacity factors using finite elements. *Geotechnique*, 32(3), 195-202.
- 15- Frydman, S., & Burd, H. J. 1997. Numerical studies of bearing-capacity factor $N\gamma$. *Journal of geotechnical and geoenvironmental engineering*, 123(1), 20-29.
- 16- Lysmer, J. 1970. Limit analysis of plane problems in soil mechanics. *Journal of Soil Mechanics & Foundations Div.* 96(4), 1311-1334.
- 17- Bottero, A., Negre, R., Pastor, J., & Turgeman, S. 1980. Finite element method and limit analysis theory for soil mechanics problems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 22(1), 131-149.
- 18- Sloan, S. W. 1988. Lower bound limit analysis using finite elements and linear programming. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 12(1), 61-77.
- foundations. *Canadian Geotechnical Journal*, 1(1), 16-26.
- 3- Hansen, B., christensen, N.H., 1969. Discussion of "Theoretical bearing capacity of very shallow footings" by A.L.Larkin. *Journal of soil Mechanics and Foundations Division*, 95,1567-1568.
- 4- Booker, J. R. 1969. Application of theories of plasticity to cohesive frictional soils. PhD thesis, University of sydney.
- 5- Bolton, M. D., & Lau, C. K. 1993. Vertical bearing capacity factors for circular and strip footings on Mohr–Coulomb soil. *Canadian Geotechnical Journal*, 30(6), 1024-1033.
- 6- Kumar, J. 2003. $N\gamma$ for rough strip footing using the method of characteristics. *Canadian Geotechnical Journal*, 40(3), 669-674.
- 7- Cascone, E., & Casablanca, O. 2016. Static and seismic bearing capacity of shallow strip footings. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 84, 204-223.
- 8- Chen, W. F., & Davidson, H. L. 1973. Bearing capacity determination by limit analysis. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, 99(6), 433-449.
- 9- Michalowski, R. 1997. An estimate of the influence of soil weight on bearing capacity using limit analysis. *Soils and Foundations*, 37(4), 57-64.
- 10- Soubra, A. H. 1997. Seismic bearing capacity of shallow strip footings in seismic conditions. *Proceedings-Institution of Civil Engineers, Geotechnical Engineering*, 125(4) 230-241.
- 11-Ukritchon, B., Whittle, A. J., & Klangvijit, C. 2003. Calculations of bearing capacity factor $N\gamma$ using numerical limit analyses. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 129(5), 468-474.

Numerical study on the effect of roughness of shallow foundations on bearing capacity factor N_γ using lower bound finite element analysis

S. Safiyari¹, A. R. Bagherieh^{*2}

1. Graduate student, Department of Civil Engineering, Malayer University

2. Assist. Prof., Department of Civil Engineering, Malayer University

bagheri@malayeru.ac.ir

Abstract

Due to the complexities associated with the determination of bearing capacity coefficient N_γ , researchers have proposed different values for this coefficient. As the roughness of foundation influences the value of this parameter, it is essential to consider its effect on N_γ . In the present research, the values of bearing capacity factor N_γ , has been determined by lower bound finite element method. The problem has been solved for a two-dimensional domain of the soil beneath a strip foundation. The domain was discretized into a three-noded linear triangular element. In this method, in contrast to the conventional finite element analyses, the primary variables are three components of two-dimensional stress matrix. Differential equations of stress equilibrium in horizontal and vertical directions are the governing equations of problem. The bearing capacity is defined as the maximum load which can be applied to the foundation while not violating the stress constraints. The constraints include stress discontinuity and yield condition constraints. The stress components at a node common in adjacent elements are not essentially equal. The stress at adjacent element can be discontinuous. The condition of stress discontinuity means that the stress components should be such that the tangential and normal forces at common border lines of adjacent elements are in equilibrium. Moreover, the stress components should be such that they do not violate the Mohr-Coulomb failure criterion. The failure criterion was linearized into definite linear segments. The aforementioned equality and non-equality conditions construct a set of linear equations. The maximum load can be applied to the foundation was determined by linear programming as an optimization technique. The N_γ factor was calculated at smooth conditions. For the smooth foundation, an additional constraint was applied. The horizontal at the soil-foundation interface was imposed zero. The values of N_γ were compared at different values of soil friction angles. The values of the factor obtained from the current research were compared with the results of other relevant researchers including the results obtained from limit equilibrium, slip line method, upper bound solutions and lower bound solutions. The results indicate that the roughness of foundation affects the value of N_γ factor and consequently affect the bearing capacity. Therefore, in order to calculate the precise and reliable bearing capacity of a foundation, it is essential to take the effect of foundation roughness into account. The results of comparisons with the relevant studies indicate that the results of different methods do not differ substantially for the friction angles less than 30 degrees. On the other hand, the values of factors obtained from different methods differ substantially from each other for the friction angles higher than 30 degrees. This divergence increases by increasing the friction angle. The factors obtained from upper bound solutions are essentially higher than those obtained from the present research which is a lower bound solution. As the exact solution is higher than what obtained from lower bound solution, it could be stated that the reliability index of the factors obtained from the current study is higher than other methods. It could be concluded that the proposed factors can be regarded as a safe estimate for N_γ factor.

Keywords: Roughness, Shallow Foundation, Finite Element, Lower Bound, Limit Analysis, Bearing Capacity Factor N_γ