

تعیین مقاومت فشاری کامپوزیت سیمان تقویت شده با نانوتیوب کربن با فرض همسانگردی نانوتیوبها

حسن قاسم‌زاده^{۱*}، عصمت اکبری جلال‌آباد^۲

۱-استادیار دانشکده عمران، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده عمران، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

ghasemzadeh@kntu.ac.ir

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۰/۰۷/۲۷

تاریخ دریافت: ۱۳۸۹/۰۸/۰۳

چکیده - نانوتیوب کربن خواص چشم‌گیری دارد و تحقیقات زیادی در مورد کاربرد آن در تقویت مواد مختلف از جمله مواد ساختمانی انجام شده و اثر مثبت نانوتیوبها مشاهده شده است. استفاده از روش‌های تجربی برای تعیین خواص کامپوزیت‌های تقویت شده با نانوتیوب کربن، نیازمند تجهیزات آزمایشگاهی گران و روش‌های پیچیده است؛ بنابراین در این پژوهش با استفاده از روش‌های تحلیلی، رابطه‌ای برای تعیین مقاومت فشاری کامپوزیت سیمان تقویت شده با نانوتیوب کربن به دست می‌آید. برای سادگی محاسبات، فرض شده است که نانوتیوبها ایزوتروپ بوده و در ابتدا داخل کامپوزیت به صورت تک‌جهته و همگن چیده شده است. حجم پایه معرف به عنوان المان نماینده از این نانوکامپوزیت انتخاب شده و به روش مکانیک محیط پیوسته، تحلیل می‌شود. با این تحلیل، مقاومت فشاری کامپوزیت سیمان تقویت شده با چیدمان منظم الیاف محاسبه می‌شود. در موارد عملی، نتایج این تحلیل برای یک کامپوزیت سیمانی دارای چیدمان تصادفی نانوتیوب کربن تعمیم داده شده و رابطه تحلیلی به دست آمده با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده است.

واژگان کلیدی: نانوکامپوزیت سیمان، نانوتیوب کربن، مقاومت فشاری، حجم پایه معرف، توزیع تصادفی الیاف

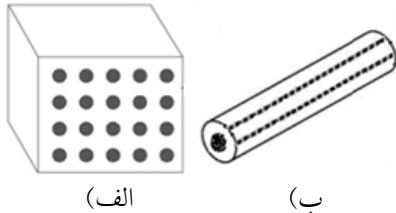
۱- مقدمه

مطالعه [۵-۱] و افزایش مقاومت به خاطر اضافه کردن این نانوذرات را مشاهده کرده‌اند. در آزمایش کیمپانیک و همکارانش [۶]، نانوتیوب کربن به سیمان با خاکستر بادی اضافه شده و مقاومت فشاری نانوکامپوزیت، اندازه‌گیری شده است. در تحقیق نوکیا و همکارانش [۷]، نانوتیوب به خمیر سیمان پرتلند اضافه شده و مقاومت فشاری نمونه‌ها اندازه‌گیری شده است. نانوتیوب‌های کربن، شکل لوله‌شده‌ی صفحات گرافیت با قطری در حدود نانومتر است و خواص

در دهه‌ی اخیر توجه ویژه‌ای به نانومواد شده است که علت آن کاربردهای بالقوه ذرات در مقیاس نانو (10^{-9} متر) است. صنعت ساختمان نیز از این تکنولوژی بی‌بهره نبوده و محققان زیادی در مورد کاربرد نانومواد مانند نانو سیلیس^۱، نانوتیوب کربن، نانو اکسید آهن^۲ و نانو اکسید آلومینیم^۳ در بتن و سیمان

1- Nano-SiO₂
2- Nano-Fe₂O₃
3- Nano-Al₂O₃

به طور منظم و همگن چیده شده است. برای تحلیل، المانی به عنوان حجم پایه معرف^۲ از این نانوکامپوزیت استخراج می شود. نمایی از این المان در شکل (۱) نشان داده شده است و به صورت زیر تعریف می شود:



شکل (۱) الف کامپوزیت سیمان تقویت شده با نانوتیوب کربن در حالت چیدمان منظم الیاف، (ب) حجم پایه معرف

یک نانوتیوب کربن به شعاع (a) با ثابت های ارتجاعی E_f , k_f , m_f و v_f را فرض می کنیم که داخل استوانه ای با شعاع خارجی (b) و ثابت های ارتجاعی E_m , k_m , a_m و v_m قرار گرفته است. در این جا k ضریب حجمی کرنش صفحه ای، m ضریب برشی در زاویه $\pi/4$ از محور اصلی، v نسبت پواسون و E ضریب ارتجاعی است. زیر نویس های f و m به ترتیب نمایانگر نانوتیوب و ماتریس سیمانی اطراف نانوتیوب است (در کامپوزیت های تقویت شده با نانوذرات به فاز تقویت شونده، ماتریس می گویند). این مجموعه، حجم پایه معرف است که به وسیله ی یک محیط همگن نامحدود که همان نانوکامپوزیت است احاطه شده است. فرض می کنیم که تنش شعاعی جانبی یکنواختی در بی نهایت بر حجم پایه معرف وارد می شود و کرنش در راستای طول نانوتیوب (ϵ_z) به وسیله تنش طولی لازم σ_z و به خاطر نسبت طول به قطر زیاد المان، برابر صفر است. تحت این شرایط و به خاطر تقارن حول θ ، جابه جایی در راستای شعاع، (u_r) تنها تابعی از r خواهد بود و می توان نوشت [۹]:

مکانیکی بالایی دارد؛ برای نمونه، ضریب ارتجاعی و مقاومت کششی آنان به ترتیب حدود ۱ تراپاسکال و ۲۰۰ گیگاپاسکال است [۸]. هر چند از تحقیقات آزمایشگاهی می توان برای تعیین خواص کامپوزیت های تقویت شده با نانوذرات (نانوکامپوزیت ها) به خصوص نانوکامپوزیت سیمان، استفاده کرد اما رویکرد آزمایشگاهی، نیازمند استفاده از روش ها و تجهیزات آزمایشگاهی پیچیده ای است که هزینه های زیادی دارد. از این رو تکنیک های مدل سازی محاسباتی برای تعیین خواص مکانیکی نانوکامپوزیت ها بسیار مؤثر است. نمونه ای از این تکنیک مدل سازی در مرجع [۹] نشان داده شده است که در آن خواص ارتجاعی کامپوزیت های تقویت شده با الیاف به روش تحلیلی محاسبه شده و از قانون اختلاط دوفازی برای تعیین مقاومت کششی و خمشی کامپوزیت سیمان تقویت شده با الیاف استفاده می شود [۱۰]. روینیا^۱ و همکارانش [۱۱] ضریب ارتجاعی کامپوزیت بتن تقویت شده با نانوتیوب کربن را به روش عددی محاسبه کرده اند؛ با این وجود مطالعات کمی روی تعیین مقاومت فشاری نانوکامپوزیت های سیمانی انجام شده است. قاسم زاده و اکبری [۱۲] مقاومت فشاری کامپوزیت سیمان تقویت شده با نانوتیوب کربن را با فرض رفتار ایزوتروپ کناری نانوتیوب، به صورت تحلیلی محاسبه کردند. در این مقاله با فرض رفتار ایزوتروپ برای نانوتیوب، مقاومت فشاری کامپوزیت سیمان تقویت شده با نانوتیوب کربن تعیین می شود.

۲- تعیین مقاومت فشاری کامپوزیت سیمان تقویت شده با چیدمان منظم نانوتیوب کربن

۲-۱- تحلیل حجم پایه معرف

برای ساده کردن محاسبات، فرض می کنیم الیاف نانوتیوب کربن، ایزوتروپ بوده و در ابتدا در کامپوزیت سیمان

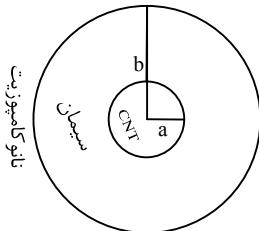
$$\bar{k} = \frac{k_m(k_f + m_m)(1-\varphi) + k_f(k_m + m_m)\varphi}{(k_f + m_m)(1-\varphi) + (k_m + m_m)\varphi} \quad (5)$$

$$\bar{m} = m_m \frac{2\varphi m_f(k_m + m_m) + 2(1-\varphi)m_f m_m}{2\varphi m_m(k_m + m_m) + 2(1-\varphi)m_f m_m} + \frac{(1-\varphi)k_m(m_f + m_m)}{(1-\varphi)k_m(m_f + m_m)} \quad (6)$$

در روابط بالا، φ کسر حجمی نانوتیوب اضافه شده به نانوکامپوزیت سیمان است.

۲-۱-۱- تعیین مقادیر \bar{A} و \bar{B}

برای تعیین شرایط مرزی، نمایی از سطح مقطع حجم پایه معرف در شکل (۲) نشان داده شده است.



شکل (۲) سطح مقطع حجم پایه معرف

در هسته (نانوتیوب کربن: $r \leq a$) با فرض کرنش محدود، $A = A_f$ و $B = B_f = 0$ است. در خمیر سیمانی اطراف نانوتیوب کربن ($a \leq r \leq b$) نیز $A = A_m$ و $B = B_m$ است و در $r \geq b$ خواص نانوکامپوزیت برقرار است و $A = \bar{A}$ و $B = \bar{B}$ است. بنابراین برای تعیین \bar{A} و \bar{B} نیاز به معادله است که به صورت زیر در نظر گرفته می شود:

شرایط مرزی:

- (۱) پیوستگی جابه‌جایی شعاعی و تنش شعاعی در مرز نانوتیوب و خمیر سیمان.
- (۲) پیوستگی جابه‌جایی شعاعی و تنش شعاعی در مرز خمیر سیمان و نانوکامپوزیت سیمان.
- (۳) تنش شعاعی اعمال شده در بی‌نهایت، برابر مقاومت

$$u_r = Ar + \frac{B}{r}, \quad u_\theta = 0 \quad (1)$$

A و B ثابت است و از شرایط مرزی به دست می‌آیند. به دلیل هندسه مسئله با استفاده از رابطه کرنش - تغییر شکل در مختصات استوانه‌ای و رابطه (1)، می‌توان کرنش‌ها را به دست آورد.

$$\varepsilon_r = A - \frac{B}{r^2}, \quad \varepsilon_\theta = A + \frac{B}{r^2}, \quad \varepsilon_z = 0 \quad (2)$$

$$\gamma_{r\theta} = 0 \quad \gamma_{rz} = 0 \quad \gamma_{z\theta} = 0$$

در گام بعد با استفاده از قانون هوک ($\sigma_{ij} = C_{ijkl} \cdot \varepsilon_{kl}$) تنش‌ها بر حسب شعاع محاسبه می‌شوند. همان‌طور که می‌دانیم ماتریس نرمی C_{ijkl} برای مواد ایزوتروپ به شکل زیر تعریف می‌شود [۱۳]:

$$C_{ijkl} = \begin{bmatrix} k+m & k-m & k-m & 0 & 0 & 0 \\ k-m & k+m & k-m & 0 & 0 & 0 \\ k-m & k-m & k+m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m \end{bmatrix} \quad (3)$$

و با داشتن کرنش‌ها از رابطه (۲)، تنش‌ها برای $r \geq b$ به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\bar{\sigma}_z = 2\bar{A}(\bar{k} - \bar{m}) \quad \bar{\sigma}_r = 2(\bar{A}\bar{k} - \frac{\bar{m}\bar{B}}{r^2}) \quad (4)$$

$$\bar{\sigma}_\theta = 2(\bar{A}\bar{k} + \frac{\bar{m}\bar{B}}{r^2})$$

در رابطه بالا، علامت بار به خواص نانوکامپوزیت اشاره دارد؛ چرا که در $r \geq b$ خواص نانوکامپوزیت برقرار است. مقادیر \bar{m} و \bar{k} بر حسب m و k مربوط به هر یک از اجزاء تشکیل‌دهنده حجم پایه معرف، یعنی الیاف نانوتیوب و خمیر سخت‌شده سیمان، تعریف می‌شوند [۱۳] و ثابت‌های \bar{A} و \bar{B} نیز با استفاده از شرایط مرزی تعیین می‌شوند که در بخش بعد به آن می‌پردازیم.

الیاف و تحت فشار یکنواخت است می توان با توجه به سادگی این معیار، از آن استفاده کرد. واضح است که معیار ون میسر باید برای نقطه ای نوشته شود که انتظار می رود اولین نقطه ی تسلیم در نانوکامپوزیت سیمان باشد. با فرض این که اولین نقطه تسلیم در $r=b$ است، معیار ون میسر برای این نقطه نوشته می شود.

رابطه ون میسر در مختصات استوانه ای به صورت زیر نوشته می شود [14]:

$$(\sigma_z - \sigma_r)^2 + (\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_z)^2 = 2\sigma_y^2 \quad (13)$$

در رابطه بالا مقادیر تنش از رابطه (۴) که پارامترهای مجهول آن پیش تر محاسبه شده (روابط ۱۱، ۱۲، ۱۱، ۶ و ۵) به دست می آید و σ_y مقدار مقاومت فشاری تک محوری حجم پایه معرف است. چون حجم پایه معرف یک المان مرکب از خمیر سیمان و نانوتیوب کربن است، بنابراین باید σ_y مربوط به این المان مرکب را محاسبه کرد.

۲-۱-۳- تعیین مقاومت فشاری تک محوری حجم

پایه معرف σ_y :

فرض کنید حجم پایه معرف تحت نیروی محوری ساده F است؛ در این حالت از مقاومت مصالح، می دانیم که نیروی سهم هر یک از اجزا یعنی خمیر سخت شده سیمان و نانوتیوب کربن به صورت زیر است:

$$F_f = \frac{A_f E_f}{\frac{A_f E_f}{l} + \frac{A_m E_m}{l}} F = \frac{A_f E_f}{A_f E_f + A_m E_m} F \quad (14)$$

$$F_m = \frac{A_m E_m}{A_f E_f + A_m E_m} F \quad (15)$$

l طول حجم پایه معرف و A سطح مقطع است. نیروی سهم هر یک از اجزا نباید از نیروی قابل تحمل

گسیختگی کامپوزیت سیمان تقویت شده با چیدمان منظم نانوتیوب (\bar{S}) است.

شرایط مرزی ۱ با فرض پیوستگی کامل در مرز نانوتیوب و خمیر سیمان اعمال می شوند. از شرط (۱) و رابطه (۱) داریم:

$$A_f r + \frac{B_f}{r} = A_m r + \frac{B_m}{r} \rightarrow A_f = A_m + \frac{B_m}{a^2} \quad (7)$$

از شرط (۱) و رابطه (۴) داریم:

$$k_f A_f = k_m A_m - \frac{m_m B_m}{a^2} \quad (8)$$

از شرط (۲) و رابطه (۱) داریم:

$$A_m b + \frac{B_m}{b} = \bar{A} b + \frac{\bar{B}}{b} \quad (9)$$

از شرط (۲) و رابطه (۴) داریم:

$$k_m A_m - \frac{m_m B_m}{b^2} = \bar{k} \bar{A} - \frac{\bar{m} \bar{B}}{b^2} \quad (10)$$

از شرط (۳) و رابطه (۴)، \bar{A} به صورت زیر به دست می آید:

$$2(\bar{k} \bar{A} - \frac{\bar{m} \bar{B}}{r^2}) = \bar{S} \rightarrow 2\bar{k} \bar{A} = \bar{S} \rightarrow \bar{A} = \frac{\bar{S}}{2\bar{k}} \quad (11)$$

$r \rightarrow \infty$

از ۵ معادله و ۵ مجهول بالا با انجام تعدادی محاسبات ریاضی، \bar{B} نیز به صورت زیر به دست می آید:

$$\bar{B} = \frac{\frac{\bar{S}}{2\bar{k}}(m_m - Hk_m b^2) + b^2 \frac{\bar{S}}{2}(H + \frac{1}{b^2})}{\bar{m}(H + \frac{1}{b^2}) - \frac{1}{b^2}(m_m - Hk_m b^2)} \quad (12)$$

$$H = \frac{k_f + m_m}{a^2(k_m - k_f)}$$

۲-۱-۲- اعمال معیار گسیختگی ون میسر

در این مرحله معیار گسیختگی ون میسر برای حجم پایه معرف نوشته می شود. از آن جا که حجم پایه معرف شامل

آن‌ها فراتر رود؛ بنابراین داریم:

$$F_f \leq A_f \sigma_{y_f} \quad (۱۶) \text{ الف}$$

$$F_m \leq A_m \sigma_{y_m} \quad (۱۶) \text{ ب}$$

σ_y ، تنش تسلیم است.

از رابطه‌های (۱۴) و (۱۶) الف مقدار F به صورت زیر

به دست می‌آید:

$$F \leq \frac{A_f E_f + A_m E_m}{A_f E_f} A_f \sigma_{y_f} = (A_f E_f + A_m E_m) \frac{\sigma_{y_f}}{E_f} \quad (۱۷)$$

بر اساس از رابطه‌های (۱۵) و (۱۶) ب نیز می‌توان نوشت:

$$F \leq \frac{A_f E_f + A_m E_m}{A_m E_m} A_m \sigma_{y_m} = (A_f E_f + A_m E_m) \frac{\sigma_{y_m}}{E_m} \quad (۱۸)$$

بنابراین مقدار نیروی قابل تحمل حجم پایه معرف (F)، کمترین مقدار به دست آمده از روابط (۱۷) و (۱۸) است. از این دو رابطه به وضوح مشخص است که رابطه (۱۸) مقدار کمتری دارد چون نانوتیوب کربن نسبت به خمیر سخت شده سیمان، انعطاف پذیری بسیار بالاتری دارد و در نتیجه کرنش هنگام گسیختگی آن نیز بیشتر است.

با نوشتن تنش داریم:

$$\sigma = \sigma_y = \frac{F}{\pi b^2} \quad (۱۹)$$

$$A_f = \pi a^2 \quad A_m = \pi (b^2 - a^2)$$

از رابطه (۱۸) و (۱۹)، معادله زیر برای تعیین مقدار

σ_y به دست می‌آید:

$$\sigma_y = (E_f \varphi + (1 - \varphi) E_m) \frac{\sigma_{y_m}}{E_m} \quad (۲۰)$$

در این جا از رابطه $\frac{a^2}{b^2} = \varphi$ استفاده شده که با توجه به

تعریف درصد حجمی الیاف (φ)، به راحتی اثبات می‌شود.

۲-۲- محاسبه مقاومت فشاری نانوکامپوزیت سیمان

اکنون همه‌ی پارامترهای معادله (۱۳) معلوم است. با قرار دادن هر یک از این پارامترها در معادله و ساده‌سازی آن، در نهایت رابطه زیر برای مقاومت فشاری کامپوزیت سیمان تقویت شده با چیدمان منظم الیاف نانوتیوب کربن (\bar{S}) به دست می‌آید:

$$\bar{S} = \frac{\sigma_y}{D} \quad (۲۱)$$

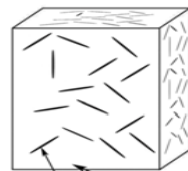
$$D = \sqrt{\frac{3 \left[\varphi \left(1 - \frac{k_f}{k_m} \right) \left(\frac{m_m}{k} + 1 \right) + \left(\frac{k_f}{k_m} + \frac{m_m}{k_m} - \left(\frac{k_f}{k} + \frac{m_m}{k} \right) \right) \right]^2}{\left[\varphi \left(1 - \frac{k_f}{k_m} \right) \left(\frac{m_m}{\bar{m}} - 1 \right) - \left(\frac{k_f}{k_m} + \frac{m_m}{\bar{m}} + \frac{k_f}{\bar{m}} + \frac{m_m}{k_m} \right) \right]^2} + \left(\frac{\bar{m}}{k} \right)^2}$$

$$m_i = \frac{E_i}{2(1+\nu_i)} \quad k_i = \frac{E_i}{2(1+\nu_i)(1-2\nu_i)}, \quad i = m, f$$

۳- تعیین مقاومت فشاری کامپوزیت سیمان

تقویت شده با چیدمان تصادفی نانوتیوب کربن

در بخش قبل برای ساده کردن محاسبات، فرض شد نانوتیوب‌ها داخل سیمان به صورت منظم چیده شده، اما در آزمایشگاه، کنترلی روی چگونگی پخش الیاف وجود ندارد و نانوتیوب‌ها بیشتر در داخل سیمان به صورت تصادفی پخش می‌شوند که در شکل (۳) نشان داده شده است. بنابراین در این قسمت باید رابطه‌ی (۲۱) برای کامپوزیت سیمان تقویت شده با چیدمان تصادفی الیاف نانوتیوب کربن تعمیم داده شود. برای این کار از روش کاکس^۱ [۱۵] استفاده شد.



سیمان نانوکامپوزیت

شکل (۳) کامپوزیت سیمان تقویت شده با نانوتیوب کربن در حالت

چیدمان تصادفی الیاف

می‌شود. بنابراین معادله (۲۱) برای تعیین مقاومت فشاری کامپوزیت سیمان تقویت شده با چیدمان تصادفی الیاف نانوتیوب به صورت زیر اصلاح می‌شود:

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma_y}{D}$$

$$D = \sqrt{\frac{3 \left[\varphi \left(1 - \frac{k_f}{k_m} \right) \left(\frac{m_m}{k} + 1 \right) + \left(\frac{k_f}{k_m} + \frac{m_m}{k_m} - \left(\frac{k_f}{k} + \frac{m_m}{k} \right) \right) \right]^2}{\left[\varphi \left(1 - \frac{k_f}{k_m} \right) \left(\frac{m_m}{m} - 1 \right) - \left(\frac{k_f}{k_m} + \frac{m_m}{m} + \frac{k_f}{m} + \frac{m_m}{k_m} \right) \right]^2} + \left(\frac{\bar{m}}{k} \right)^2} \quad (22)$$

$$m_f = \frac{\alpha E_f}{2(1+\nu_f)} \quad k_f = \frac{\alpha E_f}{2(1+\nu_f)(1-2\nu_f)}$$

$$m_m = \frac{E_m}{2(1+\nu_m)} \quad k_m = \frac{E_m}{2(1+\nu_m)(1-2\nu_m)}$$

از تغییرات نسبت پواسون نانوتیوب کربن به راستای قرارگیری آن در نانوکامپوزیت چشم‌پوشی می‌شود. حال برای مقایسه رابطه تحلیلی ارائه شده با داده‌های تجربی، به چند نتیجه آزمایشگاهی درباره‌ی کامپوزیت سیمان تقویت شده با نانوتیوب کربن اشاره می‌کنیم.

۴- نتایج آزمایشگاهی

در این قسمت چند آزمایش که به وسیله‌ی محققین مختلف انجام شده و نتایج آنها بیان می‌شود از آنجا که شرایط این آزمایش‌ها تقریباً با فرضیات روش تحلیلی هم‌خوانی دارد؛ برای ارزیابی جواب‌های روش ارائه شده در این مقاله استفاده می‌شوند.

۴-۱- آزمایش اول

آقای لی [۵] و همکارانش ابتدا نانوتیوب‌های کربن با مشخصات ارائه شده در جدول (۱) را با محلول‌های اسیدسولفوریک (H_2SO_4) و اسید نیتریک (HNO_3) عمل‌آوری کردند تا پیوند فصل مشترک نانوتیوب با خمیر سیمان افزایش یابد. سپس این نانوتیوب‌های اصلاح شده به

کاکس و همکارانش اثر جهت‌گیری الیاف بر خواص مکانیکی کامپوزیت‌ها بررسی کردند. بدین منظور تابع توزیع $f(\theta)$ برای پخش الیاف در کامپوزیت در نظر گرفته شده و بر اساس آن، خواص مکانیکی مؤثر الیاف بر حسب زاویه قرارگیری آن‌ها در کامپوزیت ($0 \leq \theta \leq 90$) محاسبه و مشاهده شد که تصادفی بودن راستای الیاف سبب می‌شود که نسبت به زمانی که آن‌ها به صورت چیده شده در کامپوزیت قراردارند، از خواص الیاف به‌طور کامل دارند، استفاده نشود. به بیان دیگر، زمانی که الیاف به صورت تصادفی در کامپوزیت پخش می‌شوند تنها کسری از خواص الیاف در تقویت کامپوزیت استفاده می‌شود که نام این کسر، ضریب پخش α نامیده شد. ضریب پخش α برای لحاظ کردن راستای تصادفی الیاف در کامپوزیت معرفی شد. به این صورت که اگر طول الیاف بزرگ‌تر یا مساوی ضخامت نمونه باشد، فرض می‌شود که الیاف به صورت تصادفی در دو بعد پخش شده و $\alpha = \frac{1}{3}$ خواهد بود. اگر طول الیاف کوچک‌تر از ضخامت نمونه باشد، فرض می‌شود که الیاف به صورت تصادفی در سه بعد پخش شده و $\alpha = \frac{1}{6}$ خواهد بود.

طبق توضیحات بالا، این ضریب باید در خواص نانوتیوب در رابطه (۲۱) ضرب شود تا خواص کامپوزیت تقویت شده با چیدمان منظم الیاف (رابطه ۲۱) به خواص کامپوزیت تقویت شده با چیدمان تصادفی الیاف (رابطه ۲۲) تعمیم داده شود. مشابه این روش در معادله هالپین تسای^۱ برای محاسبه خواص مکانیکی کامپوزیت‌های پلیمری تقویت شده با نانوتیوب کربن [۱۶] و رابطه قانون مخلوط‌ها برای تعیین مقاومت کششی و ضریب ارتجاعی کامپوزیت سیمان تقویت شده با الیاف نیز اعمال شده است [۱۰]. با توجه به این که در این روابط نیز از روش مدل‌سازی پیوسته برای تحلیل استفاده شده، روش آقای کاکس اعمال

بادی اضافه شده و مقاومت فشاری نمونه‌ها اندازه‌گیری شده است. نسبت آب / سیمان / ماسه نمونه‌ها ۰/۵ / ۳/۱ است. نانوتیوب‌های استفاده شده قطر کمتر از ۱۰۰nm دارند و از امواج فرا صوت برای پخش آن‌ها در سیمان استفاده می‌شود. خواص خمیر سخت شده سیمان در جدول (۴) و ترکیبات نمونه‌های آزمایش در جدول (۵) خلاصه شده است. آزمایش مقاومت فشاری روی نمونه‌ها انجام شده و نتایج به صورت خلاصه در جدول (۶) آمده است.

جدول (۴) خواص خمیر سخت شده سیمان خاکستر بادی

پارامتر	مقدار
مقاومت فشاری	47.2 MPa
ضریب ارتجاعی [20]	27575 MPa
چگالی	2.19 g/cm ³
نسبت پواسون [21]	0.18

جدول (۵) نسبت ترکیبات مختلف

ترکیب	نسبت وزنی سیمان پرتلند %	نسبت وزنی خاکستر بادی %	نسبت وزنی نانوتیوب کربن %
FA20	80	20	0
FA20: CNT0.5	80	20	0.5
FA20: CNT1	80	20	1.0

توجه: خاکستر بادی FA~

جدول (۶) مقاومت نمونه‌ها بعد از ۲۸ روز مراقبت

نمونه	مقاومت فشاری (MPa)
FA20	47.2
FA20: CNT0.5	51
FA20: CNT1	51.8

توجه: خاکستر بادی FA~

۴-۳-آزمایش سوم

آزمایش دیگری به وسیله نوکیا [۷] و همکارانش انجام شده است. در این آزمایش نانوتیوب‌های کربن به مقدار ۰/۵ و ۱ درصد وزنی سیمان به سیمان پرتلند اضافه و برای یکنواختی بیشتر آن‌ها در خمیر سیمان از امواج فرا صوت

میزان ۰/۵ درصد وزنی سیمان به خمیر سخت شده سیمان با مشخصات داده شده در جدول (۲) اضافه شد. نسبت آب سیمان ماسه نیز به صورت ۰/۴۵ / ۱ / ۱/۵ بوده است.

با ساخت نمونه‌های کامپوزیت سیمانی تقویت شده با نانوتیوب کربن، تست مقاومت فشاری روی آن‌ها انجام شده و نتیجه در جدول (۳) آمده است. برای مقایسه، مقاومت فشاری خمیر سخت شده سیمان نیز آمده است.

جدول (۱) خواص نانوتیوب‌های کربن

پارامتر	مقدار
قطر خارجی	10-30 nm
طول	0.5-500 μm
خلوص	95
چگالی [17]	2 g/cm ³
مقاومت فشاری [18]	5.3 GPa
ضریب ارتجاعی [18]	80 GPa
نسبت پواسون [19]	0.16

جدول (۲) خواص خمیر سخت شده سیمان

پارامتر	مقدار
چگالی	2.19 g/cm ³
مقاومت فشاری	52.27±1.4% MPa
ضریب ارتجاعی [20]	29051 MPa
نسبت پواسون [21]	0.18

جدول (۳) مقاومت نمونه‌ها بعد از ۲۸ روز مراقبت

نمونه	مقاومت فشاری (MPa)
خمیر سخت شده سیمان	52.27±1.4%
کامپوزیت سیمان / نانوتیوب	62.13±2.3%

۴-۲-آزمایش دوم

در این آزمایش که به وسیله آقای کپانیک [۶] و همکارانش انجام شده، نانوتیوب کربن به میزان ۰/۵ و ۱ درصد وزنی سیمان به سیمانی با ۲۰ درصد وزنی خاکستر

درصد است. که در بخش بعد دلایل وجود این اختلاف‌ها و راه حل آن‌ها توضیح داده می‌شود.

۶- بحث و بررسی

همان‌طور که در جدول (۹) نشان داده شده، مقدار متوسط اختلاف حدود ۴۰ درصد است که بعضی از دلایل آن می‌تواند موارد زیر باشد:

۱- خواص متوسطی که برای نانوتیوب‌ها استفاده شده است ممکن است دقیقاً برابر با خواص نانوتیوب‌های استفاده شده در آزمایش‌ها نباشد.

۲- در تحلیل فرض بر پیوستگی کامل نانوتیوب و خمیر سخت شده سیمان است که در عمل ممکن است این فرض تا حدی نقض شود؛ چون نانوتیوب کربن ساده نمی‌تواند پیوستگی زیادی با خمیر سیمان ایجاد کند، به همین دلیل امروزه آن را بیشتر به روش‌های مختلف، اصلاح یا عمل‌آوری می‌کنند. این عمل باعث ایجاد پیوند محکم کووالانسی در فصل مشترک سیمان- نانوتیوب کربن می‌شود. برای مثال در آزمایش اول که در بالا توضیح داده شده است؛ نانوتیوب کربن به وسیله‌ی محلول‌های اسید سولفوریک و اسید نیتریک عمل‌آوری شده و سپس به سیمان اضافه شده است؛ در صورتی که در دو آزمایش دیگر، نانوتیوب ساده به سیمان اضافه شده است. بنابراین همان‌طور که در جدول (۹) مشاهده می‌شود، به خاطر پیوند فصل مشترک قوی‌تر در آزمایش اول، این آزمایش کمترین درصد اختلاف را دارد. تخلخل در سطح مشترک سیمان-نانوتیوب کربن، باعث کاهش اتصالات جامد-جامد بین سیمان و الیاف شده که سبب اختلاف روش‌های تحلیلی و آزمایشگاهی می‌شود.

۳- این‌جا در بسط رابطه فرض شد نانوتیوب کربن به صورت یکنواخت و همگن در خمیرسیمان پخش شده است که در آزمایشگاه ممکن است به این توزیع یکنواخت

استفاده شد. نسبت آب / سیمان/ ماسه نمونه‌ها ۲/۵ ۱۰/۵ است و خواص خمیر سخت شده سیمان در جدول (۷) آمده است. آزمایش مقاومت فشاری روی نمونه‌ها انجام و نتایج در جدول (۸) خلاصه شده است.

جدول (۷) خواص خمیر سخت شده سیمان پرتلند

مقدار	پارامتر
52.6 MPa	مقاومت فشاری
29352 MPa	ضریب ارتجاعی [20]
2.19 g/cm ³	چگالی
0.18	نسبت پواسون [21]

جدول (۸) مقاومت نمونه‌ها بعد از ۲۸ روز مراقبت

مقاومت فشاری (MPa)	نمونه
52.6	PC
58	PC: 0.5% CNT
61.3	PC: 1% CNT

توجه: سیمان پرتلند PC

جدول (۹) مقاومت فشاری کامپوزیت‌های سیمان/ نانوتیوب کربن (MPa)

میزان اختلاف %	رابطه (22)	نتیجه آزمایشگاهی	درصد وزنی CNT*	آزمایش
31.8	81.93	62.13	0.5%	آزمایش اول
44.9	73.91	51	0.5%	آزمایش دوم
43	74.08	51.8	1%	آزمایش دوم
42	82.38	58	0.5%	آزمایش سوم
34	82.57	61.3	1%	آزمایش سوم

*نسبت به وزن سیمان

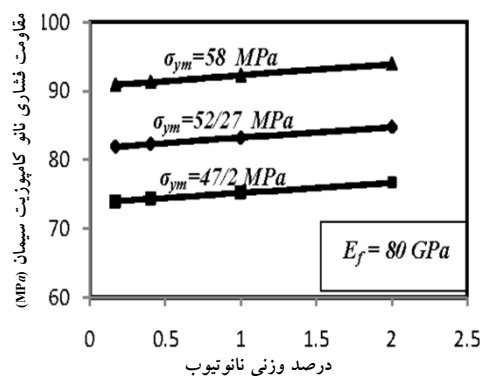
۵- مقایسه نتایج آزمایشگاهی و رابطه تحلیلی

به دست آمده

در این قسمت، داده‌های آزمایشگاهی مربوط به هر یک از آزمایش‌های بالا در رابطه (۲۲) جایگزین شده و نتایج در جدول (۹) خلاصه شده است. همان‌طور که در جدول (۹) مشاهده می‌شود بازه درصد اختلاف بین ۴۵-۳۱/۸ درصد است که کمترین آن مربوط به آزمایش اول به مقدار ۳۱/۸ درصد و بیشترین آن نیز مربوط به آزمایش دوم به میزان ۴۵

توان دسترسی پیدا کرد، چرا که به دلیل وجود نیروهای واندروالسی، نانوتیوب‌ها تمایل به جمع‌شدگی و فوکوله شدن دارند که این موضوع سبب کاهش اثر تقویت‌کنندگی و حتی منفی کردن اثر آن می‌شود [۱۷]. برای مثال در آزمایش اول، نانوتیوب‌ها به علت عمل‌آوری مناسب، پیوند فصل مشترک خوبی با خمیر سیمان برقرار کرده و اختلاف با رابطه تحلیلی نسبتاً کم است؛ البته در صورتی که از روش‌هایی مانند اعمال امواج فرا صوت یا باردار کردن نانوذرات برای پخش همگن نانوتیوب‌ها در خمیر سیمان استفاده می‌شد احتمالاً اختلاف نتایج کمتر نیز می‌شد. در حال حاضر هنوز محققین به دنبال توسعه روش‌هایی برای پخش کاملاً یکنواخت و همگن نانوتیوب در سیمان و بتن هستند که برای آن راه‌هایی نیز پیدا کرده‌اند [۲۲].

موارد گفته شده در بالا می‌تواند از مهم‌ترین دلایل اختلاف بین نتایج آزمایشگاهی و روش تحلیلی ارائه شده باشد. محققان برای بهبود شرایط نانوتیوب در کامپوزیت سیمان تا بتوانند وضعیت نانوتیوب در کامپوزیت را کاملاً تحت کنترل خود درآورند؛ در این صورت پیش‌بینی می‌شود احتمالاً اختلاف موجود بین رابطه به دست آمده در این مقاله و نتایج آزمایشگاهی کمتر شود. اما تا زمان رسیدن به این مرحله می‌توان از ضریب تجربی در رابطه استفاده کرد که این روش از روش‌های مرسوم در علم کامپوزیت‌ها است؛ به علاوه، در کامپوزیت‌هایی که با نانوذرات تقویت می‌شوند این روش نمود بیشتری دارد زیرا به علت ابعاد بسیار ریز تقویت‌کننده، کنترل پخش نانوذرات، دشوارتر است. تعیین این ضریب تجربی احتیاج به آزمایش‌های زیاد و شرایط استاندارد و مشابه دارد. سه آزمایش گفته شده در این مقاله این شرایط را به صورت کامل ندارند زیرا شرط عمل‌آوری نانوتیوب و شرط استفاده از روش‌های توزیع همگن نانوتیوب در خمیر سیمان، به‌طور هم‌زمان در این آزمایش‌ها وجود ندارد؛ ولی می‌توان به عنوان مرجعی مناسب برای انجام



شکل (۴) اثر درصد وزنی نانوتیوب کربن (نسبت به وزن کل نانوکامپوزیت سیمان) روی مقاومت فشاری نانوکامپوزیت سیمان در مقاومتهای فشاری مختلف خمیر سخت‌شده سیمان (σ_{ym})

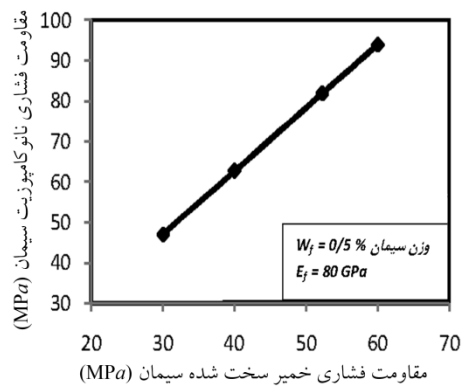
همسانگرد و پیوسته بودن نانوتیوب کربن که به صورت یکنواخت در خمیر سیمان توزیع شده، محاسبه شده است. بر اساس رابطه تحلیلی ارائه شده، می‌توان مقاومت فشاری کامپوزیت سیمان تقویت شده با نانوتیوب کربن را بر اساس خواص اجزاء تشکیل دهنده آن یعنی نانوتیوب کربن و خمیر سخت شده سیمان به دست آورد. همچنین رابطه به دست آمده می‌تواند برای تعیین مقاومت فشاری کامپوزیت‌های بتنی تقویت شده با نانوتیوب کربن نیز به کار رود. مقایسه نتایج رابطه تحلیلی با نتایج تجربی تطابق نسبتاً خوبی را نشان می‌دهد و اختلاف موجود بین آن‌ها می‌تواند به دلیل عمل‌آوری نشدن نانوتیوب‌ها در آزمایشگاه (برای ایجاد پیوند قوی فصل مشترک) یا توزیع نشدن یکنواخت آن‌ها در خمیر سیمان باشد. با استفاده از ضرایب تجربی، می‌توان رابطه تحلیلی ارائه شده را برای شرایط ساخت نانوکامپوزیت‌ها در آزمایشگاه، کالیبره کرد.

میزان حساسیت مقاومت فشاری نانوکامپوزیت سیمان نسبت به پارامترهای مهم موجود در رابطه‌ی به دست آمده، تعیین شد. اثر تغییرات درصد وزنی نانوتیوب روی مقاومت نانوکامپوزیت سیمان زیاد نیست که در کارهای آزمایشگاهی و روابط تحلیلی دیگر نیز همین روند دیده می‌شود اما تغییرات مقاومت فشاری نانوکامپوزیت سیمان با تغییر مقاومت فشاری خمیر سخت شده سیمان چشم‌گیر است و یک روند خطی دارد.

معمولاً در آزمایشگاه از درصد وزنی نانوتیوب استفاده می‌شود؛ در حالی که در روابط، درصد حجمی آن وارد شده است. رابطه تبدیل این دو به صورت زیر بوده و به سادگی اثبات می‌شود:

$$\rho = \frac{1}{\left(\frac{\rho_f}{\rho_m} \cdot \frac{1-w_f}{w_f}\right) + 1} \quad (23)$$

در شکل (۵) نیز می‌توان روند تغییرات مقاومت فشاری کامپوزیت سیمان تقویت شده با نانوتیوب کربن نسبت به مقاومت فشاری خمیر سخت شده سیمان را مشاهده کرد. همان‌طور که مشاهده می‌شود این روند تقریباً مستقیم خطی است که نشان می‌دهد مقاومت فشاری خمیر سخت شده سیمان تأثیری بر روند تقویت‌کنندگی ندارد. در روابط تحلیلی ارائه شده بر مبنای قانون مخلوط‌ها^۱ (قانون اختلاط دوفازی) [۱۰] که برای تعیین مقاومت کششی یا خمشی کامپوزیت سیمان تقویت شده با الیاف استفاده می‌شود نیز روندی شبیه این شکل برقرار است.



شکل (۵) اثر مقاومت فشاری خمیر سخت شده سیمان بر مقاومت فشاری نانوکامپوزیت سیمان

۸- فهرست نشانه‌ها

نام علامت	واحد	نشان
شعاع نانوتیوب کربن	nm	a
شعاع خارجی حجم پایه معرف	nm	b
ضریب ارتجاعی نانوتیوب کربن	MPa	E_f
ضریب ارتجاعی خمیر سخت شده	MPa	E_m
ضریب حجمی کرنش صفحه‌ای	MPa	k
ضریب برشی در زاویه $\pi/4$ از محور اصلی	MPa	m
مقاومت فشاری کامپوزیت سیمان / نانوتیوب کربن	MPa	$\bar{\sigma}$

۷- نتیجه‌گیری

در این مقاله، مقاومت فشاری نانوکامپوزیت سیمان با فرض

1- Rule of mixtures

- Engineering A, Vol. 527, pp. 1063-1067, 2010.
- [7] Nochaiya, T., Tolkitdikul, P., Singjai, P., and Chaipanich, A., "Microstructure and characterizations of Portland-Carbon Nanotubes Pastes", *Advanced Materials Research*, Vols. 55-57, pp. 549-552, 2008.
- [8] Lau, K.T., Hui, D., "The Revolutionary Creation of New Advanced Materials-Carbon Nanotube Composites", *Composite Part B*, Vol. 33, pp. 263-277, 2002.
- [9] Halpin, J.C., and Kardos, J.L., "The Halpin-Tsai equations: a review", *Polymer engineering and science*, Vol.16, No.5, pp. 344-352, 1976.

جابه‌جایی شعاعی	nm	u_r
جابه‌جایی مماسی	nm	u_θ
درصد وزنی نانوتیوب کربن در کامپوزیت	--	w_f
ضریب پخش تصادفی الیاف نانوتیوب کربن	--	α
کرنش طولی	--	ϵ_z
چگالی نانوتیوب کربن	gr/cm ³	ρ_f
چگالی خمیر سیمان	gr/cm ³	$m\rho$
تنش شعاعی	MPa	σ_r
مقاومت فشاری نانوتیوب کربن	MPa	σ_{yf}
مقاومت فشاری خمیر سخت‌شده	MPa	σ_{ym}
تنش مماسی	MPa	σ_θ
نسبت پواسون	--	ν
درصد حجمی نانوتیوب کربن در کامپوزیت	--	ϕ

[۱۰] زندگی، ی؛ سهرابی، ق؛ "تکنولوژی پیشرفته بتن"، چاپ اول، فصل پنجم، انتشارات فروزش، تبریز، ایران، ۱۳۸۵.

- [11] Rouainia, G., and Djeghaba, K., "Evaluation of young's modulus of single walled carbon nanotube (SWNT) Reinforced concrete composite", *Journal of engineering and applied sciences*, Vol. 3, pp.504-515, 2008.
- [12] Ghasemzadeh, H., and Akbari jalalabad, E., "Computing the compressive strength of carbon nanotube/cement composite", *International Journal of Civil Engineering*, Vol. 9, No.3, pp. 223-229, 2011.
- [13] Halpin, J.C., "Effects of environmental factors on composite materials", *Technical report*, AFML-TR-67-423, 1969.
- [14] Argeso, H., and Eraslan, A.N., "A Computational Study on Functionally Graded Rotating Solid Shafts", *International Journal for Computational Methods in Engineering Science and Mechanics*, Vol. 8, pp. 391-399, 2007.
- [15] Cox, H.L., "The elasticity and strength of paper and other fibrous materials", *British journal of applied physics*, Vol. 3, pp. 72-79, 1952.
- [16] Yeh, M.K., Tai, N.H., and Liu, J.H., "Mechanical behavior of phenolic-based composites reinforced with multi-walled carbon

۹- مراجع

- [1] Qing, Y., Zenan, Z., Deyu, K., and Rongshen, C., "Influence of nano-SiO₂ addition on properties of hardened cement paste as compared to silica fume", *Cons. Build. Mat.*, Vol. 21, pp. 539-545, 2007.
- [2] Li, G., "Properties of high-volume fly ash concrete incorporating nano-SiO₂", *Cement and Concrete Research*, Vol. 34, pp. 1043-1049, 2004.
- [3] Li, H., Xiao, H.G., Yuan, J., and Ou, J., "Microstructure of cement mortar with nano-particles", *Composites. Part B*, Vol. 35, pp. 185-189, 2004.
- [4] Li, Z., Wang, H., He, S., Lu, Y., and Wang, M., "Investigations on the preparation and mechanical properties of the nano-alumina reinforced cement composite", *Materials Letters*, Vol. 60, pp. 356-359, 2006.
- [5] Li, G.Y., Wang, P.M., and Zhao, X., "Mechanical behavior and microstructure of cement composites incorporating surface-treated multi-walled carbon nanotubes", *Carbon*, Vol. 43, pp. 1239-1245, 2005.
- [6] Chaipanich, A., Nochaiya, T., Wongkeo, W., and Tolkitdikul, P., "Compressive strength and microstructure of carbon nanotubes-fly ash cement composites", *Materials Science and*

- [۲۰] نویل، الف.م؛ "بتن‌شناسی (خواص بتن)"، فامیلی، ه؛ چاپ اول، فصل ششم، انتشارات جهاد دانشگاهی دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران، ۱۳۳۸.
- [۲۱] مهتا، پ.ک؛ و مونته‌ئیرو، پ.ج.م؛ "ریزساختار، خواص و اجزای بتن (تکنولوژی بتن پیشرفته)"، رضانیانپور، الف؛ قدوسی، پ؛ گنجیان، الف؛ چاپ اول، فصل چهارم، انتشارات دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران، ۱۳۸۳.
- [22] Cwirzen, A., Habermehl-Cwirzen, K., and Penttala, V., "Surface decoration of carbon nanotubes and mechanical properties of cement/carbon nanotube composites", *Advances in cement research*, Vol. 20, No. 2, pp. 65-73, 2008.
- nanotubes", *Carbon*, Vol. 44, pp. 1-9, 2006.
- [17] Duan, Z., and Luo, J., "Effect of multi-walled carbon nanotubes on the vibration-reduction behavior of cement", *Proc. of SPIE, International Conference on smart materials and nanotechnology in engineering*, Vol. 6423, pp. 1-6, 2007.
- [18] Shen, w., Jiang, B., Shan Han, B., and Xie, S.S., "Investigation of the Radial Compression of Carbon Nanotubes with a Scanning Probe Microscope", *American Physical Society*, Vol. 84, No. 16, pp. 3634-3637, 2000.
- [19] Xiao, J.R., Lopatnikov, S.L., Gama, B.A., and Gillespie Jr, J.W., "Nanomechanics on the deformation of single- and multi-walled carbon nanotubes under radial pressure", *Materials Science and Engineering A* 416, pp. 192-204, 2006.

«Research Note»

Computing the Compressive Strength of Cement Composite Reinforced with Carbon Nanotube Assuming Isotropic Behavior for CNT

H. Ghasemzadeh^{1*}, E. Akbari Jalalabad²

1- Assistant Prof., Civil Eng. Faculty, K.N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran

2- M.sc. Student, Civil Eng. Faculty, K.N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran

ghasemzadeh@kntu.ac.ir

Abstract:

For extraordinary properties of carbon nanotube (CNT), a lot of research has been done about its application to reinforce different materials such as electronic and building materials, and good effects of CNT have been observed. Experimental approach for determining the properties of composites containing fibers, especially carbon nanotubes, needs using of complex experimental methods and expensive laboratorial equipments. Theoretical approach can lower the cost of predicting properties of these composites. So, in this paper, an analytical relation is presented by continuum mechanics method to predict the compressive strength of cement composite reinforced with carbon nanotube. For simplicity of computations, carbon nanotubes were assumed to be isotropic and firstly oriented unidirectionally and uniformly in the cement composite. Representative Elementary Volume (REV), as an indicator element of this nanocomposite, was chosen and analyzed by continuum mechanics method. A fiber embedded in a cylinder of cement with certain radius is named REV. The strains under loads were calculated and the stresses were obtained by Hook's law. Then, for prediction failure of composite, von Mises' yield criterion was applied and by that, the compressive strength of cement composite reinforced with unidirectionally oriented carbon nanotubes was obtained. For real cases, the results of this analysis should be generalized to cement composites reinforced with random orientation of nanotubes, since there is no control on the distribution of fibers in the laboratory and they are oriented randomly in composites, although researchers are studying on production of CNT/cement composites with arbitrary orientation of fibers. To apply the random orientation effect, Cox's method was used. For this purpose, the fibers' distribution function $f(\theta)$ was assumed and it was observed that the random orientation of fibers reduces the effect of fiber reinforcing with respect to unidirectional orientation. Therefore, an orientation factor $\alpha < 1$ was used considering random orientation in comparison with unidirectional orientation. As a suggestion, this factor can be experimentally obtained too. Experimental method was used to determine the orientation factor of fibers in composites and good results were obtained. Then the presented analytical relationship was compared with experimental data. Matches and differences between the analytical method and the experimental data were studied and the suggestions were presented to lower the differences between the analytical and experimental methods. The effect of some parameters such as compressive strength of cement and the amount of carbon nanotubes added on the compressive strength of CNT/cement composite were obtained too. Accordingly that an ideal nanocomposite with regard to economical considerations can be obtained.

Keywords: Cement nanocomposite, Carbon nanotube (CNT), Compressive strength, Representative Elementary Volume (REV), Isotropic behavior.