

# شناسایی فرکانس‌های طبیعی بر پایه تبدیل ارتقا یافته هیلبرت - هوآنگ

سهیل رضانی<sup>۱</sup>، امید بهار<sup>۲\*</sup>

۱- فارغ التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی زلزله، پژوهشگاه بین‌المللی زلزله‌شناسی و مهندسی زلزله

۲- استادیار پژوهشگاه سازه، پژوهشگاه بین‌المللی زلزله‌شناسی و مهندسی زلزله

omidbahar@iiees.ac.ir

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۰/۱۲/۲۰

تاریخ دریافت: ۱۳۸۹/۰۳/۳۰

**چکیده**- در مقاله حاضر، براساس تبدیل ارتقا یافته هیلبرت- هوآنگ که به‌تازگی به‌وسیله مؤلفان توسعه یافته، روشی خروجی- تنها برای شناسایی فرکانس‌های طبیعی سازه‌های چند درجه آزاد پیشنهاد شده است. در روش پیشنهادی، با تحلیل پاسخ سازه به‌وسیله تبدیل ارتقا یافته هیلبرت- هوآنگ، یک طیف دامنه- فرکانس موسوم به «طیف حاشیه‌ای میانگین» برای سازه فراهم می‌شود که به‌وسیله آن فرکانس‌های طبیعی سیستم سازه‌های شناسایی می‌شوند. برای ارزیابی کارایی روش شناسایی پیشنهادی، شتاب‌نگاشت‌های حاصل از آزمایش ارتعاش محیطی انجام گرفته روی یک پل و یک ساختمان در قالب دو مطالعه موردی تحلیل شده‌اند که در آن‌ها شش فرکانس اول پل در جهت قائم و سه فرکانس اول ساختمان در سه جهت شرق- غرب، شمال- جنوب و پیش‌پشتی شناسایی شده‌اند. با توجه به‌سادگی روش پیشنهادی و تطابق نتایج حاصل از آن با دیگر روش‌های معتبر شناسایی سیستم، زمینه کاربرد آن به‌عنوان ابزاری کارآمد در شناسایی سیستم‌های سازه‌ای فراهم است.

**واژگان کلیدی:** پردازش سیگنال، تبدیل ارتقا یافته هیلبرت- هوآنگ، شناسایی سیستم‌های سازه‌ای، شناسایی فرکانس‌های طبیعی.

## ۱- مقدمه

داده شده است [۱] که به‌تازگی براساس آن روش‌های شناسایی سازه‌ای نیز پیشنهاد شده است [۲ و ۳]. در این دو مرجع، بر پایه رهیافت هیلبرت- هوآنگ، روشی برای شناسایی سیستم‌های خطی به وسیله پاسخ ارتعاش آزاد آن‌ها پیشنهاد شده است.

تبدیل هیلبرت- هوآنگ از دو بخش تجزیه تجربی مودی<sup>۲</sup> به‌عنوان قسمتی کلیدی و تحلیل طیفی هیلبرت<sup>۳</sup>

شناسایی سیستم‌های سازه‌ای یکی از موضوعات مورد علاقه در محدوده مهندسی سازه است. روش‌های شناسایی سازه‌ای به‌طور مشخص از مباحث نظری در دو زمینه پردازش سیگنال و دینامیک سازه‌ها بهره می‌گیرند که در آن پردازش سیگنال نقش مهمی را ایفا می‌کند. تبدیل هیلبرت- هوآنگ<sup>۱</sup> به‌عنوان روشی نوظهور در پردازش سیگنال برای تحلیل خصوصیات نامانا و غیرخطی در سیگنال‌ها توسعه

2- Empirical mode decomposition

3- Hilbert spectral analysis

1- Hilbert-Huang transform

خطا در توزیع دامنه نسبت به زمان و فرکانس نیز می‌انجامد. برای مقابله با کاستی‌های یاد شده، تبدیل جدید ارتقا یافته هیلبرت- هوآنگ<sup>۹</sup> به‌وسیله نویسندگان پیشنهاد شده است [۱۰ و ۹] که در آن ملزومات قضایای مذکور برآورده شده است و علاوه بر آن، پارامتری برای کنترل میزان پراکندگی در فرکانس آنی توابع مودی ذاتی نیز به کار گرفته شده است.

در این مقاله بر پایه روش جدید ارتقا یافته، روشی خروجی- تنها برای شناسایی فرکانس‌های طبیعی سازه‌های چند درجه آزاد در حالت خطی پیشنهاد می‌شود [۱۰]. در روش شناسایی پیشنهادی از داده‌های ثبت شده از سازه تحت ارتعاش محیطی، یک طیف حاشیه‌ای میانگین فراهم شده است که از آن برای شناسایی فرکانس‌های طبیعی سازه استفاده می‌شود. برای ارزیابی عملکرد روش شناسایی پیشنهادی، از آن در قالب دو مطالعه موردی برای تعیین فرکانس‌های طبیعی یک پل و یک ساختمان استفاده می‌شود. در مورد اول، شش فرکانس اول یک پل قوسی در جهت قائم و در مورد دوم، سه فرکانس اول یک ساختمان پانزده طبقه در سه جهت شرق-غرب، شمال-جنوب و پیچشی شناسایی شده‌اند. قبل از شرح روش شناسایی پیشنهادی، مروری اجمالی بر تبدیل ارتقا یافته هیلبرت- هوآنگ ارائه می‌شود.

## ۲- تبدیل ارتقا یافته هیلبرت- هوآنگ

برای غلبه بر محدودیت‌های تبدیل کلاسیک هیلبرت- هوآنگ در قسمت تحلیل فرکانسی، تبدیل ارتقا یافته هیلبرت- هوآنگ به‌وسیله مولفان پیشنهاد شده است [۱۰ و ۹] در تبدیل ارتقا یافته نیز با الگو برداری از تحلیل طیفی هیلبرت، هر تابع مودی ذاتی به‌صورت

تشکیل شده است. تجزیه تجربی مودی شرط لازم برای استفاده از تبدیل هیلبرت را فراهم می‌کند، سپس تحلیل طیفی هیلبرت، توزیع فرکانس و دامنه سیگنال را به‌صورت متغیر با زمان به دست می‌دهد. تاکنون، تحقیقاتی برای ارتقای عملکرد تبدیل هیلبرت- هوآنگ در بخش تحلیل طیفی هیلبرت انجام شده است [۴-۶]. از نظر ریاضی، برای به دست آمدن فرکانس آنی<sup>۱</sup> و از نظر فیزیکی معنادار به وسیله تبدیل هیلبرت<sup>۲</sup>، تعریف تابع مودی ذاتی<sup>۳</sup> تنها یک شرط لازم است و برای حصول مقادیر صحیح فرکانس آنی نیاز است تا ملزومات قضایای بدروسین<sup>۴</sup> و نوتال<sup>۵</sup> نیز برآورده گردند [۴]. هوآنگ و بتسدا [۴] تبدیل هیلبرت نرمال شده به دامنه<sup>۶</sup> را برای در نظر گرفتن شرط قضیه بدروسین پیشنهاد کرده‌اند که در آن برای هر تابع مودی ذاتی یک موج حامل<sup>۷</sup> استخراج می‌شود. برای مواجه نشدن با محدودیت قضیه نوتال، هوآنگ [۶] استفاده از تابع  $\arccos$  را به‌عنوان جایگزین تبدیل هیلبرت در محاسبه تابع فاز هر تابع مودی ذاتی پیشنهاد می‌کند. اما به علت بی‌نقص نبودن عملیات نرمال‌سازی، موج حامل مقادیری خارج از بازه  $[-1, 1]$  را نیز اختیار می‌کند که مانعی جدی برای اعمال تابع  $\arccos$  می‌باشد، در نتیجه محدودیت ناشی از قضیه نوتال هم‌چنان پا برجاست.

علاوه بر این، به‌دلیل خواص ذاتی در تجزیه تجربی مودی، با کاهش نمایه توابع مودی ذاتی، پهنای باند فرکانسی آن‌ها افزایش می‌یابد [۸ و ۷]. این خاصیت باعث پراکندگی شدید در فرکانس آنی چند تابع مودی ذاتی اول می‌شود که در محدوده فرکانس‌های بالا این موضوع نه تنها باعث کاهش خوانایی<sup>۸</sup> طیف هیلبرت می‌شود، بلکه به بروز

1- Instantaneous frequency

2- Hilbert transform

3- Intrinsic mode function

4- Bedrosian theorem

5- Nuttall theorem

6- Normalized amplitude Hilbert transform

7- Carrier wave

8- Readability

9- Enhanced Hilbert-Huang transform

کار به آسانی و از راه افزودن مضارب  $\pi$  به مقادیر فاز امکان‌پذیر است. استفاده از تابع  $\arccos$  باعث رفع محدودیت قضیه نوتال در محاسبه مقادیر صحیح تابع فاز می‌شود ( $\cos^2 \theta(t) + \sin^2 \theta(t) = 1$ ).

۴) براساس تعریف برای محاسبه فرکانس آنی باید مشتق تابع فاز محاسبه شود. برای کنترل میزان پراکندگی در فرکانس آنی تابع مودی ذاتی، قبل از مشتق‌گیری از تابع فاز، یک منحنی درجه سوم هموارکننده<sup>۳</sup> به تابع صعودی فاز منطبق می‌شود. شکل کامل یک منحنی درجه سوم هموارکننده مانند  $S(p)$ ، به صورت رابطه (۱) تعریف می‌شود [۱۱].

۱)

$C(x)$  در این تعریف یک تابع درون‌یاب درجه سوم است که مجموعه‌ای از نقاط گسسته (گره‌ها)، مانند  $(x_i, y_i)$  را به گونه‌ای به هم متصل می‌کند که در گره‌ها مشتقات اول و دوم پیوسته باشند. منحنی درجه سوم هموارکننده با عبور از میان گره‌ها، تابعی پیوسته و هموارشده از نقاط گسسته را فراهم می‌کند.

$$S(p) = p \sum_i w_i [y_i - C(x_i)]^2 + (1-p) \int \lambda(z) C''(z)^2 dz \quad (1)$$

در تعریف بالا،  $p$  پارامتر هموارسازی<sup>۴</sup> نامیده می‌شود که مقادیر مورد علاقه برای آن در بازه  $[0, 1]$  قرار دارد.  $w$  و  $\lambda$  به ترتیب بردار وزن و تابع وزن هستند که در تحقیق حاضر برابر ۱ در نظر گرفته شده‌اند. از نظر ریاضی، حالت مناسبی از انطباق منحنی هموارکننده زمانی رخ می‌دهد که  $p_h = 1/(1+h^2/60)$  مقدار ویژه به مقدار ویژه داشته باشد که در آن  $h$  فاصله بین  $x_i$ ها است. با اعمال چند جمله‌ای درجه سوم هموارکننده به مقادیر گسسته فاز، تابع

$A(t) \cos \theta(t)$  در نظر گرفته می‌شود که در آن  $A(t)$  دامنه آنی<sup>۱</sup> (پوش) و  $\theta(t)$  تابع فاز می‌باشند. در تبدیل ارتقا یافته،  $A(t)$  و  $\cos \theta(t)$  (موج حامل) به وسیله تبدیل هیلبرت محاسبه نمی‌شوند. تبدیل ارتقا یافته هیلبرت-هوانگ به صورت زیر در پنج مرحله پیشنهاد می‌شود:

۱) تجزیه تجربی مودی به سیگنال اعمال می‌شود و دامنه آنی،  $A(t)$ ، هر تابع مودی ذاتی براساس روش تبدیل هیلبرت نرمال شده با دامنه محاسبه شود. دامنه آنی در روش تبدیل هیلبرت نرمال شده با دامنه به صورت تابع درون‌یاب درجه سوم<sup>۲</sup> عبورکننده از ماکزیمم‌های نسبی تعریف می‌شود.

۲) مقادیر مثبت هر تابع مودی ذاتی به تابع درون‌یاب درجه سوم عبورکننده از ماکزیمم‌های نسبی و مقادیر منفی آن به قدر مطلق تابع درون‌یاب درجه سوم عبورکننده از مینیمم‌های نسبی نرمال شوند تا به این ترتیب موج حامل تصحیح نشده متناظر با هر یک از توابع مودی ذاتی به دست آید. سپس مقادیر مثبت موج حامل تصحیح نشده به «منحنی اصلاح کننده بالایی» و مقادیر منفی آن به قدر مطلق «منحنی اصلاح کننده پایینی» نرمال شوند تا موج حامل تصحیح شده،  $\cos \theta(t)$ ، متناظر با هر یک از توابع مودی ذاتی به دست آید. منحنی‌های اصلاح کننده به صورت چند جمله‌ای‌های تکه‌ای پیوسته از درجه سوم تعریف می‌شوند که با شیب صفر از اکستریم‌های نسبی عبور می‌کنند. با انجام اصلاح بالا، موج حامل تصحیح شده در بازه  $[-1, 1]$  قرار می‌گیرد و مانع برای اعمال تابع  $\arccos$  برطرف می‌شود.

۳) تابع  $\arccos$  به هر یک از موج‌های حامل تصحیح شده اعمال شود و تابع فاز،  $\theta(t)$ ، متناظر با هر یک از توابع مودی ذاتی به صورت یک تابع صعودی استخراج شود. این

3- Cubic smoothing spline  
4- Smoothing parameter

1- Instantaneous amplitude  
2- Cubic interpolant function

مشخص است که با انجام عمل میانگین‌گیری، آثار مربوط به فرکانس‌های طبیعی تقویت می‌شود و در مقابل آثار مربوط به نوفه کاهش داده می‌شود. با فراهم شدن طیف حاشیه‌ای میانگین، فرکانس‌های طبیعی سازه به صورت فرکانس‌های متناظر با هر قله تعیین می‌شوند. روش پیشنهادی به گونه‌ای است که در آن هر یک از طیف‌های حاشیه‌ای حاصل از تبدیل‌های کلاسیک یا ارتقا یافته قابل به کارگیری هستند. به این ترتیب عملکرد تبدیل‌های کلاسیک و ارتقا یافته هیلبرت- هوانگ در شناسایی فرکانس‌های طبیعی قابل مقایسه هستند.

### ۳-۱- شناسایی فرکانس‌های طبیعی پل بی‌چوآن<sup>۵</sup>

پل بی‌چوآن بر روی رودخانه بی‌چوآن واقع در استان چینگ‌های در چین ساخته شده است (شکل (۱)).



شکل (۱) پل قوسی بی‌چوآن

دهانه این پل ۹۰ متر و نسبت ارتفاع به دهانه آن ۱ به ۵ است. در هر وجه این پل از شانزده معلق کننده برای نگه داشتن عرشه پل استفاده شده است. قبل از گشایش این پل برای عبور ترافیک، یک آزمایش ارتعاش محیطی با هدف استخراج خواص دینامیکی آن انجام شده است [۱۲].

در این آزمایش نقاط ثبت پاسخ سازه، نزدیک به نقاط اتصال بین معلق‌کننده‌ها و عرشه انتخاب شد و در مجموع

هموارشده فاز،  $\theta_s$ ، محاسبه می‌شود. با داشتن تابع هموارشده فاز، فرکانس آنی یک تابع مودی ذاتی،  $f_s$  به صورت مشتق تابع هموارشده فاز تعریف می‌شود.

(۵) با داشتن فرکانس‌های آنی و دامنه‌های آنی توابع مودی ذاتی، طیف ارتقا یافته سیگنال<sup>۱</sup>،  $E(f_s, t)$ ، قابل تعریف است. به طور مشابه با تعاریف موجود در تحلیل طیفی هیلبرت، طیف حاشیه‌ای ارتقا یافته<sup>۲</sup>،  $e(f_s)$ ، نیز به صورت رابطه (۲) تعریف می‌شود:

$$e(f_s) = \int_0^T E(f_s, t) dt \quad (2)$$

طیف حاشیه‌ای ارتقا یافته، سهم هر فرکانس از دامنه آنی سیگنال در بازه زمانی  $T$  را نشان می‌دهد.

### ۳- روش شناسایی پیشنهادی

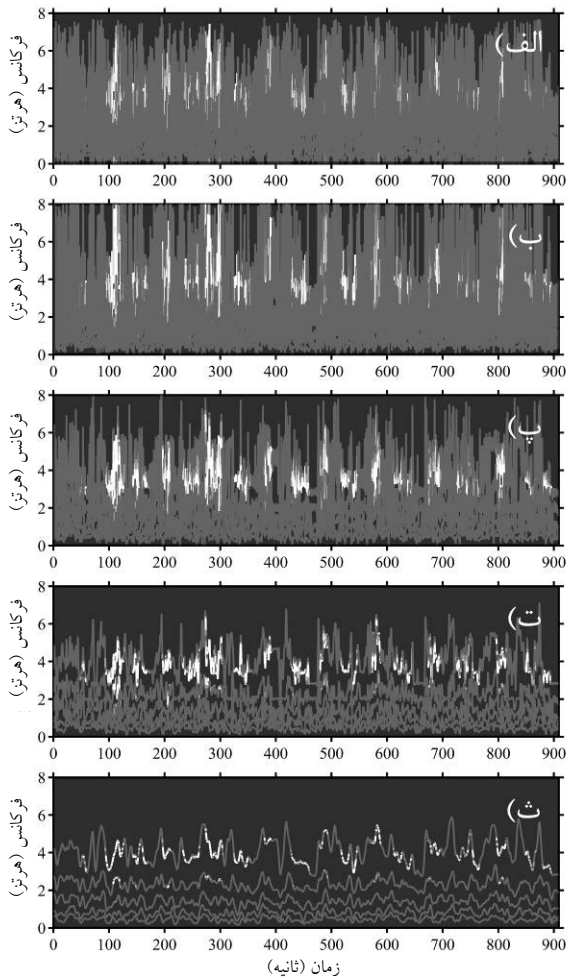
بر پایه اصول دینامیک سازه‌ها، در بیان طیفی از پاسخ خطی یک سازه در حوزه فرکانس، سهم فرکانس‌های طبیعی از دامنه بیش از سایر فرکانس‌ها است؛ به عبارت دیگر در بیان دامنه- فرکانس از پاسخ سازه دارای میرایی کوچک، قله‌ها در نزدیکی فرکانس‌های طبیعی سازه شکل می‌گیرند. این خاصیت پایه شکل‌گیری روش‌های شناسایی حوزه فرکانس مانند روش جستار قله<sup>۳</sup> است. بر این اساس، روش ساده زیر بر پایه رهیافت هیلبرت- هوانگ برای شناسایی فرکانس‌های طبیعی پیشنهاد می‌شود:

- (۱) برای هر یک از شتاب‌نگاشت‌های ثبت شده در درجات آزادی سازه، یک طیف حاشیه‌ای تعیین شود.
- (۲) با میانگین‌گیری بین طیف‌های حاشیه‌ای، یک «طیف حاشیه‌ای میانگین»<sup>۴</sup> برای سازه استخراج شود.

1- Enhanced spectrum  
2- Marginal enhanced spectrum  
3- Peak picking method  
4- Averaged marginal spectrum

5- Beichuan Bridge

این موارد به طور مشابه برای طیف شکل (۲-ب) نیز وجود دارد که نشان می‌دهد استفاده از مقادیر بسیار نزدیک به یک برای پارامتر هموارسازی، مانند  $p_h$  در برخورد با سیگنال‌های دارای باند پهن فرکانسی به کاهش خوانایی طیف ارتقا یافته منجر می‌شود.



شکل (۲) طیف‌های متناظر با پنج تابع مودی ذاتی اول شتاب‌نگاشت ثبت شده در نقطه پنج حاصل از تبدیل: الف- کلاسیک؛ ب- ارتقا یافته به ازای  $p = p_h$ ؛ پ- ارتقا یافته به ازای  $p = 0.99$ ؛ ت- ارتقا یافته به ازای  $p = 0.50$ ؛ ث- ارتقا یافته به ازای  $p = 0.01$

تبدیل ارتقا یافته قادر است تا با تنظیم پارامتر هموارسازی خوانایی طیف ارتقاء یافته را افزایش دهد.

۳۲ نقطه برای ثبت پاسخ سازه انتخاب گردید. اندازه‌گیری شتاب فقط در جهت قائم انجام شده و برای پوشش پاسخ سازه در نقاط تعیین شده، آزمایش در چهار قسمت (هر قسمت روی یک چهارم عرشه) انجام شده و در هر بار، داده‌های هشت شتاب‌نگار به علاوه یک نقطه مرجع به مدت حدود ۱۵ دقیقه و با نرخ نمونه‌برداری ۸۰ هرتز (هر نقطه ۷۲۷۰۴ داده) برداشت شده است. اطلاعات بیش‌تر در ارتباط با نحوه انجام آزمایش در مرجع [۱۲] موجود است. در تحقیق حاضر با این فرض که فرکانس‌های اصلی پل در محدوده زیر ۸ هرتز و به اندازه کافی دور از یکدیگر هستند، کاهش نرخ نمونه‌برداری از ۸۰ به ۱۶ هرتز روی داده‌های خام ثبت شده در هر نقطه انجام شد و حاصل به توابع مودی ذاتی تجزیه شد. برای بررسی نحوه توزیع انرژی در توابع مودی ذاتی، طیف‌های حاصل از تبدیل‌های کلاسیک و ارتقا یافته متناظر با پنج تابع مودی ذاتی اول شتاب‌نگاشت ثبت شده در نقطه پنج در شکل (۲) نشان داده شده است. از طیف‌های شکل (۲-الف و ب) (رنگ روشن‌تر معرف دامنه بیش‌تر است) مشخص است که پنج تابع مودی ذاتی اول محدوده ۱ تا ۸ هرتز را به خوبی پوشش می‌دهند. با توجه به وجود این روند در دیگر نقاط، فقط پنج تابع مودی ذاتی اول هر نقطه برای شناسایی استفاده می‌شوند. با وجود ۳۲ نقطه ثبت پاسخ، به طور کلی از ۱۶۰ تابع مودی ذاتی برای شناسایی پل استفاده شده است.

همان‌طور که اشاره شد، به دلیل پهنای باند فرکانسی بیش‌تر در چند تابع مودی ذاتی اول [۷؛ ۸]، مقادیر فرکانسی این توابع پراکندگی بیش‌تری نسبت به دیگر توابع مودی ذاتی دارند. به همین دلیل در طیف شکل (۲-الف)، مقادیر فرکانسی با یکدیگر مخلوط شده‌اند که در نتیجه آن، خوانایی این طیف مخدوش شده است و در آن نحوه توزیع دامنه نسبت به زمان و فرکانس قابل تشخیص نیست.

طیف حاشیه‌ای میانگین حاصل از تبدیل ارتقا یافته را به دست دهد، با یک مشکل جدی مواجه است. همان طور که اشاره شد، تجزیه تجربی مودی روشی فاقد پشتوانه نظری است، بنابراین فقط محدوده‌ای از مقادیر مناسب پارامتر هموارسازی از راه تجربی قابل دستیابی است. به این دلیل در مطالعه حاضر مقادیر مناسب پارامتر هموارسازی از طریق جستجو بین مقادیر متنوع در بازه  $[1, -1]$  تعیین می‌شود. شکل (۴) طیف‌های حاشیه‌ای میانگین حاصل از تبدیل ارتقا یافته را به‌ازای مقادیر متنوع پارامتر هموارسازی نشان می‌دهد.

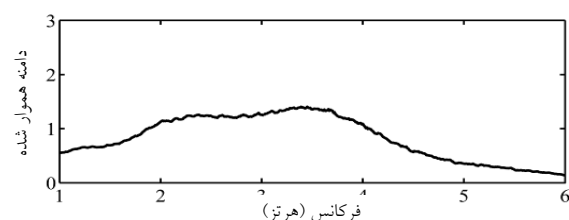
در شکل‌های (۴- الف و ب) قله‌هایی به چشم می‌خورد، اما روی فرکانس‌های مشخصی متمرکز نشده‌اند. توانایی نداشتن این دو طیف و هم‌چنین طیف شکل (۳) در نمایش قله‌های مربوط به فرکانس‌های طبیعی سازه به‌طور مستقیم با خطای ناشی از پراکندگی شدید فرکانسی در چند تابع مودی ذاتی اول مرتبط است. در نتیجه، این موضوع عامل ناپایداری توزیع دامنه نسبت به فرکانس در سه طیف مذکور است.

تبدیل ارتقا یافته قادر است تا با کاهش پارامتر هموارسازی از میزان پراکندگی نامطلوب فرکانسی در طیف ارتقا یافته بکاهد و به این ترتیب پایداری مورد نیاز در بیان طیفی را از دامنه نسبت به فرکانس ایجاد کند. در طیف شکل (۴- پ) پارامتر هموارسازی به  $0/80$  کاهش داده شده است که در آن قله‌هایی متفاوت با آنچه در سه طیف قبل وجود دارند، پدیدار شده‌اند. با کاهش پارامتر هموارسازی از  $0/80$  تا  $0/40$  در شکل‌های (۴- ت تا ح)، طیف‌هایی با قله‌های پایدار به دست آمده است که در این میان سه طیف متناظر با  $0/50$ ،  $0/60$ ،  $0/70$  بیش‌ترین پایداری را نسبت به تغییرات پارامتر هموارسازی نشان می‌دهند که در آن‌ها شش قله در محدوده ۲ تا ۵ هرتز به صورت کاملاً واضح قابل شناسایی هستند. با کاهش بیشتر پارامتر هموارسازی به مقادیر  $0/30$  تا  $0/01$  در طیف‌های

طیف ارتقا یافته به ازای  $p = 0/99$  در شکل (۲- پ) نشان داده شده است که در آن خوانایی اندکی بهبود یافته است. در طیف‌های شکل‌های (۲- ت و ث) پارامتر هموارسازی به ترتیب به  $0/50$  و  $0/01$  کاهش داده شده است. در این دو طیف، به‌خوبی مشخص است که دو تابع مودی ذاتی بیش‌تر دامنه/انرژی را حمل می‌کنند. در طیف‌های ارتقا یافته بسته به سطح خوانایی انتخاب شده، برای هر تابع مودی ذاتی یک فرکانس آبی که نشان‌دهنده روند غالب تغییرات فرکانسی است، قابل دستیابی است.

براساس روش شناسایی پیشنهادی و به منظور شناسایی فرکانس‌های طبیعی پل مطالعه‌شده، متناظر با هر یک از ۳۲ نقطه، یک طیف حاشیه‌ای با استفاده از پنج تابع مودی ذاتی اول محاسبه شد. سپس بین ۳۲ طیف به دست آمده یک میانگین‌گیری انجام شد تا در نهایت یک طیف حاشیه‌ای میانگین برای کل سازه به دست آید. طیف حاشیه‌ای میانگین حاصل از روش شناسایی پیشنهادی با استفاده از تبدیل کلاسیک در شکل (۳) نشان داده شده است.

در مطالعه حاضر برای این که طیف‌های حاشیه‌ای به نحو مطلوبی هموار باشند، هموارسازی میانگین متحرک<sup>۱</sup> با پوشش ۵ داده اعمال شده است. همان‌طور که در طیف میانگین شکل (۳) مشخص است، هیچ نمودی از قله‌های متعلق به فرکانس‌های طبیعی سازه وجود ندارد.



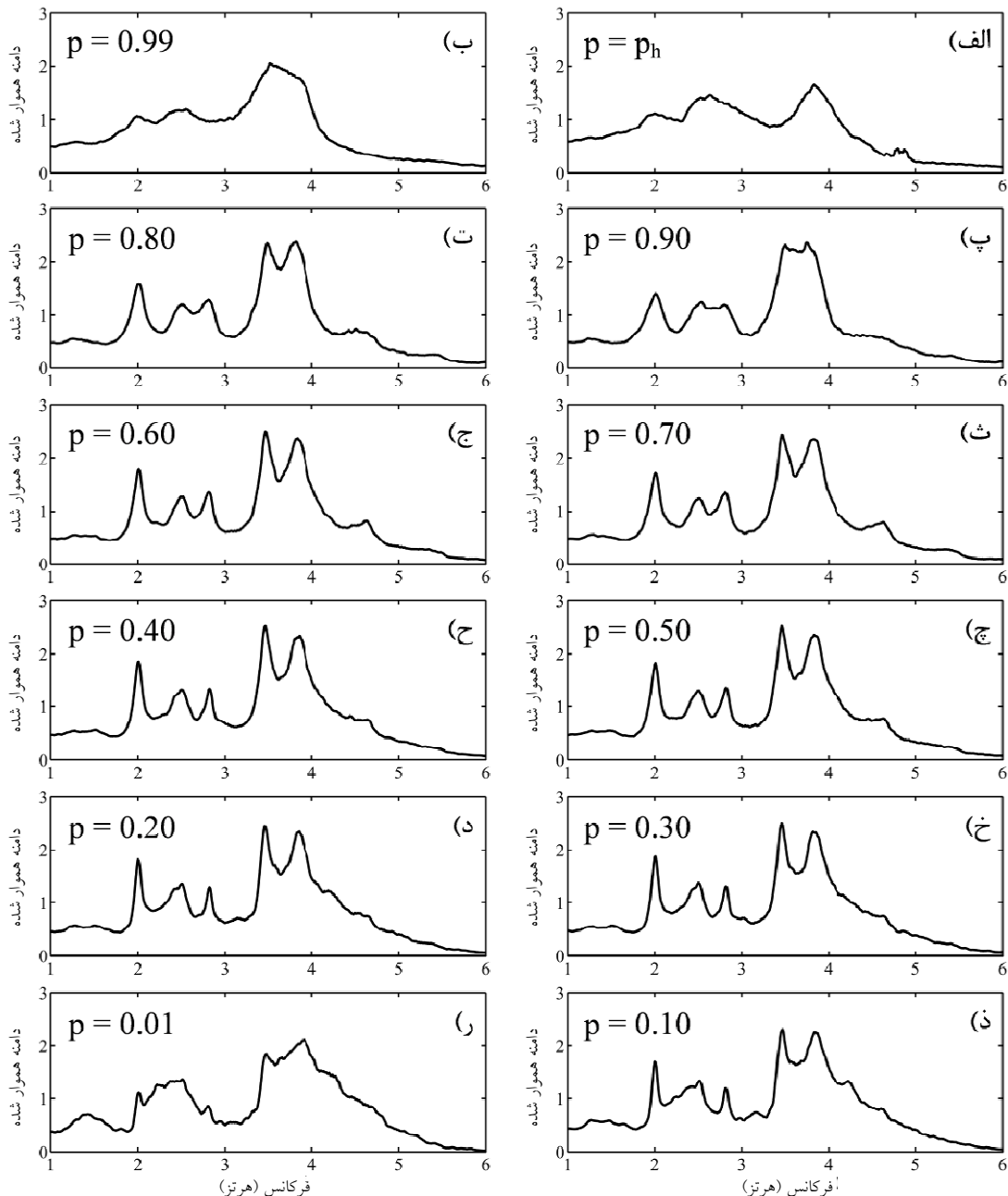
شکل (۳) طیف حاشیه‌ای میانگین برای پل بیچوآن با استفاده از تبدیل کلاسیک

انتخاب پارامتر هموارسازی که بهترین نتایج فیزیکی در

1- Moving average

هموارسازی در روش شناسایی پیشنهادی برای فراهم آوردن توزیع پایدار دامنه نسبت به فرکانس و نمایان ساختن فرکانس‌های طبیعی به خوبی مشخص می‌شود.

شکل (۴-خ تا ر)، به تدریج از پایداری طیف‌ها کاسته می‌شود؛ به این معنی که در کنار شش قله اشاره شده، قله‌های دیگری که فاقد توجیه فیزیکی نیز هستند، ظاهر شده‌اند. با مشاهده این طیف‌ها، اهمیت نقش پارامتر



شکل (۴) طیف‌های حاشیه‌ای میانگین برای پل بیچوان با استفاده از تبدیل ارتقا یافته به ازای: الف)  $p = p_h$  ب)  $p = 0.99$  پ)  $p = 0.90$  ت)  $p = 0.80$  ث)  $p = 0.70$  ج)  $p = 0.60$  چ)  $p = 0.50$  ح)  $p = 0.40$  خ)  $p = 0.30$  د)  $p = 0.20$  ذ)  $p = 0.10$  و ر)  $p = 0.01$

جدول (۱) فرکانس‌های متناظر با قله‌های طیف حاشیه‌ای میانگین، حاصل از روش شناسایی پیشنهادی برای پل بیچوان

مود						
اول	دوم	سوم	چهارم	پنجم	ششم	
۲/۰۰	-	-	-	-	-	$p = p_h$
۱/۹۹	۲/۵۵	-	۳/۵۱	-	-	$p = ۰/۹۹$
۲/۰۱	۲/۵۴	۲/۸۰	۳/۵۰	۳/۷۵	-	$p = ۰/۹۰$
۲/۰۱	۲/۵۰	۲/۸۱	۳/۴۸	۳/۸۱	۴/۵۱	$p = ۰/۸۰$
۲/۰۱	۲/۵۱	۲/۸۱	۳/۴۶	۳/۸۳	۴/۶۳	$p = ۰/۷۰$
۲/۰۱	۲/۵۰	۲/۸۱	۳/۴۶	۳/۸۳	۴/۶۳	$p = ۰/۶۰$
۲/۰۱	۲/۵۱	۲/۸۲	۳/۴۶	۳/۸۳	۴/۶۴	$p = ۰/۵۰$
۲/۰۱	۲/۵۰	۲/۸۲	۳/۴۶	۳/۸۵	۴/۶۴	$p = ۰/۴۰$
۲/۰۱	۲/۵۰	۲/۸۲	۳/۴۶	۳/۸۲	۴/۶۳	$p = ۰/۳۰$
۲/۰۰	۲/۵۰	۲/۸۲	۳/۴۵	۳/۸۵	۴/۶۳	$p = ۰/۲۰$
۲/۰۰	۲/۵۲	۲/۸۲	۳/۴۷	۳/۸۴	۴/۶۱	$p = ۰/۱۰$
۲/۰۱	-	۲/۸۰	۳/۴۷	-	-	$p = ۰/۰۱$

فرکانس‌های متناظر با قله‌های طیف حاشیه‌ای میانگین حاصل از تبدیل ارتقا یافته (Hz)

پیشنهادی با مقادیر حاصل از روش جستار قله و روش شناسایی زیرفضای تصادفی مقایسه شده‌اند.

جدول (۲) فرکانس‌های طبیعی شناسایی شده به وسیله روش شناسایی پیشنهادی، روش جستار قله و روش شناسایی زیرفضای تصادفی برای پل بیچوان

مود	روش پیشنهادی فرکانس (Hz)	روش جستار قله فرکانس (Hz)	روش شناسایی زیرفضای تصادفی فرکانس (Hz)
۱	۲/۰۱	۲/۰۱	۲/۰۰
۲	۲/۵۰	۲/۵۲	۲/۵۱
۳	۲/۸۱	۲/۸۱	۲/۸۳
۴	۳/۴۶	۳/۴۶	۳/۴۷
۵	۳/۸۳	۳/۹۳	۳/۸۶
۶	۴/۶۳	۴/۶۳	-

با وجود این‌که روش شناسایی پیشنهادی تفاوت ساختاری و قابل توجهی با روش‌های عنوان شده دارد، اما مقادیر فرکانسی شناسایی شده بسیار به هم نزدیک هستند.

مقادیر متناظر با شش قله شناسایی شده در طیف‌های شکل (۴) در جدول (۱) داده شده است. حساسیت مقادیر فرکانسی شناسایی شده در مقابل تغییرات پارامتر هموارسازی بین ۰/۷۰ تا ۰/۴۰ از یک درصد فراتر نمی‌رود، هر چند این حساسیت برای تغییرات پارامتر هموارسازی بین ۰/۴۰ تا ۰/۱۰ نیز از یک درصد فراتر نمی‌رود. بنابراین مقادیر فرکانسی شناسایی شده، وابستگی چندانی به تغییرات پارامتر هموارسازی در محدوده وسیع ۰/۷۰ تا ۰/۴۰ ندارند. در مورد حاضر، مقادیر فرکانسی متعلق به طیف میانگین متناظر با  $p = ۰/۶۰$  به عنوان شش فرکانس طبیعی اول پل مورد مطالعه انتخاب شده‌اند.

در مرجع [۱۲] فرکانس‌های طبیعی پل مورد مطالعه روش‌های مختلف از جمله روش جستار قله و روش شناسایی زیرفضای تصادفی<sup>۱</sup> استخراج شده است. در جدول (۲) مقادیر فرکانسی شناسایی شده به وسیله روش

1- Stochastic subspace identification method



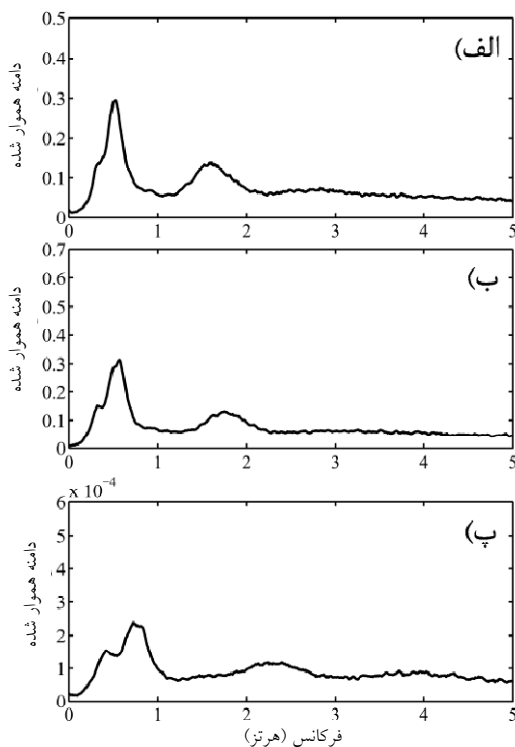
### ۳-۲- شناسایی فرکانس‌های طبیعی ساختمان فاکتور<sup>۱</sup>

ساختمان پانزده طبقه فاکتور در دانشگاه کالیفرنیا واقع شده است. این ساختمان بعد از زلزله نورث ریج در سال ۱۹۹۴ به وسیله سازمان زمین‌شناسی آمریکا با یک شبکه ۷۲ تایی از شتاب‌نگارها مجهز شده است. در ۲۹ آوریل سال ۲۰۰۴ یک مجموعه داده حاصل از ارتعاش محیطی، از سیستم شتاب‌نگار موجود در ساختمان فاکتور برداشت شد. براساس مرجع [۱۳]، برای استخراج خصوصیات دینامیکی ساختمان با استفاده از داده‌های ثبت شده از آزمایش ارتعاش محیطی، برای هر شتاب‌نگاشت تصحیح خط مبنا و هم‌چنین کاهش نرخ نمونه‌برداری به ۲۰ هرتز انجام گرفته است. هر یک از شتاب‌نگاشت‌های حاصل از آزمایش ارتعاش محیطی در مدت ۱۵۰ ثانیه ثبت شده است که با توجه به نرخ نمونه‌برداری، شامل ۳۰۰۰ داده می‌شود. این شتاب‌نگاشت‌ها برای هر طبقه شامل سه مؤلفه شرق-غرب، شمال-جنوب و پیچشی می‌شوند. اطلاعات کامل در ارتباط با نحوه انجام آزمایش و پردازش داده‌ها در مرجع [۱۳] موجود است. طیف حاشیه‌ای میانگین حاصل از تبدیل کلاسیک برای هر سه مؤلفه در شکل (۵) نشان داده شده است که در هر یک از این طیف‌ها به‌طور واضح دو قله به چشم می‌خورد. در شکل‌های (۶ تا ۸) طیف‌های حاشیه‌ای میانگین حاصل از تبدیل ارتقا یافته به ترتیب برای هر سه مؤلفه شرق-غرب، شمال-جنوب و پیچشی نشان داده شده است.

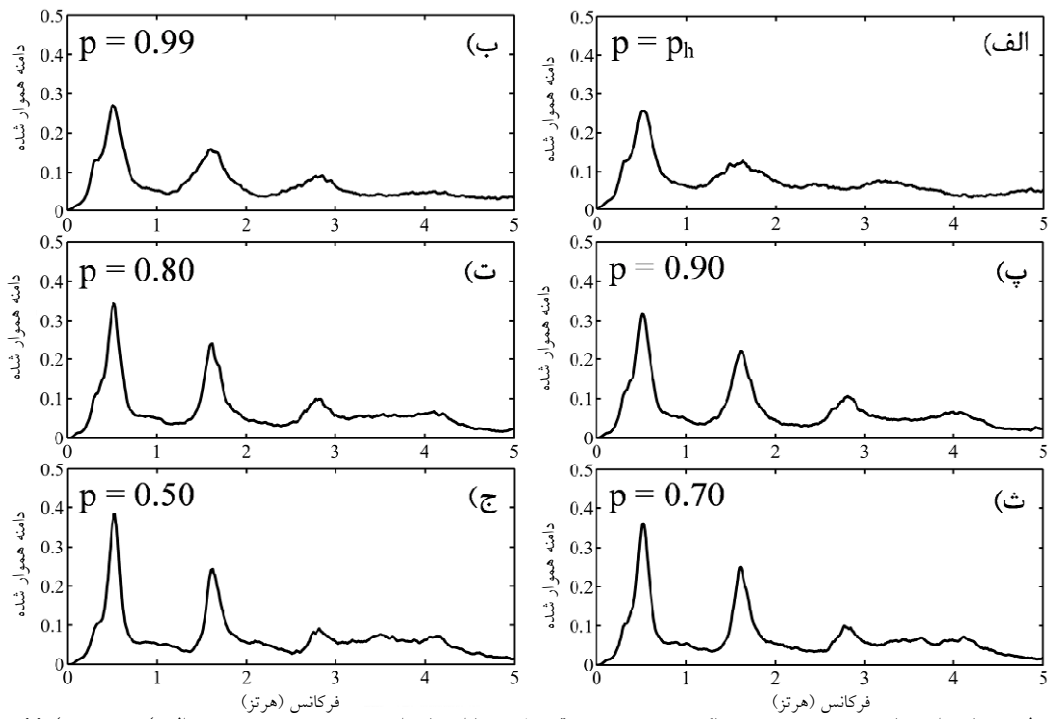
با توجه به این که پنج تابع مودی ذاتی اول حاصل از هر شتاب‌نگاشت برای پوشش محدوده فرکانسی ۰/۵ هرتز به بالا، به‌عنوان محدوده مفروض برای فرکانس‌های طبیعی ساختمان، کافی هستند، در مورد حاضر فقط پنج تابع مودی ذاتی اول حاصل از هر شتاب‌نگاشت برای محاسبه طیف‌های حاشیه‌ای استفاده شده‌اند. در نتیجه از ۷۵ تابع

مودی ذاتی برای شناسایی ساختمان در هر جهت استفاده شده است.

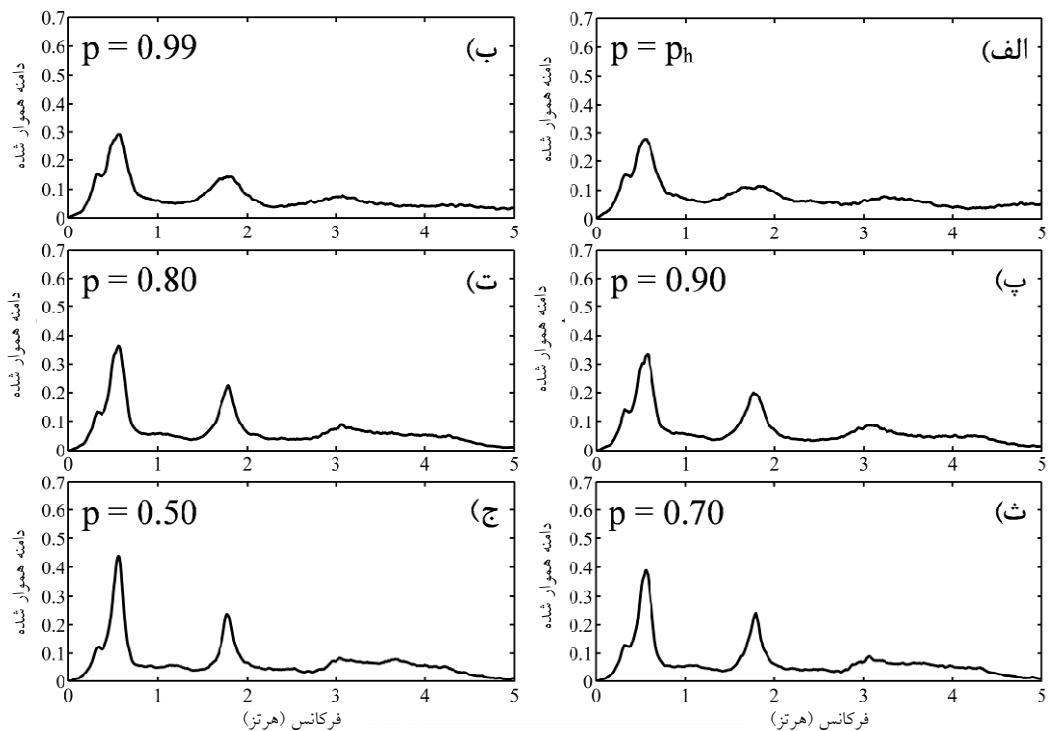
از مقایسه نتایج حاصل از تبدیل کلاسیک در مورد حاضر و مورد قبل، این نکته دریافت می‌شود که تبدیل کلاسیک در محدوده فرکانس‌های پایین‌تر عملکرد بهتری را نشان می‌دهد. در محدوده فرکانس‌های پایین از یک طرف به‌طور طبیعی از میزان پهنای باند توابع مودی ذاتی کاسته می‌شود که در اثر آن خطای ناشی از پراکندگی فرکانسی نیز کاهش پیدا می‌کند و از طرف دیگر با کاهش پهنای باند توابع مودی ذاتی، تبدیل کلاسیک محدودیت کم‌تری را از جانب قضیه نوتال قبول می‌کند. با این حال باز هم نیاز است تا صحت نتایج حاصل از تبدیل کلاسیک از راه مقایسه با نتایج حاصل از تبدیل ارتقا یافته سنجش شود.



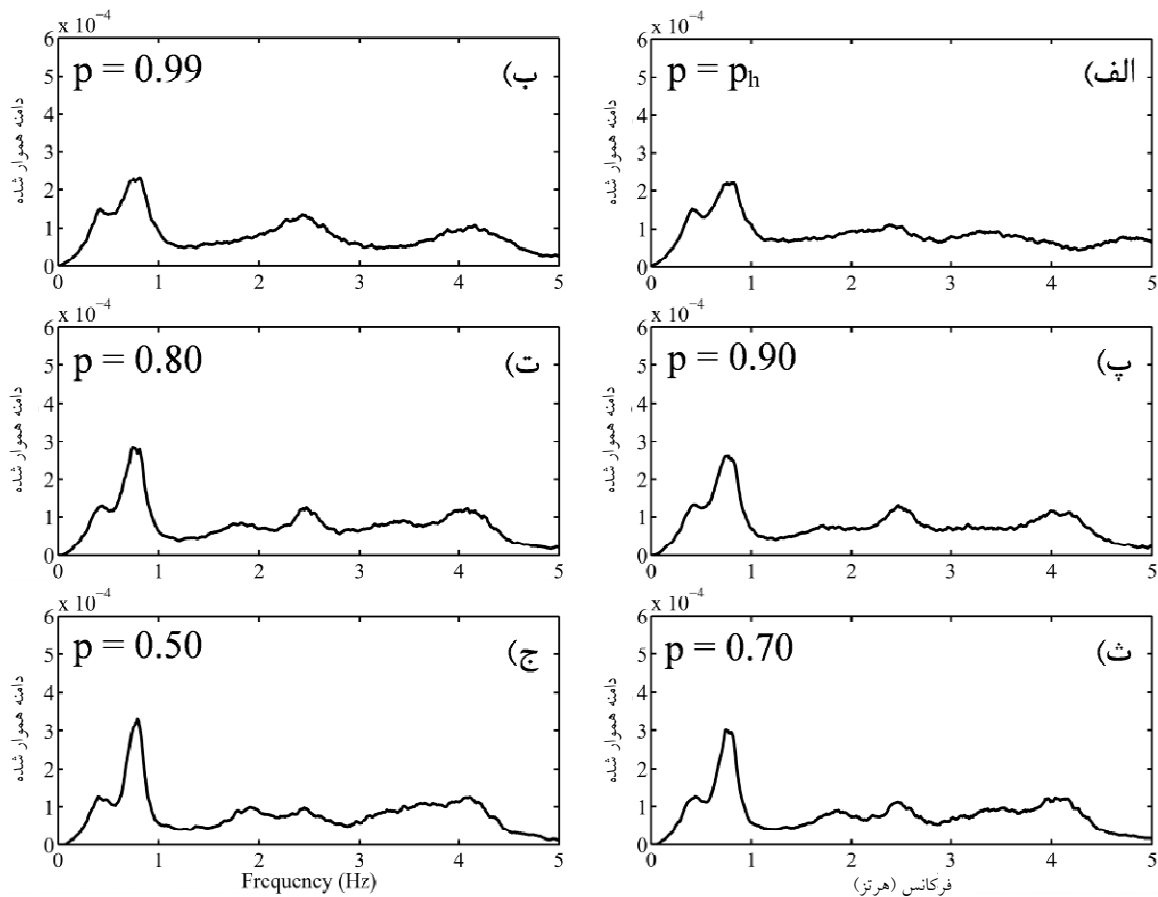
شکل (۵) طیف‌های حاشیه‌ای میانگین برای ساختمان فاکتور با استفاده از تبدیل کلاسیک در جهت: الف) شرق-غرب؛ ب) شمال-جنوب؛ پ) پیچشی



شکل (۶) طیف حاشیه‌ای میانگین برای ساختمان فاکتور در جهت شرق- غرب با استفاده از تبدیل ارتقا یافته به‌ازای: الف)  $p = p_h$  ب)  $p = 0.99$  پ)  $p = 0.90$  ت)  $p = 0.80$  ج)  $p = 0.50$  ث)  $p = 0.70$



شکل (۷) طیف حاشیه‌ای میانگین برای ساختمان فاکتور در جهت شمال- جنوب با استفاده از تبدیل ارتقا یافته به‌ازای: الف)  $p = p_h$  ب)  $p = 0.99$  پ)  $p = 0.90$  ت)  $p = 0.80$  ج)  $p = 0.50$  ث)  $p = 0.70$



شکل (۸) طیف حاشیه‌ای میانگین برای ساختمان فاکتور در جهت پیچشی با استفاده از تبدیل ارتقا یافته به‌ازای: الف)  $p = p_h$  (ب)  $p = 0.99$

(پ)  $p = 0.90$  (ت)  $p = 0.80$  (ث)  $p = 0.70$  (ج)  $p = 0.50$

دیگری در کنار این سه قله ظاهر می‌شوند. همین موارد در مورد طیف‌های شکل (۷) و شکل (۸) نیز برقرار است که در آن‌ها شکل (۷-پ) و شکل (۸-پ) در محدوده ۴ هرتز و پایین‌تر از آن، بهترین نمود را از سه قله متناظر با فرکانس‌های طبیعی سازه نشان می‌دهند. برای مورد حاضر، مقادیر متناظر با سه قله ابتدایی طیف‌های شکل (۶-پ)، شکل (۷-پ) و شکل (۸-پ) به‌ترتیب به‌عنوان سه فرکانس طبیعی اول ساختمان در سه جهت شرق-غرب، شمال-جنوب و پیچشی در نظر گرفته شده‌اند. مقادیر متناظر با قله‌های شناسایی شده در طیف‌های شکل‌های (۶) تا (۸) در جدول (۳) داده شده است.

در هر یک از طیف‌های شکل (۶-الف و ب)، سه قله واضح قابل رؤیت است که از میان آن‌ها فقط دو قله اول روی فرکانس‌های مشخص متمرکز شده‌اند که این موضوع نیز نشلن‌دهنده کاهش خطا ناشی از پراکندگی فرکانسی در محدوده فرکانس‌های پایین‌تر است. با مشاهده دقیق طیف‌های شکل (۶-ب، پ و ت) مشخص می‌شود که در محدوده زیر ۴ هرتز، هر یک از این طیف‌ها سه قله واضح در سه فرکانس مشخص دارند که در این میان، قله‌های شکل (۶-پ) از بهترین نمود است. با کاهش پارامتر هموارسازی در شکل (۶-ث و ج) به‌تدریج ناپایداری طیف‌ها افزایش پیدا می‌کند که در اثر آن قله‌های غیر واقعی

جدول (۳) فرکانس‌های متناظر با قله‌های طیف حاشیه‌ای میانگین، حاصل از روش شناسایی پیشنهادی برای ساختمان فاکتور

سوم	سوم	سوم	دوم	دوم	دوم	اول	اول	اول	مود
پیشگی	شمالی-جنوبی	شرقی-غربی	پیشگی	شمالی-جنوبی	شرقی-غربی	پیشگی	شمالی-جنوبی	شرقی-غربی	
-	۳/۲۲	-	۲/۳۸	۱/۸۳	۱/۶۳	۰/۸۲	۰/۵۴	۰/۵۳	$p = p_h$
۴/۱۶	۳/۰۸	۲/۸۶	۲/۴۳	۱/۷۸	۱/۶۰	۰/۸۱	۰/۵۷	۰/۵۱	$p = ۰/۹۹$
۴/۰۰	۳/۰۷	۲/۸۱	۲/۴۷	۱/۷۶	۱/۶۱	۰/۷۷	۰/۵۷	۰/۵۱	$p = ۰/۹۰$
۴/۰۸	۳/۰۶	۲/۷۸	۲/۴۷	۱/۷۹	۱/۶۲	۰/۷۴	۰/۵۶	۰/۵۲	$p = ۰/۸۰$
۴/۰۴	۳/۰۶	۲/۷۷	۲/۴۶	۱/۷۹	۱/۶۱	۰/۷۴	۰/۵۶	۰/۵۲	$p = ۰/۷۰$
۴/۱۱	۳/۰۵	۲/۸۲	۲/۴۵	۱/۷۷	۱/۶۲	۰/۷۹	۰/۵۶	۰/۵۳	$p = ۰/۵۰$
۳/۷۲	-	۲/۸۲	۲/۲۴	۱/۷۵	۱/۶۱	۰/۷۳	۰/۵۷	۰/۵۲	فرکانس‌های شناسایی شده به وسیله تبدیل کلاسیک (Hz)

جدول (۴) فرکانس‌های طبیعی شناسایی شده به وسیله روش شناسایی پیشنهادی و روش شناسایی زیرفضای تصادفی برای ساختمان فاکتور

روش شناسایی	روش پیشنهادی	مود	
زیرفضای تصادفی	فرکانس (Hz)	فرکانس (Hz)	
فرکانس (Hz)	۰/۵۵	۰/۵۱	اول شرقی- غربی
	۰/۵۹	۰/۵۷	اول شمالی- جنوبی
	۰/۸۱	۰/۷۷	اول پیشگی
	۱/۶۳	۱/۶۱	دوم شرقی- غربی
	۱/۸۰	۱/۷۶	دوم شمالی- جنوبی
	۲/۴۹	۲/۴۷	دوم پیشگی
	۲/۸۳	۲/۸۱	سوم شرقی- غربی
	۳/۰۶	۳/۰۷	سوم شمالی- جنوبی
	۴/۰۲	۴/۰۰	سوم پیشگی

#### ۴- نتیجه گیری

در این تحقیق نخست تبدیل ارتقا یافته هیلبرت- هوانگ که برای غلبه بر محدودیت‌های تحلیل طیفی هیلبرت به تازگی به وسیله مؤلفان پیشنهاد شده است، معرفی شد. بر پایه تبدیل هیلبرت- هوانگ، روشی برای شناسایی خروجی- تنهای فرکانس‌های طبیعی سازه‌های چند درجه آزاد پیشنهاد شد که در آن هر یک از تبدیل‌های کلاسیک و ارتقا یافته قابل به کارگیری هستند. برای ارزیابی کارایی روش

از مقادیر فرکانسی شناسایی شده می‌توان دریافت که که در محدوده فرکانس‌های بالاتر، از میزان صحت نتایج حاصل از تبدیل کلاسیک کاسته می‌شود. برای تغییرات پارامتر هموارسازی بین ۰/۹۹ تا ۰/۵۰، اختلاف مقادیر فرکانسی شناسایی شده بجز در مورد مؤلفه اول پیشگی از ۴ درصد فراتر نمی‌رود.

بنابراین در مورد حاضر نیز فرکانس‌های شناسایی شده وابستگی چندانی را به پارامتر هموارسازی در محدوده وسیعی از تغییرات آن (یعنی از ۰/۹۹ تا ۰/۴۰) نشان نمی‌دهند. حساسیت نداشتن فرکانس‌های طبیعی به تغییرات پارامتر هموارسازی نیز تأییدکننده این مطلب است که فرکانس‌های متناظر با قله‌ها تنها تابع خصوصیات دینامیکی سیستم هستند. بنابراین به وسیله این خاصیت می‌توان از صحت فرکانس‌های به دست آمده اطمینان حاصل کرد.

در جدول (۴)، مقادیر فرکانسی شناسایی شده به وسیله روش پیشنهادی با مقادیر حاصل از روش شناسایی زیرفضای تصادفی ارائه شده در مرجع [۱۳] مقایسه شده‌اند. در مورد حاضر نیز مقادیر شناسایی شده به وسیله روش پیشنهادی تطابق بسیار خوبی با نتایج حاصل از روش شناسایی زیرفضای تصادفی دارند.

- [5] Yinfeng, D., Yingmin, L., Mingkui, X., Ming, L.A. ;“Analysis of earthquake ground motions using an improved Hilbert-Huang transform”; *Journal of Soil Dynamic and Earthquake Engineering*, Vol. 28, pp.7–19, 2008.
- [6] N.E. Huan; “Introduction to Hilbert-Huang transform and some recent developments”; in: N.E. Huang, and N.O. Attoh-Okine, (Eds.), *The Hilbert-Huang Transform in Engineering*, Taylor & Francis, Boca Raton, 2005.
- [7] Flandrin, P., Rilling, G., and Goncalves, P.; “Empirical mode decomposition as a filter bank”; *IEEE Signal Proc Let*, Vol. 11, pp.112–114, 2004.
- [8] Wu, Z., Huang, N.E.; “A study of the characteristics of white noise using the empirical mode decomposition method”; *Proc R Soc London Ser A*, Vol. 460, pp 1597–611, 2004.
- [9] Bahar, O., and Ramezani, S.; “Enhanced Hilbert-Huang Transform and Its Application to Modal Identification”; *The Structural Design of Tall and Special Buildings*, 2012.

[۱۰] رضائی، س.؛ “ارائه فرایند شناسایی سیستم براساس روش جدید ارتقا یافته هیلبرت-هوانگ”؛ پایان نامه کارشناسی ارشد، پژوهشگاه بین المللی زلزله شناسی و مهندسی زلزله، تهران، ۱۳۸۸.

- [11] C. De Boor; “A practical guide to splines”; Springer, New York, 1978.
- [12] Zong, Z.H., Jaishi, B., Ge, J.P., Ren, W.X.; “Dynamic analysis of a half-through concrete-filled steel tubular arch bridge”; *Engineering Structures*, 27(1), pp. 3–15, 2005.
- [13] Skolnik, D., Lei, Y., Yu, E., Wallace, J.W.; “Identification, model updating, and response prediction of an instrumented 15-story steel-frame building”; *Earthquake Spectra*, Vol. 22, pp 781–802, 2006.

شناسایی پیشنهادی از آن در شناسایی فرکانس های طبیعی یک پل و یک ساختمان استفاده شد. از مقایسه نتایج حاصل از تبدیل کلاسیک و ارتقا یافته مشخص شد که برخلاف تبدیل کلاسیک، تبدیل ارتقا یافته قادر است تا با فراهم آوردن توزیع صحیح دامنه- فرکانس از راه تنظیم پارامتر هموارسازی، تخمین مناسبی از فرکانس های طبیعی را ارائه دهد. هم چنین برای سنجش صحت، نتایج حاصل از روش شناسایی پیشنهادی با نتایج حاصل از روش شناسایی زیرفضای تصادفی مقایسه شدند. مشخص شد که با وجود تفاوت ساختاری و قابل توجه بین روش شناسایی پیشنهادی و روش شناسایی زیرفضای تصادفی، تطابق بسیار خوبی بین نتایج وجود دارد. با توجه به نتایج روش شناسایی پیشنهادی و هم چنین سادگی آن، زمینه استفاده از آن در مبحث شناسایی سیستم های سازه ای فراهم است.

## ۵- منابع

- [1] Huang N.E., Shen Z., Long S.R., Wu M.C., Shih H.H., Zheng Q., et al.; “The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis”; *Proc R Soc London Ser A*, Vol. 454, pp. 903–995, 1998.
- [2] Yang, J.N., Lei, Y., Pan, S., and Huang, N.E.; “System identification of linear structures based on Hilbert-Huang spectral analysis Part 1: normal modes”; *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol 32, pp.1443–1467, 2003.
- [3] Yang, J.N., Lei, Y., Lin, S., and Huang, N.E.; “Identification of natural frequencies and dampings of in situ tall buildings using ambient wind vibration data”; *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 130, pp. 570–577, 2004.
- [4] Huang, N.E., and Bethesda, M.D. ; “Computing instantaneous frequency by normalizing Hilbert transform”; US Patent 6901353, 2005.

